考研辅导丛书

自动控制原理
典型例题解析与习题精选

宋申民　陈兴林　主编

高等教育出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

内容提要

本书比较系统、全面而清晰地总结了自动控制原理课程中的基本概念、基本原理及典型方法，不仅包括了线性系统的经典控制原理和现代控制理论的分析和综合方法，而且还包括了非线性系统和系统稳定性的基本理论与方法。对于一些典型例题在解答后又作了较为深入的讨论。所选例题与习题来源于哈尔滨工业大学本科生的自动控制原理的课程结业考试试题与各重点工科院校研究生入学试题，具有典型性和代表性。书后附有哈尔滨工业大学1996年至2004年硕士研究生入学考试控制原理试题和部分解答。

本书的特点是：内容全面，重点突出，讲解透彻，能使学习者对重点、难点内容有清晰而深刻的掌握。本书可作为本科生学习自动控制原理课程系统全面的学习参考书和报考自动化类专业研究生有价值的复习资料，同时对于研究生阶段控制理论的学习也有一定的参考意义。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制原理典型例题解析与习题精选 /宋申民，陈兴林主编. —北京：高等教育出版社，2004.7
ISBN 7-04-014560-X

Ⅰ.自… Ⅱ.①宋…②陈… Ⅲ.自动控制理论—高等学校—解题 Ⅳ.TP13-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2004)第056921号

策划编辑 韩 颖 **责任编辑** 郑 欢 **封面设计** 李卫青
责任绘图 尹文军 **版式设计** 马静如 **责任校对** 殷 然
责任印制

出版发行	高等教育出版社	**购书热线**	010-64054588
社 址	北京市西城区德外大街4号	**免费咨询**	800-810-0598
邮政编码	100011	**网 址**	http://www.hep.edu.cn
总 机	010-82028899		http://www.hep.com.cn
经 销	新华书店北京发行所		
印 刷			
开 本	787×960 1/16	**版 次**	年 月 第1版
印 张	33.5	**印 次**	年 月 第 次印刷
字 数	630 000	**定 价**	40.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

前　言

随着工业生产和科学技术的发展，自动控制技术已经深入而广泛地应用于工农业生产、交通运输、国防现代化和航空航天等领域，自动控制原理作为工科院校的技术基础课，是自动化专业的必修课程，同时对于电气、机械、机电一体化、仪表及测试、动力、计算机、管理、交通等相关专业的学生也是一门重要的课程。

目前，控制科学与工程已经发展到以复杂系统为研究对象的智能控制阶段，有各种不同的研究方向。一方面，自动控制技术与机械、动力、计算机等技术相结合，广泛地应用于航空、航天等领域，形成了不同的先进技术研究方向，如飞行器控制、仿真精密测试系统、智能机器人、物流控制、社会经济控制等。另一方面，控制科学与数学、物理、系统论、生物进化等科学领域的结合愈加紧密，形成了内容丰富的理论研究方向，如鲁棒控制、H_∞ 控制、神经网络控制、模糊控制、遗传算法、免疫算法等。但是，即使最先进的控制技术领域，最高深的理论研究方向，我们都可以在自动控制原理中找到它的发展源头的思想脉络，找到它的思想方法的最初起源。这正是学习自动控制原理这门课程的意义所在。

为了帮助本科生、自动控制原理的学习者学好这门课程，也为了满足报考研究生的读者进行系统复习的需求，针对这门课程的特点，并结合作者多年的教学经验，编写了此书。

本书以国家教育部关于自动控制原理课程教学大纲的要求，对控制及线性系统的各部分内容进行了系统的归纳总结。通过典型例题与系统从不同的方面说明基本概念和基本原理的含义以及对问题解答的应用。尤其对于频率分析和设计方法、非线性系统的分析、系统的运动稳定性、线性系统的分析与综合等内容作了全面深入、详细而清晰的阐述，并将非线性分析部分的内容与稳定性的内容结合对比，以期对非线性系统有更深刻的理解，这也是本书的特点之一。同时本书选取了各重点工科院校的研究生入学自动控制原理试题中的典型题型，作为例题和习题，并加以分析和归纳整理。因此，本书不仅对自动控制原理中概念的理解和基本原理的掌握有较大的帮助，同时也是一本具有系统性、实用性、针对性的研究生入学应试教程。

本书由十二章和附录 A、B、C 组成，每章以一定的思路归纳了最基本的内容，包括说明性例题，随后是典型例题和启发总结性的评注，最后是精选出的习

题。附录 A是哈尔滨工业大学 1996年至 2004年研究生入学考试控制原理的历年考题和部分解答。附录 B清晰而深入地总结了掌握自动控制原理的经典部分和现代部分所必备的数学基础,供读者查询。附录 C是每章习题的部分答案。

下面对各章的重点内容以及各工科院校自动控制原理 (或线性控制理论,或自动控制理论,或控制理论)研究生入学常考内容归纳说明如下:

1. 自动控制的一般概念。本章定性地讲解自动控制及自动控制系统所必要的概念,是理解以后内容的基础。对于从概念上理解控制系统、控制系统的性能和分类至关重要,建议在学习开始和结束时认真阅读。

2. 控制系统的数学描述。自动控制的研究对象是控制系统,首先要建立它的数学模型,控制系统的数学模型有微分方程、传递函数、状态空间表达式等。一般由系统的物理特性可以写出系统的微分方程表示,通过拉氏变换将系统中的微分运算转化为复数域上的代数运算,用传递函数来描述系统。可以结合系统的状态空间描述来理解系统的数学模型,同时要思考用传递函数描述系统对于分析和综合系统有什么优点;将高阶微分方程转化为一阶微分方程组形式的状态空间描述有什么用处。是不是只是形式上的转化而没有实质上的意义。

本章常考内容是方框图的化简和梅森公式。

3. 线性系统的时域分析。本章主要研究系统在输入信号的作用下,系统输出信号的形式。要掌握:

- 一阶系统、二阶系统对于典型输入信号,尤其是阶跃信号的响应形式;系统响应与传递函数极点或系统参数的对应关系,以及与系统的性能指标之间的对应关系。
- 系统稳定性的劳斯判据。这里所说的稳定的概念实际上是李亚普诺夫稳定性中的渐近稳定,应与稳定性一章中的输入输出稳定相结合理解。
- 系统稳态误差的求取。要认识到应用公式求系统稳态误差的前提是系统稳定,同时要会分析不同类型的系统对不同的典型输入信号的稳态误差。
- 高阶系统的单位阶跃响应与系统零点与极点之间的定性关系。振型 (即系统的闭环极点)、系统零点与系统振动分量的关系。

4. 线性系统的根轨迹法。系统参数变化时闭环极点在复平面的变化轨迹。掌握绘制根轨迹的几条规则,并理解主导极点对系统性能的影响。同时参数根轨迹和 0°根轨迹对于分析和综合系统也很重要。

5. 线性系统的频域分析方法。常考的内容有以下几个重要方面:

- 利用系统的频率特性求取系统的稳态输出或由系统的稳态输出求系统的传递函数。
- 奈氏图的绘制和奈奎斯特稳定性判据。要注意这里奈奎斯特稳定性判

据是用开环传递函数的奈氏图来判别闭环系统的稳定性。

● 对数频率特性分析。包括对数频率特性曲线的绘制，对数频率的稳定性判别和由系统的对数频率特性曲线确定系统的传递函数等。系统的对数频率特性图要分别分析系统的低频、中频和高频特性。

6. 系统的校正与综合。本章一般综合考察前几章的知识，尤其是系统的对数频率特性描述。通常的校正方式是串联校正和反馈校正。要清楚掌握校正环节的作用，校正前系统的频率特性和要求的性能指标在频率特性曲线中的反映，以及校正后系统的频率特性。

在实际控制系统中常用到的是 PID 校正方法，深刻理解 PID 控制对系统的校正作用、系统性能的改进，应用 Matlab对校正前和校正后的系统进行仿真，对今后设计实际系统大有益处。

7. 线性系统的状态空间分析。深刻体会系统状态的概念，用状态方程与输出方程来描述系统的动态过程有何优点。掌握：系统状态空间表达式的求取，系统的状态转移矩阵，系统的状态响应和输出响应，能控能观性的基本概念和判别方法，能控能观标准型和系统的能控能观性分析，系统的输入输出表示的实现及最小实现。

8. 线性系统的状态空间综合。最基本的内容是状态反馈的极点配置、系统的镇定、观测器的设计、系统的跟踪和系统的解耦控制。

7、8两部分的内容，在研究生入学考试中内容较简单，不同的学校要求也不同，以上所述是最基本的要求。

这一部分要注意对于概念的理解，要体会状态空间表示方法对系统的分析、综合与经典控制理论的研究方法有什么不同之处。学习这一部分要用到线性代数中线性空间的知识，矩阵的基本概念和运算。因此，掌握数学基础对于清晰掌握这部分内容是非常重要的。

9. 离散控制系统。包括采样控制系统和离散系统的状态空间表示。一般常考的内容是采样系统脉冲函数的求取、系统稳定性的判别和稳态误差的求取。离散系统状态空间表示的求取，系统能控能观性等。

10. 系统的运动稳定性。系统的运动稳定性是本课程的一个难点，但在自动控制的知识体系中又是一个不可缺少的重要内容。本书比较详细而深入地总结了关于李亚普诺夫稳定性和输入输出稳定性的基本内容，重点是对于概念的理解，对于基本定理的掌握。本书给出了大量的例题和习题，并给出了详细的说明解释。牢固掌握本章的内容对于自动控制原理的学习，后续课程学习以及研究生阶段知识体系的深入理解将会是有益的。

研究生入学考试中，如何选取李亚普诺夫函数是解题关键。

11. 非线性控制系统分析。在本课程中，主要讲述了非线性系统的两种分

需要全本请访问 www.ertongbook.com

析方法:相平面方法和描述函数方法。对于描述函数方法,实际上是对一类非线性系统的工程分析方法,要掌握自振荡的条件以及自振荡振幅和频率的求取。对于相平面方法,重点掌握分段线性化相轨迹的绘制。在各线性区域绘制相轨迹时,先求出系统奇点并判断其类型,结合等倾线方程即可绘制各区域的相轨迹;若无奇点,则应找出相轨迹的渐近线。

本章中还有一个重要的概念是极限环的概念。以上两种方法均可以分析系统的极限环现象。

可以将本章的内容与稳定性一章的内容相互参照学习,以期对非线性系统有更深入的理解。

12. 最优控制。重点掌握泛函的极值、极小值原理以及线性二次型的最优控制问题。

自动控制原理是一门工程应用非常广泛的基础课程,所讲述的是控制科学与工程中的基本原理,因此要深刻理解它的概念、定理与方法,才能深入掌握这门课程的知识,并在工程实践中灵活应用。并且,这门课程不同于其他技术基础课的特点是理论性较强,与数学的结合比较紧密。因此,在学习的过程中要不断复习并加深对数学的理解。

在本书的编写中,王彤老师参加了第四章、第九章的编写工作,宁永臣博士参加了第四章、第十章、第十二章的编写工作,由宋申民、陈兴林统稿全书。

作者衷心感谢浙江大学邹伯敏教授对书稿的审阅,邹老师仔细审阅了全部内容并提出了不少有价值的修改建议,使作者受益匪浅。

作者还要感谢哈尔滨工业大学自动控制教学带头人裴润教授,长江学者段广仁教授,哈尔滨工业大学控制科学与工程系系主任马广富教授对作者的支持以及日本千叶大学张秀杰女士对作者工作的巨大帮助。

作者要感谢陈兴杰女士,王根民先生以及作者的研究生刘义先、王舰、周茂林在打印、校对等方面所作的艰苦而繁琐的工作。

限于作者的知识水平,本书难免有不妥之处,恳请读者批评指正。

宋申民　陈兴林

2004年 2月 10日于哈尔滨工业大学

目　　录

第 1章　控制系统的基本概念 …… 1

1.1　控制系统的基本概念 …… 1

1.2　典型例题解析 …… 4

1.3　习题精选 …… 7

第 2章　控制系统的数学模型 …… 9

2.1　控制系统的数学模型 …… 9

2.2　传递函数 …… 9

2.3　方框图的化简 …… 10

2.4　信号流图 …… 11

2.5　典型例题解析 …… 13

2.6　习题精选 …… 28

第 3章　控制系统的时域分析 …… 32

3.1　典型输入信号 …… 32

3.2　一阶系统的时域分析 …… 33

3.3　二阶系统的时域分析 …… 34

3.4　高阶系统的时域分析 …… 38

3.5　线性系统的稳定性与稳定性判据 …… 39

3.6　反馈控制系统的误差与稳态误差 …… 42

3.7　典型例题解析 …… 45

3.8　习题精选 …… 61

第 4章　线性系统的根轨迹分析方法 …… 67

4.1　反馈系统的根轨迹 …… 67

4.2　绘制根轨迹的规则 …… 67

4.3　广义根轨迹 …… 69

4.4　典型例题解析 …… 70

4.5　习题精选 87

第 5章　线性系统的频域分析 …… 91

5.1　频率响应及其描述 …… 91

5.2　典型环节的频率特性 …… 93

5.3 Nyquist稳定性判据 …… 98
5.4 控制系统的相对稳定性 …… 100
5.5 频域指标与时域指标之间的关系 …… 101
5.6 典型例题解析 …… 104
5.7 习题精选 …… 135
第 6章 控制系统的综合与校正 …… 141
6.1 反馈校正 …… 141
6.2 串联超前校正 …… 142
6.3 串联滞后校正 …… 144
6.4 滞后 —超前校正 …… 148
6.5 典型例题解析 …… 151
6.6 习题精选 …… 168
第 7章 控制系统的状态空间分析 …… 172
7.1 状态空间表达式 …… 172
7.2 线性时变系统分析 …… 179
7.3 线性定常系统分析 …… 183
7.4 系统的能控性 …… 185
7.5 状态的能观性和对偶原理 …… 190
7.6 线性系统的能控规范型和能观规范型 …… 193
7.7 线性系统的结构分解 …… 196
7.8 线性系统的实现问题 …… 198
7.9 典型例题解析 …… 208
7.10 习题精选 …… 225
第 8章 线性定常系统的状态空间综合 …… 233
8.1 线性系统的常规控制律 …… 233
8.2 极点配置 …… 236
8.3 镇定问题 …… 237
8.4 渐近跟踪问题——定常参考信号的情形 …… 239
8.5 观测器设计 …… 241
8.6 解耦控制 …… 247
8.7 典型例题解析 …… 251
8.8 习题精选 …… 256
第 9章 线性离散系统 …… 259
9.1 信号的采样与 Z变换 …… 259
9.2 零阶保持器 …… 261

9.3 脉冲传递函数的求取 …… 262
9.4 稳定性分析 …… 263
9.5 稳态误差 …… 264
9.6 采样控制系统的综合 …… 265
9.7 离散系统的状态空间描述 …… 266
9.8 离散系统的能控性和能观性 …… 266
9.9 典型例题解析 …… 268
9.10 习题精选 …… 283
第 10章 系统的运动稳定性 …… 288
10.1 李亚普诺夫稳定性的定义 …… 288
10.2 李亚普诺夫函数 …… 295
10.3 李亚普诺夫稳定性的主要定理 …… 296
10.4 线性时变系统的稳定性分析 …… 298
10.5 线性定常系统的稳定性分析 …… 300
10.6 李亚普诺夫第一方法——一次近似 …… 304
10.7 构造李亚普诺夫函数的方法 …… 306
10.8 线性离散系统的稳定性 …… 307
10.9 线性系统的有界输入有界输出 (BIBO)稳定性 …… 311
10.10 典型例题解析 …… 312
10.11 习题精选 …… 330
第 11章 非线性控制系统分析 …… 336
11.1 非线性系统特点 …… 336
11.2 典型非线性环节 …… 337
11.3 相平面分析方法 …… 339
11.4 描述函数的分析方法 …… 346
11.5 典型例题解析 …… 348
11.6 习题精选 …… 399
第 12章 最优控制 …… 408
12.1 泛函和变分 …… 408
12.2 用变分法求解最优控制问题 …… 410
12.3 极小值原理 …… 412
12.4 线性二次型最优控制 …… 413
12.5 典型例题解析 …… 415
12.6 习题精选 …… 426
附录 A 数学基础 …… 429

A1 拉普拉斯变换 …… 429
A2 Z变换对照表 …… 432
A3 常用非线性元件的描述函数 …… 433
A4 线性空间和矩阵理论 …… 435
A5 矩阵的 Jordan分解 …… 440
A6 函数的线性无关 …… 443
附录 B 哈尔滨工业大学 1996～2004年研究生入学考题（控制原理）及部分参考答案 445
附录 C 部分习题参考答案 …… 504
参考文献 …… 521

第 9 章　线性离散系统

9.1 信号的采样与 Z变换

9.1.1 信号的采样

连续信号 ε(t)经过一个采样周期为 T_0,采样宽度为 h的采样开关后,得到一系列的采样脉冲,如图 9.1所示其表达式为

$$\varepsilon^*(t) = \sum_{n=0}^{+\infty} \varepsilon(nT_0)\frac{1}{h}[1(t-nT_0) - 1(t-nT_0-h)]$$

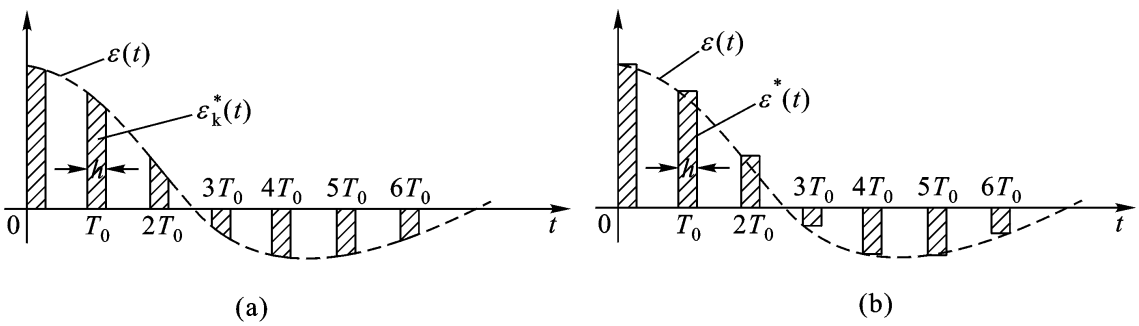


图 9.1　采样时间序列

理想地,令 h→0

$$\varepsilon^*(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon(nT_0)\delta(t-nT_0)$$

其中 $\delta(t) = \lim_{h\to 0}\frac{1}{h}[1(t) - 1(t-h)]$称为理想单位脉冲。

定义:$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & t=0 \\ 0 & t\neq 0 \end{cases}$ 且 $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,dt = 1$

性质:

(1) $\int_{-\infty}^{\infty} x(t)\delta(t-t_0)\,dt = x(t_0)$ 提取出 t_0 时 x(t)的值。

(2) $h[\delta(t)] = 1$

需要全本请访问 www.ertongbook.com

(3) $\frac{d}{dt}1(t)=\delta(t)$

(4) $L[\delta(t-\tau)]=e^{-\tau s}$

9.1.2 Z变换

对由采样后得出的信号 $\varepsilon^*(t)$ 的脉冲序列

$$\varepsilon^*(t)=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon(nT_0)\delta(t-nT_0)$$

进行拉氏变换可得

$$E^*(s)=\sum_{n=0}^{+\infty}\varepsilon(nT_0)e^{-nT_0s}$$

令 $z=e^{T_0s}$,则 $E^*(s)=E(z)\quad\sum_{n=0}^{+\infty}\varepsilon(nT_0)z^{-n}$

称为 $\varepsilon(t)$的 Z变换。

(1) Z变换的性质

① 线性性质 $Z[x_1(t)+x_2(t)]=X_1(z)+X_2(z)$

② 滞后性质 $Z[x(t-kT_0)]=z^{-k}X(z)$

③ 终值定理 $\lim_{t\to\infty}x(t)=\lim_{z\to 1}(z-1)X(z)$

(2) Z变换的求取方法:

① 利用 Z变换的定义

例如 $Z[\delta(t)]=[\delta(t)]=1, Z[\delta(t-kT)]=z^{-k}$

$$Z[1(t)]=L[\delta(t)+\delta(t-T)+\delta(t-2T)+\cdots]$$

$$=1+z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+\cdots=\frac{1}{1-z^{-1}}=\frac{z}{z-1}$$

$$Z(t)=L[T\delta(t-T)+2T\delta(t-2T)+3T\delta(t-3T)+\cdots]$$

$$=Te^{-Ts}+2Te^{-2Ts}+3Te^{-3Ts}+\cdots=Tz^{-1}+2Tz^{-2}+3Tz^{-3}+\cdots$$

$$=\frac{Tz}{(z-1)^2}$$

同理可求

$$Z(e^{-at})=\frac{z}{z-e^{-aT}}$$

$$Z(a^k)=\frac{z}{z-a}$$

② 部分分式法

$$X(s)=\sum_{i=1}^{n}\frac{A_i}{s+s_i}\qquad X(z)=\sum_{i=1}^{n}\frac{A_iz}{z-e^{-s_iT_0}}$$

③ 留数法

$$X(z)=\sum_{i=1}^{n}\operatorname{res}\left[X(s_i)\frac{z}{z-e^{-s_iT_0}}\right]$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{(r_i-1)!}\frac{d^{r_i-1}}{ds^{r_i-1}}\left[(s-s_i)^{r_i}X(s)\frac{z}{z-e^{sT_0}}\right]_{s=s_i}$$

r——为重极点 s_i 的个数；n——为互异极点的个数；

⑶ Z反变换的求法

① 长除法，例：$x(z)=\dfrac{10z}{(z-1)(z-2)}=\dfrac{10z^{-1}}{1-3z^{-1}+3z^{-2}}$

$$x(z)=10z^{-1}+30z^{-2}+70z^{-3}+\cdots$$

于是有 $x(0)=0, x(T_0)=10, x(2T_0)=30,\cdots$

② 部分分式法

$$\frac{X(z)}{z}=\sum_{i=1}^{n}\frac{A_i}{z-z_i}\qquad X(z)=\sum_{i=1}^{n}\frac{A_iz}{z-z_i}$$

再对于$\dfrac{z}{z-z_i}$进行反变换。

③ 留数的方法（略）

9.2 零阶保持器

将离散信号再转化为连续信号的常值外推的保持器称为零阶保持器，记为 H_0，其时间响应特性 $g(t)=1(t)-1(t-T_0)$，它的输出曲线如图 9.2 所示。

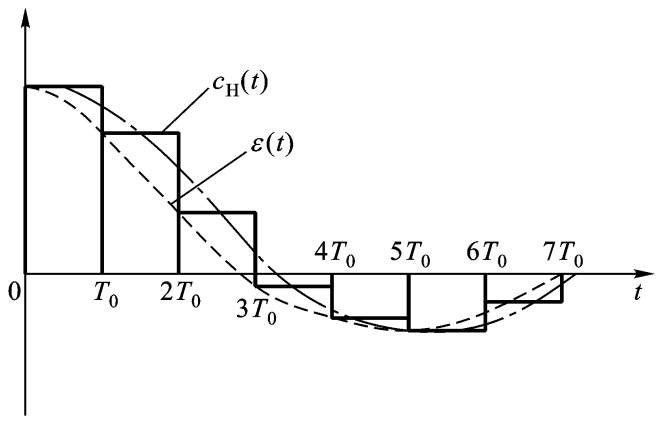


图 9.2 零阶保持器的输出曲线

传递函数为

$$G(s)=\frac{1-e^{-T_0 s}}{s}$$

频率响应 $$G_H(j\omega)=T_0\frac{\sin\frac{\omega T_0}{2}}{\frac{\omega T_0}{2}}e^{-j\frac{\omega T_0}{2}}$$

可以看出，零阶保持器有一个时间滞后 $\frac{T_0}{2}$，即采样周期一半。因而在系统中加入零阶保持器后，它对系统的稳定性会产生一定的影响。

9.3 脉冲传递函数的求取

所谓脉冲传递函数是指，在零初始条件下，系统输出脉冲序列的 Z变换与输入脉冲序列的 Z变换之比。

脉冲传递函数的求取：

(1) 如果串联环节之间无同步采样开关，则串联环节的 Z变换等于各环节传递函数乘积的 Z变换，即：$Z[G_1(s)G_2(s)]=G_1G_2(z)$

(2) 如果串联的各环节之间有采样开关隔离，则串联环节的 z变换等于各环节 Z变换的乘积。

例 S9.1 环节 G(s)与零阶保持器串联时脉冲传递函数的求取。

$$H_0(s)=\frac{1-e^{-T_0 s}}{s}G(s)=(1-e^{-T_0 s})\frac{G_1(s)}{s}=\overline{H}(s)\overline{G}(s)$$

$$=\overline{G}_1(s)-\overline{G}_1(s)e^{-T_0 s}$$

$$Z[H_0(s)G(s)]=\overline{G}_1(z)-Z[\overline{G}_1(s)]z^{-1}=(1-z^{-1})Z\frac{G_1(s)}{s}$$

(3) 闭环脉冲传递函数

例 S9.2 如图 9.3所示系统，求 C(z)/R(z)。

$$C(s)=\ _1(s)G_2(s)E^*(s)$$

$$Y(s)=H(s)C(s)$$

$$E(s)=R(s)-Y(s)$$

$$E(s)=R(s)-H(s)G(s)E^*(s)$$

$E^*(s)$为 $\varepsilon(t)$采样后的输出脉冲序列的拉氏变换，有 $E^*(s)=E(z)$

$$E(z)=\ (z)-HG_1G_2(z)E(z)$$

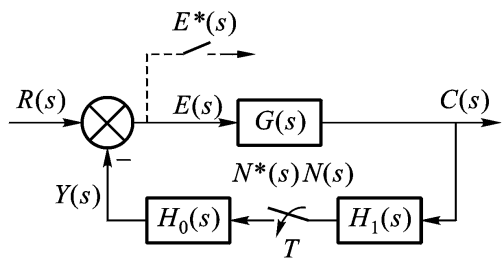


图 9.3

$$C(z) = {}_1G_2(z)E(z)$$

$$= \frac{G_1G_2(z)}{1+G_1G_2H(z)}$$

例 S9.3 双环线性离散系统如图 9.4所示，求该系统的闭环脉冲传递函数 C(z)/R(z)。

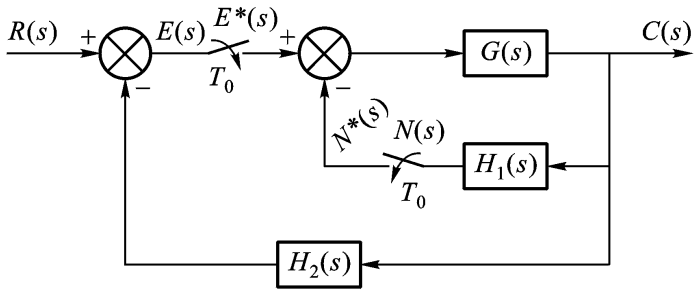


图 9.4

$$C(s) = [E^*(s) - N^*(s)]G(s)$$

$$N(s) = H_1(s)C(s)$$

$$E(s) = R(s) - H_2(s)C(s)$$

$$N(s) = H_1(s)G(s)[E^*(s) - N^*(S)]$$

$$E(s) = R(S) - H_2(s)G(s)[E^*(s) - N^*(s)]$$

$$E(s) - N(s) = R(s) - [H_1(s)G(s) + H_2(s)G(s)][E^*(s) - N^*(s)]$$

上式两边同时进行 z变换得：$E(z) - N(z) = \dfrac{R(z)}{1+H_1G(z) + H_2G(z)}$

将 $C(s) = [E^*(s) - N^*(s)]G(s)$两边同时进行 Z变换，得

$$C(z) = [E(z) - N(z)]G(z)$$

于是可得

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1+H_1G(z) + H_2G(z)}$$

9.4 稳定性分析

求取闭环脉冲传递函数后，得到如下形式的特征方程

$$1+H_1G(z) + H_2G(z) = 0$$

不难证明，系统稳定的充要条件为系统的闭环极点均位于 Z平面的单位圆内。

Z平面的稳定域为单位圆内，为了利用劳斯判据判别系统的稳定性，需进行

如下的双线性变换：

$$z=\frac{\omega+1}{\omega-1}$$

令 $z=x+jy$, $\omega=u+jv$

$$\omega=\frac{z+1}{z-1}$$

$$\omega=u+jv=\frac{(x^2+y^2)-1}{(x-1)^2+y^2}-j\frac{2y}{(x-1)^2+y^2}$$

从以上的双线形变换可以看出，Z平面上单位圆 $|z|=1$对应于 ω平面的虚轴；Z平面的单位圆内对应 ω平面左半平面；Z平面的单位圆外对应于 ω平面的右半平面，于是可以用劳斯判据判别离散系统的稳定性。

9.5 稳 态 误 差

单位反馈系统的框图如图 9.5所示，系统误差为

$$E(z)=\frac{R(z)}{1+G(z)}$$

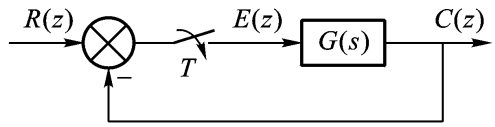


图 9.5 单位负反馈离散系统

则系统的稳态误差为

$$e^*(\infty)=\lim_{t\to\infty}e^*(t)=\lim_{z\to 1}(z-1)\frac{R(z)}{1+G(z)}$$

当输入为单位阶跃时

$$e^*(\infty)=\lim_{z\to 1}(z-1)\frac{1}{1+G(z)}\frac{z}{z-1}=\frac{1}{1+\lim_{z\to 1}G(z)}=\frac{1}{k_p}$$

$k_p=1+\lim_{z\to 1}G(z)$为位置误差系数

当单位斜坡输入时

$$e^*(\infty)\lim_{z\to 1}(z-1)\frac{1}{1+G(z)}\frac{T_0 z}{(z-1)^2}=\lim_{z\to 1}\frac{T_0}{(z-1)G(z)}=\frac{1}{k_v}$$

$k_v=\frac{1}{T_0}\lim_{z\to 1}(z-1)G(z)$称为速度误差系数。

为单位加速度输入时

$$e^*(\infty)=\lim_{z\to 1}(z-1)\frac{1}{1+G(z)}\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}=\lim_{z\to 1}\frac{T^2}{(z-1)^2G(z)}=\frac{1}{k_a}$$

$k_a=\frac{1}{T^2}\lim_{x\to 1}(z-1)^2G(z)$称为加速度误差系数。

和连续系统类似，离散系统可按 $G(z)$有几个 $z=1$的极点来确定系统类型。

9.6 采样控制系统的综合

9.6.1 最小拍无差系统

所谓最小拍无差系统是指系统在一定形式的输入信号作用下，其瞬态过程能在有限个采样周期（拍）内结束，确定控制器 $D(z)$ 的脉冲传递函数，以保证闭环系统传递函数为 $\Phi(z)=\phi_0+\phi_1 z^{-1}+\cdots+\phi_n z^{-n}$，n为有限值。

则

$$\frac{D(z)G_0(z)}{1+D(z)G_0(z)}=\Phi(z),\ D(z)=\frac{1}{G_0(z)}\frac{\Phi(z)}{1-\Phi(z)}$$

可以选择适当的 $\Phi(z)$ 使系统对某种输入信号的稳态误差为零。

9.6.2 连续域的设计方法（频率法）

一种方法是将 $\frac{1-e^{-Ts}}{s}$ 近似为一个惯性环节 $H_0(s)\approx\frac{1}{\frac{T}{2}s+1}$，设计 $D(s)$ 然后用双线性变换 $s=\frac{2}{T}\frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ 离散化。

另一种方法是将开环脉冲传递函数 $G(z)$ 进行 W 变换，变换为

$$G(\omega)=G(z)\left|_{z=\frac{1+\frac{T}{2}\omega}{1-\frac{T}{2}\omega}}\right.$$

并令 $\omega=ju$ 在伪频率域中设计，得出 $D(\omega)$ 然后变回 $D(z)=D(\omega)\left|_{\omega=\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}}\right.$

9.6.3 根轨迹方法

类似于连续系统的根轨迹方法，离散系统也可以用根轨迹的方法分析和综合系统。系统的特征方程为

$$1+GH(z)=0$$

则在 z平面上，根轨迹的幅值和相角条件分别为

$$|GH(z)|=1$$

$$\angle GH(z)=(2k+1)\pi\quad(k=0,\pm1\ \pm2,\cdots)$$

需要全本请访问 www.ertongbook.com