1. 古希腊数学家
毕达哥拉斯

毕达哥拉斯（Pythagoras，约公元前580年一前500年）是古希腊著名的数学家，同时也是一位天文学家和哲学家，是毕达哥拉斯学派的创始人。他的名字和毕达哥拉斯定理共刻于世界数学史的里程碑上。

早 年 游 学

毕达哥拉斯于公元前580年左右出生在希腊萨摩斯岛的一个富裕家庭，他的父亲谟涅萨尔库是一个精细的指环雕刻师，非常精明且善于理财。

早在青少年时代，毕达哥拉斯就热衷于从事学术活动。他曾经到离萨摩斯岛不远的米利都，就学于伊奥尼亚学派创始人、

需要全本请访问 www.ertongbook.com

著名的唯物主义哲学家泰勒斯。后来泰勒斯感到年事已高，无法亲自教导毕达哥拉斯，便把他介绍给自己的学生阿那克西曼德。在泰勒斯师徒的影响下，毕达哥拉斯开始探讨万物的本原，把整个宇宙看做是有生命的，从对立中寻找世界演变的动力。可是不久，毕达哥拉斯转而从师于著名的唯心主义哲学家斐瑞库德。在斐瑞库德的影响下，毕达哥拉斯很快转向了宗教神秘主义和唯心主义。

公元前 7 世纪以来，整个希腊世界处在新兴工商业奴隶主民主派和代表土地贵族奴隶主的保守势力之间剧烈的斗争过程中，总的趋势是，僭主政体正在逐步取代贵族奴隶主的寡头政体。毕达哥拉斯的家乡萨摩斯岛上的工商业奴隶主势力异常强大，公元前 538一前 522 年，波利克拉底建立了僭主政体。毕达哥拉斯不满波利克拉底的统治，毅然离开家乡，远游埃及等东方国家。

公元前 540 年左右，毕达哥拉斯渡海来到埃及。经皇帝的朋友希腊人波里克拉德介绍，他与埃及皇帝阿玛齐斯相识，所以那里的祭司对毕达哥拉斯相当友善。毕达哥拉斯在埃及期间，系统地学习了古埃及的象形文字。他还当过埃及僧侣，介入埃及神庙中的祭典和秘密入教仪式，从而洞悉埃及的宗教思想和制度等。后来，波斯国王卡谟纳西攻陷了埃及首都，毕达哥拉斯被俘往巴比伦等地。他在那里居住了 5 年，和当地僧侣们有过频繁交往。毕达哥拉斯在埃及、巴比伦等地停留达 15 年之久，除了非常熟悉当地的宗教思想之外，他还吸收了当地的算术、几何学和天文学等方面的优秀成果。这些东西构成了毕达哥拉斯的哲学、科学和宗教思想的重要内容。

创 建 盟 会

公元前 525 年左右，毕达哥拉斯重返阔别十余年的家乡。回国后，他踌躇满志，准备在自己的国家建立组织，为旧贵族服务。

当时，萨摩斯岛还处在波利克拉底的僭主政体统治下，毕达哥拉斯的旧观念在那里不得人心，他的学派引起了萨摩斯公民的不满。毕达哥拉斯迫于无奈，不得不再次离开家乡，来到了意大利亚平宁半岛上的克罗托瑙城。

克罗托瑙城地处卡拉布里亚地区东岸，公元前 710 年左右，在米斯刻卢的领导下，阿开安人在此建立了希腊殖民城邦。克罗托瑙地区长期处在氏族贵族奴隶主的统治下，政治、经济、文化等方面比较落后。毕达哥拉斯来到克罗托瑙后，找到了培植和撒播自己思想的土壤，在那里积极组建了毕达哥拉斯联盟。

毕达哥拉斯联盟是一个集宗教、哲学、政治为一体的社团。该团体招收会员的仪式很繁琐，被招收的人要经过较长一段时间的考验。经过严格的挑选之后，新入会者才被允许去听坐在帘子后面的毕达哥拉斯的说教；再过了若干年后，当他们的灵魂由于受音乐的熏陶，由于过贞洁的生活而变得更加纯洁时，他们方能去见会首。

毕达哥拉斯对这个团体实行极其严格的控制，要求其成员甘愿为团体而牺牲，平时抑制感情，锻炼自制力。为了经常反躬自问，增进道德修养，成员们过着共同的有定规的生活：饮食由团体供给，衣服也都一样，科学发现也是公共的。另外，入会者必须宣誓：决不把知识传授给局外人，否则就要受到极其严厉的处分。

毕达哥拉斯领导他的联盟积极开展政治活动。他在克罗托瑙很受欢迎，人们争相邀请他对当地的青年、妇女和儿童讲演。由此，毕达哥拉斯很快就获得了一批信徒和追随者，壮大了自身的力量。毕达哥拉斯代表着氏族贵族的利益，他极力宣传自己的政治主张，对政府施加影响，进而控制了克罗托瑙的最高权力，时间长达 20 年之久。其间，由于克罗托瑙的政治影响扩大到了邻近的城邦，毕达哥拉斯及其思想也随之在整个南意大利，甚至在西西里岛传播开来。毕达哥拉斯在克罗托瑙掌权期间，着手整顿、改革和强

化当地贵族政体，健全了法律体系。他招收了 300 个门徒,这些门徒在毕达哥拉斯的政府中发挥了巨大的作用。

在积极开展政治活动的同时，毕达哥拉斯采取口传心授的方式向他的门徒们极力灌输宗教神秘主义。他认为，灵魂是个不朽的东西，身体是灵魂的坟墓或囚笼。为了净化灵魂，死后得以超升，毕达哥拉斯为门徒们定出了许多清规戒律。例如：不食肉，不食豆子，不朝太阳小便，不践踏剪下来的指甲和头发，房子里不许有燕子，不用剑拨火，起床后要把被单扯平，不要让人看得出有人在上面睡过，等等。这些清规戒律近乎原始人的图腾崇拜和巫术禁忌，所以传说中的毕达哥拉斯被渲染成半神半人式的人物。据传,当年毕达哥拉斯看见一条狗在挨打时,便说道:"别打,因为在这条狗身上附着我朋友的灵魂。我从他的声音认出是他。"有人说，他曾在同一时间在两个地方被看到；有人说，他的一条腿的腿肚子是金子做的。还有一个传说，说他过河时，河神站起来向他致敬问好。当然，这些传说无疑都是虚构的。

与此同时，毕达哥拉斯和他的门徒们积极开展数学、谐音学、天文学等自然科学的研究，并把这些研究看做是净化灵魂的重要途径。

万 物 皆 数

毕达哥拉斯继承了希腊古老传统，非常重视音乐的教育作用，并把它看做是净化灵魂的方法。有一次，毕达哥拉斯走过铁匠铺，从铁匠打铁时发出的谐音中得到启发，比较了不同重量铁锤发出的谐音之间的比例关系，从而测定了各音调的数学关系。从此，毕达哥拉斯十分强调数的作用，而且进一步加以片面夸大，把数当做万物的始基或本原。

毕达哥拉斯认为万物皆数，数是万物的原型。万物都是模仿

数的，是数的摹本。数的特征是内在于音阶，内在于天体，内在于许多其他事物；数的原则统治着宇宙中的一切现象。毕达哥拉斯和他的门徒们在数目中间见到了各种各类和谐的特性和比例，而一切其他事物就其整个本性来说都是以数目为范例的，数目本身则先于自然中的一切其他事物。他们从这一切推论出发，认为数目的元素就是万物的原素，整个的天是一个和谐，是一个数目。毕达哥拉斯学派认为，数既是万物的质料，又是万物存在的形式。他们对数的理解带有两重性，既把它理解成个别、物质性的东西，又把它理解为一般、观念性的东西。

数为何是万物的本原，数如何产生万物呢？毕达哥拉斯认为，万物的本原是“一”，从“一”产生“二”；“二”是从属于“一”的不定的质料；“一”则是因。从完整的“一”与不定的“二”中产生出各种数目，从数产生点，从点产生线，从线产生面，从面产生体，从体产生出感觉所及的一切形体，产生出四种元素 水、火、土、气。这四种元素以各种不同的方式互相转化，于是制造出有生命的、精神的、球形的世界。毕达哥拉斯还把数目的元素描述为奇和偶，认为前者是有限的，后者是无限的；一个数目是由这两个元素合成的，并且由这个数目产生出其他一切数目。

具体说来，毕达哥拉斯及其学派还赋予“一”以特别的含义。他们认为，凡数都以“一”为基础，这个“一”即绝对的和谐，也就是神。“一”加于偶数则成为奇数，加于奇数则成为偶数。偶数可平分为二，所以是无限的；奇数不能平分为二，所以是有限的。有限与无限便是宇宙的两大根本原则。世界是由奇与偶或有限者与无限者构成的，无限者就是“虚空”或气，而有限者就是火，火与气的相互作用就构成了宇宙。后来，他们又规定了组成宇宙的 10 组对立物，这些对立物追根究底都是由“一”派生出来的，所以毕达哥拉斯断言，物质世界具有数的性质，都以“一”为基础。例如，1 为点，2 为线，3 为面，4 为体；土为立方体，火为四面体，气为八面体，水

需要全本请访问 www.ertongbook.com

为二十四面体。他们甚至把非物质的事物牵强附会地看做是建立在数之上的。他们认为，理性为 1,意见为 2,正义为 4,婚姻为 5,爱情为 8,等等。

毕达哥拉斯和他的学派不把物质的东西而把数看做独立存在的万物的始基或根源，赋予数以产生万物的神秘力量，这使他们不可避免地陷入了唯心主义的泥潭。但是，他们首次提出数的概念，把数作为他们哲学思想的基础，这在人类认识发展史上却又是一个很大的进步。由于毕达哥拉斯赋予数以巨大意义，所以他的学派非常注意研究数和数的比例关系，并取得了很多辉煌的成果，其中以毕达哥拉斯定理的证明最为著名。

毕 氏 定 理

初等几何中最精彩、最有用的定理之一，就是著名的毕达哥拉斯定理（中国称之为勾股定理，法国和比利时等国则把这个定理叫驴桥定理)。这个定理说“在任何直角三角形中,斜边的平方等于两直边的平方和。”

一般认为，这个定理是由毕达哥拉斯首先提出来的，并且也是由他组织门徒们首先证明的。其实，在毕达哥拉斯之前，古代中国人、埃及人、巴比伦人,甚至希腊人,都已经知道了这一定理,只是没有对此加以证明。

毕达哥拉斯曾经在他的联盟中提出过两个问题：

一是直角三角形的该定理是否永远成立？在此之前，人们只知道个别的直角三角形满足定理的要求。如勾三股四弦五，这在我国的《周髀算经》中早有记载,埃及、巴比伦也有类似记载。这个定理是不是满足所有直角三角形呢？毕达哥拉斯本人心里也没谱，他把这个问题提出来，破天荒地要求门徒们各抒己见，以期找到一个合乎逻辑的证明方法。

二是如果三角形两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是不是直角三角形呢？

今天，只要具有初中数学知识的人，对这两个问题都是不难解答的。但是，对于两千多年前的学者们来说，却是两个非同小可的大难题。联盟的学者们进行了多次辩论，最后大家一致认为，直角三角形的勾股定理永远成立；反过来，如果三角形两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形必定是直角三角形。

联盟的学者们把这一辩论结果归功于他们的首脑——毕达哥拉斯，并且把这个定理命名为毕达哥拉斯定理。毕达哥拉斯为了表示感激,就对神献出 100 头牛来庆祝。可惜的是，他们的这个证明方法早已失传了。

毕达哥拉斯定理的发现，引起了科学界的广泛兴趣，后来的科学家们纷纷开启自己的聪明才智，对这一定理加以证明。据现有的文献资料显示，最早记载毕达哥拉斯定理证明方法的是希腊著名数学家欧几里得的《几何原本》一书。他的证明是利用极其巧妙的图形来实现的，那图形很像修士的头巾，又像新娘的轿椅，因此有人把欧几里得的证明方法戏称为“修士的头巾”和“新娘的轿椅”。

到现在为止，在整个数学界中还找不到另外一个定理，其证明方法之多能够超过毕达哥拉斯定理。20 世纪 40 年代,著名数学家 E·S·卢米斯在他的《毕达哥拉斯定理》一书的第 2 版中,收集了这个著名定理的 370 种证明方法。

毕达哥拉斯有一个学生名叫希伯斯，他勤奋好学，富有钻研精神。有一次，他在用毕达哥拉斯定理求正方形的对角线时发现了无理数。希伯斯的这一重大发现，实际上推翻了毕达哥拉斯“世界上只有整数和分数”的论断，因而也就动摇了毕达哥拉斯学派关于数的神秘主义的哲学基础。

希伯斯的发现，对于毕达哥拉斯来说是一个很大的“触犯”。

当毕达哥拉斯了解到这方面的突破性研究后，十分紧张，马上下令封锁希伯斯的发现，并且声称，如果有人胆敢把这一机密泄露给局外人,那就要处以极刑。后来,希伯斯泄露了秘密,畏‘罪’潜逃,最终葬身大海，数学也因希伯斯的发现而出现了第一次危机。

在数学史上，毕达哥拉斯被誉为“使几何学完备的人”。他在几何学方面作出了卓越的贡献，提出了几何学上的点、线、面和空间的概念。

毕达哥拉斯也是第一个提出面积贴合理论的数学家。面积贴合理论，能够说明一个直线围成的图形大于、等于或小于另一个图形。毕达哥拉斯在比较图形时而命名的椭圆、双曲线、抛物线等圆锥曲线的名称，直到现在人们还在使用。

毕达哥拉斯通过长期的实践，认真研究和观察周围事物，证明了三角形的三个内角之和等于 180°。他还提出内接于半圆所对的圆周角都是直角的定理，因为圆周角的度数等于它所对的弧的度数的一半。这些数学上的成就，对后来的数学发展产生了巨大的影响。

逝 世 前 后

随着毕达哥拉斯的影响的扩大，他的门徒越来越多。毕达哥拉斯按照学生的天赋，建立不同的等级，他的智慧中的最高秘密，只传授给那些可以接受它们的人。这些智慧包括数理方面的，也包括天文学方面的。在天文学方面，毕达哥拉斯发现了启明星和长庚星是同一颗星，并发现了月球是从太阳取得了自己的光。他认为日、月、五星以及其他天体都呈球形,悬浮在太空中,天体的运行都沿着圆形的轨道。毕达哥拉斯还认为，宇宙中心是“中心火”，太阳,月亮,地球,金、木、水、火、土五大行星环绕‘中心火’旋转,它们运动的和谐奏出一种‘天体音乐’。17 世纪时,天文学家 J·开普

勒将这一思想大加发挥，说太空的运动是一部乐曲，它为智力思维所理解，而不为听觉所感知。1979 年，有人用现代电子技术将开普勒的天文数据译成音乐，使幻想变成了现实。

毕达哥拉斯把自己的这些智慧孜孜不倦地按照不同的等级传授给他的门徒。由于毕达哥拉斯的“因材施教”，渐渐地，他的门徒自觉不自觉地分成了两派：数理学派和信条学派。数理学派掌握毕达哥拉斯智慧中最深奥、最完整的部分；而信条学派，是那些只是从没有完全说明的一些著作中得悉概略告诫自己的人。这两派并不是一开始就泾渭分明，而是在发展过程中逐渐形成的。毕达哥拉斯未死之前，两派人员都紧密团结在他的领导下。后来，随着时间的推移，两派的分歧越来越大，最终走向了分裂的道路，并各自建立了自己独立的组织。

毕达哥拉斯代表着氏族贵族的利益，他的学派的发展和南意大利的政治斗争密不可分。毕达哥拉斯学派曾一度在意大利各邦掌权执政，势力很大。后来，毕达哥拉斯学派遭到两股不同政治力量的反对：一股是以库隆为代表的上层贵族，一股是以尼农为代表的民主派。因此，它前后遭到两次重大的打击。

第一次打击，发生在公元前 6 世纪末 5 世纪初，由库隆发动。这场反毕达哥拉斯学派的运动，从克罗托瑙蔓延到其他城邦。毕达哥拉斯本人预感到这场叛乱即将到来，事先就离开克罗托瑙，避居南意大利另一个城邦梅塔蓬图。公元前 500 年左右，毕达哥拉斯穷困落魄，活活饿死在该地的一座文艺女神缪斯的神庙中。

第二次打击，发生在公元前 5 世纪中叶。克罗托瑙的民主派人士放火焚烧了正在聚会的毕达哥拉斯学派的场所，当时大部分人被烧死，只有少数人幸存下来。第二次反毕达哥拉斯学派的运动，蔓延到整个大希腊，他们在各地聚会的场所都被捣毁了，在各城邦的领导人也被杀掉了。从此以后，毕达哥拉斯学派的势力江河日下，至公元前 4 世纪初，只剩下阿启泰在塔壬同建立的比较稳

固的民主政体。随着阿启泰的去世，毕达哥拉斯学派也就名存实亡了。

（付金华）

2. 几何学宗师
欧几里得

在相当长的一段历史时期内，几何学总是同欧几里得的名字联系在一起的，欧几里得几乎成了几何的同义语。欧几里得(Euclid,约公元前 330年一前 275年)是古希腊伟大的数学家。他所编著的《几何原本》，是世界上第一部公理化的数学著作，成为后世学习数学的经典，产生了广泛而深远的影响。

柏拉图学院的学生

大约在公元前 330年，欧几里得出生于希腊雅典。关于他的家庭和童年生活情况，因为缺乏史料记载，我们知道得很少。现在只知道，他早年曾在柏拉图学院里学习过。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

古代希腊经济繁荣，文化发达，涌现出不少著名学者。公元前 387 年，著名哲学家柏拉图在雅典城的东北角名叫阿坎得米的风景区，创办了一所相当于现代私立大学的学院。柏拉图自任院长，并和他的助手们共同授课。柏拉图非常重视数学，特别重视几何。他认为：“学过几何的人在学习任何其他学问时，要比未学过几何的人快得多。”很多知名数学家如泰特托斯、欧多克索斯、门奈赫莫斯等都是他的同事或学生。在柏拉图学院，数学（包括算术、平面几何、立体几何等课程）一直处于主导地位。据说，学院的大门上刻有这样几个大字“不懂几何者不得入内！”当时，柏拉图学院成为进行数学教育和开展数学交流活动的中心。虽然柏拉图本人并没有特别杰出的数学成果，但是由于他大力倡导数学教育，并进行了很多工作，因此被称为“数学家的缔造者”。

欧几里得在柏拉图学院学习时，柏拉图和他的一些同事已经去世了。欧几里得虽然没有直接受教于柏拉图及其同事，但是他的老师们显然继承了前辈学者的成果，均属于柏拉图学派。因此，欧几里得深受柏拉图学派的影响，甚至可以说，他本人也是这个学派的一个成员。

从欧几里得后来编著的《几何原本》来看，其中大部分内容是来源于柏拉图学派数学家的研究成果。根据这些线索，可以了解到欧几里得在柏拉图学院学习的大致情况。

柏拉图学派的泰特托斯，对于数学有很多贡献。欧几里得学习并吸收了泰特托斯的一些成果（例如有关一般的二次以及更高次的不尽根数等问题），这些成果，后来被欧几里得利用，形成《几何原本》第 10 卷中的某些定理。

欧几里得还学习了欧多克索斯的一些数学成果。欧多克索斯是柏拉图学派的一名重要成员。他对数学的最大贡献，是创立了关于比例的一个新理论。欧几里得接受了这个理论，并在后来写进他的《几何原本》第 5 卷，成为“比例论”。欧多克索斯还有一些

成果(例如‘穷竭法’)为欧几里得所吸收,后来写入了《几何原本》第 12 卷中。此外,在《几何原本》的第 6 卷、第 10 卷和第 13 卷中,也可以看到欧几里得接受了欧多克索斯的一些成就。

欧多克索斯的学生门奈赫莫斯,也属于柏拉图学派。他研究过立方倍积问题,得到两种几何解法,并发现了圆锥曲线。门奈赫莫斯确立的一些几何学名称,如“直角圆锥截线”、“钝角圆锥截线”、“锐角圆锥截线”等,为欧几里得所沿用。不仅如此,欧几里得还写了 4 卷本的《圆锥曲线》。可见,他也借鉴了门奈赫莫斯的研究成果。

柏拉图学院强调数学在训练智力方面的作用,特别主张通过几何的学习培养逻辑思维能力。因此,欧几里得在柏拉图学院的学习生活,不仅在思想上受到柏拉图学派的深刻影响,更为重要的是,为他后来在几何学方面取得巨大成就打下了坚实的基础。

亚历山大城的数学教师

欧几里得离开雅典的柏拉图学院之后,来到了埃及的亚历山大城。当时,亚历山大城是托勒密王朝的首都,是政治、经济和文化的中心。欧几里得来到这里的时候,适逢托勒密一世在位。托勒密一世于公元前 308 年在亚历山大城兴建了规模庞大的博物院(又译称博学园),包括图书馆、动植物园和研究院等部门。图书馆藏书达 70 万卷,研究院主要研究文学、数学、天文学和医学。由于博物院为科学研究提供了良好的条件,亚历山大城科学家云集,成为当时希腊也是世界最大的文化交流中心。

欧几里得在亚历山大城创办学校,从事数学教学和研究工作。他不仅培养出很多通晓几何学的专门人才,而且将当时已经掌握的全部几何学知识汇集起来,加以系统的整理,使之成为一个完整的体系。因此,欧几里得是数学领域内亚历山大学派的奠基人,也

是这个学派的杰出代表。

托勒密一世非常重视科学文化事业。由于欧几里得在几何学方面有着巨大的成就，托勒密一世曾经接见过他，并进行了有关学习几何学问题的谈话。托勒密一世问欧几里得：“除了你编著的《几何原本》之外,还有没有其他学习几何的捷径?欧几里得回答说“:几何无王者之道。’这句话的意思是,在几何学的学习和研究领域内，没有专门为国王铺设的大路。后来，这句话的意思被加以引申，发展成为“求知无坦途”的至理名言。

欧几里得认为学习必须循序渐进。对待科学问题，他一丝不苟，埋头钻研，反对那种不愿付出艰苦劳动就想获得成就的投机取巧作风和狭隘的实用观点。这种态度，也表现在他对学生的严格要求上。据说，亚历山大城有一个纨绔子弟，进校后，在开始学习几何学的第一个命题时，就问欧几里得：学了几何之后将得到什么好处？欧几里得听后非常反感，立即对身边的人说：“快给他 3 个钱币吧,因为他想在学习中获取实利。’接着,便把这名学生打发回家了。

欧几里得的治学态度十分严谨，但同时他又是一位非常谦逊的科学家。据帕波斯在《数学汇编》一书中记载，欧几里得从不掠人之美。尽管他在几何学领域作出了巨大的成绩，但他并没有声称哪些方面是自己的独创。帕波斯赞赏欧几里得的谦逊态度，并将他同稍后的另一位数学家阿波罗尼奥斯作了比较。阿波罗尼奥斯过分突出自己。他撰写的《圆锥曲线论》(8 卷)一书,明明是在欧几里得的《圆锥曲线》(4 卷）一书的基础上完成的，可是他却没有提到欧几里得，抹杀了欧几里得在这方面已经取得的成就。实际上，阿波罗尼奥斯年青时到亚历山大城学习数学时，他的老师还是欧几里得的学生哩。

编著《几何原本》

欧几里得在亚历山大城从事教学和科学研究期间取得的最大一项成果，就是编写了一部几何学巨著——《几何原本》。所谓“原本”，意思就是一切几何知识的基础。

《几何原本》的产生，是欧几里得长期辛勤劳动的结果，但也是与古希腊的数学成就分不开的。在这部著作出现之前，希腊学者们已做了很多前驱工作，积累了大量几何学知识。从公元前 6 世纪泰勒斯的伊奥尼亚学派开始，中间经过毕达哥拉斯学派、雅典的智人学派、原子论学派，直到柏拉图学派，都为几何学体系的创立准备了必要的条件。可以说，将零碎的、片断的几何知识加以系统整理，使之成为一个完整体系，已经是大势所趋。这种综合整理工作，不少数学家(诸如希拉克拉底、勒俄、修迪奥斯等人)也曾做过。然而，做得最为完善的，则是欧几里得。正是欧几里得编著的《几何原本》，总结了古希腊的全部几何学知识，并且用公理方法建立起一个结构严密的演绎体系。

《几何原本》共有 13 卷。第 1 卷包括 23个定义、5 个公设和 5 条公理。书中对几何学最基本的定义，如点、线、平面、直角等等，都作出了说明。在《几何原本》中，公设是关于几何的基本规定，例如“凡直角都相等”；公理则是关于量的基本规定，例如“整体大于部分”。在现代数学中，没有公设、公理之分，一律称为公理。书中列举的所有命题，都由这些公理演绎出来。第 2 卷是用几何的形式叙述代数的问题。第 3 卷和第 4 卷讨论圆、圆内接与外切三角形、正方形和圆内接正多边形等问题。第 5 卷的内容是研究比例论。第 6 卷是把比例论用到平面图形上去。第 7 卷、第 8 卷和第 9 卷，研究的是数论问题。第 10 卷篇幅最大，主要是讨论无理量(不可公度量)。第 11 卷是立体几何。第 12 卷是穷竭法的应用。

第 13 卷叙述了球内接正多面体的作图法等。

《几何原本》的手稿早已失传。幸亏许多古希腊学者如海伦、波菲里奥斯、帕波斯、赛翁等人,精心研究过这部书,并且作过一些注释。由于有了这些注释本,才使《几何原本》得以保存下来。《几何原本》原来只有 13 卷,后来,有两位数学家补编了两卷,成为 15 卷本。9 世纪以后,阿拉伯人翻译了许多古希腊的著作,其中就包括欧几里得的《几何原本》。12 世纪至 13 世纪,欧洲学者又将该书的阿拉伯文本译成拉丁文。16 世纪时,又出现了从希腊文本直接翻译过来的《几何原本》的拉丁文本。到 19 世纪末,用各种文字印刷的《几何原本》版本,竟有 1000 余种。目前,《几何原本》的权威版本,一部是丹麦人海伯格的校订注释本,另一部是英国人希思译自海伯格本并附有长篇导言和详细注释的《欧几里得几何原本 13 卷》。

大约在 13 世纪即我国元代时,阿拉伯文的《几何原本》传入中国。1607 年(明万历三十五年),我国学者徐光启和意大利传教士利玛窦合作,将克拉维乌斯校订增补的拉丁文本的前 6 卷译成中文,定名为《几何原本》。1857 年,清代学者李善兰和英国学者伟烈亚力根据巴罗的英译本,共同译出《几何原本》15 卷本的后 9 卷。于是,欧几里得的《几何原本》便在中国流传下来了。

其他科学成果

欧几里得除了编著《几何原本》之外,还撰写了另外一些数学著作,其中有一本叫做《已知数》。这本书包含着 94 个命题,它的中心内容是指出图形内某些元素若为已知,则另外的元素也是已知的,也就是可以确定的。例如:如果两条线段以一定的夹角构成一个已知面积,又已知两线段的差,那么两线段即为已知。这本书同《几何原本》第 1 卷至第 6 卷的内容大致相仿,只不过是对问题

的提法不同。欧几里得所著《已知数》的内容，后来被收入帕波斯的《分析荟萃》一书之中。

另一本几何著作是《图形的分割》。这本书的主要内容，是用直线将已知图形分割成相等的部分或成比例的部分，或者分割成满足某种条件的图形。例如：作平行于底边的直线，将三角形分成相等的两部分。又如：作二平行弦，将已知圆分成给定的比例。类似这样的命题，全书共有 36 个。

欧几里得的《已知数》和《图形的分割》两书,都被完整地保存了下来。可是,还有几种几何著作已经失传。这些著作是：一、《纠错集》。其内容为指出初学几何者常常出现的错误，并给予正确的引导。二、《推论集》。是一部比较高级的几何学著作。它不仅要求证明某个结论，而且要将某种事物找出来。例如：根据给定条件，找出圆心。三、《曲面轨迹》。其内容是讨论有关轨迹的问题。四、《圆锥曲线》。其内容,后来成为阿波罗尼奥斯《圆锥曲线论》的基础。所有这些失传的著作，是从别人著作（例如帕波斯的《分析荟萃》）的记载和叙述中才知道的。

欧几里得的科学成就并不限于数学特别是几何学方面，他还研究过天文学、光学、力学和音乐理论，并且撰写了这些方面的著作。他的天文学著作名为《观测天文学》，书中最先使用了“地平圈”、“子午圈”等术语。这本书的内容,曾参考并引用了天文学家奥托利科斯所著《运行的天体》一书中的命题。欧几里得写的《光学》，是希腊文的第一本透视学。书中从 12 个假设出发,推出 61 个命题。假设例如：“人看到物体，是光线从眼睛出发射到所看到的物体上去。”命题例如：“处于平行位置,大小相同但距离不同的物体,在眼中看到的大小并不与远近成比例。”可惜的是,欧几里得的这些著作，大多数也已失传了。

需要全本请访问 www.ertongbook.com