

九九图秘诀

金丕龄 著

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书运用《易经》的数理学问对杨辉的九九图结构进行了破解。杨辉的九九图源自《易经》的“洛书”九宫图,他以此制作了九九图,九九图即九阶幻方。阅读本书能帮助读者掌握九九图的精髓,这样,读者不仅能成为九九图和九阶幻方的数学游戏的玩家高手,而且懂得了这项趣味数学游戏的编写规则后,还可成为九九图和九阶幻方智力游戏的设计者。

编写本书的目的是弘扬中华传统文化,提高全民素质修养。本书可供中等以上文化程度的读者在数学智力游戏中锻炼脑筋,提高逻辑思维能力。

图书在版编目(CIP)数据

九九图秘诀/金丕龄著. —上海:上海交通大学出版社,
2008
ISBN 978-7-313-05042-7
I. 九... II. 金... III. 智力游戏 IV. G898.2
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 181021 号

九九图秘诀

金丕龄 著

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:韩建民

常熟文化印刷有限公司 印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:9.75 字数:238 千字

2008 年 5 月第 1 版 2008 年 5 月第 1 次印刷

印数:1~4 050

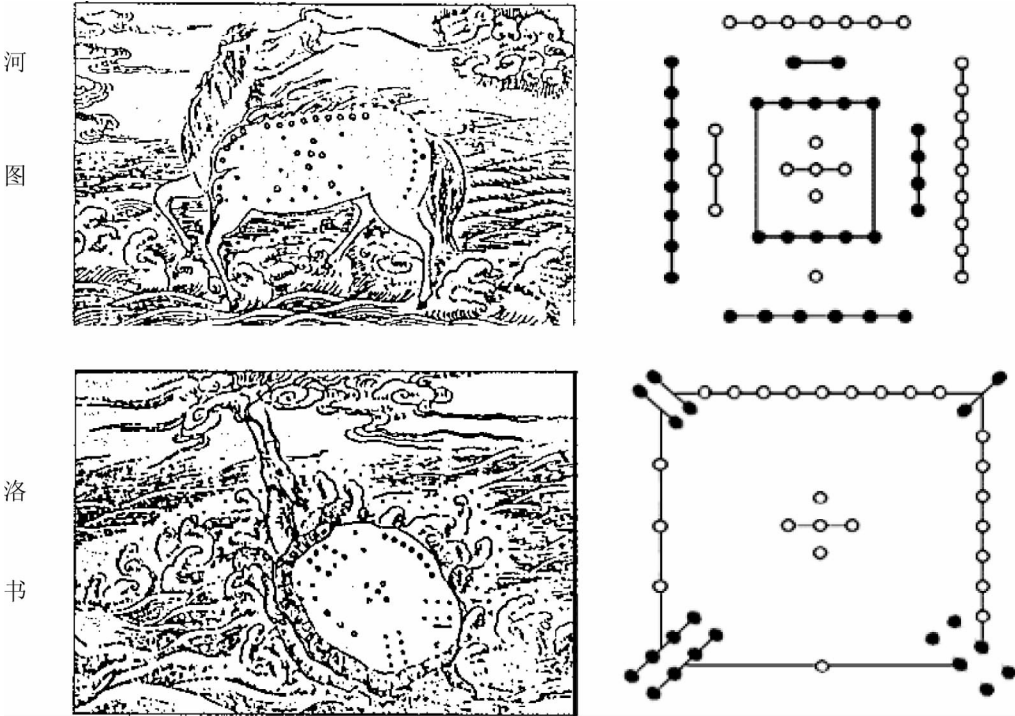
ISBN978-7-313-05042-7/G·979 定价:30.00 元

版权所有 侵权必究

前言

“河图”、“洛书”与《易经》

1977 年,在中国安徽阜阳县发掘出一批双古堆西汉汝阴墓的古文物,其中有一个太乙九宫占盘,上刻有中国古文明的精粹遗产——“河图”和“洛书”。



《易经·系辞上传》：“河出图，洛出书，圣人则之。”

相传在伏羲氏时代，有一似龙非龙，似马非马的瑞兽，从黄河波浪中飞翔而出，在该龙马背上刻有图案，即为“河图”，它包含着宇宙天象的秘密，于是伏羲氏根据“河图”作成了八卦。

伏羲氏的先天八卦图如下：

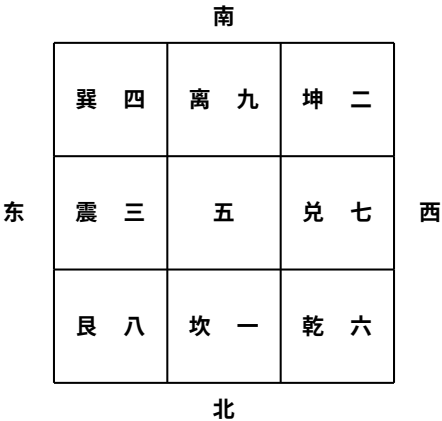
泽 兑 (东南)②	天 乾 (南)①	风 巽 (西南)⑤
火 离 (东)③		水 坎 (西)⑥
雷 震 (东北)④	地 坤 (北)⑧	山 艮 (西北)⑦

《易经·说卦传》：“天地定位，山泽通气，雷风相薄，水火不相射，八卦相错。”

“洛书”起源于大禹治水时代。据说大禹在治水时，绞尽脑汁也想不出平治水患的方法，直至有一天，他见一龙龟从洛水中游上岸来，龟背上刻有图纹，此即“洛书”。大禹根据“洛书”治水获得了成功，于是人们尊崇他为中华民族的第一伟人。

从“河图”到“洛书”，中国经历了二千年，“洛书”由“五”数居中，从而演绎出另外 8 个数字的排列顺序，并进一步确定了方位与数字的关系。“河图”是宇宙结构的缩影，而“洛书”是地球的缩影。

伏羲氏创制“八卦”，伏羲氏八卦被称为“先天八卦”，周文王八卦被称为“后天八卦”。周文王的“后天八卦”图如下：



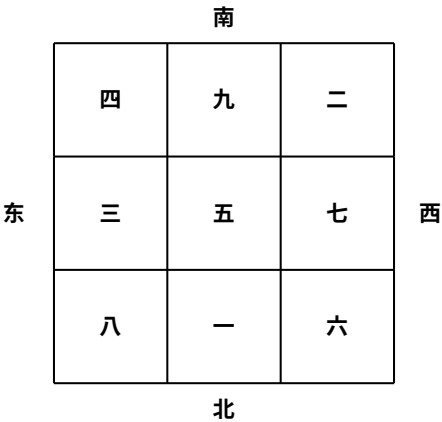
《易经·说卦传》：“帝出乎震，齐乎巽，相见乎离，致役乎坤，说言乎兑，战乎乾，劳乎坎，成言乎艮。”

有首歌谣唱道：“一数坎合二数坤，三震四巽数中兮；五寄中宫六乾是，七兑八艮九离门。”

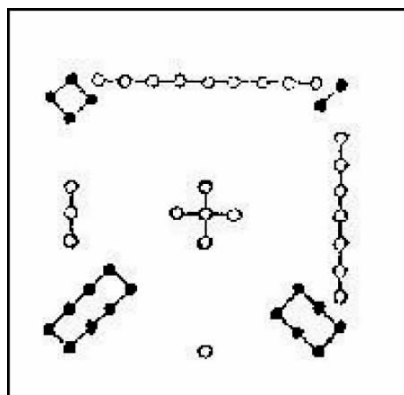
周文王八卦将“河图”、“洛书”与《易经》融合成一个数字与方位的八卦图。

“洛书”九宫图

“洛书”九宫图就是将“河图”、“洛书”再加八卦九宫综合而成的图像。这个九宫图源自《易经》。



美国一家媒体基金会网站称：九宫图(Nine Halls Diagram)，即三阶幻方，又称九宫算或“洛书”(Lo Shu Square)。



4	9	2
3	5	7
8	1	6

Modern representation of the Lo Shu square as a magic square.

金庸著的小说《射雕英雄传》里记载有南宋时一首制作九宫图的歌诀。歌诀内容如下：

二四为肩，
六八为足，
左三右七，
戴九履一，
五居中央。

四 九 二
三 五 七
八 一 六

“洛书”九宫图，即三阶幻方。该图所示，每行每列及两条对角线的各数字之和都相等，其数字均为 15，但并非九宫图皆是三阶幻方。

中国古代数学家和数学教育家杨辉

杨辉，字谦光，钱塘(今浙江杭州)人。中国南宋末年数学家和数学教育家，他的著作共 5 种 21 卷，它们是：《详解九章算法》12 卷(1261 年)，《日用算法》2 卷(1262 年)，《乘除通变本末》3 卷(1274 年)，《田亩比类乘除捷法》2 卷(1275 年)，《续古摘奇算法》2 卷(1275 年)，这后三种常合刻，称为《杨辉算法》。朝鲜、日本等国均有译本出版，流传全世界。

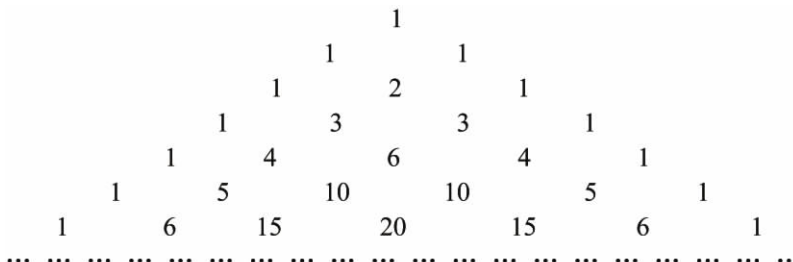
杨辉在二阶等差级数求和，总结民间筹算乘除捷算法，纵横图知识以及数学教育方面有突出贡献。



杨辉三角

杨辉在《详解九章算法》一书中画了一张表示二项式乘方展开后的系数构成的三角形数表，称为“开方作法本源”图，现在简称“杨辉三角”。

“杨辉三角”是一个由数字排列成的三角形数表，一般形式如下：



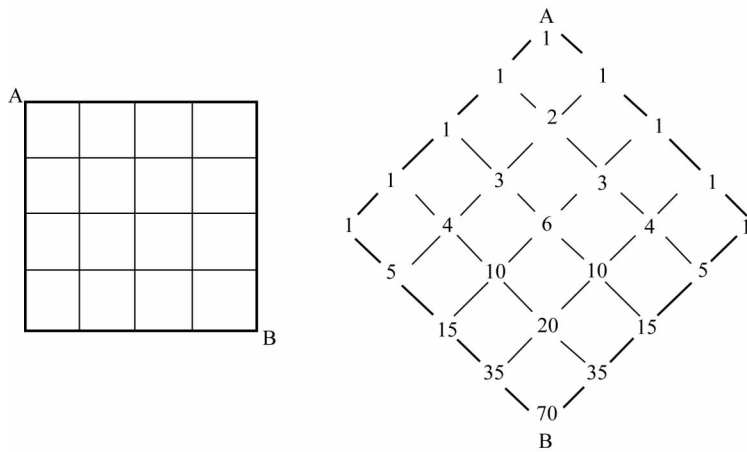
此书说明三角形数表内除“1”以外的每个数都等于它肩上两个数字之和。即三角形的两条斜边都是由数字 1 组成的，而其余的数均等于它的肩上两个数之和。

杨辉还说明这个方法出于《释锁》算书，中国北宋数学家贾宪早在 1050 年已经用过它。《详解九章算法》记载并保存了“贾宪三角”，今称为“杨辉三角”。

在欧洲，它也叫做“帕斯卡三角”，被认为是法国数学家、物理学家帕斯卡于 1655 年首先发现的 (Blaise Pascal, 1623~1662 年)。这就是说，“杨辉三角”的发现要比欧洲至少早 500 年。由此可见，中国古代数学家在数学领域的这些成就是非常值得中华民族自豪的。

杨辉三角与“纵横路线图”

“纵横路线图”是一类趣味数学的问题：下图是某城市的部分街道图，纵横各有 5 条路，如果从 A 处走到 B 处，规定只能由北到南，由西向东，那么有多少种不同的走法？



由上图可见，“杨辉三角”与纵横路线图有着紧密的联系。

“纵横图”

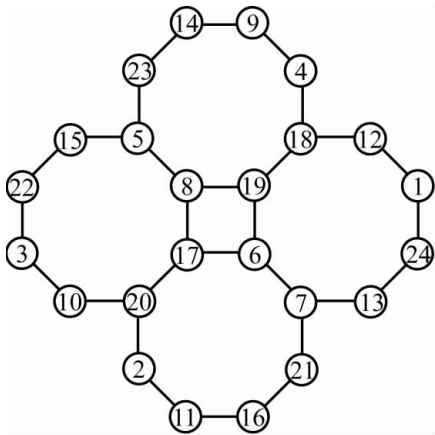
纵横图,即所谓的幻方。杨辉创“纵横图”之名,在他所著的《续古摘奇算法》上卷中作出了各种各样的图形。下列诸图为例。

4	9	5	16
14	7	11	2
15	6	10	3
1	12	8	13

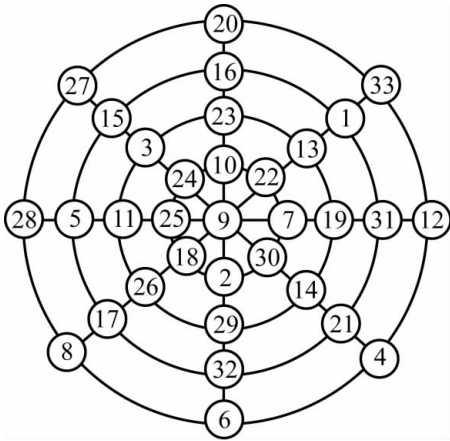
四阶纵横图

1	20	21	40	41	60	61	80	81	100
99	82	79	62	59	42	39	22	19	2
3	18	23	38	43	58	63	78	83	98
97	84	77	64	57	44	37	24	17	4
5	16	25	36	45	56	65	76	85	96
95	86	75	66	55	46	35	26	15	6
14	7	34	27	54	47	74	67	94	87
88	93	68	73	48	53	28	33	8	13
12	9	32	29	52	49	72	69	92	89
91	90	71	70	51	50	31	30	11	10

十阶纵横图(百子图)



“聚八”图



“攒九”图

民间传说:杨辉对幻方的研究源于一个小故事。当时杨辉是台州的地方官,一次外出巡游,碰到一孩童挡道,杨辉问明原因方知是一孩童在地上做一道数学算题,杨辉一听来了兴趣,下轿来到孩童旁,问是什么算题。原来,这个孩童在算一位老先生出的一道趣题:把1到9的数字分行排列,不论竖着加、横着加,还是斜着加,结果都等于15。

杨辉看到这个算题,当时想起来,他在西汉学者戴德编纂的《大戴礼》一书中也见到过。杨辉想到这儿,和孩童一起算了起来,直到午后,两人终于将算式摆出来了。

后来,杨辉随孩童来到老先生家里,与老先生谈论起数学问题来。老先生说:“北周的甄鸾注《数术记遗》一书中写过‘九宫者,二四为肩,六八为足,左三右七,戴九履一,五居中央。’”杨辉听了,这与自己与孩童摆出来的完全一样。便问老先生:“你可知这个九宫图是如何造出来的?”老先生说不知道。

杨辉回到家中,反复琢磨。一天,他终于发现一条规律,并总结成四句话:“九子斜排,上下对易,左右相更,四维挺出。”就是说:先把 1~9 九个数依次斜排,再把上 1 下 9 两数对调,左 7 右 3 两数对调,最后把四面的 2、4、6、8 向外面挺出,这样三阶幻方就填好了。

杨辉研究出三阶幻方(也叫“洛书”九宫图)的构造方法后,又系统地研究了四阶幻方至十阶幻方。在这几种幻方中,杨辉给出了三阶、四阶幻方构造方法的说明,对于四阶以上幻方,杨辉只画出图形而未留下作法。但他所画的五阶、六阶乃至十阶幻方全都准确无误。

杨辉九九图

13 世纪,我国南宋数学家杨辉创作九九图(《续古摘奇算法》,1275 年),即九阶幻方。这个大幻方图是由“洛书”九宫图演绎而来的。在本书“九九图的结构与破解”中将会详细说明。“洛书”九宫图和杨辉九九图是世界上最早的三阶幻方和九阶幻方。

杨辉的九九图如下:

31	76	13	36	81	18	29	74	11
22	40	58	27	45	63	20	38	56
67	4	49	72	9	54	65	2	47
30	75	12	32	77	14	34	79	16
21	39	57	23	41	59	25	43	61
66	3	48	68	5	50	70	7	52
35	80	17	28	73	10	33	78	15
26	44	62	19	37	55	24	42	60
71	8	53	64	1	46	69	6	51

九宫阵与九九图

比较九宫阵与九九图,图示如下:

9	5	7	3	8	1	6	2	4
8	1	3	2	4	6	5	7	9
4	6	2	7	9	5	1	3	8
5	9	1	8	3	4	2	6	7
7	2	6	1	5	9	4	8	3
3	4	8	6	7	2	9	1	5
2	7	9	5	1	3	8	4	6
1	3	5	4	6	8	7	9	2
6	8	4	9	2	7	3	5	1

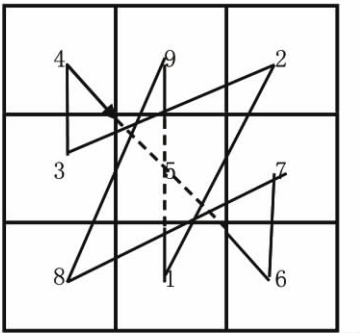
九宫阵

31	76	13	36	81	18	29	74	11
22	40	58	27	45	63	20	38	56
67	4	49	72	9	54	65	2	47
30	75	12	32	77	14	34	79	16
21	39	57	23	41	59	25	43	61
66	3	48	68	5	50	70	7	52
35	80	17	28	73	10	33	78	15
26	44	62	19	37	55	24	42	60
71	8	53	64	1	46	69	6	51

杨辉九九图

九宫阵与九九图两者具有共同特性,都是一个大九宫图包含九个小九宫图,又都是由“洛书”九宫图演绎而来的。

九宫阵怎样从“洛书”九宫图演绎而来?“洛书”九宫图中数字 1 至 9 的排列顺序的规律如下图所示:



根据“洛书”九宫图中数字排列顺序的规律和九宫图中宫数字 1 至 9 的变化,建立以下 9 个九宫图模块:

9	5	7
8	1	3
4	6	2

1	6	8
9	2	4
5	7	3

2	7	9
1	3	5
6	8	4

3	8	1
2	4	6
7	9	5

4	9	2
3	5	7
8	1	6

5	1	3
4	6	8
9	2	7

6	2	4
5	7	9
1	3	8

7	3	5
6	8	1
2	4	9

8	4	6
7	9	2
3	5	1

之后,按照游戏规则,以模块方式构建九宫阵。
九宫阵的游戏规则是:每个九宫图都包含数字 1 至 9,数字不能重复。把数字填进九宫阵内九个小九宫图,每行(从左到右)每列(从上到下)中的九个格子都包含数字 1 至 9,数字不能重复。

示范题：试将下图演变成满足上述条件的九宫阵。

9	5	7	1	6	8	2	7	9
8	1	3	9	2	4	1	3	5
4	6	2	5	7	3	6	8	4
3	8	1	4	9	2	5	1	3
2	4	6	3	5	7	4	6	8
7	9	5	8	1	6	9	2	7
6	2	4	7	3	5	8	4	6
5	7	9	6	8	1	7	9	2
1	3	8	2	4	9	3	5	1



9	5	7	3	8	1	6	2	4
8	1	3	2	4	6	5	7	9
4	6	2	7	9	5	1	3	8
7	3	5	1	6	8	4	9	2
6	8	1	9	2	4	3	5	7
2	4	9	5	7	3	8	1	6
3	7	8	6	1	2	9	4	5
5	9	4	8	3	7	2	6	1
1	2	6	4	5	9	7	8	3

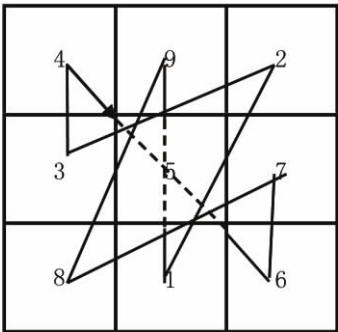


9	5	7	3	8	1	6	2	4
8	1	3	2	4	6	5	7	9
4	6	2	7	9	5	1	3	8
7	3	5	1	6	8	4	9	2
6	8	1	9	2	4	3	5	7
2	4	9	5	7	3	8	1	6
3	7	8	6	1	2	9	4	5
5	9	4	8	3	7	2	6	1
1	2	6	4	5	9	7	8	3

思考：
以正图的九个模块为基础，我们调整模块的位置如左。

再从左图中找出相应的模块替换之。
现在，请读者观察该九宫阵是否符合条件。

九九图怎样从“洛书”九宫图演绎而来？如上所述，“洛书”九宫图中数字 1 至 9 的排列顺序的规律如下图所示：



九九图其实也是一个大的九宫图包含九个小九宫图，将“洛书”九宫图 1 至 9 数字放置在大的九宫图内一定的位置，即它必须放置在九个小九宫图内“洛书”九宫图“1”的位置。如下图所示：

	4			9			2	
	3			5			7	
	8			1			6	

之后，按照“洛书”九宫图中 1 至 9 数字排列顺序的规律在每个小九宫图内演绎，每次演变都将原有的数增加 9。如此，就可在九九八十一个空格中填写满 1 至 81 的数字，且数字不重复。如下列诸图所示：

	4			9			2	
	3			5			7	
			28	73	10			
			19	37	55			
	8		64	1	46		6	

						29	74	11
						20	38	56
	4			9		65	2	47
	3			5			7	
	8			1			6	

	4			9			2	
30	75	12						
21	39	57						
66	3	48		5			7	
	8			1			6	

31	76	13						
22	40	58						
67	4	49		9			2	
	3			5			7	
	8			1			6	

	4			9			2	
			32	77	14			
			23	41	59			
	3		68	5	50		7	
	8			1			6	

	4			9			2	
	3			5			7	
						33	78	15
						24	42	60
	8			1		69	6	51

	4			9			2	
						34	79	16
						25	43	61
	3			5		70	7	52
	8			1			6	

	4			9			2	
	3			5			7	
35	80	17						
26	44	62						
71	8	53		1			6	

			36	81	18			
			27	45	63			
	4		72	9	54		2	
	3			5			7	
	8			1			6	

综合以上诸图，我们得到杨辉的九九图如下：

31	76	13	36	81	18	29	74	11
22	40	58	27	45	63	20	38	56
67	4	49	72	9	54	65	2	47
30	75	12	32	77	14	34	79	16
21	39	57	23	41	59	25	43	61
66	3	48	68	5	50	70	7	52
35	80	17	28	73	10	33	78	15
26	44	62	19	37	55	24	42	60
71	8	53	64	1	46	69	6	51

九宫阵和九九图也有不同的特性：

九宫阵的游戏规则是由数字 1 至 9 组成。每行每列和每个小九宫图都包含数字 1 至 9，且数字不重复。

九九图的游戏规则是由数字 1 至 81 组成，数字不重复。每行每列和两条对角线的各数字之和都相等，满足幻方特性，即九阶幻方。

一般都认为九宫阵游戏比九九图容易，九九图学理性强，不易普及推广。其实并非如此，读者一旦掌握九九图的结构，九九图（九阶幻方）数学游戏同样是非常容易的，且更具趣味性，也更能锻炼人们的逻辑思维能力。

“异曲同工”的妙处是对两者趣味数学最好的描述了。

结束语

综合上述，本书也可以说是《九宫阵的奥秘》的姊妹篇，取名为《九九图秘诀》。在中国古典武侠小说中，提到某种武功秘籍，就是指某种秘传的高超武功套路，谁掌握了这套武功，谁就是武林中的杰出人物。那么，读者掌握了《九九图秘诀》的精髓，又怎样呢？你已经和七百多年前

的南宋数学家杨辉一样成为名家了,也是现代九九图(九阶幻方)的玩家高手了。你读完这本书,不仅学会了九九图(九阶幻方)的数学游戏,而且懂得了编写这项数学游戏的奥秘之处。

撰著本书,目的是为了弘扬中华传统文化,提高全民素质修养。

作者 金丕龄

2008 年 4 月

目 录

一、九九图的结构与破解 1

 1. “洛书”九宫图 3

 2. 杨辉九九图 4

 3. 九九图即九阶幻方 13

 4. 九九图制作步骤 15

二、杨辉九九图和九阶幻方练习题 17

 1. 杨辉九九图练习题 19

 2. 九阶幻方(连续数)练习题 32

 3. 九阶幻方(非连续数)练习题 52

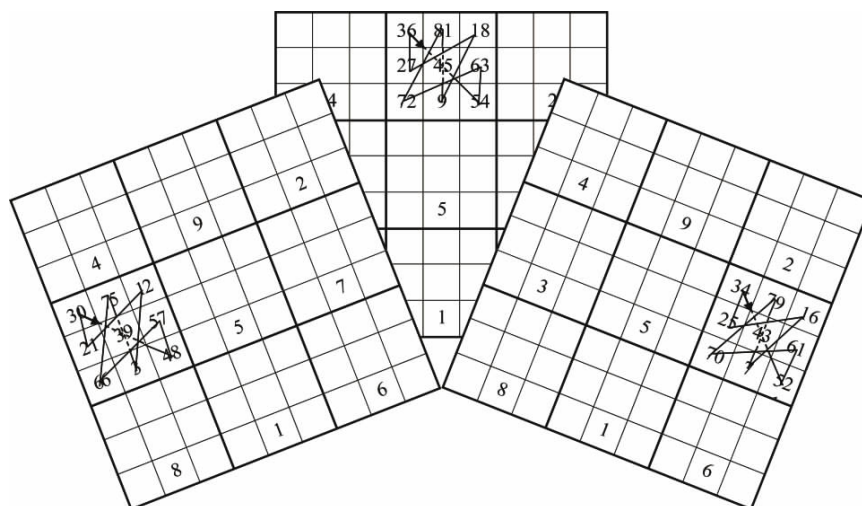
三、练习题答案 79

 1. 杨辉九九图练习题答案 81

 2. 九阶幻方(连续数)练习题答案 94

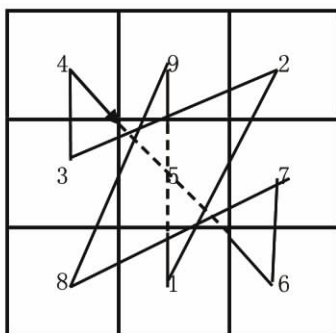
 3. 九阶幻方(非连续数)练习题答案 114

一、九九图的结构与破解



1. “洛书”九宫图

“洛书”九宫图中数字 1 至 9 的排列顺序有它一定的轨迹,即九宫飞星图的顺飞规律。如下图所示:



“洛书”九宫图所示每行每列及两条对角线的各数字之和都相等,均为 15,即三阶幻方。此外,将“洛书”九宫图每旋转 90° 所得到的其余三个九宫图也都满足上述条件,图示于下:

对角线 1	1 列	2 列	3 列	对角线 2
1 行	4	9	2	8
2 行	3	5	7	1
3 行	8	1	6	6
正 图				
1 行	8	3	4	6
2 行	1	5	9	7
3 行	6	7	2	3
右 转 90°				
1 行	2	7	6	2
2 行	9	5	1	9
3 行	4	3	8	4
左 转 90°				
1 行	6	1	8	8
2 行	7	5	3	1
3 行	2	9	4	6
逆 图				

上述九宫图也就是三阶幻方方阵图的起始。