

# 黄冈兵法·高中同步学案

## 高二数学(上)

主 编 王宪生  
编 者 肖平安等

陕西师范大学出版社



# 目 录

## 第六章 不等式

6.1 不等式的性质 .....	1
6.1.1 不等式的性质(一) .....	1
6.1.2 不等式的性质(二) .....	8
6.2 算术平均数和几何平均数 .....	15
6.3 不等式的证明 .....	22
6.3.1 不等式的证明(一) .....	22
6.3.2 不等式的证明(二) .....	28
6.3.3 不等式的证明(三) .....	35
6.3.4 不等式的证明(四) .....	42
6.4 不等式的解法 .....	49
6.4.1 不等式的解法(一) .....	49
6.4.2 不等式的解法(二) .....	56
6.5 含有绝对值的不等式 .....	64
6.6 阅读材料讲解	
$n$ 个正数的算术平均数与几何平均数 .....	71
第六单元小结 .....	77
第六单元综合能力测试 .....	80





第七章 直线和圆的方程	
7.1 直线的倾斜角和斜率	84
7.2 直线的方程	90
7.2.1 直线方程的几种形式	90
7.2.2 直线方程的一般形式	97
7.3 两条直线的位置关系	105
7.3.1 两条直线的平行与垂直	105
7.3.2 两条直线的夹角	111
7.3.3 两条直线的交点	118
7.3.4 对称问题	125
7.3.5 点到直线的距离	131
7.4 简单的线性规划	139
7.5 曲线和方程	147
7.6 圆的方程	154
7.6.1 圆的方程	154
7.6.2 直线与圆	161
7.6.3 圆与圆	169
第七单元小结	176
第七单元综合能力测试	179
第八章 圆锥曲线方程	
8.1 椭圆及其标准方程	183
8.2 椭圆的简单几何性质	189
8.2.1 椭圆的简单几何性质	189
8.2.2 直线与椭圆(一)	201
8.2.3 直线与椭圆(二)	212
8.3 双曲线及其标准方程	221
8.4 双曲线的简单几何性质	228
8.4.1 双曲线的简单几何性质	228
8.4.2 直线与双曲线	237
8.5 抛物线及其标准方程	248
8.6 抛物线的简单几何性质	255
8.6.1 抛物线的简单几何性质	255





8.6.2 直线与抛物线 ..... 266

8.7 阅读材料讲解 ..... 275

8.7.1 圆锥曲线与圆锥曲线的位置关系 ..... 275

8.7.2 圆锥曲线中的定点、定值、最值问题 ..... 284

8.7.3 圆锥曲线中的综合问题 ..... 294

第八单元小结 ..... 305

第八单元综合能力测试 ..... 310

答案与提示 ..... 314





## 第六章 不等式

### 远员 不等式的性质

#### 远随员 不等式的性质(一)

##### 知能转化导引

摇摇通过本节的学习,要求了解同向不等式与异向不等式的概念,理解并掌握实数运算的符号法则及两实数大小顺序之间的关系,熟练掌握比较两实数大小的基本方法——作差法援

本节的主要内容有:

(员) 不等式定义

用不等号(约跃  $\leq$ 、 $\geq$ 、 $\neq$ )表示的不等关系的式子叫不等式,用“跃”或“约”号连结的不等式叫严格不等式,用“ $\leq$ ”或“ $\geq$ ”号连结的不等式叫非严格不等式援

(圆) 同向不等式与异向不等式

对于两个不等式,如果每一个的左边都大于(或等于)右边,或每一个的左边都小于(或等于)右边,这样的两个不等式叫同向不等式,跃枣曾跃早曾与杂曾跃栽曾是同向不等式,枣曾 $\leq$ 早曾与杂曾 $\leq$ 栽曾也是同向不等式,类似地可定义异向不等式援

(猿) 实数的运算性质与大小顺序之间的关系

摇摇摇摇摇摇 葬跃遭 $\rightarrow$ 葬京遭跃;

摇摇摇摇摇摇 葬越遭 $\rightarrow$ 葬京遭越;

摇摇摇摇摇摇 葬约遭 $\rightarrow$ 葬京约遭援

##### 方法技巧测身

摇摇(员) 实数的运算性质与大小顺序之间的关系是建立不等式理论体系的基石,为实数的大小比较,不等式





的证明以及解不等式提供了依据,学习时要认真领会其性质,对命题中双向箭头“ $\Leftrightarrow$ ”要正确理解,它表示两端的命题可以互相推出,具有等价性,与单向箭头“ $\Rightarrow$ ”含义不同,应注意区别,不可混淆援

(圆)作差法比较两个实数的大小是本节的重点,学习时应结合实例了解套路,注意常用变形手法,其关键是作差后判定代数式的符号,一般采用因式分解、配方手段或根据函数的性质来判断援

**能力升级进阶**

【例1】摇已知  $a > b$ , 记  $x = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ,  $y = \frac{a+b}{2}$ ,  $z = \frac{a+b}{2}$ , 则 (摇摇)

$x > y > z$  摇摇  $x > z > y$  摇摇  $y > z > x$  摇摇 不能确定  
 分析摇采用作差比较法,为使差值符号便于判断,可考虑分子有理化援  
 解答摇  $x - y = \sqrt{\frac{a}{b}} - \frac{a+b}{2} = \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}$   
 $= \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}$   
 $= \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}$   
 $= \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}$   
 $= \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}$

疫  $a > b$ ,  
 亦  $\sqrt{\frac{a}{b}} > \frac{a+b}{2} > \frac{a+b}{2}$ , 即  $x > y > z$   
 又疫  $\sqrt{\frac{a}{b}} > \frac{a+b}{2} > \frac{a+b}{2}$ ,  
 亦  $x > y > z$   
 故正确答案为 悦

技巧点摇对于差式的符号的判断,一定要观察差式的特点,采用合理的变形手段援有些时候可直接比较,但更多的时候需进行等价转换 譬如此题中  $\sqrt{\frac{a}{b}} - \frac{a+b}{2}$  与  $\frac{a+b}{2} - \frac{a+b}{2}$  的大小容易通过比较二者的平方得到援

摇摇延伸点

圆若  $a > b > 0$ , 记  $x = \sqrt{\frac{a}{b}}$ ,  $y = \frac{a+b}{2}$ ,  $z = \frac{a+b}{2}$ , 则  $x, y, z$  的大小关系是 (摇摇)

$x > y > z$  摇摇  $x > z > y$  摇摇  $y > z > x$  摇摇 不能确定  
 分析摇先作差,后配方判断差式的符号 圆  
 解答摇  $x - y = \sqrt{\frac{a}{b}} - \frac{a+b}{2} = \frac{\sqrt{ab} - \frac{a+b}{2}\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}}$





越(葬原葬圆)垣(遭垣遭圆)

越(葬原圆)垣(遭圆)

疫葬圆遭原,摇亦(葬原)垣(遭圆)跃圆,  
亦酝跃原缘故选粤爰

圆设葬缘则  $\sqrt{\text{葬原葬原}}/\sqrt{\text{葬原}} > \sqrt{\text{葬原原}}/\sqrt{\text{葬原缘}}$  的大小关系是摇摇摇援  
分析摇转化为比较  $\sqrt{\text{葬原葬垣}}/\sqrt{\text{葬原缘}} > \text{圆}/\sqrt{\text{葬原原}}$  的大小,可先平方再作  
差比较援

解答摇判断  $\sqrt{\text{葬原葬垣}}/\sqrt{\text{葬原缘}} > \text{圆}/\sqrt{\text{葬原原}}$  的大小,即比较  $(\sqrt{\text{葬原葬垣}}$   
 $\sqrt{\text{葬原缘}})^2$  与  $(\text{圆}/\sqrt{\text{葬原原}})^2$  的大小援

即  $\text{葬原葬垣圆}/(\text{葬原缘}) > \text{葬原缘}/\text{源葬原原}$  的大小援

只需比较  $\text{圆}/(\text{葬原缘}) > \text{葬原原}$  的大小,

只需判断  $\text{葬原葬圆缘} > \text{葬原原葬圆}$  的大小,

容易得到  $\sqrt{\text{葬原葬原}}/\sqrt{\text{葬原缘}} > \sqrt{\text{葬原原}}/\sqrt{\text{葬原缘}}$

摇摇【例 2】摇若  $\text{圆} > \text{葬} > \text{遭}$  且  $\text{葬} > \text{遭}$ , 则将  $\text{葬遭}, \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{遭遭葬垣遭}$  从小到大排  
列为摇摇摇摇援

分析摇首先容易得到  $\text{葬} > \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{遭遭葬垣遭} > \text{遭遭葬垣遭}$ , 然后利用作差去比较两  
组之间的关系援

解答摇疫  $\text{圆} > \text{葬} > \text{遭}$ , 葬圆葬垣遭,

亦  $\text{圆} > \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{葬}, \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{遭}$ , 又  $\text{葬垣遭原缘} > \text{葬原缘}$  跃圆

亦  $\text{葬} > \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{遭}$  跃  $\text{葬} > \text{葬垣遭}$ ,

$(\text{葬垣遭}) \text{原缘} > \text{葬垣遭} > \text{葬原缘} > \text{圆} > \text{葬} > \text{遭}$  越  $\text{葬} > \text{葬原缘} > \text{葬原缘}$  跃圆

疫  $\text{圆} > \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{葬}$ , 摇亦  $\text{圆} > \text{葬原缘}$  跃圆摇亦  $\text{葬垣遭} > \text{遭}$

$\text{圆} > \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{葬} > \text{葬原缘} > \text{葬原缘} > \text{圆} > \text{葬} > \text{遭}$

越原圆(葬原葬垣) 越原圆(葬原缘) 跃圆

亦  $\text{圆} > \frac{\text{员}}{\text{圆}} \text{葬}$







运用指数函数的性质判断差值与零的大小关系援

解答摇(葬垣葬<sup>葬</sup>)原葬垣葬<sup>葬</sup>)

$$\frac{\text{越葬垣葬}}{\text{葬}} \text{原} \frac{\text{葬}}{\text{葬}}$$

$$\frac{\text{越葬原葬}}{\text{葬}} (\text{葬原葬})$$

$$\frac{\text{越(葬原葬)}(\text{葬垣葬})}{\text{葬}}$$

(员) 当葬跃葬时,葬越葬越葬跃葬, 亦(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

(圆) 当葬跃葬时,疫皂跃跃葬, 亦葬跃葬跃葬跃葬, 亦(葬原葬)(葬垣葬)跃葬,即(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

(猿) 当葬跃葬时,疫皂跃跃葬, 亦葬跃葬跃葬跃葬, 亦(葬原葬)(葬垣葬)跃葬,即(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

(肆) 当葬跃葬时,疫皂跃跃葬, 亦葬跃葬跃葬跃葬, 亦(葬原葬)(葬垣葬)跃葬,即(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

(伍) 当葬跃葬时,疫皂跃跃葬, 亦葬跃葬跃葬跃葬, 亦(葬原葬)(葬垣葬)跃葬,即(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

(陆) 当葬跃葬时,疫皂跃跃葬, 亦葬跃葬跃葬跃葬, 亦(葬原葬)(葬垣葬)跃葬,即(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

(柒) 当葬跃葬时,疫皂跃跃葬, 亦葬跃葬跃葬跃葬, 亦(葬原葬)(葬垣葬)跃葬,即(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

(捌) 当葬跃葬时,疫皂跃跃葬, 亦葬跃葬跃葬跃葬, 亦(葬原葬)(葬垣葬)跃葬,即(葬垣葬)原葬垣葬跃葬;

综上所述,当葬跃葬时葬垣葬越葬垣葬,当葬跃葬且葬跃葬时,葬垣葬跃葬垣葬援

技巧点摇作差与变形后,仍无法确定差的符号时,需对参数分类讨论,不等式的研究中,分类讨论的思想极为重要,应从头开始,用心体会摇摇延伸点

例设葬跃葬,且葬跃葬,比较 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ 与 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ 的大小援

分析摇作差变形到最简形式后,对字母的取值分类讨论,确定符号援

解答摇 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}} \text{原} \frac{\text{葬}}{\text{葬}}$  越 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$

(员) 当葬跃葬时,葬跃葬,亦 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ 跃 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ ;

(圆) 当葬跃葬时,即葬跃葬时, $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ 跃 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ ,亦 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ 跃 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ ;

(猿) 当葬跃葬且葬跃葬,即葬跃葬或当葬跃葬时, $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ 跃 $\frac{\text{葬}}{\text{葬}}$ ;







已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 则下列各式中成立的是

(A)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{a}$  (B)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{b}$

(C)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{a+b}$  (摇摇)

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 则下列各式中成立的是

(A)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{a}$  (B)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{b}$

(C)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{a+b}$  (摇摇)

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 则下列各式中成立的是

(A)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{a}$  (B)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{b}$

(C)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{2}$  (D)  $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{a+b}$  (摇摇)

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 则下列各式中成立的是

### 二、填空题

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 则  $\frac{1}{a+b}$  的取值范围是

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 按从小到大的顺序排列  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{a+b}$  为

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 则下列两式的大小关系为

### 三、解答题

比较  $\frac{1}{a+b}$  与  $\frac{1}{a}$  的大小, 其中  $a > 0, b > 0$

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 试比较  $\frac{1}{a+b}$  与  $\frac{1}{a}$  的大小

已知  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 试比较  $\frac{1}{a+b}$  与  $\frac{1}{a}$  的大小

### 发展思维训练

设  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 且  $a > 0, b > 0$ , 其中  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  且  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ , 试比较  $\frac{1}{a+b}$  与  $\frac{1}{a}$  的大小

甲、乙两车从 A 地沿同一路线到达 B 地, 甲车一半时间的速度为 v, 另一半时间的速度为 2v, 乙车用速度为 v 行走一半路程, 用速度为 2v 行走另一半路程, 若判断哪辆车先到达 B 地





## 不等式的性质(二)

### 知识转化索引

通过本节的学习,要求能理解并掌握不等式的性质定理及其推论,会对上述性质进行严格的证明,会对不等式性质进行初步的运用

本节的主要内容有:

定理 1 (对称性)

定理 2 (同向传递性)

定理 3 (同向相加法则)

定理 4 (同向相乘法则)

推论 1 (非负数同向相乘法则)

推论 2 (加法法则)

定理 5 (乘法法则)

其中证明不等式的性质及推论是重点,掌握不等式性质定理的条件与应用是本节的难点

### 方法技巧规律

学习不等式的性质时,可将不等式的性质与等式的性质进行类比,要特别注意它们之间的区别,这样可以加深认识,避免解题中的一些错误,如等式两边同乘一个非零的数仍为等式,而不等式中则需明确此数的符号以确定不等号是否变向

不等式的性质及其证明方法,是学习不等式证明的基础,为了达到深刻理解、准确记忆不等式性质的目的,学习时,要紧紧抓住不等式性质的条件,认真分析它们的相同点、不同点,并能通过反例加深理解与记忆,在学习性质的证明时,要仔细体会各性质的证明思路,逐步养成用逻辑推理进行数学证明(特别是代数证明)的习惯与能力





根据不等式的性质求变量的范围是一种常见题型,变形不等式时要防止扩大变量的范围

能力升级进阶

【例1】摇给定下列缘个命题:

(员)  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} \cdot \frac{葬}{葬} \cdot \frac{遭}{遭}$

(圆)  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} > \frac{葬}{葬}$

(猿)  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} > \frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$

(源)  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} > \frac{葬}{葬}$  (灶: 灶 > 灶)

(缘)  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} > \frac{葬}{葬}$

其中正确命题的个数是 (摇摇)

分析摇由不等式的性质出发,逐一验证每一个命题的真伪

解答摇(员)成立,因为  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$ ,由性质源知  $\frac{葬}{葬} \cdot \frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$

(圆)不成立,令  $\frac{葬}{葬} = \frac{遭}{遭}$ ,则  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$  不成立

(猿)不成立,  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} > \frac{葬}{葬}$  显然有  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$

(源)不成立,  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} > \frac{葬}{葬}$ ,但  $\frac{葬}{葬}$  与  $\frac{遭}{遭}$  可能相等,也可能互为相反数

(缘)不成立,  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭} > \frac{葬}{葬}$  约可得  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$

故正确答案为 月

技巧点摇在利用不等式性质判断结论真伪时,关键要弄清性质定理的条件与所研究结论的条件是否一致,而否定一个结论往往只需举一个反例即可

摇摇延伸点

摇给出下列缘个命题:

(员) 若  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$  则  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$

(圆) 若  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$  则  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$

(猿) 若  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$  则  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$

(源) 若  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$  则  $\frac{葬}{葬} > \frac{遭}{遭}$





其中正确命题的序号是摇摇摇摇援

分析摇摇仿例员去思考,实质是看是否满足性质所需条件援

解答摇摇只有(圆)是正确的,理由是:(员)中结论当糟跃园时不成立;(猿)中结论“葬跃遭 $\frac{员}{葬}$ ”成立的条件是葬跃园;(源)中结论“葬跃遭糟跃遭 $\frac{员}{葬}$ 跃”是错误的,譬如葬跃原象,遭跃原元,糟跃原圆,渊跃原援

圆求证:

(员)若葬跃遭园,糟跃园,则葬跃遭;

(圆)若葬跃遭园,糟跃园,则 $\sqrt{\frac{葬}{遭}}$  $\sqrt{\frac{遭}{葬}}$

分析摇摇(员)中可通过葬跃遭,糟跃园,利用不等式的传递性得证;(圆)中只需证 $\frac{葬}{遭}$  $\frac{遭}{葬}$ ,依据性质源只需 $\frac{员}{葬}$  $\frac{员}{遭}$ 跃,即可援

解答摇摇(员)疫葬跃遭跃园,

亦葬跃遭

又糟跃园,葬跃园,

亦葬跃遭

亦葬跃遭

(圆)疫糟跃园,

亦 $\frac{员}{葬}$  $\frac{员}{遭}$  $\frac{糟}{葬}$  $\frac{糟}{遭}$ 跃

亦 $\frac{员}{葬}$  $\frac{员}{遭}$ 跃

又葬跃遭园,亦 $\frac{葬}{遭}$  $\frac{遭}{葬}$ 跃

亦 $\sqrt{\frac{葬}{遭}}$  $\sqrt{\frac{遭}{葬}}$

摇摇【例2】摇摇已知葬跃遭跃园,葬跃遭,则葬跃遭与遭跃葬的大小关系是

摇摇摇摇援

分析摇摇对已知等式利用分比性质,容易产生葬跃遭和糟跃遭,问题可转化为葬跃遭和糟跃遭的大小比较援

解答摇摇疫 $\frac{葬}{遭}$  $\frac{遭}{葬}$ 跃,亦 $\frac{葬}{遭}$  $\frac{糟}{葬}$ 跃,即(葬跃遭跃糟跃遭)跃







分析摇可考虑将枣猿写成枣员、枣圆)的线性组合(即枣猿)越皂枣员垣灶枣圆)的形式,然后用不等式的运算性质推算枣猿)的取值范围援

$$\text{解答摇依题意,有} \begin{cases} \text{责} \leq \text{猿} \leq \text{枣员}, \\ \text{源} \leq \text{猿} \leq \text{枣圆}, \end{cases} \text{亦} \begin{cases} \text{责} \leq \text{员} [\text{枣圆} - \text{原枣员}], \\ \text{择} \leq \text{原} - \text{枣员} \text{垣} \text{员} \text{枣圆} \end{cases}$$

$$\text{亦} \text{枣猿} \geq \text{责} \text{原} \text{缘} \text{枣圆} \text{原} \text{缘} \text{枣员} \text{原} \text{源}$$

$$\text{疫} \text{原} \leq \text{枣圆} \leq \text{缘} \text{亦} \text{原} \leq \frac{\text{愿}}{\text{猿}} \leq \frac{\text{愿}}{\text{枣圆}} \leq \frac{\text{源}}{\text{猿}}$$

$$\text{疫} \text{原} \leq \text{枣员} \leq \text{原} \text{亦} \frac{\text{缘}}{\text{猿}} \leq \frac{\text{缘}}{\text{枣员}} \leq \frac{\text{圆}}{\text{猿}}$$

$$\text{亦} \frac{\text{愿}}{\text{猿}} \text{垣} \frac{\text{缘}}{\text{猿}} \leq \text{枣猿} \leq \frac{\text{圆}}{\text{猿}} \text{垣} \frac{\text{源}}{\text{猿}}$$

$$\text{亦} \text{原} \leq \text{枣猿} \leq \text{圆}$$

$$\text{当} \begin{cases} \text{枣员} \geq \text{原}, \\ \text{枣圆} \geq \text{原}, \end{cases} \text{即} \begin{cases} \text{责} \leq \text{猿} \leq \text{原}, \\ \text{源} \leq \text{猿} \leq \text{原}, \end{cases} \text{即} \begin{cases} \text{责} \leq \text{圆}, \\ \text{择} \leq \text{原} \end{cases} \text{时, 左边取等号援}$$

$$\text{当} \begin{cases} \text{枣员} \geq \text{原}, \\ \text{枣圆} \geq \text{缘}, \end{cases} \text{即} \begin{cases} \text{责} \leq \text{猿} \leq \text{原}, \\ \text{源} \leq \text{猿} \leq \text{缘}, \end{cases} \text{即} \begin{cases} \text{责} \leq \text{猿}, \\ \text{择} \leq \text{缘} \end{cases} \text{时, 右边取等号援}$$

易错点摇这种类型题目常见的错误是:由  $\begin{cases} \text{原} \leq \text{责} \leq \text{原} \\ \text{原} \leq \text{源} \leq \text{缘} \end{cases}$  加减消元

得  $\text{圆} \leq \text{责} \leq \text{猿} \leq \text{择} \leq \text{苑}$  从而得  $\text{原} \leq \text{枣猿} \leq \text{圆}$  事实上,枣猿)不可能取到[原苑圆]上的一切值,责择)是两个相互联系、相互制约的量,在得出  $\text{圆} \leq \text{责} \leq \text{猿} \leq \text{择} \leq \text{苑}$  后,并不意味着责择)可以独立地取得区间[圆猿]及[猿苑]上的一切值,例如取  $\text{责} \leq \text{圆}$  择  $\leq \text{苑}$  时,责  $\leq \text{猿}$  原  $\leq \text{原}$  援

摇摇延伸点

例已知  $\text{圆} \leq \text{皂} \leq \text{原}$  猿  $\leq \text{灶} \leq \text{缘}$  求下列各式的取值范围:

$$\text{(员) 皂垣灶灶} \text{摇} \text{(圆) 皂原灶灶} \text{摇} \text{(猿) 皂灶灶} \text{摇} \text{(源) } \frac{\text{皂}}{\text{灶}} \text{摇} \text{(缘) } \frac{\text{员}}{\text{皂}} \text{垣} \frac{\text{员}}{\text{灶}}$$

分析摇可考虑直接运用性质援

$$\text{解答摇(员) 疫 } \text{猿} \leq \text{灶} \leq \text{缘} \text{亦 } \text{远} \leq \text{皂} \leq \text{苑}, \text{又 } \text{圆} \leq \text{皂} \leq \text{原}, \text{亦 } \text{愿} \leq \text{皂垣灶} \leq \text{苑}$$

$$\text{(圆) 疫 } \text{猿} \leq \text{灶} \leq \text{缘} \text{亦 } \text{原} \leq \text{皂} \leq \text{原} \text{又 } \text{圆} \leq \text{皂} \leq \text{原}, \text{亦 } \text{原} \leq \text{皂原灶} \leq \text{圆}$$





(猿) 疫 圆约皂约原猿灶约缘亦 远约皂灶约圆

(源) 疫 猿灶灶约缘亦  $\frac{员}{缘} \approx \frac{员}{灶} \approx \frac{员}{猿}$  又 圆约皂约原

亦  $\frac{圆}{缘} \approx \frac{皂}{灶} \approx \frac{源}{猿}$

(缘) 疫 圆约皂约原亦  $\frac{员}{源} \approx \frac{员}{皂} \approx \frac{员}{圆}$ ,

又 猿灶灶约缘亦  $\frac{员}{缘} \approx \frac{员}{灶} \approx \frac{员}{猿}$ ,

亦  $\frac{员}{原} \approx \frac{员}{原} \approx \frac{员}{灶} \approx \frac{员}{缘}$ ,

亦  $\frac{员}{圆} \approx \frac{员}{皂} \approx \frac{员}{原} \approx \frac{猿}{圆}$

圆约皂约原猿灶灶约缘, 原约皂约原猿灶灶约缘, 求 猿灶灶约缘的取值范围

分析摇仿例猿思路, 将 猿灶灶约缘用 皂约原与 猿约原表示, 再用不等式性质求解

解答摇令 猿灶灶约缘越皂约原垣猿约原

越皂垣灶约原垣皂约原垣猿约原

$$\text{亦 } \begin{cases} \text{皂垣灶越猿} \\ \text{皂约原越猿} \end{cases} \text{ 摇得 } \begin{cases} \text{皂越} \frac{员}{圆}, \\ \text{灶越} \frac{缘}{圆} \end{cases}$$

亦 猿灶灶约缘越  $\frac{员}{圆}$  (皂约原垣  $\frac{缘}{圆}$  约原垣猿约原)

疫 员约皂约原越缘, 原约皂约原越猿,

亦  $\frac{员}{圆} \leq \frac{员}{圆}$  (皂约原越  $\frac{缘}{圆}$ ),  $\frac{缘}{圆} \leq \frac{缘}{圆}$  (猿约原越  $\frac{员}{圆}$ )

亦 原约皂约原越  $\frac{员}{圆}$  (皂约原垣  $\frac{缘}{圆}$  约原垣猿约原)

即 猿灶灶约缘的取值范围是  $[\frac{员}{圆}, \frac{缘}{圆}]$

综合能力测试

摇摇摇摇

基础能力测试

一、选择题

圆约若 猿灶灶约缘则对下列不等式

(员) 皂约原越皂约原垣皂约原 (圆) 猿灶灶约缘越猿

