普通高等教育“十五”国家级规划教材

大学物理学

下　　册

吴百诗　主　编
罗春荣　马永庚　张孝林　副主编

高等教育出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

内容简介

本书是普通高等教育“十五”国家级规划教材，是吴百诗教授及参编学校数十年来大学物理课程教学经验的总结。全书以大众化教育形势下对人才培养的要求为出发点，针对当前学生的特点编写而成。本书在教学内容上进行了改革，虽然在体系上变化不大，但在内容选取、教学安排、讲法上等有一定的创新。考虑到对工科学生培养的特点，本书十分注意物理学与实际的联系，特别是与工程实际、科技前沿的联系，在例题和习题的选取上更是尽可能反映工程实际和科技新成就。

全书分3册出版，上册包括力学和热学，中册包括电磁学，下册包括波动、光学和近代物理。与本书配套有习题解答、电子教案等辅助用书。这套书可供高等学校工科各专业作为大学物理课程的教材或参考书使用，也可供其它专业的社会读者阅读。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理学.下册/吴百诗主编.—北京：高等教育出版社，2004.11
ISBN 7-04-015815-9

Ⅰ.大… Ⅱ.吴… Ⅲ.物理学—高等学校—教材 Ⅳ.O4

中国版本图书馆CIP数据核字（2004）第108828号

策划编辑 庞永江 责任编辑 陶 铮 封面设计 张申申 责任绘图 宗小梅
版式设计 王 莹 责任校对 朱惠芳 责任印制

出版发行 高等教育出版社
社 址 北京市西城区德外大街4号
邮政编码 100011
总 机 010-58581000

购书热线 010-64054588
免费咨询 800-810-0598
网 址 http://www.hep.edu.cn
http://www.hep.com.cn

经 销 新华书店北京发行所
印 刷

开 本 787×960 1/16
印 张 29.5
字 数 550 000
插 页 1

版 次 年 月第1版
印 次 年 月第 次印刷
定 价 30.90元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。
版权所有 侵权必究
物料号：15815-00

目　录

第四篇　振动　波动　光学

第 12章　机械振动 …… 3
§12.1　简谐振动 …… 4
§12.2　简谐振动的实例分析 …… 20
§12.3　简谐振动的合成 …… 24
§12.4　阻尼振动和受迫振动简介 …… 34
* §12.5　二自由度线性振动简介 …… 40
本章小结 …… 43
习题 …… 44

第 13章　机械波 …… 53
§13.1　波的分类 …… 55
§13.2　横波和纵波 …… 56
§13.3　简谐波　波长和频率 …… 58
§13.4　波速 …… 71
§13.5　波面和波线　惠更斯原理 …… 75
§13.6　波的能量　能流密度 …… 79
§13.7　波的叠加原理　波的干涉 …… 84
§13.8　驻波 …… 89
§13.9　多普勒效应 …… 95
本章小结 …… 103
习题 …… 104

* 第 14章　几何光学 …… 113
§14.1　光的反射和折射 …… 115
§14.2　在球面界面上的反射和折射 …… 128
§14.3　薄透镜 …… 136
§14.4　球面反射镜的物像公式 …… 149
§14.5　球面像差和色散像差 …… 157
§14.6　光学仪器 …… 159
本章小结 …… 166

习题 …… 168

第 15章 波动光学 …… 175
§15.1 光是电磁波 …… 176
§15.2 光波的叠加 …… 186
§15.3 分波前干涉 空间相干性 …… 191
§15.4 光程与光程差 …… 202
§15.5 分振幅干涉 …… 206
§15.6 迈克耳孙干涉仪 时间相干性 …… 221
§15.7 光的衍射 惠更斯 -菲涅耳原理 …… 227
§15.8 夫琅禾费衍射 …… 230
§15.9 衍射光栅 光栅光谱 …… 242
§15.10 X射线在晶体上的衍射 …… 255
§15.11 光的偏振 线偏振光和自然光 …… 258
§15.12 偏振片的起偏和检偏 马吕斯定律 …… 260
§15.13 光在反射和折射时的偏振 布儒斯特定律 …… 264
§15.14 光的双折射 …… 267
§15.15 尼科耳棱镜 渥拉斯顿棱镜 波晶片 …… 271
§15.16 偏振光的干涉 人工双折射 …… 275
§15.17 旋光效应简介 …… 281
本章小结 …… 282
习题 …… 285

第五篇 近代物理

第 16章 量子物理基础 …… 295
§16.1 热辐射 普朗克能量子假设 …… 296
§16.2 光电效应 爱因斯坦光子假说 …… 302
§16.3 康普顿散射 …… 308
§16.4 氢原子光谱 玻尔的氢原子理论 …… 314
§16.5 实物粒子的波粒二象性 不确定关系 …… 321
§16.6 波函数 一维定态薛定谔方程 …… 327
§16.7 氢原子的量子力学描述 …… 341
§16.8 电子自旋 四个量子数 …… 347
§16.9 原子的电子壳层结构 …… 350
§16.10 固体能带结构 …… 355
§16.11 激光 …… 370
本章小结 …… 381

习题 …… 384

* 第 17章　原子核和粒子物理简介 …… 391
§17.1 原子核的基本性质 …… 392
§17.2 原子核应用技术简介 …… 398
§17.3 粒子物理简介 …… 409
§17.4 强子结构的夸克模型 …… 419
本章小结 …… 423
习题 …… 424

附录 I　量子力学基本知识 …… 428
附录 II　量子统计简介 …… 437
附录III　诺贝尔物理学奖全览 …… 444
附录IV　物理量的量纲和单位 …… 451
习题答案 …… 458

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第四篇　振动　波动　光学



湖表面的水波

振动和波动是自然界中重要而常见的物质运动形式.振动的传播过程称为波动.波动就其物理本质可分为三大类：

1. 机械振动在弹性介质中的传播过程称为机械波.如绳子上的波、声波、地震波、水面波以及晶体内的点阵波等.

2. 电磁振动,即变化的电场和变化的磁场依次激发在空间传播的过程称为电磁波,如无线电波、光波、X射线等.电磁波的传播不需要任何介质.

3. 物质波,这是微观粒子的一种属性,相应的波也称为概率波.如电子、中子、质子等微观粒子,都具有波动性.这种物质波与宏观世界中的波具有完全不同的本质,有关内容将在量子物理基础中进行讨论.

虽然各类波的本质不同，但它们具有波动的共同特征，遵守的规律也有许多类似之处，例如，都能产生衍射和干涉，都可用类似的数学方程来描述等.

振动和波动应用于许多科学和技术领域之中，也与人类生活密切相关.学习和掌握振动和波动基础知识，对进一步学习后续课程，以及今后工作中学习新知识、新技术、进行科研工作都是十分重要的.

本篇的内容包括：机械振动、机械波、几何光学和波动光学.

第12章 机械振动



鱼洗

“喷水鱼洗”实质上是一个盆边带有双耳的铜盆.古代人称盆为“洗”.当用手摩擦盆边的双耳时,盆内的水会浪花飞溅,产生驻波.如摩擦得法,靠盆边上的水能溅起几尺高.因为盆内铸有四条鱼,故称其为喷水鱼洗.

机械钟摆的运动,石英钟晶体的运动,汽缸中活塞的运动,正常人心脏和脉搏的运动,交流电路中的电流和电压时大时小、时正时负的运动,微观世界中电子围绕晶格点阵的运动等等,尽管运动各异,但它们有一共同特征,即都是往复运动,我们将这类往复运动统称为振动.振动是自然界和工程技术中极为普遍的一种运动形式,研究振动无论是在理论上还是在实践上都有着重要的意义.

在力学中,人们将物体在其稳定平衡位置附近的往复运动称为机械振动.为了方便,下面将机械振动也简称为振动.

振动常是有害的,如降低机床加工精度、影响机械设备的寿命,甚至引起重大破坏事故等.但是,振动也有其有利的一面,如选矿筛、混凝土捣固机等都是利用振动原理设计的.为了利用振动的有利因素,避免其有害因素,就要研究振动遵从的基本规律.

物体在弹性介质中振动时,可以影响周围的介质,使介质中质点也陆续振动起来.这种振动向外传播的过程,就是下一章将要讲的机械波,因此,振动理论也是研究机械波所必备的基础知识.

机械振动从本质上讲与交流电、光学、固体等中的振动是不相同的.但实验和理论研究都表明,它们所遵从的基本规律和机械振动中的规律在形式上和数学处理方法上有许多共同点.因此掌握机械振动基本规律也是进一步学习物理学其它有关部分以及交流电、无线电技术等的必要基础.

§12.1 简 谐 振 动

12.1.1 简谐振动

物体振动时,若决定其位置的坐标按余弦 (或正弦) 函数规律随时间变化,这样的振动称为简谐振动,简称谐振动.在忽略阻力的情况下,弹簧的小振幅振动、单摆的小角度振动都是谐振动.

谐振动是一种最简单、最基本的振动.一切复杂的振动都可以看成是由许多简谐振动合成的.例如,图 12.1中实线表示的较复杂的振动,可看成虚线 I 和 II 所表示的两个谐振动的合成.

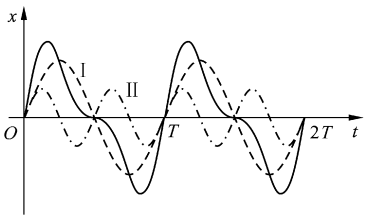


图 12.1

一质量可忽略的弹簧 (简称轻弹簧),一端固定,另一端系一物体 M,这样的系统

称为弹簧振子.图 12.2所示为一水平弹簧振子,弹簧原长为 l_0,质量为 m的物体 M放在一光滑的水平面上.下面我们以弹簧振子的振动为例来研究谐振动的规律.

在定量地讨论其运动规律前,我们先定性地讨论它的运动情况.

将物体 M从平衡位置 O (弹簧原长处)向右移到位置 B,然后无初速地释放,物体在弹性回复力作用下运动.在从 B返回平衡位置 O的过程中,物体在水平方向只受到向左指向平衡位置 O的弹性回复力,力与运动方向相同,物体作加速运动.当物体到达平衡位置 O,它所受到的合力为零,加速度也为零,但速度并不为零,由于惯性,它将继续向左运动.此后弹簧被压缩,物体受到向右指向平衡位置 O的弹性回复力,力与运动方向相反,因此物体越过平衡位置向左的运动是减速运动,直到物体到达某位置,速度减小到零.此后物体在弹性回复力作用下将向右运动返回平衡位置,情形和上述从 B返回平衡位置过程相似.这样,在弹性回复力作用下,物体将在其平衡位置附近作往复运动,即机械振动.

从上述讨论中可以看出,弹性回复力和惯性是产生机械振动的两个基本原因.

物体只在弹性回复力作用下所作的振动称自由振动.本书中主要讨论与弹簧变形量大小一次方成正比的线性弹性回复力,即回复力服从胡克定律的振动.实验表明,在弹簧变形量较小的情况下,弹性回复力可以近似地认为是线性的.

现在我们来定量地分析图 12.2所示弹簧振子的小振幅自由振动.

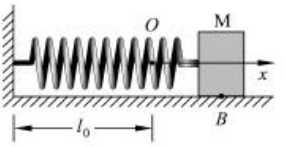


图 12.2

设弹簧的劲度系数为 k,物体的质量为 m.忽略各种阻力.取平衡位置 O为坐标原点,向右为 x坐标轴正方向.物体位置坐标为 x时,所受弹性回复力 F可表示为

$$F=-kx \tag{12.1}$$

根据牛顿运动定律,物体 M的运动微分方程为

$$m\ddot{x}=-kx$$

通常将上式改写成

$$\ddot{x}+\omega^2 x=0 \tag{12.2}$$

其中

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{12.3}$$

微分方程 (12.2)的通解为

$$x=A\cos(\omega t+\phi) \tag{12.4}$$

上式就是物体M的运动学方程（也称为振动方程），表明弹簧振子的小振幅自由振动是谐振动.式中A和φ两个积分常数，分别称为振幅和振动的角频率.它们的物理意义和确定方法将在后面讨论.式(12.3)中定义的ω称为弹簧振子的角频率.

若令$\phi'=\phi+\frac{\pi}{2}$，微分方程(12.2)的通解还可写成

$$x=A\sin(\omega t+\phi') \tag{12.5}$$

即微分方程(12.2)的解既可写成余弦函数形式，也可写成正弦函数形式.

从解(12.4)看出，物体运动时，坐标x(也就是相对平衡位置的位移)按余弦(或正弦)函数规律随时间变化.图12.3(a)为振动物体的位移—时间曲线.

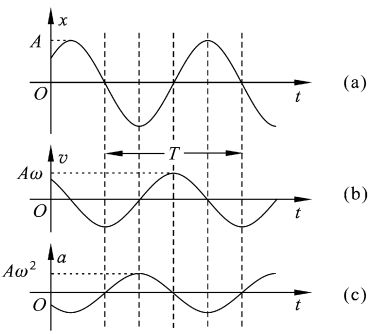


图 12.3

将式(12.4)对时间求一阶和二阶导数，得到物体运动的速度和加速度

$$v=\dot{x}=-A\omega\sin(\omega t+\phi) \tag{12.6}$$

$$a=\ddot{x}=-A\omega^2\cos(\omega t+\phi) \tag{12.7}$$

式(12.6)、(12.7)表明，作谐振动的物体的速度和加速度也是按余弦或正弦函数规律随时间变化的，如图12.3(b)、(c)所示.

从式(12.2)看出，作谐振动物体的加速度大小总是与其位移大小成正比，二者符号相反，这一结论被视为谐振动的运动学特征.

12.1.2 描述谐振动的特征量

振幅、周期(或频率)和相位是描述谐振动的三个重要物理量，若知道了某谐振动的这三个物理量，该谐振动就完全确定了，故常将它们称为描述谐振动的特征量.这里先对振幅、周期和频率作简要介绍，然后重点讨论相位.

1. 振幅

在式(12.4)中，因余弦函数的绝对值不大于1，故x的绝对值不大于A，即在谐振动过程中，A表示振动物体离开平衡位置的最大距离，称为振幅.振幅恒取正值，其大小由起始条件决定.

2. 周期和频率

谐振动是周期性运动，描述其运动规律的正、余弦函数是周期性函数，因此每隔一固定时间间隔，运动重复一次，重复运动一次所需的时间称为振动周期，

需要全本请访问 www.ertongbook.com

常用 T表示.根据周期的定义,由式 (12.4)有

$$A\cos(\omega t+\phi)=A\cos[\omega(t+T)+\phi]$$

故有

$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{12.8}$$

物体在单位时间内振动的次数称为频率,常用 ν表示.根据频率的定义,有

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{12.9}$$

这样,角频率 $\omega=2\pi\nu$,它表示物体在 2π 单位时间内振动的次数.在 SI中,频率的单位是赫兹,用 Hz表示.

质量 m、劲度系数 k都属于弹簧振子本身固有的性质.式 (12.8)、(12.9)表明,弹簧振子的周期和频率完全取决于其本身的性质,因此常称为固有周期和固有频率.

谐振动的运动学方程 (12.4)也常用周期和频率表示如下

$$x=A\cos\frac{2\pi}{T}t+\phi=A\cos(2\pi\nu t+\phi) \tag{12.10}$$



为测定作轨道运动的航天器中的宇航员的质量,特制作了类似于弹簧振子的振动系统.振动系统为一可承载人的弹性椅子,宇航员的质量 m可通过测量人和振动系统的周期来确定.宇航员的质量 $m=\frac{kT^2}{4\pi^2}-m_0$,$m_0$为振动系统的质量.

3. 相位

从式 (12.4)—(12.6)可以看出,当作谐振动的物体的振幅和频率都已确定时,振动物体在任意时刻 t的坐标 x、速度 $\dot{x}$、加速度 $\ddot{x}$都由 $(\omega t+\phi)$决定,$(\omega t+\phi)$称为相位.在一次完全振动过程中,每一时刻物体的运动状态都不相同,而这种不同就反映在相位的不同上.

物体按照式 (12.4)的规律作谐振动,当 $(\omega t+\phi)=\frac{\pi}{2}$时,$x=0$、$\dot{x}=-A\omega$,即振动物体在平衡位置并以速率 Aω向左运动;而当 $(\omega t+\phi)=\frac{3\pi}{2}$时,$x=0$、$x=$

$A\omega$,这时物体在平衡位置,但以速率 $A\omega$向右运动.可见,不同的相位表示不同的运动状态.常量 ϕ表示 $t=0$时的相位,称为初相位,简称初相.初相的大小取决于起始条件.

相位 (包括初相)是一个十分重要的概念,它在振动、波动及光学、近代物理、交流电、无线电技术等方面都有着广泛的应用.但相位概念是较抽象的,希望读者通过例题、思考题和习题反复练习和思考,切实弄懂并掌握.

今有两个频率相同的谐振动Ⅰ和Ⅱ,它们的运动学方程分别为

谐振动Ⅰ: $x_1=A_1\cos(\omega t+\phi_1)$

谐振动Ⅱ: $x_2=A_2\cos(\omega t+\phi_2)$

则 $(\omega t+\phi_2)-(\omega t+\phi_1)=\phi_2-\phi_1$称为谐振动Ⅰ与谐振动Ⅱ间的相位差.因为这两个谐振动频率相同,所以它们的相位差也就等于初相差.如果 $\phi_2-\phi_1>0$,我们称谐振动Ⅱ的相位超前于谐振动Ⅰ的相位.图 12.4中给出两个同频率谐振动的位移 - 时间曲线.我们说,谐振动 (b)的相位比 (a)的相位超前$\frac{\pi}{2}$,为什么?请读者试分析之.

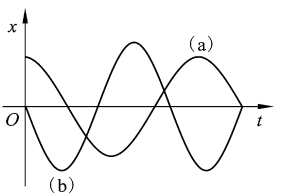


图 12.4

两个频率相同的谐振动,如果它们的初相差为零或为 2π的整数倍.则它们在任意时刻的相位差都是零或 2π的整数倍.这样,两个振动物体同时达到位移最大值,同时到达平衡位置,同时变换运动方向,即两个振动步调完全相同,如图 12.5 (a).我们称这样的两个振动为同相或同步.

两个频率相同的谐振动,如果它们的初相差为 π或 π的奇数倍,则一个物体振动达到正向最大位移时,另一个物体达到反向最大位移.之后,它们同时回到平衡位置,但速度方向相反,即两振动步调完全相反,如图 12.5 (b).我们称这样的两个振动为反相.

相位差的概念在物理光学、声学、量子力学等领域中有着广泛的应用.

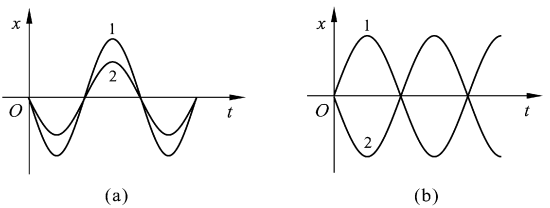


图 12.5

4. 振幅和初相的确定

对于给定的弹簧振子，角频率 ω 是确定的，但这时弹簧振子还可以作振幅不同、初相不同的谐振动．下面我们来研究振幅和初相的确定方法．

对于角频率为 ω 的谐振动，其坐标 x 和速度 x 随时间变化关系总可由式 (12.4)、(12.6) 给出，即

$$x=A\cos(\omega t+\phi)$$

$$x=-A\omega\sin(\omega t+\phi)$$

如果已知某一时刻的 x 和 x，则振幅 A 和初相 ϕ 就可以从上两式联立解得．例如，若已知起始条件，即 $t=0$ 时的坐标 x_0 和速度 v_0，则代入上两式可求得

$$A=\sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega^2}} \tag{12.11a}$$

$$\tan\phi=-\frac{v_0}{x_0\omega} \tag{12.11b}$$

[例 12.1] 如图 12.2所示的弹簧振子，坐标 x 原点取在弹簧的平衡位置．已知物体 M 的质量 $m=1.50\ \text{kg}$，弹簧的劲度系数 $k=75.0\ \text{N}\cdot\text{m}^{-1}$，当 $t=0$ 时，将物体拉至 $x_0=0.200\ \text{m}$ 处，并以初速度 $x_0=-0.500\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 释放．

(1) 求出运动学方程式 (12.4) 中的 ω、A 和 ϕ，画出 $x(t)-t$ 图；

(2) 写出振子的速度方程并画出 $v(t)-t$ 图；

(3) 写出加速度方程并画出 $a(t)-t$ 图．

解 (1) 由式 (12.3) 知，角频率只与劲度系数和质量有关，因此

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{75.0}{1.50}}\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}=7.07\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

频率

$$\nu=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{7.07}{2\pi}\ \text{Hz}=1.13\ \text{Hz}$$

$$T=\frac{1}{\nu}=0.885\ \text{s}$$

将初始条件 $t=0$，$x_0=0.200\ \text{m}$ 和 $x_0=-0.500\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 分别代入弹簧振子运动学方程式 (12.4) 和速度方程式 (12.6)，有

$$0.200\ \text{m}=A\cos\phi \tag{1}$$

$$-0.500\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}=-A\omega\sin\phi \tag{2}$$

从上两式中消去 A，得

$$\omega\tan\phi=2.5\ \text{s}^{-1}$$

从而得

$$\phi=0.340\ \text{rad}$$

将已求得的 ω 和 ϕ，利用式 (1) 或式 (2) 可求得 A，

$$A=0.212\ \text{m}$$

运动学方程为

$$x(t) = 0.211\cos(7.07t + 0.340)$$

图 12.6 (a)所示为 $x(t)$ - t图.

(2) 将已得到的有关数据代入式 (12.6),得速度 $v(t)$,

$$v(t) = -1.50\sin(7.07t + 0.340)$$

图 12.6 (b)所示为 $v(t)$ - t图.

(3) 将已得到的有关数据代入式 (12.7),得加速度 $a(t)$,

$$a(t) = -10.6\cos(7.07t + 0.340)$$

图 12.6 (c)所示为 $a(t)$ - t图.

以上各式中,x、v、a、t的单位分别为 m、m·s^{-1}、m·s^{-2}、s

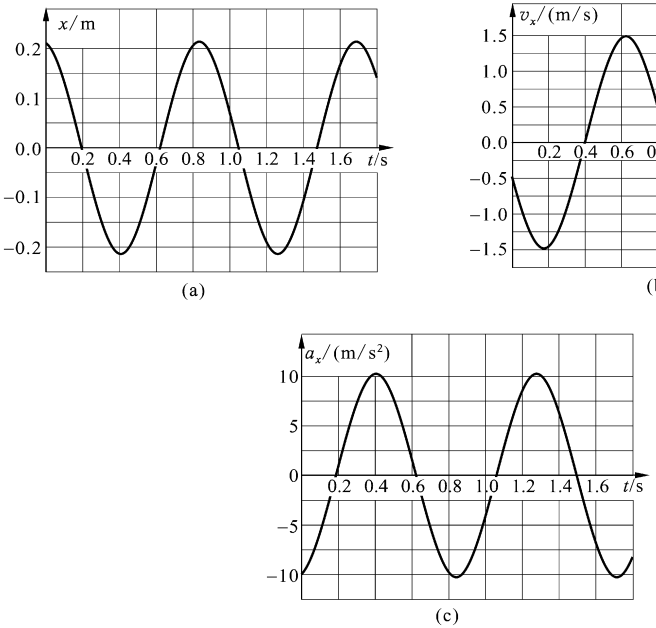


图 12.6

实际上,常通过实验做出图 12.6所示的曲线.从这类实验曲线提供的信息,可确定振幅、周期和相位,也可以写出振动方程等.借助于图线研究物理过程是物理学研究问题的重要方法.

[例 12.2] 一作谐振动的物体,在一个周期内相继经过 A、B两点,历时 2 s,并且在 A、B两点处具有相同的速度,见图 12.7.物体经 B点再过 2 s后,又从另一方向通过 B点.已知 A、B两点间的距离为 12 cm,试求:

(1) 物体运动的周期和振幅;

(2) 物体在 A点的速度;

(3) 若从物体相继经过 A、B两点时的中点开始记时,

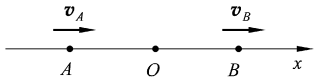


图 12.7

求物体的振动方程.

解 以 A、B两点连线为 x轴,其中点为坐标原点 O,如图 12.7所示.因为在一个周期内,物体相继经过 A、B两点时的速度相同,$v_A = v_B$,所以 O点为物体谐振动的平衡位置,今设振动方程为

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \tag{1}$$

(1) 根据题意,物体经 B点再返回至 B点的时间 $t_1 = 2$ s,而物体从 O点运动至 B点的时间 $t_2 = 1$ s,根据周期的定义,有

$$T = 2(t_1 + 2t_2) = 8 \text{ s}$$

则物体运动的角频率

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

将 ω代入式 (1),有

$$x = A\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \phi\right) \tag{2}$$

根据题意,在时刻 t_A, $x_A = -6$ cm, $x_B = 6$ cm,将其代入式 (2),有

$$x_A = A\cos\left(\frac{\pi}{4}t_A + \phi\right) = -6 \text{ cm}$$

$$x_B = A\cos\left[\frac{\pi}{4}(t_A + 2) + \phi\right] = -A\sin\left(\frac{\pi}{4}t_A + \phi\right) = 6 \text{ cm}$$

两式平方相加得

$$A = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

(2) 将式 (2) 对时间求导得

$$x = -\frac{\pi}{4}A\sin\left(\frac{\pi}{4}t + \phi\right) \tag{3}$$

假定,$x_A = x_B > 0$,由式 (3) 有

$$x_A = -\frac{\pi}{4}A\sin\left(\frac{\pi}{4}t_A + \phi\right) \tag{4}$$

$$x_B = -\frac{\pi}{4}A\sin\left[\frac{\pi}{4}(t_A + 2) + \phi\right] = -\frac{\pi}{4}A\cos\left(\frac{\pi}{4}t_A + \phi\right) \tag{5}$$

由于 $x_A = x_B > 0$,由式 (4)、(5),得

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}t_A + \phi\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4}t_A + \phi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \tag{6}$$

代入式 (4) 得

$$x_A = -\frac{\pi}{4} \times 6\sqrt{2} \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4.71 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

(3) 依题意 $t_A = -1$ s,为什么?由式 (6),$\frac{\pi}{4}t_A + \phi = -\frac{3}{4}\pi$,因此

$$\phi = -\frac{3}{4}\pi - \frac{\pi}{4}t_A = -\frac{\pi}{2}$$

物体的振动方程为

$$x=6.2\cos\left(\frac{\pi}{4}t-\frac{\pi}{2}\right)$$

以上各式中，x、x_m、t的单位分别为 cm、cm·s^{-1}、s^{-1}.

[例 12.3] 一谐振动的位移—时间曲线如图 12.8所示，试写出其振动方程.

解 设运动学方程为

$$x=A\cos(\omega t+\phi) \tag{1}$$

先求 A和 ϕ.由图知 $A=0.02$ m;又 $t=0$时，$x_0=0.01$ m和 $v_0>0$.由式 (1) 有

$$x_0=0.02\cos\phi=0.01,\quad \cos\phi=\frac{1}{2},\quad \phi=\frac{\pi}{3}或-\frac{\pi}{3}$$

又 $v_0>0$,由式 (12.6) 知 $\sin\phi<0$,因此 $\phi=-\frac{\pi}{3}$.

再求 ω.现在根据图给出的条件，$t=1$ s时，$x=0$,将其代入式 (1)，有

$$0=0.02\cos\left(\omega\times1-\frac{\pi}{3}\right)$$

$$\phi'=\omega-\frac{\pi}{3}=\arccos0$$

$$\phi'=\frac{\pi}{2}或-\frac{\pi}{2}$$

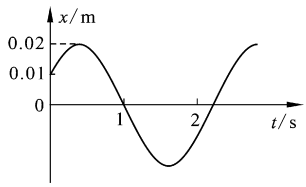


图 12.8

由于在 $t=1$ s时，$v<0$,则 $\sin\phi'>0$,故 $\phi'=\frac{\pi}{2}$,由此可求得

$$\omega=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{3}=\frac{5}{6}\pi$$

所以运动学方程为

$$x=0.02\cos\left(\frac{5}{6}\pi t-\frac{\pi}{3}\right)$$

以上各式中，x、t、ω的单位分别为 m、s、s^{-1}.



以上例题都为谐振动的运动学问题.这类问题的解法一般是先选取坐标系，在此基础上写出作谐振动物体的标准运动学方程，如 $x=A\cos(\omega t+\phi)$ 或 $x=A\sin(\omega t+\phi)$ 等，再根据题目直接或间接给出的初始条件或其它条件 (如用图线给出的条件等)，确定标准运动学方程中各待定量 A、ω、ϕ,最后写出运动学方程的具体形式.

[例 12.4] 一劲度系数为 k的轻弹簧，上端固定，下端悬挂一质量为 m的物体 M.平衡时，弹簧将伸长一段距离 δ_x,δ_{st}称为静止形变，如图 12.9.如果再用手拉物体，然后无初速地释放，试写出物体 M的运动微分方程，并确定它的运动规律.

解 以物体为研究对象，其受重力 P和弹性回复力 F两个力的作用.根据牛顿运动定律

需要全本请访问 www.ertongbook.com