

第一篇

政府管制的边界

经济分析表明：纯市场配置的基本特征是所谓的市场成功，即聚集理想化的竞争市场使资源均衡配置达到帕累托最优状态和社会福利最大化的能力。这个由亚当·斯密粗略地推测的市场特点，在现代福利经济学定理中得到它最明显的表达。这些定理可以不严格且简单地叙述如下：假如有足够的市场，假如所有的消费者和生产者都按竞争规则行事，假如存在均衡状态，那么，在这种均衡状态下的资源配置就达到帕累托最优状态和社会福利最大化。当情况不符合这些定律的结论时，即市场在资源配置方面是低效率、社会福利遭受损失的时候，就出现了市场失灵。本篇将对这些内容进行严格的表达。本篇主要分析两个问题：一是纯市场配置的范围，即一般均衡的理论体系；二是政府管制的边界，即市场失灵的条件分析。

第一章 纯市场配置的范围

一般均衡的基本问题是要探讨整个经济系统中所有商品的价格决定及其资源配置。也就是说，在一个存在多种商品的社会中，能否有某一组价格使所有商品市场同时达到均衡。这一问题的重要性主要体现在两方面：在实践上，如果不能证明一般均衡的存在，那就意味着以价格为枢纽的市场经济天生就是不稳定的，因为无论如何市场总是处于不均衡状态。在理论上，一般均衡理论是微观经济学和福利经济学的基础。微观经济学的分析方法是彻底的均衡分析方法，对一个未达到一般均衡的经济进行完全的微观和福利经济分析是不可想像的。

本章主要分析六个问题：一是分析一个不含生产部门的纯交换经济，说明均衡的存在性定理；二是加入生产部门，分析竞争性经济的一般均衡；三是在瓦尔拉斯“试错过程”假设下，考察均衡的稳定性；四是一个简短归纳；五是一般均衡的效率与福利性质；六是概述纯市场配置的范围。

第一节 纯交换经济的一般均衡

一、瓦尔拉斯均衡

在一个纯交换经济中，经济当事人只有消费者，他们既是商品的需求者，又是商品的供给者。如果经过一定的交易过程，每个人都认为他已经达到了最满意的状态，即按现行的交易方式，每个人都不愿意再以任何一种商品去换其他的商品，就称这一经济达到了一般均衡。

假设纯交换经济中，存在 m 个消费者、 H 种可供交换的商品。第 i 个消费者拥有第 j 种商品的数量为 ω_{ij} ，而他实际打算消费的数量为 X_{ij} 。于是，第 i 个消费者的初时财富拥有量为 $\omega_i = (\omega_{i1}, \dots, \omega_{iH})$ ，其消费商品的组合为 $X_i = (x_{i1}, \dots, x_{iH})$ 。虽然这里的交换可能仅是物物交换，但暂且假设存在一个市场组织者，由他公布各种物品的交换价格。在某一组公布的非负价格 $P = (p_1, p_2, \dots, p_H)$ 下，消费者 i 面临的最大化问题是：

$$\begin{aligned} & \max_{x_i} u(X_i) \\ & \text{s. t. } PX_i = P\omega_i \end{aligned} \quad (1.1)$$

假设所有消费者都具有连续、严格凸的偏好，则给定任一价格 $P \geq 0$ ，问题的解是惟一的。将价格 P 下消费者 i 惟一的最优消费束记为 $X_i(P)$ ，记 $Z_i(P) = X_i(P) - \omega_i$ 是消费者 i 的净需求向量，所有消费者的净需求加总得 $Z(P) = \sum_{i=1}^m Z_i(P)$ 即是社会超额需求。由消费者行为理论知，最优消费束 $X_i(P)$ 是价格 P 的零次齐次函数，即所有商品的价格成比例变化并不影响消费者的最优消费束。由上面的定义，消费者 i 的净需求函数 $Z_i(P)$ 乃至社会超额需求函数 $Z(P)$ 都是零次齐次的：

$$\forall \lambda > 0, Z(\lambda P) = Z(P) \quad (1.2)$$

$Z(P)$ 的零次齐次性质在均衡的存在性证明中将起重要作用。

由于消费者 i 必须满足预算约束 $PX_i = P\omega_i$, 即 $P(X_i - \omega_i) = 0$, 所以无论他的净需求向量 $(X_i - \omega_i)$ 如何变化, 其市场价值 $P(X_i - \omega_i)$ 必然为零, 进而社会对商品的超额需求价值也必然为零, 这个简单的事实称为瓦尔拉斯法则。

瓦尔拉斯法则: $\forall P \geq 0$ 都有 $PZ = 0$ 。

通常来说, 市场达到均衡的意思是所有的市场都出清:

$$\sum X_i(P) = \sum \omega_i$$

或写成 $Z(P) = 0$

但是, 不能忽视一种情况: 某些物品可能是免费的。为了在模型中包括免费物品, 瓦尔拉斯均衡不一定要要求上述等式成立, 而仅排除需求大于供给的情况。

瓦尔拉斯均衡: 如果存在价格 $P^* \geq 0$ 满足

$$Z(P^*) \leq 0 \quad (1.3)$$

或写成 $\sum X_i(P^*) = \sum \omega_i$, 则称经济达到了一个瓦尔拉斯均衡。为了简洁, 常常也将均衡价格 P^* 称为瓦尔拉斯均衡。

利用瓦尔拉斯法则: $P^* Z = \sum P_h^* Z_h = 0$, 所以 (1.3) 还可以分写成更直观的两个式子:

$$\text{若 } P_h^* > 0 \text{ 则 } Z_h = 0 \quad (1.4)$$

$$\text{若 } P_h^* = 0 \text{ 则 } Z_h \leq 0 \quad (1.5)$$

(1.4) 说明, 如果某商品的均衡价格是正的, 其市场应予以出清; (1.5) 是针对免费商品, 如果存在免费商品, 此时允许总供给大于总需求。

二、瓦尔拉斯均衡的存在性

瓦尔拉斯均衡的存在性定理: 若超额需求函数 $Z(P)$ 连续, 且满足瓦尔拉斯法则, 则存在瓦尔拉斯均衡 $P^*: Z(P^*) \leq 0$ 。

运用布劳威尔 (Brouwer) 不动点定理: 设 B 是 n 维空间中

一个闭、凸有界集，如果 $f: B \rightarrow B$ 是从 B 到它自身的一个连续的一一映射，则 B 中一定存在一个 f 的不动点 $x: x=f(x)$ 。可以证明存在性定理。

证明的思路主要是将均衡的存在性与上述定理挂上钩。目前有一个价格空间 $p=\{p|p_h \in [0, +\infty), h=1, 2, \dots, H\}$ 至超额需求空间 $Z=\{Z|Z_h \in (-\infty, +\infty), h=1, 2, \dots, H\}$ 的映射 $Z(P)$ ，该映射表示任一组价格与对应的超额需求。为了构造一个从价格空间 p 到它自身的映射，需要先构造一个空间 Z 到 P 的映射。从经济学的角度来说，需要构造一个按超额需求来调整现行价格的机制。自然，这个机制应体现基本的供需法则：如果某商品的超额需求小于零（需求小于供给），该商品价格应当降低。

对此需要注意的还有两点：第一，定理中函数 $Z(P)$ 的连续性是比较严格的。一般说来，当所有商品价格都为正值时， $Z(P)$ 的连续性是有一定保证的。但是， $Z(P)$ 在边界上的连续性，通常是不能保证的。因为如果某些商品的价格为零，具有典型偏好的个体对这些商品的需求将是无穷大的。为了解决超额需求函数 $Z(P)$ 的连续性问题，可以对消费者偏好作非局部充分满足的假定，即假设每个消费者对每种商品都存在一个满足水平，超过这个满足水平的消费边际效用是零。但是，对每个消费者至少有一种商品的社会总禀赋未达到他的满足水平。在此假设条件下， $Z(P)$ 是连续的，并且瓦尔拉斯法则始终得以保证。第二，如果消费者的偏好不是严格凸的，特定的价格 P 下的最优消费束就可能不止一个，这样的情况下得到的是一个从价格空间到商品的多值映射，从而不能再使用布劳威尔不动点定理，不过，对多值映射，存在一个与布劳威尔不动点定理平行的角谷（Kakutani）不动点定理，所以多值映射问题并不会对均衡的存在性产生任何影响。

第二节 竞争性经济的一般均衡

现在考虑在上一节的交换经济中引入生产部门。假设经济中有几个生产厂商, 厂商 j 对商品 h 的净供给记为 Y_{jh} , 若 $Y_{jh} < 0$, 则表示厂商事实上是以该商品作为生产的投入品。假设消费者 i 从厂商 j 的利润中分配份额为 β_{ij} , 这里 $\sum_{i=1}^m \beta_{ij} = 1$, 这样消费者 i 从生产部门获得的利润收入是:

$$W_i = \sum_{j=1}^n \beta_{ij} \pi_j \quad (1.6)$$

在包含生产部门的经济中, 超额需求函数的形式是:

$$Z(P) = X(P) - Y(P) - \omega \quad (1.7)$$

其中, $Z(P)$ 中的元素为:

$$Z_i(P) = \sum X_i^i L(P) - \sum Y_j^i L(P) - \sum \omega_i^i L$$

如果消费者的偏好是严格单调的, 或者消费者偏好是非局部充分满足的, 则消费者的预算约束中的等号成立:

$$PX_i = P\omega_i + W_i$$

进一步, 容易验证此时同样成立瓦尔拉斯法则。事实上, 将所有 m 个消费者的预算方程相加:

$$\sum_{i=1}^m PX_i = \sum (P\omega_i + W_i)$$

利用分配方程 (1.6) 就有:

$$0 = PZ$$

与上一节的结论几乎一样, 可以有下面的存在性定理成立。

竞争性经济一般均衡存在性定理: 如果如式 (1.7) 所定义的超额需求函数 $Z(P)$ 连续, 且满足瓦尔拉斯法则, 则存在瓦尔拉斯均衡价格 P^* , 使 $Z(P^*) \leq 0$ 。

第三节 一般均衡的稳定性

一般均衡的稳定性问题考虑的是，一旦经济系统偏离了均衡状态，它能否自动地恢复到均衡？或者经济一开始处于非均衡状态，它如何达到均衡？若经济一开始处于某个非均衡位置，随着时间的变化，价格向量也将作一系列相应的变化。我们假设时间 $t \in [0, +\infty)$ 作连续变化， $P(t)$ 是价格变量，均衡价格为 P^* ， $P(0) \neq P^*$ 。

定义：如果对于任何初始非均衡价格 $P(0) \neq P^*$ ，总有 $\lim_{t \rightarrow \infty} P(t) = P^*$ ，则经济系统就是稳定的。

稳定性分析需要首先对价格调整方式作出一个明确的假设。随着时间的变化，非均衡价格的调整可以有不同的假设，在局部均衡模型中有两种市场调整假设：瓦尔拉斯“试错过程”和马歇尔过程。由于两种假设下的分析过程是相似的，这里只考虑前者；假想存在一个市场组织者，他报告每一时刻的价格，收集该价格下各种商品的需求和供给信息，并根据以下原则行事：

若其报告的价格 $P(t)$ 使经济达到了瓦尔拉斯均衡，允许经济按此价格交易；

若 $P(t)$ 未能使经济达到均衡，就要与超额需求成比例地调整价格：

$$\frac{dP_h(t)}{dt} = \lambda_h Z_h$$

$$h=1, \dots, H \quad \lambda_h > 0 \quad (1.8)$$

注意这一调整过程满足最基本的经济法则：需求大于供给，则价格上涨；需求小于供给，则价格下跌。除此之外，假设并没有更多的内容。“市场组织者”的存在仅只是经济系统信息充分完备的一种通俗表示。此外，经济调整过程中瓦尔拉斯法则始终

成立，因为对任何公布的价格，消费者的预算约束方程始终成立。

一个包含 H 种商品的经济，非均衡价格的调整过程涉及超额需求中价格的交叉效应，这是一般均衡与局部均衡稳定性分析的最大不同。譬如，假设在某价格向量 P 下除了商品 1 和 2 的市场，其他市场都达到了均衡。如果 $Z_1 > 0$ ，商品 1 的价格上升将减少其超额需求。但同时， P_1 上升还将减少与商品 1 互补的商品的超额需求，增加与商品 1 替代的商品的超额需求。所以，为了使商品 1 达到均衡，可能破坏其他商品市场已达到的均衡状态。事实上，调整规则 (1.8) 确实不足以保证均衡的稳定性，但可以证明下面的定理。

一般均衡的稳定性定理：如果经济中任何两种商品间都是相互总替代的，即是说 $\forall i, i=1, 2, \dots, H, i \neq j, \frac{\partial Z_i}{\partial P_j} > 0$ 则试错过程 (1.8) 定义的价格向量一定趋于均衡价格。

注意：由于超额需求 Z 中间同时包含了需求和供给，所以这里定义的商品总替代与通常所说的替代性稍有区别。

第四节 简短的归纳

在一般均衡的理论体系中，只要假定超额需求函数连续，且满足瓦尔拉斯法则，以及经济中任何两种商品间是相互总替代的。那么，经济系统就存在着一般均衡，并且这种一般均衡也是稳定的。

由于在一般均衡的定义中假定了：每种商品只有惟一的市场价格，且每个消费者和生产者都是市场价格的接受者。因此，在论及一般均衡时，人们往往将其与完全竞争的假定条件联系在一起。但事实上，微观经济学的近代、当代发展表明：首先，一般

均衡可以在如下几种不确定的条件下存在：（1）现在和未来或有交货的完全市场存在着一般均衡；（2）存在信息结构选择的一般均衡；（3）存在计划、价格和价格预期的一般均衡，即包含生产和股票市场的一般均衡；（4）存在理性预期的一般均衡、不完全价格模型的一般均衡和学习。其次，一般均衡也可以在消费者数目和商品数目是无限的条件下存在。再次，一般均衡还可以在以经济行为者模糊行为为特征的空间经济中存在。最后，运用埃奇沃斯方框及合作博弈中核的概念进行分析，可以证明核极限定理：在一个包含众多个体的经济中，瓦尔拉斯均衡与核是近乎等价的。这个时候，无论我们将经济个体理解为互相能够直接讨价还价的交换者，还是简单地假设他们只是一组市场统一价格的被动接受者，一般均衡的结果没有什么分别。

简言之，随着经济分析的深入，有理由相信，市场配置的作用范围已经并将不断地远离“完全竞争假定”这座孤岛（或称原点、起点），而作用到除完全垄断之外广泛的市场范围。

第五节 一般均衡的效率与社会福利

前面讨论了经济系统一般均衡的存在性及均衡的稳定性问题，结论是，在竞争性经济中，只要经济当事人满足理性的有关假定，一般均衡的上述特征都可以齐备。本章将施加价值判断，分析一般均衡的效率特征（或称福利特征）。首先，在一般均衡框架中把帕累托标准一般化；其次，分析一般均衡与帕累托效率相互之间的关系；最后，考虑帕累托效率与社会福利最大的相互关系。

一、帕累托效率标准

首先，给出一组定义：

定义 1：一种资源配置，指的是经济资源的特定使用状态，

它包括：各消费者的消费束，消费者的劳动供给和生产资源供给（禀赋），这些资源供给在生产部门的使用情况和产量束。利用前面使用过的符号，一种配置可以用 (X, Y, ω) 来描述。由于禀赋的外生性，资源配置经常省略地表示为 (X, Y) 。

定义 2：若经济中每种商品个体分配的总和都等于社会总供给，即 $\sum_{i=1}^m X_i = \sum_{j=1}^m Y_j + \omega_i$ ，则配置 (X, Y) 称为是可行的。

定义 3： A 和 B 是两种可行配置，如果配置 A 带给每个社会个体的效用都不小于 B 带给他们的效用，而且有人从配置 A 下得到比配置 B 下更高的效用，就称 A 是 B 的帕累托改进。更精确地，若将社会所有个体的集合记为 I ，帕累托改进可以用数学式表述为：如果， $\forall i \in I, \mu_i(A) \geq \mu_i(B)$ ，但存在 $i' \in I$ ，使得 $\mu_{i'}(A) > \mu_{i'}(B)$ ，就称 A 是 B 的一个帕累托改进。

定义 4：如果配置 A 不存在可行的帕累托改进配置，就称它是一个帕累托有效（帕累托最优）配置。换言之，如果经济达到了这样一种状态，要增加任一个体的效用，都必须牺牲别的个体的现有效用作为补偿，那么此时经济就达到帕累托有效状态，或者说此时的资源配置是帕累托有效的。

其次，分析帕累托有效的条件。

考虑 $m \times n \times H$ 的经济： m 个消费者， n 个厂家商， H 种商品。直接由帕累托有效的定义容易推知，适当调整个体 $i=2, 3, \dots, m$ 的初始效用 μ_i^0 ，经济中任何一个帕累托有效配置 (X, Y) 都可以通过拉格朗日乘数法得到：

$$\frac{\partial \mu_i / \partial X_{ih}}{\partial \mu_i / \partial X_{ih'}} = \frac{P_h}{P_{h'}} = \frac{\partial \mu_{i'} / \partial X_{ih}}{\partial \mu_{i'} / \partial X_{ih'}} \quad i, i' = 1, 2, \dots, m$$

$$h, h' = 1, 2, \dots, H \quad (1.9)$$

相似地，由 (1.9) 也可得到：

$$\frac{\partial F_j / \partial Y_{jh}}{\partial F_j / \partial Y_{jh'}} = \frac{P_h}{P_{h'}} = \frac{\partial F_{j'} / \partial Y_{jh}}{\partial F_{j'} / \partial Y_{jh'}} \quad j, j' = 1, 2, \dots, n$$

$$h, h' = 1, 2, \dots, H \quad (1.10)$$

由这两式进一步有：

$$\frac{\partial \mu_i / \partial X_{jh}}{\partial \mu_i / \partial X_{jh'}} = \frac{P_h}{P_{h'}} = \frac{\partial F_j' / \partial Y_{ih}}{\partial F_j' / \partial Y_{ih'}} \quad (1.11)$$

(1.9) ~ (1.11) 合在一起给出了帕累托有效的三组条件。

第一组条件是有效消费条件，即 (1.9) 式。该式表明在给定商品禀赋和社会生产总量的情况下，每一个消费者都愿意消费他目前持有的商品束，不愿进行进一步的交换。(1.9) 式的两端分别是消费者 i 和 i' 在任何两种商品 h 和 h' 间的边际替代率，所以有效消费条件事实上是要求 $MRS_{hh'}^i = MRS_{hh'}^{i'}, \forall i, i', h, h'$ 即有效消费条件是要求任何两个消费者对任意两种商品进行消费的边际替代率都应相等。如果该条件不满足，消费者可同时改善其效用。

第二组条件是一定经济资源下不同生产技术厂商间的有效生产条件，即 (1.10) 式。该式事实上要求不同厂商在任何两种商品间的边际转换率相等： $MRT_{hh'}^j = MRT_{hh'}^{j'}, \forall j, j', h, h'$ 。如果这个条件不满足，整个社会将在资源不变的条件下，增加其产出。

第三组条件则是生产总量有效条件，即 (1.11) 式。它回答这样一个问题：社会应当在总禀赋中分出多少用于生产，而多少用于消费？将 $-Y_{jh}$ 解释为厂商 j 的净投入， Y_{jh} 是其净产出，则 (1.11) 式右边是投入 h 对产出 h' 的边际产出，所以它又可以写成：

$$MRS_{hh'}^i = MRT_{hh'}^j$$

等号左边表示消费者放弃一单位商品 h 时要求消费多少商品 h' 作为补偿，右边则是生产部门投入一单位商品 h 增加的商品 h' 的产量。等式意味着任意两个消费者所消费商品的边际替代率等于生产这些商品的边际转换率。如果这两者不等，譬如说 $-MRS_{hh'}^i < MRT_{hh'}^j$ ，那么从个体 i 那里先取走一单位商品 h ，将其投入厂商 j 的生产，由此，得到的商品 h' 的增加量补偿个体 i

之后还有剩余。

二、一般均衡与帕累托有效

一般均衡与帕累托有效的关系，可以通过福利经济学两个基本定理来表达。

通过瓦尔拉斯均衡的定义和前面推导的帕累托有效条件，不难知道瓦尔拉斯均衡下的资源配置是有效的。因此就有下述定理：

福利经济学第一定理：如果每个个体的偏好都是非局部充分满足的， (X, Y, P) 是一个瓦尔拉斯均衡 则 X, Y 是帕累托有效配置。

在上述定理中并不要求有凸偏好、凸技术等条件的假设，而只要惟一一个非局部充分满足的条件。但是，应该记住在瓦尔拉斯均衡定义中已经有两个较强的条件：一是每种商品只有惟一一个市场价格，二是消费偏好集和生产集的连续性。第二项条件可以直观地表述为：每个消费者和生产者都是市场价格的接受者，它们的行为不改变市场价格。当这两个条件不满足时，市场机制的资源配置状况将在后面内容中讨论。

下面考察上述定理的逆定理。福利经济学第二定理：

如果 X^*, Y^* 是初始禀赋 ω 下的一个帕累托有效配置，且各个个体在每一种商品上的分配量都严格大于零： $X_{ji}^* > 0, i=1, 2, 3, \dots, m; j=1, 2, 3, \dots, H$ ；个体的偏好是连续、严格单调和凸的；厂商生产可能集也是凸的。在个体间适当地重新分配初始禀赋后，一定存在一个价格向量 P^* ，使得 X^*, Y^*, P^* 是新禀赋下的瓦尔拉斯均衡。

通过借助分离超平面定理，构造一个瓦尔拉斯均衡，可以证明预先给定的帕累托有效配置就是这个均衡位置；并且，通过这个证明过程说明了定理中凸偏好和凸技术假设的必要性。这表明福利经济学第二定理所要求的假设条件比第一定理要多。

三、不确定条件下的福利经济学定理

以上一般均衡模型通常假定，经济当事人具有完全信息，他们知晓所有商品的价格及其有关特征。市场上的消费者和供给者依照确定的价格选择确定的经济行为。然而，在现实经济中，完备信息下的竞争市场很可能是根本不存在的。经济当事人获取有关商品的价格及特定的信息需要一定的成本，每个当事人由于知识、技能的不同获得的信息也可能不同。特别地，经济当事人有关未来事件的判断很可能是不确定的，从而当事人所做出的决策也只能在不确定条件下进行。在这种条件下一般均衡是否存在？

一般均衡模型在不确定条件下的扩展，需要借助对经济系统的重新描述。其基本思路是：商品的区别不仅在于商品的物质特征以及获得与使用商品地点与日期，而且在于获得和使用商品的环境事件。例如，天热时可获得的冰淇淋和天冷时可获得的冰淇淋是不同的商品。为了和环境的不确定性相对应，就要大大扩展商品目录，同时对所设想的目录中的商品都有相应的价格。

引进了上述时间、地点、环境的不确定性（扩展了的商品集和价格集），就可以定义生产者的生产计划，这个计划确定了他在每个基本事件中每个日期的每一种商品的投入和产出。对于给定的价格集，生产计划的现值是投入价值之和减去产出价值之和。每个生产者用其可行的生产计划（生产可能集）来刻画。

同时，也可以定义消费者的消费计划，这个计划确定了他在每个基本事件中每日对每种商品的消费。对于给定的价格和所有生产者的给定生产计划，消费者的净财富现值就是他的资源总价值加上他在生产者生产计划现值中所占份额的总价值。

经济均衡就是由价格集、生产计划集和消费计划集构成的，使得：（1）每个生产者的计划在他的生产可能集中有最大的现值；（2）每个消费者的计划，在满足他的消费计划的费用现值不超过他的净财富现值的约束下，使他的偏好在他的消费可能集内

最大化；(3) 对于在每个基本事件中每一期的每一种商品，总供给等于总需求，即总计划消费等于资源禀赋总计与总计划净产出之和。

可以证明，在经济当事人满足消费者的消费可能集是闭凸且偏好下有界、偏好非局部充分满足且生产者的生产可能集闭凸、生产过程不可逆、全部生产要素可以用于同一种产品的生产等“标准的条件”下，有如下结论，即不确定条件下的福利经济学定理：在不确定的条件下，一个经济若满足上述“标准的条件”，那么：(1) 一般均衡存在；(2) 一般均衡是帕累托有效的；(3) 生产计划和消费计划的任何帕累托有效选择都是相对于（关于某个资源禀赋和份额分布的）某个价格体系的一般均衡。

四、社会福利最大化

帕累托条件只关注资源配置的效率，而没有涉及福利的分配问题。特别是在帕累托意义下，即使较富的集团更富，而较穷的集团仍停留在原来的水平，则经济仍可能是最有效率的。为了解决这一问题，通常要借助社会福利函数。

假设社会福利取决于影响社会成员消费的所有商品的数量。其形式由社会决策者依照某一社会价值标准加以决定。为了分析方便，通常假定社会福利函数已经存在：

$$W: R^n \rightarrow R \text{ 即 } W = W[u_1(x_1), \dots, u_m(x_m)] \text{ 且 } \frac{\partial W}{\partial u_i} > 0, i=1, 2, \dots, m$$

它是 n 个消费者的效用 u_i 的一个函数，其中 u_i 是消费量 X_i 的函数 ($i=1, 2, \dots, n$)。通常在讨论 W 时，假定每个消费者的效用函数既定，并且在不降低其他消费者效用水平的条件下，增加一个消费者的效用会导致社会福利增加。在社会福利函数既定的条件下，假定社会行为的准则是社会福利最大，为了说明方便，继续以纯交换经济为例。

在纯交换经济条件下，当社会追求社会福利最大时，面临的

资源约束为社会拥有的初时禀赋，它们可以在消费者之间加以配置。于是，社会福利最大行为可以描述为：

$$\begin{aligned} & \max W[u_1(x_1), \dots, u_m(x_m)] \\ \text{s. t. } & \sum_{i=1}^m X_{ih} \leq W_h \quad h=1, 2, \dots, H \end{aligned}$$

五、帕累托有效与社会福利最大化

那么，社会的福利最大行为与帕累托效率一致吗？下面的两个定理给出了这方面的解释。

定理 1：假定社会福利函数在上述规定的意义下单调，若 X^* 使得社会福利为最大，那么 X^* 是帕累托有效的。

定理 2：如果 X^* 是帕累托有效的配置，且若每个消费者的效用函数 $u_i(\cdot)$ 满足拟凹性、连续性和单调性的假设，那么就存在 $W(\cdot)$ ，使得 $W[u_1(x_1^*), \dots, u_m(x_m^*)]$ 为最大。

上述有关帕累托有效与社会福利最大的对应关系是就纯交换经济而论的。在具有生产的竞争性经济中，帕累托有效与社会福利最大之间仍然存在同样的关系。

六、福利经济学第三定理——阿罗不可能定理

以上，通过利用伯格森—萨缪尔森的社会福利函数分析了帕累托最优与社会福利最大化之间的相互关系。在分析过程中，对社会福利函数有一个基础的假定，即在满足某些合理条件下，在个人偏好的基础上能够推导出社会的偏好。这个看上去很简单，且在现实中也只不过是民主制度的基本要求。但是，在严格和深入的分析中却碰到了难以克服的困难——阿罗的不可能定理。

阿罗不可能定理可简单地表述为：要在符合一些合理的条件下，从个别人对各个社会状态的次序（或排列，或序数偏好）中，导出社会的次序规则（或法规），一般是不可能的。

阿罗不可能定理的严格表述由如下几部分构成。

首先，阿罗给出了两个定义。

定义 1 社会状态，是关于每一种物品在每一个个别人手中的数量，每个人所要提供的劳动数量，在每一种生产活动中所投的生产资源数量，多种集体活动诸如市政服务、外交等活动的数量的完整描述。

定义 2 次序规则（法规），是一种过程或是一种规则，这一规则给出了从一种不同的社会状态 $R_1, \dots, R_I$ 到另一种不同的社会状态 $R_1', \dots, R_I'$ 之间的对应关系。

其次，阿罗给出了两个公理：无论是个人或社会的次序必须满足两个相当弱的公理：

公理 A：完备性：对所有 X 和 Y ，要么 XYR ，要么 YRX ，此处 R 表示“胜于或无差异于”。

公理 B：传递性：对所有 X, Y 和 Z ， XYR 和 YRZ 意味着 XRZ 。

再次，阿罗要求次序规则满足下列几个条件：

(1) 自由选三：供考虑的所有备选方案中至少有三，对于这三个方案的所有逻辑上可能的个人次序都是可以接受的。

(2) 无关选择的独立性：社会从给定备选方案范围内所作的选择，只取决于个人对这种范围内的备选方案的次序。

(3) 非独裁性：次序规则必须不是独裁的。所谓独裁的次序规则，是指这样一个人，对于每一对备选方案，如果他偏好 1 胜于 2，那么社会也要把偏好 1 排在偏好 2 之上，不论所有其他人的偏好次序如何。

(4) 弱帕累托准则：如果每个人偏好某方案都胜于另一个，那么社会也偏好前者胜于后者。

(5) 自由编序：所有逻辑上可能的编序都可接受。

(6) 社会与个人价值的正相关：社会的次序对于个人的价值的变化有正的反应，或者至少不是负的。

(7) 公民的主权：社会的次序不能强加。

最后，是阿罗不可能定理的三种表述：

表述 1：阿罗原来的不可能定理：不存在着同时满足公理 A 和 B 及条件 (1)、(2)、(3)、(6)、(7) 的次序规则。

表述 2：阿罗不可能定理：不存在着同时满足公理 A 和 B 及条件 (2)、(3)、(4)、(5) 的次序规则。

表述 3：不存在着同时满足公理 A 和 B 及条件 (1)、(2)、(3)、(4) 的次序规则。

七、阿罗不可能定理的困惑与拓展

弗里德曼夫人认为：福利经济学研究至今日究竟如何？第一定理和第二定理是令人鼓舞的成就，它们指出了市场经济有巨大的优势，竞争均衡和帕累托最优二者紧密地结合到一起。但在测量这张经济馅饼的大小或对它切割的方式作出评价方面，会导致第三定理总结出来的那些悖论和不可能性。这是一个悲剧，我们自以为同亚当·斯密一样懂得什么样的政策可以增加国家的财富，但由于那些自相矛盾的理论在作怪，我们却再也不够证明这一点。

事实上，阿罗不可能定理虽然不能说是经济学史上的一个喜剧，但至少也不能说它是一个悲剧。因为，自 1951 年阿罗提出这个定理以来，克服这种不可能性论的理论创新努力就一直未有停息过，其间产生的一些理论已经在局部领域克服了不可能问题，这其中也包括阿罗本人提出的单峰偏好理论。阿罗证明，如果个人偏好是单峰的，投票人为单数，那么，多数裁决将导致递推性的社会偏好。而且，最近的研究成果表明克服阿罗不可能性的一般框架也正在建立，并取得初步满意的结果。下面就概要追寻这一理论探讨的轨迹，并提出理论上的思考。

(一) 阿罗不可能定理的困惑

首先是对社会福利函数在定义上的考察。社会福利函数是由伯格森引入的。其定义为：社会福利函数是一种实值函数