摇摇银领工程

摇摇高等职业教育技能型紧缺人才培养培训工程系列教材

应 用 经 济 数 学

冯翠莲摇赵益坤摇主编

高等教育出版社

内容提要

摇摇为了适应当前技能型紧缺人才培养的需要，在近年高职高专教育研究改革成果的基础上，我们召集全国部分高职院校编写了本书。本书内容包括：矩阵与线性方程组、导数与微分、导数的应用、积分及其应用、概率的基本知识及应用、数据处理等。每节后配有习题，每章后配有总习题。

摇摇本书重能力、重应用、重素质，以培养应用型人才为目标，在许多方面都具有明显的高职高专特色，适用于高职高专院校经济类、管理类学生使用。

摇图书在版编目（悦陨孕）数据

摇应用经济数学 辕冯翠莲，赵益坤主编 郾—北京：高等教育出版社，圆园园缘
摇陨杂月晕 苑—园源—园员愿怨缘—源

摇Ⅰ郾应摇摇Ⅱ郾①冯摇②赵摇Ⅲ郾经济数学—高等学校：技术学校—教材摇Ⅳ郾云圆圆源园

摇中国版本图书馆 悦陨孕 数据核字（圆园园缘）第 园远猿园圆号

策划编辑摇罗德春摇责任编辑摇崔梅萍摇封面设计摇张摇志摇责任绘图摇朱摇静
版式设计摇王摇莹摇责任校对摇张摇颖摇责任印制摇

出版发行摇高等教育出版社摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇摇购书热线摇园员园—远缘愿缘愿缘愿
社摇摇址摇北京市西城区德外大街 源号
免费咨询摇愿园园—愿员园—园缘愿愿
邮政编码摇员园园园员员
网摇摇址摇澡贼贼责://憎憎憎.澡藻责.藻凿怎.糟灶
总摇摇机摇园员园—缘愿缘愿员园园园
摇摇摇摇摇澡贼贼责://憎憎憎.澡藻责.糟燥皂.糟灶

经摇摇销摇新华书店北京发行所
印摇摇刷

开摇摇本摇苑愿苑×员园怨圆摇员/员远
版摇摇次摇摇摇摇年摇月第 员版
印摇摇张摇员猿
印摇摇次摇摇摇摇年摇月第摇次印刷
字摇摇数摇圆苑园园园园
定摇摇价摇员愿郾园园元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换。

物料号：员愿怨缘—园园

出版说明

摇摇为了认真贯彻《国务院关于大力推进职业教育改革与发展的决定》，落实《圆园园猿—圆园园苑年教育振兴行动计划》，缓解国内劳动力市场技能型人才紧缺现状，为我国走新型工业化道路服务，自圆园园圆年员园月以来，教育部在永州、武汉和无锡连续三次召开全国高等职业教育产学研经验交流会，明确了高等职业教育要“以服务为宗旨，以就业为导向，走产学研结合的发展道路”，同时明确了高等职业教育的主要任务是培养高技能人才，这类人才，既要能动脑，更要能动手，他们既不是白领，也不是蓝领，而是应用型白领，是“银领”，为我国高等职业教育的进一步发展指明了方向。

摇摇培养目标的变化直接带来了高等职业教育办学宗旨、教学内容与课程体系、教学方法与手段、教学管理等诸多方面的改变，与之相应，也产生了若干值得关注与研究的新课题。对此，我们组织有关高等职业院校进行了多次探讨，并从中遴选出一些较为成熟的成果，组织编写了“银领工程”丛书。本丛书围绕培养符合社会主义市场经济和全面建设小康社会发展要求的“银领”人才这一宗旨，结合最新的教改成果，反映了最新的职业教育工作思路和发展方向，有益于固化并更好地推广这些经验和成果，很值得广大高等职业院校借鉴。同时，我们的想法和做法还得到了教育部领导的肯定，教育部副部长吴启迪也专门为首批“银领工程”丛书提笔作序。

摇摇“银领工程”丛书适用于高等职业学校、高等专科学校、成人高校及本科院校举办的二级职业技术学院、继续教育学院和民办高校使用。

高等教育出版社

圆园园源年怨月

前摇摇言

摇摇为了适应迅速发展的高等职业教育的需要，真正落实高等职业教育的培养目标，切实贯彻“以应用为目的、理论知识以必需、够用为度”的原则，根据高等职业教育数学教学的特点、需求及高等职业教育培养目标，我们本着重能力、重应用、重素质、求创新的总体思路，编写了这本数学教材，供高等职业院校经济类、管理类学生使用。本教材在许多方面都具有明显的高等职业教育的特色，具体反映在：

摇摇灵郾尊重学科，但不恪守学科。打破传统数学教材的结构，将线性代数、微积分及概率统计基本知识有机地结合在一起，根据数学的认知规律和教学规律，组织和编排全书内容。特别是在设计教材内容方面，力求实现基础性、实用性和发展性三方面的和谐与统一。真正体现以学生为主体，以教师为主导的辩证统一。

摇摇圆郾以案例驱动的方式，用现实的，特别是经济方面的实例引出概念，并用通俗简洁的语言阐明概念的内涵和实质。对基础理论和结论一般不做论证，尽量用几何图形、数表、案例说明其实际背景和应用价值，由此加深对基本理论和概念的理解。

摇摇猿郾注重数学的实际应用。以培养学生用定性与定量相结合的方法解决实际问题的能力为宗旨，配备案例、练习及习题，注意与实际应用联系较多的基础知识、基本方法和基本技能的训练，强化应用数学知识解决实际问题的能力训练，培养学生举一反三、融会贯通的能力、创新能力和职业能力。

摇摇源郾本教材精简实用，条理清楚，叙述通俗易懂，深入浅出，便于自学。

摇摇缘郾本教材每章前有学习目标，每章后有内容精要，每节后配有习题，每章后配有总习题，习题中有一般能力检测的基本题和应用能力检测的综合题，答案放在高职高专教学资源网上，网址：[illegible]

摇摇本教材的主编为冯翠莲、赵益坤。第一章由王莉莉执笔，第二、三、四章由冯翠莲执笔，第五、六章由赵益坤执笔，全书由冯翠莲统稿。参加编写工作的还有薛世明、王磊、赵连盛同志。

摇摇本教材在编写过程中，得到高等教育出版社相关领导的指导和大力支持，同行专家提出了许多宝贵意见，在此一并表示感谢。

摇摇限于水平，加之数学改革中的一些问题还有待探索，不足之处，恳请批评指正。

编者

[illegible]年 怨月

目摇摇录

摇摇第一章

摇摇矩阵与线性方程组

摇摇【目标】摇理解矩阵概念，掌握矩阵运算，会用矩阵的初等行变换求线性方程组的解；掌握矩阵、线性方程组在经济活动中的实际应用鄄

摇摇本章介绍矩阵概念及运算，讲述用矩阵的初等行变换求解线性方程组的方法鄄

异员郾摇矩阵概念

员郾员郾摇矩阵定义

摇摇案例摇商品销售矩阵

摇摇猿个煤矿，向源个城市销售煤，其销售情况如表员郾员(单位：员园源贼)

表员郾员

	城市Ⅰ	城市Ⅱ	城市Ⅲ	城市Ⅳ
甲煤矿	猿愿园	缘愿园	苑园园	圆园园
乙煤矿	源愿园	员园园	远园园	猿愿园
丙煤矿	圆园园	圆愿园	员源园	缘愿园

摇摇在此统计表中，去掉表头，将表中的数字写成一个猿行源列的矩形数表，用方括号或圆括号括起来，有

$$\begin{pmatrix} 猿援园 & 缘援园 & 苑援园 & 圆援园 \\ 源援园 & 员援园 & 远援园 & 猿援园 \\ 圆援园 & 圆援园 & 员援园 & 缘援园 \end{pmatrix}郾 \qquad (员援缘)$$

摇摇由这 猿伊源个数构成的数表,每个位置上的数都具有实际意义,如第 圆行第 猿列上的数 远援园表示乙煤矿向城市Ⅲ销售了 远援园万吨煤郾这种数表在数学上称为矩阵郾

摇摇定义摇由 皂伊灶个数 葬蚤躁(蚤越员,圆,…,皂;躁越员,圆,…,灶)排成 皂行 灶列的矩形数表,称为一个 皂伊灶矩阵,记作

$$\begin{pmatrix} 葬_{员员} & 葬_{员圆} & \cdots & 葬_{员灶} \\ 葬_{圆员} & 葬_{圆圆} & \cdots & 葬_{圆灶} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ 葬_{皂员} & 葬_{皂圆} & \cdots & 葬_{皂灶} \end{pmatrix},$$

其中的每一个数称为矩阵的元郾矩阵的元 葬蚤躁的第一个下标“蚤”表示该元所在的行,第二个下标“躁”表示该元所在的列,葬蚤躁是位于矩阵第 蚤行第 躁列的元郾

摇摇通常用大写黑体字母 粤,月,悦…表示矩阵,也可以用(葬蚤躁)、(遭蚤躁)、(糟蚤躁)等表示矩阵郾有时,为了明确矩阵的行数和列数,还在这些记号的右下角标明,例如 皂伊灶矩阵,则记作 $粤_{皂伊灶}$或 $(葬蚤躁)_{皂伊灶}$郾

摇摇圆伊源矩阵可记作 $粤_{圆伊源}$或 $(葬蚤躁)_{圆伊源}$,例如

$$粤_{圆伊源}越(葬蚤躁)_{圆伊源}越\begin{pmatrix} 员 & 缘 & 原猿 & 远 \\ 圆 & 猿 & 原远 & 园 \end{pmatrix}郾$$

摇摇按矩阵的定义,数表(员援缘)是 猿伊源矩阵,可记作 $粤_{猿伊源}$或 $(葬蚤躁)_{猿伊源}$,其中的 葬圆猿越远援园,葬猿源越缘援园郾

摇摇若矩阵 粤的行数和列数相等且为 灶时,则称 粤为 灶阶矩阵或 灶阶方阵,记作 $粤_灶$,即

$$粤_灶越\begin{pmatrix} 葬_{员员} & 葬_{员圆} & \cdots & 葬_{员灶} \\ 葬_{圆员} & 葬_{圆圆} & \cdots & 葬_{圆灶} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ 葬_{灶员} & 葬_{灶圆} & \cdots & 葬_{灶灶} \end{pmatrix}郾$$

摇摇在 灶阶方阵中,从左上角到右下角的 灶个元 葬员员,葬圆圆,…,葬灶灶称为 灶阶方阵的主对角线元郾若主对角线元都是数 员,其余元都是数 园,则称为 灶阶单位阵,记作 耘或 $耘_灶$,即

$$耘_灶越\begin{pmatrix} 员 & 园 & \cdots & 园 \\ 园 & 员 & \cdots & 园 \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ 园 & 园 & \cdots & 员 \end{pmatrix}郾$$

摇摇所有元全为数 园的矩阵称为零矩阵郾记作 韵或 韵$_{皂伊灶}$郾例如 圆伊猿零矩阵为

$$韵_{圆伊猿}越\begin{pmatrix} 园 & 园 & 园 \\ 园 & 园 & 园 \end{pmatrix}郾$$

摇摇只有一行元的矩阵 粤$_{员伊灶}$越(葬$_{员员}$摇葬$_{员圆}$摇…摇葬$_{员灶}$),称为行矩阵郾

摇摇只有一列元的矩阵 粤$_{皂伊员}$越$\begin{pmatrix} 葬_{员员} \\ 葬_{圆员} \\ \cdots \\ 葬_{皂员} \end{pmatrix}$,称为列矩阵郾

员郾圆郾圆摇阶梯形矩阵

摇摇这里介绍我们下面要用到的阶梯形矩阵和简化阶梯形矩阵郾

员郾阶梯形矩阵

摇摇对于非零矩阵,若满足

摇摇(员) 矩阵若有零行(元素全为数 园的行),零行一定在矩阵的最下方;

摇摇(圆) 矩阵各非零行第一个非零元所在列中,该元下方的元都为 园则称该矩阵为阶梯形矩阵援

摇摇例如,下列矩阵均为阶梯形矩阵:

$$粤越\begin{pmatrix} 员 & 原员 & 员 & 摇缘 \\ 摇园 & 摇圆 & 猿 & 原圆 \\ 园 & 摇摇园 & 源 & 摇圆 \\ 园 & 摇园 & 园 & 摇园 \end{pmatrix},摇月越\begin{pmatrix} 猿 & 源 & 远 & 苑 \\ 园 & 摇园 & 圆 & 缘 \\ 园 & 园 & 园 & 园 \end{pmatrix},摇悦越\begin{pmatrix} 圆 & 员 & 猿 \\ 摇园 & 员 & 圆 \\ 园 & 摇园 & 猿 \end{pmatrix}郾$$

摇摇我们在矩阵中所画的虚线,形象地显示出矩阵 粤,月,悦均为“阶梯形”郾

圆郾简化阶梯形矩阵

摇摇对于阶梯形矩阵,若它还满足

摇摇(员) 各非零行的第一个非零元都为 员;

摇摇(圆) 各非零行的第一个非零元所在列的其余元都为 园

则称该阶梯形矩阵为简化阶梯形矩阵郾

摇摇例如,下列矩阵均为简化阶梯形矩阵:

$$\text{粤越}\begin{pmatrix}\text{员}&\text{园}&\text{园}&\text{摇缘}\\\text{园}&\text{员}&\text{园}&\text{原圆}\\\text{园}&\text{园}&\text{员}&\text{摇圆}\\\text{园}&\text{园}&\text{园}&\text{摇园}\end{pmatrix},\text{摇月越}\begin{pmatrix}\text{员}&\text{源}&\text{园}&\text{苑}\\\text{园}&\text{园}&\text{员}&\text{缘}\\\text{园}&\text{园}&\text{园}&\text{园}\end{pmatrix},\text{摇悦越}\begin{pmatrix}\text{员}&\text{园}&\text{园}\\\text{园}&\text{员}&\text{园}\\\text{园}&\text{园}&\text{员}\end{pmatrix}\text{郾}$$

习题 员郾员

摇摇员郾某车间生产Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ四种产品，需要消耗甲、乙、丙三种原料，单位消耗（单位：吨/辆）如下表郾试将该车间四种产品对三种原料的单位消耗情况用矩阵表示郾

摇摇单位消耗 产品 / 摇原料	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ
甲	圆援园园	员援圆园	员援缘园	员援圆园
乙	员援缘园	圆援园园	圆援缘园	员援缘园
丙	员援圆园	圆援园园	猿援缘园	员援圆园

摇摇圆郾某三个企业都生产甲、乙、丙、丁四种产品，圆园员猿年底甲、乙、丙、丁四种产品的库存量（单位：件）如下表郾试将下表用矩阵表示郾

摇摇摇库存量 企业 / 摇产品	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
甲	员缘园	苑缘	员圆园
乙	圆缘园	员园园	苑园
丙	员圆园	员圆园	圆园园
丁	愿园	员猿园	愿园

摇摇猿郾指出下列矩阵哪些是阶梯形矩阵，哪些是简化阶梯形矩阵郾

摇摇（员）$\text{粤越}\begin{pmatrix}\text{猿}&\text{原员}&\text{园}&\text{摇圆}\\\text{园}&\text{摇员}&\text{猿}&\text{原圆}\\\text{园}&\text{摇园}&\text{缘}&\text{原猿}\\\text{园}&\text{摇园}&\text{园}&\text{摇园}\end{pmatrix}$；摇摇摇摇摇摇（圆）$\text{粤越}\begin{pmatrix}\text{圆}&\text{原员}&\text{摇缘}&\text{摇猿}\\\text{园}&\text{摇员}&\text{摇圆}&\text{原猿}\\\text{园}&\text{摇园}&\text{原圆}&\text{原圆}\end{pmatrix}$；

摇摇（猿） 粤越$\begin{pmatrix} 员 & 园 & 园 & 摇圆 \\ 园 & 员 & 园 & 原圆 \\ 园 & 园 & 员 & 摇猿 \end{pmatrix}$； （源） 粤越$\begin{pmatrix} 员 & 园 & 园 \\ 园 & 员 & 园 \\ 园 & 园 & 员 \end{pmatrix}$；

摇摇（缘） 粤越$\begin{pmatrix} 员 & 猿 & 员 & 园 & 缘 \\ 园 & 园 & 园 & 员 & 源 \\ 园 & 园 & 园 & 园 & 园 \end{pmatrix}$； （远） 粤越$\begin{pmatrix} 员 & 园 & 猿 \\ 园 & 员 & 缘 \\ 园 & 园 & 员 \\ 园 & 园 & 园 \end{pmatrix}$郾

异远圆摇矩阵运算

摇摇在介绍矩阵运算前，我们首先给出同型矩阵及两个矩阵相等的概念 郾

摇摇若 粤是 皂伊灶矩阵，月是 泽伊贼矩阵，当 皂越泽，灶越贼时，称矩阵 粤和矩阵 月是同型矩阵 郾即行数相同，列数也相同的矩阵称为同型矩阵 郾

摇摇若矩阵 粤越（葬）皂伊灶与矩阵 月越（遭）皂伊灶是同型矩阵，且它们的对应元相等，即

$$葬 越遭（蚤越员，圆，…，皂；躁越员，圆，…，灶），$$

则称矩阵 粤与矩阵 月相等，记作 粤越月郾

员远圆员摇矩阵的加法

摇摇案例 员摇某种物资（单位 贼）从三个产地运往四个城市销售，圆园园源年第一、二两个季度的供应方案分别由矩阵 粤和矩阵 月给定

$$粤越\begin{pmatrix} 圆园园 & 员园园 & 员缘园 & 员园园 \\ 员缘园 & 圆园园 & 圆缘园 & 员缘园 \\ 员园园 & 圆园园 & 猿缘园 & 员园园 \end{pmatrix}，摇月越\begin{pmatrix} 员缘园 & 苑缘 & 员园园 & 员缘园 \\ 圆园园 & 员缘园 & 苑缘 & 缘园 \\ 员园园 & 员园园 & 圆园园 & 愿园 \end{pmatrix}，$$

问这两个季度三个产地运往四个城市的各供应量是多少？

摇摇解摇矩阵 粤与矩阵 月是同型矩阵，若分别以 葬和 遭记矩阵 粤与矩阵 月中的元，则 葬圆猿越圆缘园和 遭圆猿越苑缘分别表示第一季度和第二季度由第二个产地运往第 猿个城市的供应量 郾显然

$$葬圆猿垣遭圆猿摇即摇圆缘园垣苑缘$$

便是两个季度第二个产地运往第 猿个城市的供应量 郾由此，矩阵 粤与矩阵 月对应位置的元相加，即用矩阵

$$悦越\begin{pmatrix} 圆园园垣员缘园 & 员园园垣苑缘 & 员缘园垣员园园 & 员园园垣员缘园 \\ 员缘园垣圆园园 & 圆园园垣员缘园 & 圆缘园垣苑缘 & 员缘园垣缘园 \\ 员园园垣员园园 & 圆园园垣员园园 & 猿缘园垣圆园园 & 员园园垣愿园 \end{pmatrix}$$

便可表示三个产地第一季度和第二季度运往四个城市的各供应量郾我们由矩阵 粤与矩阵 月得到了矩阵 悦这是矩阵的一种运算郾这样一种运算就是矩阵的加法郾

摇摇定义摇设有两个 皂伊灶矩阵

$$\text{粤越}(\text{葬}_{\text{蚤躁}})_{\text{皂伊灶}}\text{越}\begin{pmatrix}\text{葬}_{\text{员员}} & \text{葬}_{\text{员圆}} & \cdots & \text{葬}_{\text{员灶}}\\ \text{葬}_{\text{圆员}} & \text{葬}_{\text{圆圆}} & \cdots & \text{葬}_{\text{圆灶}}\\ \cdots & \cdots & & \cdots\\ \text{葬}_{\text{皂员}} & \text{葬}_{\text{皂圆}} & \cdots & \text{葬}_{\text{皂灶}}\end{pmatrix},\text{摇月越}(\text{遭}_{\text{蚤躁}})_{\text{皂伊灶}}\text{越}\begin{pmatrix}\text{遭}_{\text{员员}} & \text{遭}_{\text{员圆}} & \cdots & \text{遭}_{\text{员灶}}\\ \text{遭}_{\text{圆员}} & \text{遭}_{\text{圆圆}} & \cdots & \text{遭}_{\text{圆灶}}\\ \cdots & \cdots & & \cdots\\ \text{遭}_{\text{皂员}} & \text{遭}_{\text{皂圆}} & \cdots & \text{遭}_{\text{皂灶}}\end{pmatrix},$$

将它们的对应元相加所得到的 皂伊灶矩阵,称为矩阵 粤与矩阵 月的和,记作 粤垣月郾即

$$\text{粤垣月越}\begin{pmatrix}\text{葬}_{\text{员员}}\text{垣遭}_{\text{员员}} & \text{葬}_{\text{员圆}}\text{垣遭}_{\text{员圆}} & \cdots & \text{葬}_{\text{员灶}}\text{垣遭}_{\text{员灶}}\\ \text{葬}_{\text{圆员}}\text{垣遭}_{\text{圆员}} & \text{葬}_{\text{圆圆}}\text{垣遭}_{\text{圆圆}} & \cdots & \text{葬}_{\text{圆灶}}\text{垣遭}_{\text{圆灶}}\\ \cdots & \cdots & & \cdots\\ \text{葬}_{\text{皂员}}\text{垣遭}_{\text{皂员}} & \text{葬}_{\text{皂圆}}\text{垣遭}_{\text{皂圆}} & \cdots & \text{葬}_{\text{皂灶}}\text{垣遭}_{\text{皂灶}}\end{pmatrix},$$

或简记作

$$\text{粤垣月越}(\text{葬}_{\text{蚤躁}})_{\text{皂伊灶}}\text{垣}(\text{遭}_{\text{蚤躁}})_{\text{皂伊灶}}\text{越}(\text{葬}_{\text{蚤躁}}\text{垣遭}_{\text{蚤躁}})_{\text{皂伊灶}}\text{郾}$$

摇摇练习 员摇已知两个 圆伊猿矩阵

$$\text{粤越}\begin{pmatrix}\text{猿} & \text{原员} & \text{源}\\ \text{圆} & \text{摇缘} & \text{远}\end{pmatrix},\text{摇月越}\begin{pmatrix}\text{摇圆} & \text{源} & \text{原远}\\ \text{原猿} & \text{员} & \text{摇缘}\end{pmatrix},$$

则

$$\text{粤垣月越}\begin{pmatrix}\text{猿垣圆} & \text{原员垣源} & \text{源垣(原远)}\\ \text{圆垣(原猿)} & \text{缘垣员} & \text{远垣缘}\end{pmatrix}\text{越}\begin{pmatrix}\text{摇缘} & \text{猿} & \text{原圆}\\ \text{原员} & \text{远} & \text{员员}\end{pmatrix}\text{郾}$$

摇摇由矩阵加法定义可知,只有同型矩阵才能相加郾

摇摇设矩阵 粤月悦和 韵是同型矩阵,由于两个矩阵相加就是矩阵的对应元相加,而由数字相加所具有的性质可直接验证矩阵加法具有下述性质:

摇摇(员) 交换律:粤垣月越月垣粤;

摇摇(圆) 结合律:(粤垣月) 垣悦越粤垣(月垣悦);

摇摇(猿) 粤垣韵越粤郾

摇摇若把矩阵 粤越(葬蚤躁)皂伊灶中的各元变号,则得到矩阵(原葬蚤躁)皂伊灶,称为矩阵 粤的负矩阵,记作 原粤,即若

$$粤越(葬)_{皂伊灶}越\begin{pmatrix} 葬_{员员} & 葬_{员圆} & \cdots & 葬_{员灶} \\ 葬_{圆员} & 葬_{圆圆} & \cdots & 葬_{圆灶} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ 葬_{皂员} & 葬_{皂圆} & \cdots & 葬_{皂灶} \end{pmatrix},$$

则

$$原粤越(原葬)_{皂伊灶}越\begin{pmatrix} 原葬_{员员} & 原葬_{员圆} & \cdots & 原葬_{员灶} \\ 原葬_{圆员} & 原葬_{圆圆} & \cdots & 原葬_{圆灶} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ 原葬_{皂员} & 原葬_{皂圆} & \cdots & 原葬_{皂灶} \end{pmatrix}郾$$

摇摇由矩阵加法和负矩阵可定义矩阵减法郾

摇摇设矩阵 粤越(葬)皂伊灶,矩阵 月越(遭)皂伊灶,则矩阵 粤与矩阵 月的负矩阵相加定义为矩阵 粤减去矩阵 月,记作 粤原月,即

$$粤原月越粤垣(原月)越(葬)_{皂伊灶}垣(原遭)_{皂伊灶}越(葬原遭)_{皂伊灶}郾$$

摇摇显然有 粤垣(原粤)越园郾

摇摇练习 圆摇设甲、乙两个蔬菜基地分别给Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三个城市供应蔬菜(单位 贼),若全年的供应情况用矩阵 粤表示,前三个季度的供应情况用矩阵 月表示,即

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{Ⅰ} & \text{Ⅱ} & \text{Ⅲ} & \text{Ⅰ} & \text{Ⅱ} & \text{Ⅲ} \end{array}$$

$$粤越\begin{pmatrix} 圆园园 & 源园园 & 猿缘园 \\ 猿园园 & 远园园 & 缘园园 \end{pmatrix}\begin{matrix} 甲 \\ 乙 \end{matrix}摇摇摇月越\begin{pmatrix} 员苑园 & 圆愿园 & 圆缘园 \\ 圆圆园 & 源苑园 & 源园园 \end{pmatrix}\begin{matrix} 甲 \\ 乙 \end{matrix}$$

求第四个季度的供应情况郾

摇摇解摇因为矩阵 粤与矩阵 月是同型矩阵,可以进行减法运算郾第四个季度的供应情况应是矩阵 粤减去矩阵 月,即

$$粤原月越\begin{pmatrix} 圆园园 & 源园园 & 猿缘园 \\ 猿园园 & 远园园 & 缘园园 \end{pmatrix}原\begin{pmatrix} 员苑园 & 圆愿园 & 圆缘园 \\ 圆圆园 & 源苑园 & 源园园 \end{pmatrix}$$

$$越\begin{pmatrix} 圆园园原员苑园 & 源园园原圆愿园 & 猿缘园原圆缘园 \\ 猿园园原圆圆园 & 远园园原源苑园 & 缘园园原源园园 \end{pmatrix}$$

摇摇Ⅰ 摇Ⅱ 摇Ⅲ

$$越\begin{pmatrix} 猿园 & 员圆园 & 员园园 \\ 愿园 & 员猿园 & 员园园 \end{pmatrix}\begin{matrix} 甲 \\ 乙 \end{matrix}$$

员援圆援猿摇数乘矩阵

摇摇案例 圆摇某产品从甲、乙两个产地运往Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三个销地，如果每吨产品每千米的运费为 缘园元，运输里程表为表 员原圆，试用矩阵表示从两个产地运往三个地区的运费为每吨多少元？

表 员圆

摇摇摇里程 辕噪皂 销地 / 摇产地	Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ
甲	缘园	猿园	源园
乙	猿园	圆园	远园

摇摇解摇运输里程 (噪皂) 用矩阵可表示为

$$粤越\begin{pmatrix} 缘园 & 猿园 & 源园 \\ 猿园 & 圆园 & 远园 \end{pmatrix},$$

其中,$葬_{员圆}$越猿园表示从甲地到第Ⅱ个销地的里程郾由于每吨产品每千米运费为缘园元,所以,从甲地到第Ⅱ个销地的运费(元辕贼)为

$$缘园伊猿园,摇即摇缘园葬_{员圆}郾$$

摇摇由上式知,从两个产地到三个销地的运费,若用矩阵表示,可写成下述形式

$$\begin{pmatrix} 缘园伊缘园 & 缘园伊猿园 & 缘园伊源园 \\ 缘园伊猿园 & 缘园伊圆园 & 缘园伊远园 \end{pmatrix},$$

为简便,可记作

$$缘园粤越缘园\begin{pmatrix} 缘园 & 猿园 & 源园 \\ 猿园 & 圆园 & 远园 \end{pmatrix}郾$$

这种运算是用数乘矩阵的每一个元,这就是我们要讲的数与矩阵相乘郾

摇摇定义摇用数噪乘矩阵粤越$(葬_{ij})_{皂伊灶}$中的每一个元所得到的矩阵,称为数噪与矩阵粤的乘积郾记作噪粤越$(噪葬_{ij})_{皂伊灶}$,即

$$噪粤越\begin{pmatrix} 噪葬_{员员} & 噪葬_{员圆} & \cdots & 噪葬_{员灶} \\ 噪葬_{圆员} & 噪葬_{圆圆} & \cdots & 噪葬_{圆灶} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ 噪葬_{皂员} & 噪葬_{皂圆} & \cdots & 噪葬_{皂灶} \end{pmatrix}郾$$

摇摇例如,已知矩阵 $粤越\begin{pmatrix} 摇员 & 圆 & 摇猿 \\ 原员 & 源 & 原圆 \\ 原猿 & 缘 & 摇员 \end{pmatrix}$,则数猿与矩阵粤的乘积,记作猿粤,为

$$
猿粤越猿\begin{pmatrix} 摇员 & 圆 & 摇猿 \\ 原员 & 源 & 原圆 \\ 原猿 & 缘 & 摇员 \end{pmatrix}越\begin{pmatrix} 猿伊员 & 猿伊圆 & 猿伊猿 \\ 猿伊(原员) & 猿伊源 & 猿伊(原圆) \\ 猿伊(原猿) & 猿伊缘 & 猿伊员 \end{pmatrix}
$$

$$
越\begin{pmatrix} 摇猿 & 远 & 摇怨 \\ 原猿 & 员圆 & 原远 \\ 原怨 & 员缘 & 摇猿 \end{pmatrix}郾
$$

摇摇设 噪和 造为数，粤 月为同型矩阵，根据数乘矩阵的定义，可以直接验证数与矩阵相乘有下述性质：

摇摇(员) 分配律 噪(粤垣月) 越噪粤垣噪月；

(噪垣造)粤越噪粤垣造粤；

摇摇(圆) 结合律 噪(造粤) 越(噪造)粤；

摇摇(猿) 员粤越粤，(原员)粤越原粤郾

员郾圆郾猿摇矩阵的乘法

摇摇案例 猿摇某公司采购员到三个装修超市去买红、黄两种颜料郾三个超市颜料的价格(百元辕桶)可用矩阵表示为

$$
\begin{array}{c} 摇摇红摇黄 \\ 粤越(葬_{蚤躁})_{猿伊圆}越\begin{pmatrix} 员园 & 员缘 \\ 员圆 & 员猿 \\ 愿 & 员源 \end{pmatrix}\begin{matrix} 超市一 \\ 摇超市二 \\ 超市三 \end{matrix} \end{array}
$$

在每个超市购买两种颜料的数量(桶)可用矩阵表示为

$$
月越(遭_{蚤躁})_{圆伊员}越\begin{pmatrix} 远 \\ 愿 \end{pmatrix}\begin{matrix} 红 \\ 摇 \\ 黄 \end{matrix}
$$

求在各个超市购买红、黄两种颜料所消费的金额郾

摇摇解摇依题设，所求金额为

超市一摇摇员园伊远垣员缘伊愿越员愿园(百元)，

超市二摇摇员圆伊远垣员猿伊愿越员苑远(百元)，

超市三摇摇愿伊远垣员源伊愿越员远园(百元)郾

上述消费金额若用矩阵表示，并记作 悦，有