上　篇

共同基金投资管理

共同基金自产生至今已有 150 多年的历史，在其逐步发展壮大的过程中，各投资公司和基金管理公司为了能够在竞争激烈的金融市场上吸引更多的资金加入以占有一席之地，纷纷积极开发新的投资产品。与此同时，随着全球金融市场的深化，新的金融产品层出不穷，各投资公司也就根据新的金融产品，设计出新的共同基金去投资，因此就形成了各种不同种类的共同基金。这些基金无论其历史、投资政策还是规模都各有不同，有的已有超过 50 年的历史，有的还刚刚运行，有的基金管理的资产不足一亿美元，而有的基金如全球闻名的麦哲伦基金（Magellan Fund）所管理的资产多达数百亿美元。这些特点各异、种类繁多的基金满足了不同投资者的不同需求。

20 世纪 80 年代以来，共同基金在全球获得巨大的发展，以美国为例，1985 年美国共同基金的总资产值为 4 950 亿美元，1990 年上升到 10 650 亿美元，1995 年达到 28 110 亿美元，2000 年又上升到 69 670 亿美元。①

①数据来源于美国投资公司协会的网站： http：//www.ici.org

本书的前一部分探讨共同基金的投资管理问题，共分为十章。首先我们在第一章对投资管理中涉及的理论问题作了简单介绍，这一章的内容对我们分析共同基金投资管理策略以及基金投资业绩评估都是必不可少的，放在这里主要是给对这些理论不熟悉的读者作个参考。限于篇幅，本书对这些理论没作详细分析，有兴趣的读者请参考相关的金融经济学著作。从第二章到第六章关注共同基金的投资组合管理。其中第二章是共同基金投资管理过程的导论，着重讨论了投资管理的过程和基金的投资目标和投资范围。第三章剖析共同基金的资产配置策略，第四章和第五章分别介绍共同基金的股票投资管理和债券投资管理，第六章论及投资管理中的其他问题，包括开放式基金的流动性管理、基金的适度规模等问题。从第七章到第九章关注共同基金的业绩评估和分析。第七章介绍基金收益率和风险的度量方法和基准，第八章讨论总体业绩评价的方法，第九章是投资管理能力评价。第十章简单介绍了一下我国共同基金业的发展和存在的问题。

第一章

现代投资理论简介

本章中我们简单介绍一下共同基金投资管理中涉及的基本理论，分四节分别讨论资产组合选择理论、资本资产定价模型、套利定价理论和市场有效性理论。对我们将要讨论的基金的投资管理策略而言，理解这些理论是必要的前提，但是限于篇幅，本书对这些理论只作简单介绍。①

第一节　资产组合选择理论

一、资产组合选择理论的提出：均值方差分析

1952 年马科维茨（Markowitz）创立资产组合选择理论，1959 年出版的《资产组合选择》一书，成为这一研究领域的经典之作，1987 年的新作《资产组合选择和资本市场的均值－方差分析》一书的内容更为丰富，理论上论述得更为全面，并吸

①本章部分内容参考了李宏：《西方竞争条件下的证券价格决定理论》，南开大学博士学位论文，2001 年 3月。

收了其他学者的研究成果，包含了夏普、林特纳及托宾的理论。

马科维茨指出：资产组合预期收益为数学期望值（均值），资产组合的风险是预期收益的方差（标准差）。马科威茨认为投资者一般会以收益率概率分布的两个参数作为投资决策的基础，即预期收益的均值（$E[R]$）和方差（σ^2）。证券市场上的投资者具有均值－方差效用函数，即 $u=f(E[R],\sigma^2)$。对于给定的风险水平，投资者偏好较高的收益率，即$\frac{\partial u}{\partial E[R]}>0$；而对于给定的预期收益率，投资者偏好较低的风险水平，即 $\partial u/\partial\sigma<0$。因此，对收益均值的偏好，对方差厌恶（未来收益的不确定性）是由投资者效用函数的递增性和严格凹性所决定的。现在假设投资者持有的投资组合为 P,该组合由 N 种证券组成，投资在第 i 种证券上的比例为 W_i，那么，该投资组合 P 的期望收益为：

$$R_P=\sum_{i=1}^{N}W_iR_i$$

其资产组合收益的方差为：

$$\sigma_P^2=\sum_{i=1}^{N}W_i^2\sigma_i^2+\sum_{i=1}^{N}\sum_{\substack{k=1\\k\neq 1}}^{N}W_iW_k\sigma_{ik}$$

对于第 i 种证券而言，σ_i^2 为可分散风险，也称为非系统性风险；而 σ_{ik} 则为不可分散的市场风险，也称为系统风险。非系统风险可以通过多样化来完全消除，而系统风险不可能通过多样化证券组合来完全消除，正如马科维茨指出：资产投资组合的风险不仅依赖于其个别资产的特性，还依赖于资产组合内各资产之间的相关程度。一般来说，资产组合中各资产之间的相关程度越低，该资产组合的风险也就越低。

马科维茨的投资组合选择模型科学地揭示了分散风险的关键

在于选择相关程度低的证券构成的资产组合；其次，从理论上否定了持有证券越多，风险分散效果越好的投资理念。

二、有效前沿组合

马科维茨模型的基本假设包括如下几个：无摩擦市场；投资者事先知道投资收益率的概率分布；用投资收益率的方差或标准差表示投资风险；投资者根据期望收益率和风险进行投资决策；投资者都遵守占优原则：同一风险水平下选择收益率较高的证券，而同一收益率水平下，选择风险较低的证券。在这些假设条件下，马科维茨模型导出了证券组合前沿和有效投资组合。

我们介绍两种有效组合，第一种是全部由风险资产组成的有效组合，第二种是包括风险资产和无风险资产的有效组合。

（一）全部由风险资产组成的有效组合

假设证券市场上存在 $N \geq 2$ 种风险证券，允许风险证券无限制地卖空，其收益率为 r_j，$j=1$，2，…，N 且具有有限方差和不等的均值，风险资产的收益是线性无关的，收益率的方差 $-$协方差矩阵 V 是非奇异的正定对称矩阵。如果给定投资组合的期望收益率 $E[r_p]$，那么具有最小方差的证券组合（即前沿证券组合）为如下二次规划问题的解。

$$
\begin{aligned}
Min \quad & \frac{1}{2} W^T V W \\
s.t \quad & W^T R = E[r_P] \\
& W^T I = 1
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

这里，R 表示 N 个风险资产收益率的均值向量 $R=(E[r_1],\cdots,E[r_N])$，I 表示 N 维单位向量，$I=(1, \cdots, 1)$，W 为相应的资产在组合中的权重组成的 N 维向量 $W=(w_1, w_2,$

$\cdots, w_N$)。①

对每一给定的投资组合收益 $E[r_P]$，利用拉格朗日方法可以求出上述二次规划问题的解：

$$W_P = g + hE[r_P] \tag{1.2}$$

$$g = \frac{1}{D}[B(V^{-1}I) - A(V^{-1}R)],$$

$$h = \frac{1}{D}[C(V^{-1}R) - A(V^{-1}I)] \tag{1.3}$$

$A = R^TV^{-1}I, B = R^TV^{-1}R,$

$C = I^TV^{-1}I, D = BC - A^2, I$ 为单位矩阵 (1.4)

应用二次规划问题的解 W_P 可以解出相应的证券组合 P 的方差 σ_P^2。每一对($E[r_P]$, σ_P)构成标准差——预期收益平面图上的一个坐标点。这一点构成图 1－1 中的曲线，图 1－1 中 M 点的证券组合称为最小方差证券组合（Minimum Variance Portfolio，简称 MVP)，曲线 MC 称为有效证券组合前沿（Efficient Portfolio Frontier)。

由二次规划问题的解，可以得出以下结论：首先，向量 g，$g+h$ 分别是 0 均值收益率和均值收益率为 1 的两个前沿证券；其次，证券前沿可以由前沿证券 g 和 $g+h$ 进行组合产生；再次，对于所有的证券组合，$\operatorname{cov}(r_P, r_{mvp}) = \operatorname{var}(r_{mvp}) = \frac{1}{C}$；最后，有效证券组合集是凸集。。

前面描述了证券市场上不存在无风险资产的情形，得出了证券前沿及其相关结论。下面我们讨论当证券市场上存在无风险资

①如果允许风险资产卖空，证券组合中某一种风险资产的权重可能为正，也可能为负，但是现在中国的股票市场和债券市场都不允许卖空，风险资产的权重必须为非负。

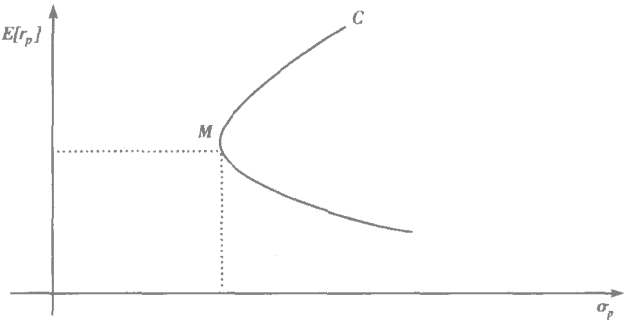

图 1-1 有效证券组合前沿示意图

产时的情形。

（二）包括风险资产和无风险资产的有效前沿组合

假设证券市场上存在 N 个风险资产和一个无风险资产，风险资产满足前面的相关假设。设 P 是所有 $N+1$ 个资产的一个前沿证券组合，w_P 表示 P 证券组合的权重，则权重 w_P 是下列二次规划问题的解：

$$\underset{W}{Min} \quad \frac{1}{2} W^T V W \tag{1.5}$$
$$s.t. \quad W^T R + (1 - W^T I) r_f = E[r_P]$$

这里，r_f 为无风险资产的收益率。

同样，利用拉格朗日方法，可以求上述二次规划问题的解 W_P：

$$\begin{aligned} W_P &= \frac{E[r_P] - r_f}{(R - Ir_f)^T V^{-1} (R - Ir_f)} V^{-1} (R - Ir_f) \\ &\equiv \frac{E[r_P] - r_f}{H} V^{-1} (R - Ir_f) \end{aligned} \tag{1.6}$$

这里，$H \equiv (R - Ir_f)^T V^{-1} (R - Ir_f) = B - 2Ar_f + Cr_f^2$，$I$ 为

单位阵。

证券组合 P 的方差：

$$\sigma^2(r_P) = W_P^T V W_P = \frac{\left(E[r_P] - r_f\right)^2}{H} \tag{1.7}$$

$$\Rightarrow \frac{E[r_P] - r_f}{\sigma(r_P)} = \sqrt{H} \tag{1.8}$$

$$\Rightarrow \sigma(r_P) = \frac{E[r_P] - r_f}{\sqrt{H}} \tag{1.9}$$

同样的道理，根据 $E[r_P]$ 和 $\sigma(r_P)$ 可作出图 1－2 和图 1－3。

情形（1）：若 $r_f < A/C$ 时，如图 1－2，$r_f e$ 线段上的证券组合是证券组合 e 和无风险资产 r_f 的凸组合；射线 $E[r_P] = r_f + \sqrt{H}\sigma(r_P)$ 上的线段 $r_f e$ 以外的证券组合是卖空无风险资产 r_f，买入风险资产 e.

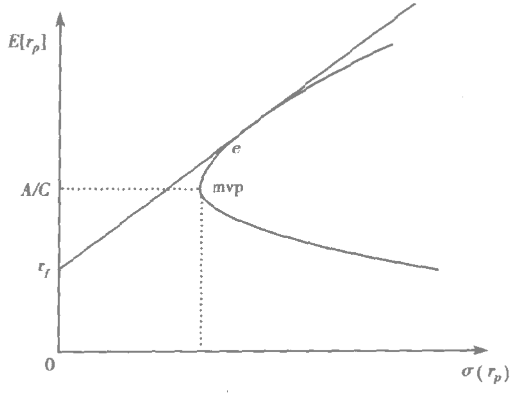

图 1－2

情 形（2）：当 $r_f > A/C$ 时，如图 1－3，射 线 $E[r_P] = r_f + \sqrt{H}\sigma(r)$ 上的证券组合是卖空证券组合 e，买入无风险证券

。

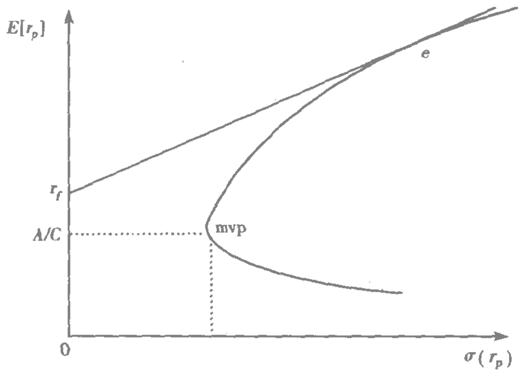

图 1－3

三、两基金分离定理

设组合 W_P 和 W_q 分别是均值－方差组合选择问题对于期望收益率为 $E[r_P]$ 和 $E[r_q]$ 的解，并且 $E[r_P] \neq E[r_q]$，同时满足以上理论分析的假设条件下，那么 W 是最优组合的充要条件为存在实数 λ，使得 $W=(1-\lambda)W_P+\lambda W_q$，如果 W_P 和 W_q 都是有效组合，而 λ 在 0 和 1 之间，那么 $W=(1-\lambda)W_P+\lambda W_q$ 也是有效组合。

两基金分离定理说明了在所有风险资产组合的有效组合边界上，任意两个分离的点都代表两个分离的有效投资组合，而有效组合边界上任意其他的点所代表的有效投资组合，都可以由这两个分离的点所代表的有效投资组合的线性组合生成。

第二节　资本资产定价模型

夏普（Sharp，1964 年）、林特纳（Lintner，1965 年）和莫辛（Mossin，1965 年）在马科维茨的投资组合理论的基础上各自独立地研究了各种证券组合收益率与某个共同因子的关系，推导出了著名的资本资产定价模型（CAPM）。

资本资产定价模型的基本假设是：(1) 投资者都是马科维茨信徒——偏好期望、厌恶方差；(2) 不存在交易成本，无通货膨胀和利率的变化；(3) 所有投资者具有一致的预期，投资者具有相同的单期投资日期；(4) 完全竞争市场，单个投资者不能通过其买卖行为影响资产价格；(5) 资产无限可分，投资者可以以任意金额投资于各种资产；(6) 存在无风险资产，投资者可以以无风险利率借人和贷出任意数量的该种资产；(7) 允许无限制的卖空。

在以上基本假设下，他们推导出的 CAPM 模型如下：

$$E[r_P] - r_f = \beta_{Pm}(E[r_m] - r_f) \quad \forall R \qquad (1.10)$$

其中，$\beta_{Pm} = \mathrm{cov}(r_P, r_m)/\mathrm{var}(r_m)$，$E[r_m]$ = 市场证券组合期望收益率①。

对于单个风险证券：

$$E[r_i] - r_f = \beta_{im}(E[r_m] - r_f) \qquad (1.11)$$

这里，$\beta_{im} = \mathrm{cov}(r_i, r_m)/\mathrm{var}(r_m)$。

满足方程（1.11）的（β_{im}（$E[r_i]$））点，在平面坐标系中

①市场证券组合（Market Portfolio）是一个重要的概念，是包含了所有风险资产的组合，并且每种风险资产的比重就是该种风险资产的市值与总风险资产市值的比重，它保证了市场出清，是资本资产定价模型的基础。

可以画出 SML 线，人们称之为证券市场线（Security Market Line）。在证券市场线 SML 上的投资组合是风险与报酬相匹配的一种均衡状态。图（1－4）中 m 点为投资者持有市场组合时，其预期收益率等于市场平均预期收益率 $E[r_m]$。

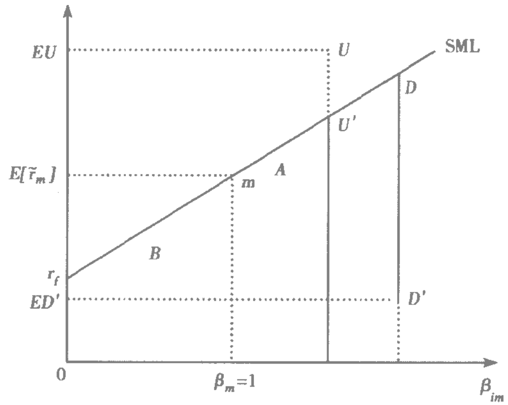

图 1－4

个别证券或投资组合不处于均衡状态时，位于 SML 线上方或下方。如图 1－4 中 U'、D' 点，U' 点表示价格偏低的证券，其市价低于均衡状况下的价格，即证券的价格被低估，投资者对此种证券的需求会增加，导致证券价格上扬，直至预期收益率下降到证券市场线 SML 上的 U 点；同样的道理，位于证券市场线 SML下方的 D' 点，表示价格偏高的证券，即投资者高估的证券或证券组合，投资者会竞相抛售，迫使其价格下跌，直至其预期收益率上升至 SML 上的 D 点。由此可见，证券市场线决定着单个证券或证券组合的预期收益以及决定着其价格的走向。

在证券市场线 SML 上，m 点的左侧区域，如 B 点，其 β 值小于 1，这表明这种证券的波动小于整个市场的变动，这种证券称为防御性证券（Defensive Securities）；在 m 点的右侧区域，如 A 点，其 β 值大于 1，表明这种证券的波动大于整个市场的波

动，这种证券称为进攻性证券（aggressive securities）。

方 程（1.11）可以写为：

$$r_i = \alpha_i + \beta_{im} r_m + \varepsilon_i \quad \forall_i \tag{1.12}$$

这里，$\alpha_i =(1-\beta_{im})r_f$，$E[r_m \varepsilon_i]=E[\varepsilon_i]=0$。式(1.12)可作为实证分析的回归方程。

对于任意的证券组合 P 的均值 $E[r_P]$ 和方差 σ_P^2 为：

$$E[r_P] = \sum_{i=1}^{n} w_i E[r_i] = \sum_{i=1}^{n} w_i \alpha_i + \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_{im} E[r_m]$$

$$\sigma_P^2 = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq 1}}^{n} w_u w_j \beta_{im} \beta_{jm} \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2 \tag{1.13}$$

令 $\beta_{Pm} = \sum_{i=1}^{n} x_i \beta_{im} \qquad \alpha_P = \sum_{i=1}^{n} x_i \alpha_i$ 则有：

$$E[r_P] = \alpha_P + \beta_{Pm} E[r_m]$$

$$\sigma_P^2 = \beta_{Pm}^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2 \tag{1.14}$$

从式（1.14）可以看出：组合的风险有两部分组成：$\beta_{Pm}^2 \sigma_m^2$ 项为系统风险，通过多样化不可能消除；$\sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2$ 为非系统风险，可以通过多样化来消除此风险。

如果 P 是等比例组合，那么

$$\sigma_P^2 = \beta_{Pm}^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} \frac{\sigma_{\varepsilon i}^2}{n^2}$$

$$= \beta_{Pm}^2 \sigma_m^2 + \frac{\overline{\sigma}^2}{n} \tag{1.15}$$

当 n 充分大时，能够完全消除非系统风险，从而，总风险就等于系统风险，为

$$\sigma_P = \beta_{Pm} \sigma_m \tag{1.16}$$

因此，资产的风险由其市场的系统风险决定，而其非系统风险可以通过多样化分散掉。

基金管理人用上述理论构建其投资组合的时候，首先面临的一个问题是要寻找合适的市场组合（Market Portfolio）的替代物。由于真正的市场组合包含了所有的无风险资产和风险资产，而现实中某些资产的收益不可观测，如公司持有的不交易的债券、人力资本、不动产等。因此，难以得到真正的市场组合 m，只能使用市场替代物（Market Proxy）。比如，用股票市场指数作为市场组合的替代物，美国股市通常采用 S&P500 指数；在我国证券市场中，对上海股市，可用上证 A 股指数；对深圳股市，可用 A 股成分指数或综合指数作为市场组合的替代物。而如果要把沪深股市结合起来，需要投资管理者把各个指数进行综合。

CAPM模型也可以作为判断某种资产是否正确定价的依据之一。这实际上是要确定各种资产的均衡价格。假设某资产 j 在投资期末的不确定价格为 P_e，投资期初的市场价格为 P_0. m 为市场证券组合，r_m 为市场组合的收益率，r_j 表示资产 j 均衡收益率，S 表示其均衡价格,由 CAPM 模型有：

$$
\begin{aligned}
E[r_j] = E\left[\frac{P_e - P_0}{P_0}\right] &= E\left[\frac{P_e}{S}\right]\frac{S}{P_0} - 1 \\
&= (E[r_j] + 1)\cdot\frac{S}{P_0} - 1 \\
&= (r_f + \beta_{jm}(E[r_m] - r_f) + 1)\cdot\frac{S}{P_0} \\
&= (r_f + 1)\frac{S}{P_0} + \beta_{jm}(E[r_m] - r_f)\cdot\frac{S}{P_0} - 1 \qquad (1.17)
\end{aligned}
$$

从而：

$$
E[r_j] - r_f = (r_f + 1)\left(\frac{S}{P_0} - 1\right) + \frac{\operatorname{cov}(r_j, r_m)}{\sigma_m^2}(E[r_m] - r_f)\cdot\frac{S}{P_0}
$$

$$= (r_f + 1)\left(\frac{S}{P_0} - 1\right) + \frac{\mathrm{cov}(P_e, r_m)}{P_0\sigma_m^2}(E[r_m] - r_f)$$

$$= \alpha_j + \beta'_{jm}(E[r_m] - r_f) \quad (1.18)$$

这里 $\alpha_j \equiv (1 + r_f)\left(\frac{S}{P_0} - 1\right)$，$\beta'_{jm} = \mathrm{cov}\left(P_e/P_0, \quad r_m\right)/\sigma_m^2$

结论：当 $P_0 = S$ 时，说明资产 j 的市价定得恰当（$\alpha_j = 0$）；当 $P_0 > S$ 时，说明资产 j 的市价定得过高 $\alpha_j < 0$；当 $P_0 < S$ 时，说明资产 j 的市价定得过低（$\alpha_j > 0$）。

第三节　套利定价理论

罗 斯（Ross）1976 年提出多因子定价模型——套利定价理论（APT），而 CAPM 可视为 APT 的一个特例，APT 的前提假设大大少于 CAPM 的假设。因此，APT 理论很容易作实证检验。

APT 理论的前提假设：（1）资本市场是完全竞争的且无限可分，存在充分多的资产；（2）存在 K 个影响证券市场共同因子 $\{F_R\}_{k=1}^{K}$；（3）投资者具有一致的预期；（4）不存在任何渐近套利机会。

在以上假设下 APT 的向量形式为：

$$R = a + BF + e \quad (1.19)$$

$$E[e] = E[F] = E[eF] = 0, E[FE'] = 1, E[ee'] = D$$

单因子无残差风险定价模型：假设资产的收益率是由单因子无残差风险的线性模型决定，有下式：

$$R_i = a_i + b_i f \qquad i = 1, 2, \cdots, n \quad (1.20)$$

这里，f 为影响资产收益的因素。

现考虑两种资产的资产组合，且 $b_i \neq b_j$，$b_i \neq 0$，$b_j \neq 0$，该资产组合由 i，j 两种资产组成，投资于资产 i 的比例为 w，投

资于资产 j 的比例为 $1-w$，由此可以计算出该资产组合的收益率为：

$$\begin{aligned} R &= wR_i + (1-w)R_j \\ &= w(a_i - a_j) + a_j + [w(b_i - b_j) + b_j]f \end{aligned} \tag{1.21}$$

上式（1.21）中的最后一项为随机项，为了消除随机因素对收益的影响，如果选择的投资比例为 $w^* = b_j/(b_j - b_i)$，那么就可以消除随机因素对收益的影响。把 w^* 代入上式，可以求出相应的资产组合收益率为：

$$R^* = \frac{b_j(a_i - a_j)}{b_j - b_i} + a_j \tag{1.22}$$

由 式（1.22）可以看出，在消除了随机因素的影响后，资产组合的收益率为一确定的数。在无套利假设条件下，资产组合的收益率等于无风险利率 r。必 有 $R^* = r$，从而可求得：

$$\frac{a_j - r}{b_j} = \frac{a_i - r}{a_j} \equiv \lambda \tag{1.23}$$

因 为 $E[R_i] = a_i$，所以由（1 22）式可以推导出：

$$E[R_i] = r + b_i\lambda \tag{1.24}$$

其中，λ 为因子的风险溢价，当 $b=1$ 时，$\lambda = E[R_i] - r = a_i - r$，即 λ 为资产 i 的超额预期收益率。

从上面的分析可以看出，无风险资产可以通过两个风险资产的组合构造出来。因此，即使无风险资产不存在时，也可以得出上述类似的关系式：

$$E[R_i] = \lambda_0 + b_i\lambda_1 \tag{1.25}$$

下面我们讨论多因子无残差风险模型， 为了分析简便，这里仅考虑两因子无残差风险模型：

$$R_i = a_i + b_i f_1 + c_i f_2 \tag{1.26}$$

现在考虑由三种资产组成的投资组合。投资在这三种资产的比例分别为 w_1、w_2、w_3，其组合的收益率为：

$$R = \sum w_i a_i + f_1 \sum w_i b_i + f_2 \sum w_i c_i \tag{1.27}$$

假定向量 $I=(1,1,1)$，$b=(b_1,b_2,b_3)$，$c=(c_1,c_2,c_3)$，并且 I，b，c 是线性无关的，则方程：

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.28}$$

有解。这样就能够选择出资产组合 w，使 $\sum w_i b_i = \sum w_i c_i = 0$，这样的组合为无风险资产组合，不存在套利机会，这时 $\sum w_i a_i = r$，即 $\sum w_i(a_i - r) = 0$。由以上关系式可得到：

$$\begin{bmatrix} a_1 - r & a_2 - r & a_3 - r \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.29}$$

方程（1.29）有非零解，由于 b、c 线性无关。式（1.29）中的矩阵的第一行可由第二、三行线性表示出来。因此，有下式：

$$E[R_i] - r = a_i - r = \lambda_1 b_i + \lambda_2 c_i \quad \forall_i \tag{1.30}$$

在无风险资产不存在的情况下，式（1.30）变为：

$$E[R_i] = \lambda_0 + \lambda_1 b_i + \lambda_2 c_i \quad \forall_i \tag{1.31}$$

现在我们来看含残差风险线性因子定价模型。该模型是以无渐近套利机会为前提假设，因此首先要理解渐近套利机会的含义。

所谓渐近套利机会，就是假定市场上存在无限种但是可数的

资产，有一套利资产组合序列 $w(n)$，$n=1, 2, \cdots, N$，满足下式：

$$\sum_{i=1}^{N} w_i(n) = 0$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i(n) E[R_i] \geq \delta > 0$$

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i(n) w_j(n) \sigma_{ij} = 0 \qquad (1.32)$$

时，存在渐近套利机会。

假设风险资产的收益率是由有界残差风险的 k 个因子模型给出：

$$\widetilde{R}_i = a_i + b_{i1}\widetilde{f}_i + \cdots + b_{ik}\widetilde{f}_k + \widetilde{\varepsilon}_i$$

$$E[\widetilde{\varepsilon}_i] = E[\widetilde{f}_k] = E[\varepsilon_i \varepsilon_j] = E[\widetilde{\varepsilon_i f_k}] = 0$$

$$E[\widetilde{\varepsilon_i^2}] = \sigma_i^2 \leq \widetilde{\sigma}^2, E[\widetilde{f_k^2}] = 1$$

$$\forall_k = 1, 2, \cdots, k; \quad \forall_i \qquad (1.33)$$

且没有任何渐近套利机会，那么存在一线性定价模型。 它给出零均方差的期望收益率，即存在依赖于 k 个因子的 λ_0，λ_1，…，λ_k，使得：

$$E[\widetilde{R}_i] = a_i = \lambda_0 + \sum_{i=1}^{N} b_{ik}\lambda_k + v_i \qquad (1.34)$$

且期望收益率残差项 v_i（$i=1, 2, \cdots, k$）满足：

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} v_i^2 = 0$$

套利定价理论强调的是无套利原则，实际上无套利均衡分析方法是现代金融学研究的基本方法。