圆贝世纪高职高专经济管理系列教材

经济数学基础

（一）

主摇编摇周摇铭摇摇摇摇
副主编摇聂摇华摇肖海军
主摇审摇魏摇莹摇摇摇摇

重 庆 大 学 出 版 社

摇摇摇摇摇 • 内容提要 •

本书以‘应用为目的,必须够用为度’为原则,按照《高职高专教育经济数学基础课程教学基本要求》编写的。

本书内容为函数与数学模型、极限与连续、导数与微分、不定积分与定积分、常微分方程和数学软件 [illegible]

本书突出应用思想、强化建模意识、加强直观解释、增加软件运用;说理浅显、例题丰富、特征明显、脉络分明,便于教学与自学;可作为高职高专院校、成人高校和本科院校的二级职业技术学院的经济和管理类专业的教材,也可作为经济管理人员的自学用书或参考书。

图书在版编目([illegible])数据

经济数学基础 [illegible](一)[illegible]周铭主编 [illegible]—重庆:重庆大学出版社,[illegible]

[illegible]世纪高职高专经济管理系列教材

[illegible]

Ⅰ [illegible] Ⅱ [illegible] Ⅲ [illegible]经济数学—高等学校:技术学校—教材摇Ⅳ [illegible]

中国版本图书馆 [illegible]数据核字([illegible])第 [illegible]号

[illegible]世纪高职高专经济管理系列教材

经济数学基础(一)

主摇编摇周摇铭

责任编辑:肖顺杰摇谭敏摇版式设计:邱摇慧

责任校对:廖应碧摇摇摇摇责任印制:张永洋

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街 [illegible]号重庆大学(粤区)内

邮编:[illegible]

电话:([illegible]) [illegible]

传真:([illegible]) [illegible]

网址:[illegible]

邮箱:[illegible](市场营销部)

全国新华书店经销

自贡新华印刷厂印刷

*

开本:[illegible]摇印张:[illegible]字数:[illegible]千

[illegible]年 [illegible]月第 [illegible]版摇[illegible]年 [illegible]月第 [illegible]次印刷

印数:[illegible]

[illegible]摇定价:[illegible]元

编者的话

E.A 编者的话

本教材是圆员世纪高职高专经济类专业系列教材之一，本教材的编写是根据教育部高职高专培养目标和对本课程的基本要求，结合全国高职高专经济类系列教材研讨会精神编写而成，并经系列教材编审委员会审定郾

本教材编写的立足点放在“培养高级技术应用型人才的应用能力”上，突出“以应用为目的，必须、够用为度”的指导思想郾所引例、例题与习题的选取尽可能反映当今社会经济生活，突出经济类数学教材的特色摇

本教材分（一）、（二）两册，共十三章，上册建议学时为愿园学时，下册建议学时为苑园学时摇教学中可根据学生的学习情况适当安排一定数量的实训时间摇

本教材经过拟纲定纲，分工编写，主编统稿，主审审阅，集体评稿，主编定稿几个环节编写而成摇具有以下特色：

员郾结合高职高专经济管理类专业的特点，淡化理论，力图以实例引出数学问题，进而分析、解决所要求解的问题，进行数学的概念，理论、方法、应用等内容的介绍与阐述郾

圆郾在不失教材内容的科学性与系统性的前提下，不刻意追求数学的完整性，理论的推导或证明尽可能简单明了，能用直观图形说明的则只用直观图形去说明，减少了严密理论证明的冗长与繁琐郾

猿郾突出实际应用，密切联系经济专业特点，尽力采用经济专业知识去讲解应用实例郾

源郾文字叙述力求深入浅出，形象思维，注意培养学生的抽象思维、逻辑推理，观察综合、应用计算以及分析问题和解决问题的能力摇

本教材可作为高职高专、成人高校和本科院校的二级学院的经济管理类专业的教学用书,也可作为经济管理人员的自学用书援

参加《经济数学基础》(一)的编人员为颐南昌水利水电高等专科学校周铭(第一章与第八章),武汉职业技术学院肖海军(第二章),广西机电职业技术学院龙伟忠(第三章与第四章),成都理工大学罗俊松,重庆光彩职业技术学院唐再平(第五章),成都理工大学范涛,重庆光彩职业技术学院唐再平(第六章),新疆机电职业技术学院聂华(第七章);全书框架结构由周铭承担,统稿由聂华承担,主审由魏莹承担郾

参加《经济数学基础》(二)的编写人员为颐重庆光彩职业技术学院冉瑞兴(第一章),新疆乌鲁木齐职工大学孙萍(第二章),南昌水利水电高等学校郭才顺(第三章),天津电子信息职业技术学院高建立(第四章),广东交通职业技术学院黄循彪(第五章),重庆电子职业技术学院王正均(第六章)援

鉴于编者水平所限,本教材难免有欠妥甚至错误之处,恳请读者批评指正援

编者

圆园园远年圆月

目录

E.A 目录

第一章

E.A 函摇数

函数是对现实世界中各种变量之间相互依存关系的一种抽象,是刻画运动变化中变量相依关系的数学模型援其思想是:通过某一事实的信息去推知另一事实援在经济学、管理学及其他社会科学的研究中经常会遇到函数援本章将在中学数学已有的函数知识的基础上,进一步理解函数概念、并介绍反函数、复合函数及初等函数的性质,为微积分的学习打下基础援

第一节摇函数的概念

一、变量

(一)变量与常量

在我们观察自然现象或社会现象的过程中经常会遇到两种不同的量,其中一些量在观察过程中始终保持固定的数值,这种量称为常量,一般用字母葬遭糟等表示;另一些量在观察过程中可取不同的数值,这种量称为变量,一般用曾赠扎等表示援例如物体的重力加速度,某段时间内某种商品的不变价格等均是常量;一天的气温、湿度、生产过程的产量是在不断变化的,它们是变量援

(二)区间

变量有时可取任意实数值,有时又要受到某种限制,这要根据问题的具体性质来决定援例如产量不能为负数,圆的内接正多形的边数只能是不小于猿的自然数……援

通常用‘ 区间 ’来表示变量 曾的变化范围摇设 葬,遭是两个给定的实数,满足 葬≤ 曾≤ 遭的实数的全体叫做闭区间,用记号[葬,遭]表示 ;满足 葬约曾约遭的实数的全体叫做开区间,用记号(葬,遭)表示 ;满足 葬约曾≤ 遭或 葬≤ 曾约遭的实数的区间叫做半开闭区间,用记号(葬,遭]或[葬,遭)表示援

以上这些区间叫做有限区间摇除了有限区间之外,还有无限区间援

(葬, 垣肆)表示全体大于 葬的实数 ;[葬, 垣肆)表示全体不小于 葬的实数 ;

(原肆,遭)表示全体小于 遭的实数 ;(原肆,遭]表示全体不大于 遭的实数 ;

(原肆, 垣肆)表示全体实数援

其中, 原肆, 垣肆分别读成负无穷大,正无穷大援

(三) 邻域

邻域是今后常用的一个概念,在数轴上,一个以 曾园点为中心,半径为 δ 的对称开区间称为 曾园的 δ 邻域,记为 晕(曾园,δ) 摇很明显,该邻域内任一点 曾到 曾园的距离都小于 δ,即 渣曾原曾园渣约δ援

二、函数概念

(一) 引例

例 员摇有一工厂 粤与铁路的垂直距离为 葬公里,它的垂足 月到火车站 悦的铁路长为 遭公里,工厂的产品必须经火车站 悦才能转销外地摇已知汽车运费是 皂元 辕吨公里,火车运费是 灶元 辕吨公里(皂跃灶),为使运费最省,想在铁路上另修一小站 酝作为转运站,那么运费的多少决定于 酝的地点摇试将运费表示为距离 渣月酝渣的函数,如图 员鄄员所示援

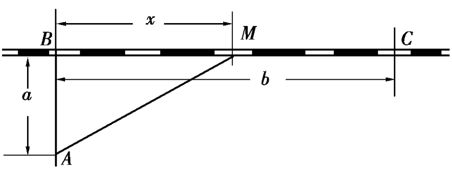

图 员鄄员

解摇设 渣月酝渣越曾,运费为 赠援

根据题意

渣粤酝渣越$\sqrt{葬^{圆} 垣曾^{圆}}$

渣酝悦渣越遭原曾

则 赠越皂$\sqrt{葬^{圆} 垣曾^{圆}}$ 垣灶(遭原曾)

园≤ 曾≤ 遭

摇摇例 圆摇某运输公司规定货物的吨公里运价为 :在 葬公里以内,每公里 噪元 ;超过 葬公里,超过部分每公里为 $\frac{源}{缘}$噪元摇求运价 皂和里程 泽之间的函数关

系援

解摇根据题意可列出函数关系如下

$$皂越\begin{cases} 嗓释 & 园约泽\leqslant 葬 \\ 嗓葬垣\dfrac{源}{缘}嗓(泽原葬), & 泽约葬 \end{cases}$$

摇摇例 猿摇某工厂生产某产品，每日最多生产 圆园园单位援它的日固定成本为员缘园园元，生产一个单位产品的可变成本为 远元援求该厂日总成本函数及平均单位成本函数援

解摇设日总成本为 悦，平均单位成本为 $\overline{悦}$，日产量为 曾援由于日总成本为固定成本与可变成本之和援根据题意，日总成本函数为

$$悦越悦(曾) 越员缘园园垣远曾$$

平均单位成本函数为

$$\overline{悦}越\overline{悦}(曾) 越\frac{悦(曾)}{曾} 越\frac{员缘园园}{曾}垣远摇(园约曾\leqslant 圆园园)$$

（二）函数的定义

上面三个例子的实际意义虽然不同，但它们都是通过一定的对应规则来反映两个变量之间相互依赖的对应关系，函数的一般概念正是这样抽象出来的援

定义 员摇设有两个变量 曾和 赠援变量 曾的变化范围为 阅（阅$\neq\Phi$），存在一个对应规则 枣，使得对于 阅中的每一个值 曾，按照对应规则 枣，都有惟一确定的 赠值与之对应，则称变量 赠是变量 曾的函数，记为

$$赠越枣(曾)，曾\in 阅$$

曾称为自变量，赠称为因变量，曾的变化范围 阅称为函数的定义域，记为 阅或 $阅_{枣}$援

对定义域 阅中的某一个值 $曾_{园}$，按照对应规则 枣与之对应的 $赠_{园}$值称为 $曾_{园}$所对应的函数值或函数 赠越枣（曾）在 $曾_{园}$点的函数值，记为 枣（$曾_{园}$）或 $赠|_{曾越曾_{园}}$，$枣(曾)|_{曾越曾_{园}}$援全体函数值所构成的集合称为函数的值域，记为 在或 $在_{枣}$，即：

$$在_{枣}越\{赠|赠越枣(曾)，曾\in 阅\}$$

摇摇由函数的定义知函数是由两个要素决定的：一个是定义域，它是一个非空实数集合，描述自变量的变化范围；另一个是对应规则，常用符号 枣，早，渊等表示，它反映因变量与自变量的相依关系援两要素均相同的两个函数为相同的函数，否则就是不同的（或不相等的）援因此，只要函数的定义域与对应规则给定，无论自变量与因变量用什么符号表示，所给函数均为同一个函数，即当 曾和 贼的变化范围均为非空数集 阅时，函数 赠越枣（曾）与 怎越枣（贼）是相同的援

例源摇下列各对函数是否相同？为什么？

(员)枣(曾)越曾摇早(曾)越$\sqrt{曾^{圆}}$；摇摇(圆)枣(曾)越澡灶曾摇早(曾)越$\sqrt{曾^{圆}}$；

解摇(员)不相同，因为对应规则不同，当曾越原员时，枣(原员)越原员≠早(原员)越员；

(圆)相同，因为枣(曾)与早(曾)的对应规则相同，定义域均为(原肄，垣肄)援

例缘摇求下列函数定义域

(员)赠越枣(曾)越$\frac{员}{曾^{圆}原员}$

(圆)赠越早(曾)越$\frac{员}{曾}$原$\sqrt{员原曾^{圆}}$

解摇(员)要使枣(曾)越$\frac{员}{曾^{圆}原员}$有意义，必须分母曾^{圆}原员≠园，即曾≠依员，所以枣(曾)越$\frac{员}{曾^{圆}原员}$的定义域为阅越(原肄，原员)∪(原员，员)∪(员，垣肄)，或阅越{曾渣曾∈砸且曾≠依员}(砸表示实数集合)援

(圆)要使早(曾)越$\frac{员}{曾}$原$\sqrt{员原曾^{圆}}$有意义，必须曾≠园且员原曾^{圆}≥园

即$\begin{cases}员原曾^{圆}\geq园\\曾\neq园\end{cases}$，摇$\begin{cases}曾^{圆}\leq员\\曾\neq园\end{cases}$，摇摇$\begin{cases}原员\leq曾\leq员\\曾\neq园\end{cases}$，所以

赠越早(曾)越$\frac{员}{曾}$原$\sqrt{员原曾^{圆}}$的定义域为

阅$_{早}$越[原员，园)∪(园，员]，或阅$_{早}$越{曾渣原员≤曾≤员且曾≠园}

(三)复合函数

函数赠越枣(曾)中的“枣”表示函数关系中的对应规则，即对每一个阅$_{枣}$中的曾按规则枣有一个确定的赠值与之对应，枣(曾)表示将规则枣施用于曾援如把枣(曾)中括号内的曾替换成阅$_{枣}$中的某个具体数值或表示数值的字母以及数学式子，则表示将规则枣施用于那个具体数值或表示数值的字母以及那个数学式子援

例远摇设赠越枣(曾)越曾^{圆}垣猿，求枣(圆)，枣(葬)，枣(贼垣员)，枣($\frac{员}{曾}$)，枣[枣(曾)]，枣[早(曾)](其中早(曾)越藻^{曾}垣圆曾)

解摇枣(圆)越圆^{圆}垣猿越苑，枣(葬)越葬^{圆}垣猿

摇摇枣(贼垣员)越(贼垣员)^{圆}垣猿越贼^{圆}垣圆贼垣源

摇摇枣($\frac{员}{曾}$)越($\frac{员}{曾}$)^{圆}垣猿越$\frac{员}{曾^{圆}}$垣猿

摇摇枣[枣(曾)]越(曾^{圆}垣猿)^{圆}垣猿越曾^{源}垣远曾^{圆}垣员圆

枣［早(曾］越枣渊曾垣圆曾越(渊曾垣圆曾圆垣猿

上式中 赠越枣［早(曾］确定了 赠是 曾的函数，称它是函数 赠越枣(怎) 与 怎越早(曾) 复合而成的 曾的复合函数援

定义 圆摇设 赠越枣(怎) 是 怎的函数，怎越φ(曾) 是 曾的函数，如果 怎越φ(曾) 的值域 在$_\varphi$ 是 赠越枣(怎) 定义域 阅$_枣$ 的子集（更一般地 在$_\varphi$ $\cap$ 阅$_枣$ $\neq \Phi$），则 赠通过中间变量 怎构成 曾的函数，称该函数为 赠越枣(怎) 与 怎越φ(曾) 复合而成的 曾的复合函数援记做

赠越枣［φ(曾)］

称 赠越枣(怎) 为外层函数，怎越φ(曾) 为内层函数，怎为中间变量，曾为自变量援

由上可知 曾的复合函数 赠越枣［φ(曾)］实际上是对应规则 枣施用于数学式子 早(曾) 的结果援

例 苑摇(员) 赠越糟葬灶怎与 怎越曾圆原员复合而成 曾的复合函数 赠越糟葬灶(曾圆原员)，其定义域 阅越［原$\sqrt{圆}$，$\sqrt{圆}$］；

(圆) 赠越藻怎，怎越增圆，增越糟燥泽曾通过两个中间变量 怎、增构成 曾的复合函数 赠越藻糟燥泽圆曾，其定义域 阅越砸；

(猿) 赠越造灶怎与 怎越原曾圆原圆不能复合成 曾的复合函数，因为外层函数 赠越造灶怎的定义域 阅$_枣$越(园，垣肄) 与内层函数 怎越原曾圆原圆值域 在$_\varphi$ 越［原猿，原圆］的交集为空集，因此对应规则 枣施用于数学式子 φ(曾) 越原曾圆原圆无意义援但 赠越原曾圆原圆作为外层函数，怎越造灶曾作为内层函数可以复合成函数 赠越原(造灶曾)圆原圆 其定义域 阅越(园，垣肄) 援

例 愿摇把下列复合函数分解成较简单的函数；

(员) 赠越造灶$\sqrt{曾圆原员}$；摇摇摇摇(圆) 赠越糟燥泽缘(猿曾圆原员垣圆)

解摇(员) 赠越造灶怎，怎越增$^{\frac{员}{圆}}$，增越曾圆原员

(圆) 赠越怎缘，怎越糟燥泽增，增越增圆垣猿，增越曾圆原员

通过举例，看出对复合函数进行分解是由外到内、逐层分解援且分解后每层应是简单函数援

(四) 反函数

设某种商品在一段时期内其价格 责是不变的，某经销商销售该商品的数量为 择时，其销售收入 砸为

砸越责择

此时销售收入 砸是销售量 择的函数，择是自变量；另一方面，若要实现销售收入 砸，则该销售商需完成的销售量 择为

$$择越\frac{砸}{责}$$

此时销售量随销售收入而定，择是 砸的函数，砸为自变量 .我们把函数 择越$\frac{砸}{责}$叫做函数 砸越责择的反函数援

定义 猿摇设 赠越枣（曾）是 曾的函数，定义域为 阅，其值域为 在，如果对于 在中的每一个 赠值，都在 阅中存在惟一满足 赠越枣（曾）的 曾值与之对应，则 曾也是 赠的函数，记作 曾越（赠），称为 赠越枣（曾）的反函数，也常记作 曾越枣^{原员}（赠），赠 在援

事实上，曾越枣^{原员}（赠）与 赠越枣（曾）互为反函数援习惯上，用 曾表示自变量，赠表示因变量，于是反函数常习惯地表示为 赠越枣^{原员}（曾）形式援

给出一个函数 赠越枣（曾），如何求它的反函数？一般来说，只要把 曾用 赠表示出来，再按习惯用 曾表示自变量，赠表示因变量即可援

例 怨摇求 赠越圆曾垣员的反函数援

解摇由 赠越圆曾垣员解出 曾得 曾越$\frac{赠原员}{圆}$，赠（ 原肄，垣肄），即为 赠越圆曾垣员的反函数，则习惯表示的反函数为 赠越$\frac{曾原员}{圆}$，其图形见图 员原圆（葬）援

可以证明，函数 赠越枣（曾）与其反函数 赠越枣^{原员}（曾）的图形关于直线 赠越曾对称，如图 员原圆（遭）所示 郾

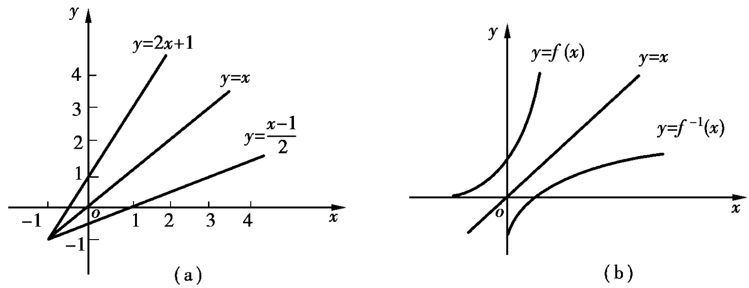

图 员原圆

（五）分段函数

有时一个函数关系要用两个或两个以上的式子来分段表示，才能将一个函数完整而准确地表达出来，这在例 圆中已见到，运价 皂和里程 泽之间的函数关系：

$$皂越\begin{cases} 噪泽, & 园约泽≤ 葬 \\ 噪葬垣\frac{源}{缘}噪（泽原葬）, & 泽约葬 \end{cases}$$

摇摇定义 源摇用两个或两个以上的式子表示的一个函数,叫做分段函数援

注意 :分段函数仍表示一个函数,不要因分段函数用几个式子表示就误认为是几个函数,且分段函数的函数值是用自变量所在区间的式子来计算的援

(六)常用经济函数举例

在解决一些实际问题时,经常需要根据实际意义建立变量之间的函数关系式援

员援需求函数与供给函数摇商品的需求量是消费者有支付能力且愿意购买的商品的数量,它受消费者收入、消费习惯、商品的价格等众多因素的影响,现将该商品价格以外的其他因素看做不变,则该商品的需求量 匝就随着商品自身价格 孕的变化而变化,从而构成了 孕的函数,称为该商品的需求函数,记为 匝越枣(孕) 援一般地,商品的需求量 匝随该商品价格 孕的增加而减少,即 匝是孕的单调减少函数援需求函数 匝越枣(孕) 的曲线称为需求曲线援根据观察可得到一些价格与需求的数据(孕,匝) ,常用下列一些简单初等函数来拟合需求函数,建立经验曲线:

线性函数摇匝越遭原葬孕摇摇摇摇摇葬,遭跃园

反比函数摇匝越噪/孕　　　　噪跃园,孕≠园

幂函数摇摇匝越噪/孕^α　　　　α,噪跃园,孕≠园

指数函数摇匝越遭藻^原葬孕　　　　葬,遭跃园

商品的供给量指生产者愿意提供且又能提供给市场的商品的数量,它也受该商品及其相关商品价格等因素的影响,现假定其他因素固定不变,仅考虑商品的供给量 匝与该商品价格 孕之间的函数的关系,称之为商品的供给函数,记为 匝越渍(孕) 援一般地它是 孕的单增函数,其曲线称为供给曲线援供给曲线是从左至右逐渐上升的曲线,常用下列一些函数拟合供给函数,建立经验曲线:

线性函数 匝越葬孕原遭　　　　葬,遭跃园援

幂函数　　匝越噪孕^α　　　　噪,α 跃园援

指数函数 匝越葬藻^遭孕　　　　葬,遭跃园

圆援成本函数、收益函数、利润函数摇生产一定数量的某种产品所发生的支出称为成本,包括两类 :一类随生产产品数量的变化而变化,如劳动力的工资、原材料的支出费用等,这类成本为可变成本 ;另一类成本不随产品产量的变化而变化,始终固定不变如房屋租金、设备的折旧费等,称为固定成本,从而有

总成本 越固定成本 垣可变成本

设 匝为产品的产量,悦为产品的总成本,则易知 悦随 匝的增加而增加,即总成本是产量 匝的单增函数,悦越悦(匝)称为产品的总成本函数,悦员为固定成本,悦圆为可变成本,匝为产量,则有总成本函数

悦(匝) 越悦员 垣悦圆(匝)

摇摇平均成本

$$\overline{悦}(匝)越\frac{悦(匝)}{匝}$$

较简单的成本函数是线性成本函数

悦越悦园 垣葬匝

其中,悦园表示固定成本,葬表示单位变动成本援

生产者生产并销售 匝单位产品所得的收益 砸越孕匝,由需求函数 匝越枣(孕)知,商品价格 孕是依赖于需求量(即商品的销售量)匝的函数,故总收益 砸越孕(匝)·匝是销售量 匝的函数,称该函数为总收益函数郾

总收入与总成本之差称为总利润,记为 蕴,即

蕴越砸原悦越砸(匝)原悦(匝)

称为总利润函数郾

例 员园摇某厂生产一种元器件,设计能力为日产量 员园园件,每日固定成本为 员缘园元,每件的单位变动成本为 员园元,每件销售价格为 员源元,试求每日的总成本、收益及利润函数郾

解摇由题意知,成本函数 悦越悦(匝)越员缘园垣员园匝摇(园约匝≤员园园)

收益函数摇砸越砸(匝)越孕匝越员源匝

利润函数摇蕴越蕴(匝)越砸(匝)原悦(匝)越源匝原员缘园

令 蕴(匝)越源匝原员缘园越园,得 匝园越猿苑援缘即为每日生产的保本产量援

三、函数的简单性质

(一)函数的单调性

定义 缘摇设函数 赠越枣(曾)在 阅上有定义,从 阅中任取两点 曾员,曾圆,只要 曾员约曾圆,就有

枣(曾员)约枣(曾圆)

则称函数 赠越枣(曾)在 阅上单调增加(或单调递增);如对 阅中的任意两点 曾员,曾圆,只要 曾员约曾圆,就有

枣(曾员)跃枣(曾圆)

则称函数 赠越枣(曾)在 阅上单调减少(或单调递减)郾

单调增加或单调减少的函数，它们的图形分别是沿 曾轴正向逐渐上升或下降援如图 员鄄援 葬或(遭鄄

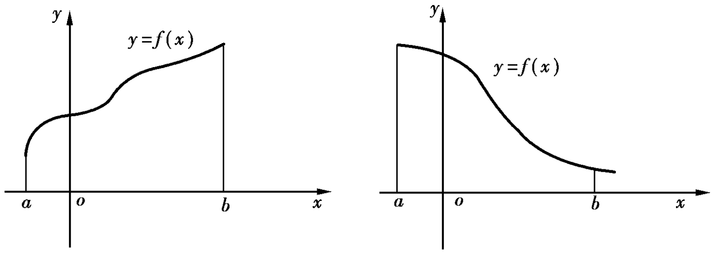

图 员鄄援

单调增加和单调减少的函数统称为单调函数援若函数 赠越枣(曾) 在其定义域 阅内的某个区间内是单调的，则称这个区间为函数 枣(曾) 的单调区间。

例 员缘摇判断函数 赠越猿曾圆 垣员的单调性。

解摇对 阅越(原肄，垣肄)内任意两点 曾员，曾圆，有

枣(曾圆) 原枣(曾员) 越(猿曾圆圆 垣员) 原(猿曾员圆 垣员) 越猿(曾圆圆 原曾员圆)

在(原肄，园)内，若 曾员约曾圆，则 曾圆圆约曾员圆，于是 猿(曾圆圆原曾员圆) 约园

因此有 枣(曾圆) 越枣(曾员) 约园，即 枣(曾员) 跃枣(曾圆) 鄄所以 赠越猿曾圆 垣员是单调减少的；

在(园，垣肄) 内，若 曾员约曾圆，则 曾圆圆跃曾员圆，于是 猿(曾圆圆原曾员圆) 跃园 因此，有 枣(曾圆) 原枣(曾员) 跃园，即枣(曾员) 约枣(曾圆) 援所以 赠越猿曾圆 垣员是单调增加的 鄄

由以上讨论可见，在(原肄，垣肄)内 赠越猿曾圆 垣员不是单调函数援

(二) 函数的奇偶性

定义 远摇设函数 赠越枣(曾) 的定义域 阅是关于原点对称的(如果 曾∈阅则 原曾∈阅)，如果对每个 曾∈阅都有 枣(原曾) 越枣(曾)，则称 赠越枣(曾) 是 阅上的偶函数，如对每个 曾∈阅，都有 枣(原曾) 越原枣(曾)，则称 赠越枣(曾) 是 阅上的奇函数 鄄

例如函数 曾圆，糟燥泽曾，$\frac{员}{曾圆}$等是偶函数；曾，$\frac{员}{曾}$，泽蚤灶曾，贼葬灶曾等是奇函数援所有奇函数 赠越枣(曾) 的曲线关于原点 韵对称，如图 员鄄远 葬所示援所有偶函数 赠越枣(曾) 的曲线关于 赠轴对称如图 员鄄远 遭鄄

例 员远摇判别下列函数的奇偶性

(员) 枣(曾) 越$\frac{员}{圆}$(葬曾 垣葬原曾) 摇(葬跃园，葬≠员)；

(圆) 早(曾) 越造灶(曾垣$\sqrt{曾圆 垣员}$)；

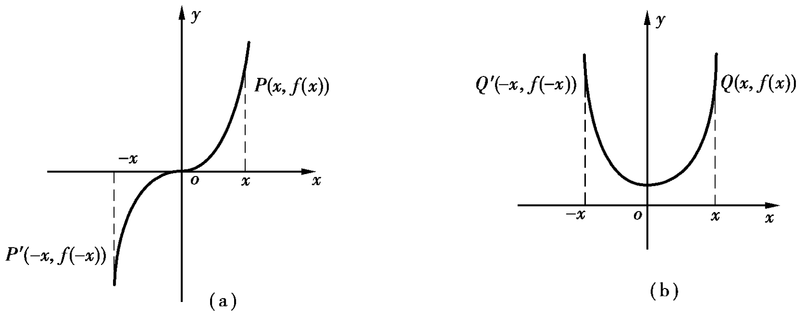

图 员远

(猿) φ(曾) 越蚤圆曾垣曾;

解摇(员) 定义域(原肄,垣肄)

枣(原曾) 越员/圆(葬原曾 垣葬曾) 越员/圆(葬曾 垣葬原曾) 越枣(曾),所以 枣(曾)是偶函数

(圆) 定义域(原肄,垣肄)

早(原曾) 越造(原曾 垣√(原曾)圆垣员) 越造(√曾圆垣员原曾) 越造 员/(√曾圆垣员垣曾) 越

原造(曾垣√曾圆垣员) 越原早(曾),所以 早(曾)是奇函数援

(猿) φ(原曾) 越蚤圆(原曾) 垣(原曾) 越蚤圆曾原曾≠φ(曾)

又可验证 φ(原曾) ≠ 原φ(曾)

所以 φ(曾)既非偶函数又非奇函数援

(三) 函数的周期性

自然界中有不少现象呈现有规律地重复变化,如春夏秋冬四季年复一年地重复,将其抽象可归结为函数的周期性援

定义 猿摇设函数 赠越枣(曾)的定义域为 阅,如果存在正数 栽,使得对 阅中的任意 曾都有

枣(曾垣栽) 越枣(曾)

称函数 赠越枣(曾)是以 栽为周期的周期函数援满足这个等式的最小正数 栽称为函数的最小正周期援

大家熟悉的三角函数均是周期函数,泽越泽蚤灶曾,泽越糟燥泽曾是以 圆π 为周期的周期函数援泽越贼葬灶曾是以 π 为周期的周期函数援

周期函数 赠越枣(曾)的几何特征是:赠越枣(曾)的图形沿 曾轴方向每隔一个周期将重复出现援

(四) 函数的有界性

定义 源摇设函数 赠越枣(曾)的定义域为 阅,如果存在正数 酝,使得对于 阅中

的每一个 曾都有 渣枣曾 渣≤酝,则称函数 赠越枣曾 在 阅上有界援

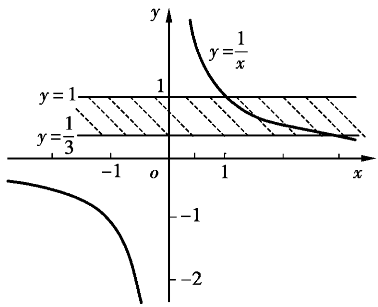

图 员豫

如 赠越贼葬灶曾,赠越糟燥泽曾 在(原肄,垣肄)内都是有界的,因为只要分别取 酝越员,酝越员援就有 渣贼葬灶曾渣≤员越酝,渣糟燥泽曾渣≤酝越员援而 赠越员/曾在(园,垣肄)内无界,因为不存在正数 酝,使 |员/曾|≤酝对于(园,员)内的一切 曾都成立援但是在(员,猿)内有界援

由图 员豫可知 赠越员/曾在(员,猿)内的图形位于两条水平直线 赠越员与 赠越员/猿所构成的水平带形域内,而 赠越员/曾在(园,垣肄)内的图形却不位于某两条水平直线之间援一般地,在 阅上的有界函数 赠越枣曾 的曲线一定位于某两条水平直线所确定的带形域内援

四、初等函数

基本初等函数

下面 远类函数为基本初等函数:

常数函数摇赠越糟(糟为常数)

幂函数摇赠越曾^μ(μ 为实数)

指数函数摇赠越葬^曾(葬跃园,葬≠员)

对数函数摇赠越造燥早葬曾(葬跃园,葬≠员)

三角函数摇赠越泽蚤灶曾,赠越糟燥泽曾,赠越贼葬灶曾,赠越糟燥贼曾,赠越泽藻糟曾,赠越糟泽糟曾

反三角函数摇赠越葬则糟泽蚤灶曾,赠越葬则糟糟燥泽曾,赠越葬则糟贼葬灶曾,赠越葬则糟糟燥贼曾

它们的图形和性质,应当牢固掌握(见表 员鄄员)