

# 第一篇

## 金融工程的基本工具

自从布雷顿森林体系在 20 世纪 70 年代崩溃以来，金融全球化成为世界经济一体化极其重要的组成部分。金融创新浪潮不仅积极地推动世界经济的迅速发展，更重要的是，它深刻地改变了金融市场的面貌与机制。特别是进入 20 世纪 90 年代，几乎任何一种传统金融市场的工具（如股权、债券、货币及其外汇等市场的工具）都有可能充当“变色龙”，衍生为其他金融工具。传统的金融市场扮演出一种新的角色——金融衍生市场。当今世界上大多数的银行和金融机构都在积极地从事金融衍生业务，极大地推动着世界交易量迅猛增加。金融衍生市场已成为当今金融领域中的主旋律。

按照金融市场的这一新的特征，对于每一种金融市场，均可将它分解成为基础市场（underlying market）和衍生市场（derivatives market）来加以认识。基础市场包括传统的股票市场、债券市场和外汇市场等，股票的价格或股票指数、债券与货币的面值、利率等都是基础价格。衍生市场是基础市场的延伸领域。一般来说，衍生工具（产品）是一种价值基于某种或某些基础工具（产品）之上的金融工具（产品），每一种衍生合约取决于基础工具的价格，或为基础工具价格的函数。例如，股票指数期权，是股票指数的衍生品，它的价值将随着股票指数变化而变化，是股票指数的函数。须强调一点，本篇所指的基本金融工具，包括基础市场上的传统工具以及四种衍生工具（远期、期货、期权及互换等合约）。

经过 20 多年来的金融创新，金融工具实在多得令人眼花缭乱，头晕目眩。因篇幅有限，我们不可能对这些金融工具一一进行展示，只打算着重讲述金融市场上较常见的基本工具及其演变过程，为掌握金融工程原理、研究金融风险管理技术打下基础。



# 第一章

## 基本的股权工具

当今的股权市场包括传统的股票市场和股权衍生市场。传统的股票市场是最基础的股权市场，股权衍生市场又可分为股权远期市场、股权期货市场和股权期权市场。本章基本上按照这一市场的框架，来讨论有关的股权工具。

### 第一节 基础的股权工具

最基础的股权工具是公司的股票。股票的最基本的性质是公司的所有权凭证。股票持有者，一般拥有与其所持股份成比例的投票权。所有权的典型表现是占股份多数的股东或股东群体具有重大决策的决定性影响力，股权的规模经济实际上挤占了少数股东的所有权，使得他们在自己的意愿无法实现时不得不“用脚投票”。

但在盈余分配上，同质的股票不管数量的多少具有同样的权利。股利的分配可以采用两种方式：现金股利和股票股利。现金股利是以一定数量的现金支付给每一股份。一般，支付现金股利后，每股净资产减少，股票价格会随之下降。股票股利的发放形式是按持股的比例给予每个股东增发股票，这与现金股利发放的效果是一样的，即每股净资产减少，股价大致同比率下降，所不同的是，股票股利就像未分配利润那样，乃是公司内部一种融资方式。

通常，股票可以分为普通股和优先股。这两种类型的股票在发行公司进入破产清算时所获得的求偿权是不一样的。虽然持有股票的股东是公司资产变卖后所得收益的最后受益人，但优先股的股东在所有债权人获得清偿后可以获得比例或全额清偿，在优先股的股东获得全额清偿后，普通股股东才可以按其比例获偿剩余的部分。就是说，优先股股东对发行公司资产的求索权位于普通股和债券之间。

股票的风险是很大的，这主要表现在两个方面：第一，通过股票获得未来的收入是不确定的。因为公司没有承诺何时归还当初投资于股票的现金，也没有保证何时一定要支付股息。第二，在发行公司破产的情况下，股东拥有的求偿权也在所有债权人之后。尽管如此，持有股票的投资者还是大有人在。由于风险与报酬之间存在着一定的相关关系，因此持有股票面临额外风险的投资者，期望获得额外收入，以此来得到补偿。这就是股权风险的诱惑力。

股票市场有一级市场和二级市场之分。一级市场即为发行市场，二级市场为已经发行股票的流通市场。股票的发行一般通过证券商进行，证券商提供承销、推销和咨询服务。

股票的发行有面向公众发行的，也有面向特定的机构私募发行的。前者能够吸引众多的潜在投资者，后者可以降低融资的成本。

股票的交易可以在股票交易所内进行，也可以在场外（OTC）进行。在股票交易所上市的公司需要履行交易所规定的义务，当然包括定期财务报告在内的信息披露。如果公司不能满足交易所上市条件或情愿少披露信息，那么可选择场外交易。世界上最大的股票市场是纽约股票交易所（NYSE），其次是伦敦股票交易所和东京股票交易所。

另一种基础的股权工具是股票指数（stock index），它以特定的时点为基数（比如 100 点，1 000 点等），一个特定股票组合的某种加权平均通常是用流通股份作为权数。组合中的股票可以有相同的权重，或权重以某种方式随时间变化。如果将整个股票市场的所有股票作为一个股票组合，这就是一个全集，此种股指的变动理所当然反映了整个市场状况，这样的股指称为综合指数。实证分析表明，20 个以上股票组合的风险基本上是系统风险。由几十个股票组合构成的股指来反映整个市场的走势，这样的股票指数被称之为成分股指。采用这种方法编制的股指比较普遍。例如，主要市场指数 MMI，该指数是由在纽约交易所上市的 20 只蓝筹股组合而编制的；道·琼斯工业平均指数也是包含相对较少的几种股票的组合；标准普尔 500 指数，简称 S&P 500 指数，包括 500 种股票的组合，其中有 400 种工业股、40 种公用事业股、20 种交通事业股和 40 种金融机构股；由东京股票交易所交易的 225 家最大股票组合而构成日经 225 股票平均指数；而 NYSE 指数包括了在纽约股票交易所上市的所有股票，该指数当然是综合指数，等等。

## 第二节 股权远期

### 一、定 义

股权远期合约是一种最简单的股权衍生资产。这种合约是在将来某一特定时间按照某个确定的价格买卖特定的股权或进行特定交易的合约。我们称合约中将来某一特定时间为到期日（maturity），称某个确定的价格为交割价格（delivery price），称特定的股权为基础资产（underlying），称购买特定的股权的一方为多头（long position），另一方为空头（short position）。对于买卖双方来说，在合约签署时，股权合约的价值都为零，这意味着股权远期合约可以免费进行。这一原则适应于任何一种远期合约（如外汇远期合约，利率远期合约，等等）。

### 二、股权远期合约的损益

股权远期合约到期日必须交割。多头持有者以交割价格支付现金获得空头持有者交付的股权资产。由于签署远期合约时刻股权远期合约价值为零，因此，远期价格等于交割价格。这一结论同样适应于外汇远期合约、利率远期合约以及任何一种远期合约。随着时间向后发展，股权的远期价格可能发生变化，而交割价格不变，远期价格和交割价格可能不再相等，股权远期合约的价值可能为正，也可能为负。

如果我们用  $X$  表示股权远期合约的交割价格， $S_T$  为到期时股权的即期价格，那么一单位股权远期合约多头的损益（pay off）为  $S_T - X$ ，而合约的空头损益为  $X - S_T$ 。如图

1—1 所示。

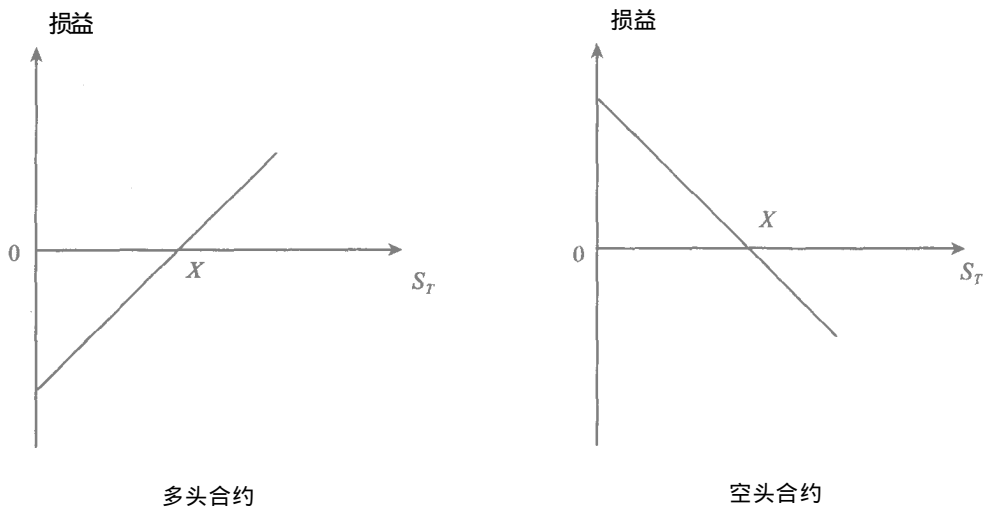


图 1—1 股权远期合约的损益

### 三、市场参与者

金融衍生市场参与者可分为三大类：保值者（*hedger*），投机者（*speculator*），套利者（*arbitrageur*）。这三种参与者同样活跃在股权远期市场上。保值者的目的是要减少未来的不确定性，而不在于增加未来的盈利。比如某个人购买一种股票远期合约，对于他来说，股票价格的上升或许是很难承受的，然而他并不指望从股票价格的可能大降中节省成本或者他认为这种可能性不大。投机者的目的与保值者的目的相反，他（她）希望增加未来的不确定性，进行股票交易旨在赚取远期价格与实际价格之间的差额，打赌股票价格上涨，或者打赌股票价格下降。比如出售一种股票，他很自信这种股票的价格必定要下跌，或者愿为股票价格下跌时获益而承担涨价的可能损失。套利者可以在某一瞬态在两个或多个市场进行同一股票远期交易，以锁定一个无风险的收益，也可以在不同的时点上进行远期套利。前者为跨市套利，后者为跨时套利。跨市套利或跨时套利将使得不同地点市场价格或不同时间的价格趋于一致。

### 四、股权远期合约的缺点

股票远期合约存在着两个缺点：第一，二级市场很难发展。股票远期合约不易于在到期前就在二级市场上出售掉，从而不需要履行实物交割的义务。原因是，远期合约是由具体的买卖双方制订的，合约中的条件很难被其他第三者所接受。这就导致二级市场的交易费用较高，大多数的远期合约在柜上交易。当然也有少数的远期合约在交易所内进行交易。第二，存在违约风险（信用风险）。上述远期合约的特点决定了远期合约的违约风险也较高。这一缺点是相对于其他衍生市场（如期货市场、期权市场）而言的，我们将在以后的章节中来逐步认识。

### 第三节 股权期货

通常，在股权期货市场上，基础资产指的是股票指数，简称股指。股指期货是一种典型的现金结算合约。下面具体地介绍这一基本的股权衍生工具。

#### 一、定 义

股票指数期货（stock index futures）是按照交易所的规定设定和交易安排进行买卖和维护相应股票指数面值的远期合约。但与远期合约不同，股票指数期货合约是一种交易所内标准化的远期协议，这使得股票远期合约双方相当明白某一特定时期某特定的一篮子股票，只剩下交割价格作为竞争目标。由于股指期货合约的双方不一定相识，因此不像远期合约那样，由交易双方商定协议的每一个细节，而是交易所根据详细规定的标准化条款，为交易双方提供该期货合约的承兑保证。

#### 二、股票指数期货的标准化

股票指数期货的标准化涉及交割标的品种、规格、数量、期限、交割地点等等。这里标的就是基础资产，即股票指数，上节中已列举了一些股票指数的实例。股票指数通常由几十个或几百个股票构成，股票指数期货合约都是通过赋予指数一定的价值或乘数（multiplier）来确定名义值的。例如，标准普尔 500 指数期货合约价值为该指数乘以 500 美元；日经 225 指数期货合约的价值是该指数乘 1 000 日元；等等。股票指数期货是以指数点来进行报价的，最小变动价位有 0.05 点，0.5 点，0.1 点，1 点以及 5 点等形式。对每一种股票指数期货的最小变动价位赋予相应的乘数，就得到该股指期货的最小变动价值，如表 1—1 所示。

表 1—1 主要几种股票指数期货合约

股票指数名称	乘数	最小价位	最小变动价值
标准普尔 500 指数	\$ 500 ×	0.05	\$ 25.00
日经 225 股票指数	¥ 1 000 ×	10	¥ 10 000
主要市场指数	\$ 250 ×	0.05	\$ 12.5
NYSE 综合指数	\$ 500 ×	0.05	\$ 25.00

除上述之外，股票指数期货合约交割是以现金结算的。这是由于股票指数是一篮子股票，直接交割标的资产非常不方便。例如，日经 225 股票指数期货合约，交割标的资产将包括交割一个 225 种股票，交割这样一组庞大的资产的交易成本是很高的。一笔现金结算当然高效。同时，股票指数期货合约的交割日期、交割月份、交割结算价以及交割可利用的账户都有了交待。例如，对于标准普尔 500 指数期货，是交割月份的第三个星期五之前的那个星期四。股票指数期货可以交割的月份为 3 月、6 月、9 月、12 月。大多数股票指数期货合约在最后一个交易日的结算价格定为该日指数的收盘指数，而标准普尔的结算价定为次日的开盘指数。前者保证了期货价格收敛于到期的即日价格，后者目的是为了

“魔鬼时分” (triple witching hour)。

股票指数期货合约的标准化大大提高了合约的流通性。合约交易的活跃表现在到期前多次转手买卖。大多数期货合约交易者在到期日之前就通过购买一份内容相同、方向相反的合约进行对冲 (offsetting)，避免了在最后交易日所要进行的繁琐的交割手续。

### 三、防范方法规范性

虽说股票指数期货合约与远期合约有着相同之处，即期货合约也要求合约的所有者在合约到期日按约定的交割价格 (协定价格) 购买约定的标的资产，而且两种合约的损益状况均可用图 1—1 来表示，但是在控制违约风险 (信用风险) 方面，期货合约远胜于远期合约，这一成就主要归因于股票指数期货合约的防范方法规范化。

我们知道，远期合约的交易双方都担负着对方违约的风险，当股票指数的价格在协议期间上涨时，股票指数远期合约的多头具有正价值，空头可能会后悔，极力想毁约，多头可能面临空头违约的风险；反之空头可能面临多头违约的风险。对于这种违约风险，股票指数期货市场实行一种保证金 (margin) 制度，采取逐日盯市 (marking to market) 方法，使得股票指数期货合约好像变成了每天收盘时订立的期货合约。说得具体一些，股票指数期货合约的损益是在其被实现的当天未被转移的。请见图 1—1，假定合同签订后，股票指数期货价格上涨，结果按当天的股票指数期货清算价格，多头具有正价值，逐日盯市就是盯住清算价格的合约，从保证金中当天就让空头支付多头这一相应的价值。反之，逐日盯市操作会让多头支付给空头相应的价值。而在远期合约中这些损益转移不到合同到期日是不会实现的。

在股票期货合约中，损益转移支付都是通过每个期货交易者的保证金账户来实现的。因此，保证金账户必须有维持各种情况的资金账户，这就是维持保证金 (maintenance margin)。当然，合约刚刚签订时通常要求投资者按规定存足保证金，这种保证金被称为初始保证金 (initial margin)。维持保证金通常低于初始保证金数额。当保证金低于维持保证金时，交易所要求交易者增加保证金至初始保证金数额，这个增加的部分称为变动保证金 (variation margin)。不断变化与补充的保证金账户，有效地控制了股票期货合约中的违约风险。

合约的标准化以及防范方法的规范化，使得期货交易所直接成为交易双方的对手。交易双方的违约风险转化为交易的风险。期货交易所为了进一步实现风险极小化，必要时会采取另外一些措施：如可能在交割月要求更高的保证金，即交割月保证金 (delivery month margin)；实行股票指数期货价格每日涨跌停板制度 (daily price movement limits)，即当股票指数期货价格下降的金额达到交易所规定其每日价格变动的限制，或者股票指数期货价格上升的金额达到每日价格限制时，该合约达到跌停板 (limit down)，或者达到涨停板 (limit up)；等等。这些措施都不同程度地弱化了股票指数期货合约的风险。

### 四、股票指数远期合约与其期货合约

股票指数期货市场实行保证金制度，期货合约的损益在每天结束时清算，昨天的合被结算，而一份新的合约又被制订。只要交易双方严格遵守保证金制度，逐日盯市连续发生下去，第一天的合约被第二天新的合约所代替，第二天的合约又被第三天的新合约代

替，如此类推，直至合约终止日。正因为如此，费歇尔·布莱克 (Fischer Black) 称期货合约为一系列的远期合约。

逐日盯市使得股票期货合约的履行期缩短到最小单位——一天，无疑违约风险也相应达到最小。而在远期合约中，合同的到期日不能改变，违约风险难以减小。另外，如果交易方的保证金账户的余额低于维持保证金数额，而拒绝保证金催讨 (margin call) 通知时，那么他 (她) 的合同终止，违约风险也就没有了。

弄清楚股票指数远期合约与其期货合约之间的关系另外一个重要意义是：我们只需要给这两种合约的其中一个定价，就可以知道另一种合约的价格。

## 五、中国的一个虚例

鉴于目前报刊杂志上的呼声，即要求建立我国股票指数期货市场。我们可以来一个假想，即假设我国设计一种股票指数期货。在此情况下，我们来认识保证金制度将来在我国股票指数期货市场上的作用。

设想上证综合指数为我国一个股票指数，该指数期货合约价格为该指数乘以 10。该股指期货清算价格为当天收盘前一段时间成交价格的平均值。某年某月某日某个时间，一份股票指数期货以 2000 点成交了，当天的期货清算价格为 2030 点。相对于这一清算价格来说，交割价格为 2000 点的期货合约多头增加了 300 元的价值，而空头却亏了 300 元。期货交易所通过交易双方的保证金账号，迫使空头当天向多头支付 300 元。这样，多头保证金账户的余额就增加了 300 元，而空头保证金账户的余额就减少了 300 元。反之，当天的期货清算价格下降到 1970 点，那么逐日盯市制度将使得多头保证金账户的余额减少了 300 元，而空头保证金账户的余额增加了 300 元。

如果再设想一步，我国的股票指数期货市场也实行严格维持保证金、初始保证金、变动保证金、交割月保证金与每日涨跌停板限制的制度与措施，那么股票指数期货市场上的违约风险就可以大大地减少。

上述的例子告诉我们：在建立我国股票指数期货市场的同时，必须完善保证金制度，才能确保我国股票指数市场沿着稳定、健康的轨道运行。

须注意，有关股票指数期货合约的标准化以及逐日盯市的保证金制度，也是其他期货市场的根本保障。

## 第四节 股权期权

在股权市场上，除股权远期或股权期货这两类衍生工具外，还有一类衍生工具名叫股权期权。

### 一、定义与规定

股权期权合约就是一方通过支付期权费 (premium) 获得未来某一确定的时间以一定的价格向另一方购买或出售一定数量特定的股权的权力的合约，权利方称为期权的多头 (long position)，义务方称为期权的空头 (short position)。

在股权远期和股权期货合约中持有者有义务购买或出售以股权为基础的资产，但股权

期权赋予持有者一种权利，而非义务。就是说股票期权合约持有者不一定必须行使该权力，有放弃合约的权力。股票期权合约的这一特点决定了它不像股票远期合约或期货合约那样可以“免费”；对于股票期权多头来说，“天底下没有免费的午餐”——必须支付期权费。

在股权期权市场上，最基本的工具有两种，一种是以单个股票为基础资产的期权，另一种是以股票指数为基础资产的期权。

### 1. 股票期权合约的特点

股票期权始于 1973 年，此后股票期权市场迅猛发展，芝加哥期权交易所（CBOE）是美国最大的股票期权交易所，另外，费城交易所（PHLX）、美国股票交易所（AMEX）、太平洋股票交易所（PSE）和纽约股票交易所（NYSE）都进行股票期权交易。交易最活跃的股票期权是 IBM、柯达和通用汽车等一些股票期权。

如同股权期货那样，期权交易所对股票期权合约的期限和协定价格等交易方面进行规定。

例如：在芝加哥期权交易所，股票期权合约的交割月份是根据该期权在 1 月份，或 2 月份或 3 月份所形成的周期。1 月份的周期包括 1 月份、4 月份、7 月份和 10 月份；2 月份的周期包括 2 月份、5 月份、8 月份、11 月份；3 月份的周期包括 3 月份、6 月份、9 月份和 12 月份。如果股票期权合约没有超过当前月份的到期日，该期权合约则包括到期日在当前月份、下个月份和当前月份所处的周期内的下两个月份的合约。倘若股票期权合约超过当前月份的到期日，那么该期权合约则包括到期日在下一个月份、再下一个月份和该期权所处周期内的下两个月份的合约。例如，柯达股票期权处于 2 月份的周期，若处在 2 月初，上市期权的到期月份在 2 月份、3 月份、5 月份和 8 月份。在 2 月末，上市期权的到期月份在 3 月份、4 月份、5 月份和 8 月份。

在芝加哥期权交易所，股票期权合约精确的到期时间是到期月第三个星期五之后的那个星期六美国中部时间中午 10:59。到期的第三个星期五即是该期权的最后交易日。股票期权的多头要在最后交易日下午 4:30 之前向他或她的经纪人发出是否执行期权的指令。经纪人接受指令后，要在第二天（星期六）10:59 之前通知交易所进行交割。

在期权交易所，上市的股票期权合约在制订执行价格（协定价格）上也是有规定的。交易所通常规定在股票价格低于 25 美元 / 每股的情况下，股票期权的执行价格的变动间隔为 2.50 美元；当股票价格高于 25 美元 / 每股 而小于 200 美元 / 每股时，其执行价格的变动间隔为 5 美元；股票价格高于 200 美元 / 每股，执行价格的变动间隔为 10 美元；等等。上述有关期权合约执行价格的规定，仅限于不拆股或不分红的情况。对于拆股与分红情况，上市的期权执行价格应作相应的调整。

除上述有关规定之外，期权交易所还会对股票期权的交易头寸和合约执行进行限制，像期货合约一样，也实行保证金制度，等等。感兴趣的读者可参阅有关期货与期权的书籍。

### 2. 股票指数期权合约的特点

就像在场内交易的股票期权那样，在交易所上市的股票指数期权合约通常也有标准化

的要求，即要有基础资产、执行价格、到期日、执行方式、清算、部位限制、保证金、最后交易日和交易时间等具体规定。现以芝加哥期权交易所的因特网指数（缩值）长期期权预期证券（CBOE Internet Index (Reduced - value) LEAPS）为例，来说明股票指数期权的标准化特征，见表 1—2。

表 1—2 芝加哥期权交易所的因特网指数（缩值）长期期权预期证券

基础资产	CBOE 因特网的 1/10。该指数是 12 个提供因特网访问和软硬件设计制造公司的美元等值加权平均指数。指数每季度在 3 月、6 月、9 月和 12 月的第 3 个星期五结束时重新调整
乘数	100 美元
最小价格变动	2 点
交割价格	基于 CBOE 因特网指数价值的 1/10 的价内、平价和价外执行价格先上市。新的序列随着基础资产远离现有的最高和最低执行价格时逐渐加入
期权费报价	以点和分数表示。一点等于 100 美元。对于小于 3 的序列，最小波动是 1/16 (6.25 美元)，其他序列为 1/8 (12.50 美元)
到期日	到期日第三个星期五后第一星期六
执行方式	到期前的最后一个交易日
期权执行的清算	执行清算值是在到期日前的最后一个交易日（通常是星期五），每个成分股在原来市场上的第一个（开盘）报告销售价基础上计算得出的，四舍五入到 0.05。如果指数中的某个股票在执行清算值决定日没有交易，就用最近一个报告销售价。执行清算额等于执行清算值减去期权的交割价格与 100 美元的乘积。现金结算于到期日次营业日完成
部位限制	总部位限制是同一方向的 12 000 张合约。10 张 INX LEAPS 等同于 1 张足值 INX 期权合约
保证金	未保值的出售者必须存入 100% 的期权费收入，外加 20% 的合约总价值减去使期权成为价外的金额。最低保证金 100% 的期权费收入外加 10% 的合约总价值。看跌或看涨期权的多头必须全额支付期权费
最后交易日	执行清算值计算的前一个营业日（通常是星期四）
交易时间	中部时间（芝加哥时间）上午 8:30 到下午 3:02

由上表可见，该股票指数期权的基础资产是指数值乘以 1/10，因此为缩值，但是乘数为 100 美元，这相当于每点的价值为 10 美元，所以还是足值的指数期权。该股票指数期权只能在到期日前的最后那个交易日执行，对每个期权来说，交易日的精确时间都是确定的。具体规定缴纳的保证金可以防范空方的违约风险。部位限制可以防止投机者操纵市场。表 1—2 所体现出来的标准化格式，基本上是场内交易的股指衍生品的通用做法。

实际上，并非所有的股权期权合约都在交易所内进行交易，更多的股权期权是在场外交易的。场外股权期权交易的主要优点是金融机构可以根据交易双方的需求直接订立期权合约，一些非规范化的条款可以写入合约之中。这类股权期权的执行价格和到期日不必与场内交易的期权合约相一致。类似于标准化股权期权，非标准化股权期权品种也相当多。譬如，障碍期权（barrier option）、亚式期权（Asian option）、回望期权（look back option）以及百慕大期权（Bermudan option）等都是非标准化期权。关于这些非标准化期权的特征，我们将在以后的篇章中加以说明。

## 二、期权的种类

股权期权有两种基本类型：看涨期权（call option）和看跌期权（put option）。前者是指持有者有权在某一确定时间以某一特定的价格买入某项股权资产（如股票，或股票指数），后者是指持有者有权在某一确定时间以某一特定的价格出卖某项股权资产（如股票，或股票指数）。股权期权合约中的确定时间为到期日，或执行日，或期满日（expiration date, exercise date, maturity）。合约中的某一特定价格被称为执行价格或者敲定价格（exercise price or strike price）。股权期权的购买者被称为该期权的多头。期权多头支付期权费。股权期权的出售者（writer）被称为该期权的空头。期权空头收取期权费，承诺期权多头。由于期权费是购买者获取期权的支出费用，所以它也就表示期权本身的价格。

股权期权多头执行期权的时间规定为必须在到期日，这样的期权称为欧式期权（European option）；若执行期权的时间可为期权有效期内的任何时间，这样的期权称为美式期权（American option）。

每一种类型的股权期权都有多头与空头之分，因此，上述两种类型的股权期权可分成四种基本部位：看涨股权期权多头，看涨股权期权空头，看跌股权期权多头，看跌股权期权空头。

如果用  $X$  表示股权期权的执行价格， $S_T$  表示到期日（ $T$ ）股权资产的价格， $c$  表示股权期权的价格（期权费），那么对应上述四种部位的欧式股权期权的损益状态如图 1—2 所示。

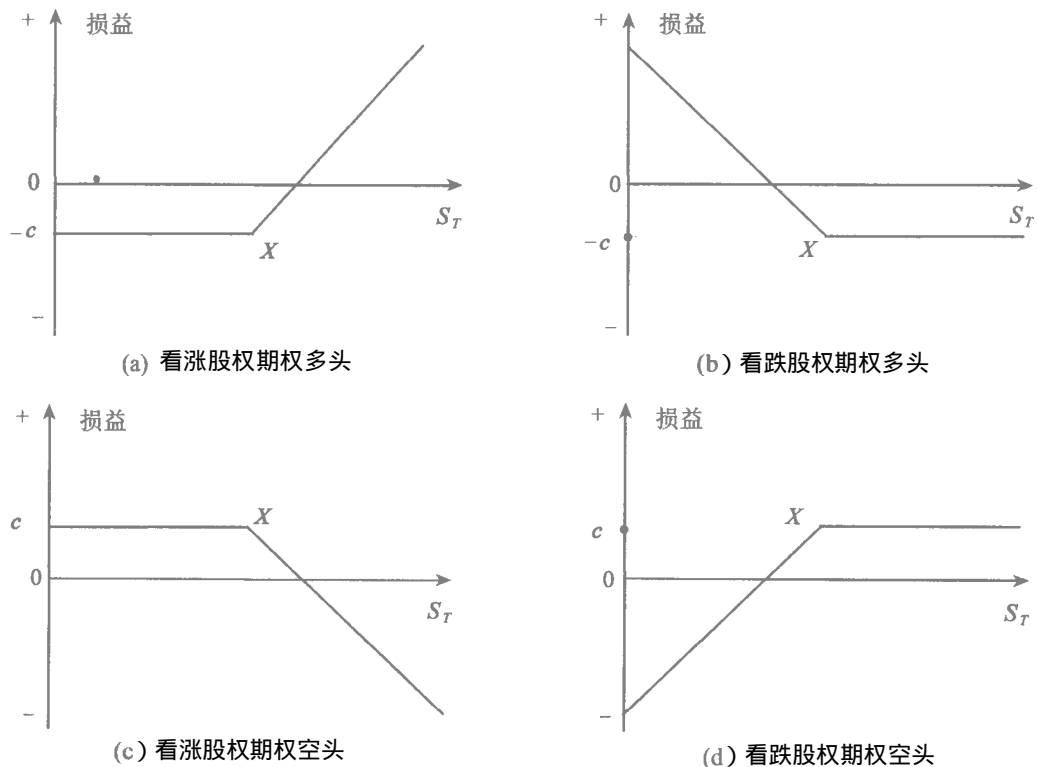


图 1—2 欧式股权期权四种部位的损益

### 三、股权期权的价值

#### 1. 欧式股权期权合约的损益

如果不考虑股权期权的费用（初始期权成本），则上述四种欧式股权期权合约的损益状态如图 1—3 所示。

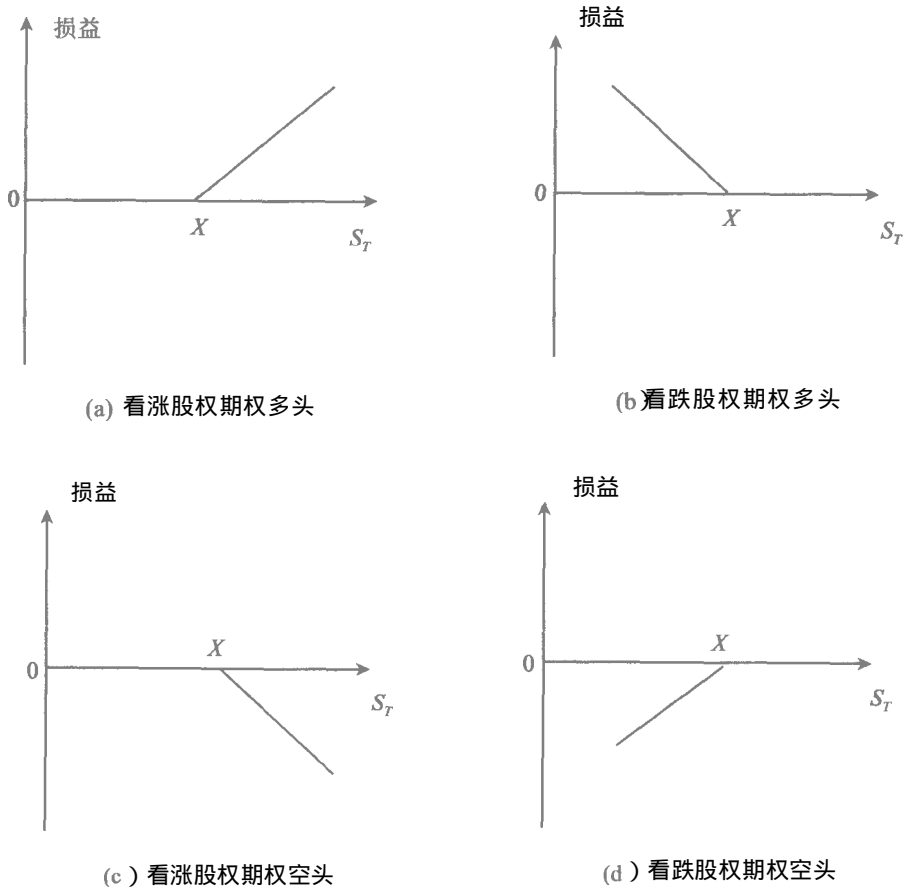


图 1—3 无初始成本的欧式股权期权的损益

图 1—3 (a) 反映出欧式看涨股权期权多头的损益状况，即当到期日股权的价格  $S_T$  大于执行价格  $X$  ( $S_T > X$ ) 时，该期权被执行；若到期日股权的价格  $S_T$  小于或等于执行价格  $X$  ( $S_T \leq X$ )，该期权将被放弃，一文不值。这种情况下的欧式看涨股权多头的损益为  $\max(S_T - X, 0)$ 。

图 1—3 (b) 反映出欧式看跌股权期权多头的损益状况，说明到期日股权的价格  $S_T$  小于执行价格  $X$ ，该期权被执行；若到期日股权的价格  $S_T$  大于或等于执行价格  $X$ ，则该期权将被放弃，一文不值，可见，此时的欧式看跌股权期权多头的损益为  $\max(X - S_T, 0)$ 。

图 1—3 (c) 表明，欧式看涨股权期权空头的损益为  $-\max(S_T - X, 0)$  或者

$\min(X - S_T, 0)$  这与欧式看涨股权期权多头的损益相对应 即为看涨多头部位损益的负值。

同理可知 (见图 1—3 (d)), 欧式看跌股权期权空头的损益为  $-\max(X - S_T, 0)$ , 或  $\min(S_T - X, 0)$ 。这与欧式看跌股权期权多头的损益相对应, 即为看跌多头部位损益的负值。

## 2. 内在价值、时间价值与期权价格

我们知道, 股权期权把权利和义务分开。股权期权的多头方, 不论是看涨还是看跌, 只有权利而无义务。但是, 股权期权的空头方只有义务。这就决定了在无初始期权成本的情况下, 多头的价值总是非负的。天底下没有免费的午餐, 因此多头方须向空头方支付一定的期权费。这笔期权费就是期权的价格。期权的价格应该来自于它本身的价值。

我们可以从两个方面来理解期权的价值。第一, 期权的瞬时价值; 第二, 期权的动态价值。这两种价值的合成才是期权的完整价值。

股权期权的瞬时价值是指期权立即执行可以实现的非负价值, 通常人们称它为内在价值 (intrinsic value)。假定  $t$  时的股权价格为  $S$ , 执行价格为  $X$ , 则看涨股权期权多头或看跌股权期权多头的内在价值为  $\max(S - X, 0)$  或  $\max(X - S, 0)$ 。

因为股权期权的内在价值为持有者通过立即执行而实现, 只要该期权还没有到期, 该期权就有可能增值, 这意味着期权卖方的损失机会大于获利机会。这就是该期权的时间价值 (time value)。

股权期权的总价值为内在价值与时间价值之和。

相对于股权期权的内在价值来说, 该期权价值还有价内、价外和平价之分。执行价格等于股权资产价格的期权称为平价 (at-the-money) 期权; 具有内在价值的股权期权称为价内 (in-the-money) 期权; 不具有内在价值并在日后执行时可能亏损的期权称为价外 (out-of-the-money) 期权。

上述有关股权期权的定义、规定及其概念与后面所提到的其他基础资产类 (如债券、货币等) 期权是相通的。

## 第五节 股票及其衍生资产的现代定价理论

据前所悉, 基本的股权工具包括基础的股权工具、股权远期、股权期货、股权期权等。事实上, 后面几种股权工具是基础的股权工具衍生品。因此, 要讨论基本的股权价格的随机过程特性以及定价问题, 首先要从基础的股权工具入手, 即要弄清基础的股权价格行为特征。因为股票为基本的股权工具中最普通的一员, 所以早在 20 世纪 70 年代初, Black 和 Scholes 以此为突破点, 运用物理上布朗运动的理论来分析股票价格的随机过程特性, 创造性地解决了股票及其衍生品的定价问题。由于随机的布朗运动具有一定的复杂性, 使西方国家一些人对此产生一种畏惧感, 往往把这一领域的研究专家称为“火箭专家”。其实并非如此。就笔者的感受, 只要我们选择适当的表达方式、循序渐进的方法, 就能够克服理解上的困难。下面笔者将作一些尝试性的探讨。

### 一、股票价格的布朗运动

尽管股票价格与物质分子属于不同的范畴, 但它们运动现象却有着相似之处。像在股

票市场上那样，众多的投资者盯着股票价格的变动寻找机会，随时试图从中获利。这就如同液体中微粒因受到很多微小随机力的作用而作随机运动的现象一样。这一现象被称为布朗运动\* (Brownian motion)。

关于布朗运动，爱因斯坦 (Einstein) 首先作出理论的、量化的分析。到 1923 年，维纳在 Paul Levy 早期工作的基础上，第一个严格地给出布朗运动的数学定义，并用维纳空间上的随机过程描述了爱因斯坦的物理意义下的布朗运动。因而人们又将布朗运动叫做维纳过程 (Wiener Processes)。

### 1. 标准的维纳过程

按照爱因斯坦的分析，标准的布朗运动是表示粒子在  $t$  时的位移  $\xi(t)$ 。随机过程  $\{\xi(t), t \geq 0\}$  具有如下性质：

① 对于任意  $t_1 < t_2 < \dots < t_n$ ，增量  $\xi(t_2) - \xi(t_1), \xi(t_3) - \xi(t_2), \dots, \xi(t_n) - \xi(t_{n-1})$  是互相独立的随机变量；

每一个增量  $\xi(s+t) - \xi(s)$  服从均值为零、方差为  $t$  的正态分布，即  $\xi(s+t) - \xi(s)$  概率密度函数为  $\frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{x^2}{2t}}$ ；

对于每一个  $\omega$ ， $\xi(t, \omega)$  是  $t$  的连续函数，且  $\xi(0, \omega) = 0$ 。

由性质 知

$$\Delta Z(t) = Z(t + \Delta t) - Z(t) = \epsilon \sqrt{\Delta t} \quad (1-1)$$

式中： $\epsilon$  是服从标准正态分布的随机变量，即  $\epsilon \sim N(0, 1)$ 。当  $\Delta t \rightarrow 0$  时，上式就成为

$$dZ(t) = \epsilon \sqrt{dt} \quad (1-2)$$

显然，

$$E(dZ) = 0, D(dZ) = dt \quad (1-3)$$

满足上述性质的布朗运动被称为标准的维纳过程。

### 2. 一般的维纳过程

将标准的维纳过程进行推广，可获得如下形式的一般化维纳过程

$$d\xi(t) = \mu dt + \sigma dZ(t) \quad (1-4)$$

式中： $\mu$  —— 漂移率 (drift rate)；

$\sigma^2$  —— 方差率 (variance rate)。

由式 (1-3) 可见

$$E(d\xi) = \mu dt, D(d\xi) = \sigma^2 dt \quad (1-5)$$

比较式 (1-2) 和式 (1-4)，不难发现，在标准的维纳过程中，漂移率  $\mu = 0$ ，方差率  $\sigma^2 = 1$ 。

根据布朗运动的性质， $\xi(t+s) - \xi(s)$  与过去的随机变量相互独立，即当  $\tau < s$  时， $\xi(\tau)$  不影响  $\xi(t+s) - \xi(s)$  的概率分布，因此布朗运动具有马尔科夫性质。

1827 年布朗 (Brown) 发现水中的花粉 (或其他液体中某微粒) 受到周围众多分子不平衡的碰撞而作随机运动。

由于股票资产价格的运动类似于物质微粒的布朗运动，通常股票价格的模型可用著名的维纳过程来描述与表达。实际上，只要将上述的维纳过程中随机变量  $\xi(t)$  理解为股票价格即可。

## 二、ITO 模型

随着衍生市场的发展，金融资产价格的运动过程比物质微粒的布朗运动要复杂得多。若以  $\xi(t)$  表示金融基础资产价格，则相应的金融衍生资产的价值  $\eta(t)$  与  $\xi(t)$  的一般关系为

$$\eta(t) = f[\xi(t), t] \quad (1-6)$$

ITO 定理是处理上述随机变量问题最重要的工具之一。实际上，它是泰勒公式在随机变量中的应用。

### 1. ITO 过程

若将一般的维纳过程（式（1-4））进一步推广，则有

$$d\xi(t) = a(\xi, t)dt + b(\xi, t)dZ(t) \quad (1-7)$$

上式被称为 ITO 过程，或曰更一般的维纳过程。ITO 过程表明：随机过程  $\{\xi(t), t \in T\}$  的漂移率和方差率不再为常数，而随时间与变量变化而变化。

### 2. ITO 定理

设函数  $\eta = f(\xi, t)$  及其二阶导数均为连续函数，如果

$$d\xi = a(\xi, t)dt + b(\xi, t)dZ$$

则

$$df = \left[ \frac{\partial f}{\partial t} + a(\xi, t) \frac{\partial f}{\partial \xi} + \frac{1}{2} b^2(\xi, t) \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} \right] dt + b(\xi, t) \frac{\partial f}{\partial \xi} dZ \quad (1-8)$$

欲知该定理的证明过程，请见附录 A。

## 无套利原则

金融衍生市场上最基本的概念之一就是套利。套利指同时持有不同资产头寸，以确保无风险利润高于国债的无风险收益。如果这样的利润存在，则套利存在。如果某种投资方案能获得更高的无风险收益，那么理性的投资者将从银行以较低的利率尽可能多地借贷，并投入到这个投资方案中。众多投资者都这么做，需求和供给的作用将使银行提高利率，该投资方案的无风险收益也将随之下降。因此，市场上出现的任何无风险套利机会都会因为众多投资者的套利活动而消失。

无套利可以简单地理解为“天底下没有免费的午餐”。以金融术语来讲就是，金融市场上不存在任何瞬间无风险套利的机会。或者说，这种机会一旦出现，众多的投资活动带来价格变动立即就使该机会消失。

在一种完全市场上，人们曾给予无套利原则作了严格的数学定义，并证明了各种资产收益的数学期望相同，即所有的预期收益都等于无风险收益  $r_f$ 。

本书涉及的所有金融理论都假定存在一个无风险收益率。通常，人们认为国债利率或

者一个资信极高的大银行的存款利率具有无风险性。在一个有效金融市场上，任何投资组合可能获得的无风险收益不会超过投资于上述无风险工具所获得的收益，即不存在套利机会。

事实上，无套利原则是贯穿现代金融学各个研究领域的惟一概念。当今所有衍生资产定价方法均使用了套利这个概念，资产价格一般在无套利机会条件下确定。因此无套利原则也是股票衍生品定价的一个基本原则。

#### 四、股票价格的几何布朗运动模型

维纳模型或维纳过程没能抓住像股票这类证券价格的运动特性。维纳模型表明：股票价格变动的期望收益与其价格本身无关。实际中，投资者关注股票价格的上涨率或价格的相对变化率。例如，初始，在股票价格为 20 元时价格上涨 1 元和股票价格在 10 元时价格也上涨 1 元的效果是截然不同的。前者的上涨率为 5%，后者的上涨率为 10%。所以，此刻人们如果用相对变化率  $\left(\frac{\Delta\xi(t)}{\xi(t)}\right)$  来衡量股票的收益显然比用绝对变化  $(\Delta\xi(t))$  来衡量的效果要好得多。

1973 年，布莱克—斯科尔斯在为看涨期权定价过程中使用了如下所示的股票价格变动的模型

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dZ(t) \quad (1-9)$$

这一随机过程被称为几何布朗运动过程。股票价格相对变化率的均值和方差分别为

$$E\left(\frac{dS(t)}{S(t)}\right) = \mu dt \quad (1-10)$$

$$D\left(\frac{dS(t)}{S(t)}\right) = \sigma^2 dt \quad (1-11)$$

$\frac{dS(t)}{S(t)}$  服从如下形式的正态分布

$$\frac{dS(t)}{S(t)} \sim N(\mu dt, \sigma^2 dt) \quad (1-12)$$

方程 (1-9) 的等价形式是

$$dS(t) = \mu S(t) dt + \sigma S(t) dZ(t) \quad (1-13)$$

比较式 (1-7) 和式 (1-13)，易见

$$a(S, t) = \mu S, \quad b(S, t) = \sigma S \quad (1-14)$$

将上式代入式 (1-8)，并获得对应式 (1-13) 的 ITO 方程

$$df = \left( \frac{\partial f}{\partial t} + \mu S \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} \right) dt + \sigma S \frac{\partial f}{\partial S} dZ \quad (1-15)$$

根据式 (1-9)，股票价格的自然对数形式  $f = \ln S$  服从布朗运动。由于

$$\frac{\partial f}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial S} = \frac{1}{S}, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = -\frac{1}{S^2} \quad (1-16)$$

再由 ITO 定理，得

$$df = \left( \mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) dt + \sigma dZ \quad (1-17)$$

由此可见,  $f = \ln S$  的漂移率为  $\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)$ 、方差率为  $\sigma^2$ 。换言之,  $S(t)$ 、 $S(t + \Delta t)$  分别表示  $t$  时(即期)和  $(t + \Delta t)$  时的股票价格, 那么  $\ln S(t + \Delta t) - \ln S(t) = \ln \frac{S(t + \Delta t)}{S(t)}$  的均值和方差为

$$E\left[\ln \frac{S(t + \Delta t)}{S(t)}\right] = \left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\Delta t \quad (1-18)$$

$$D\left[\ln \frac{S(t + \Delta t)}{S(t)}\right] = \sigma^2\Delta t \quad (1-19)$$

因此, 股票价格的自然对数服从如下形式的正态分布

$$\ln \frac{S(t + \Delta t)}{S(t)} = \ln S(t + \Delta t) - \ln S(t) \sim N\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t, \sigma^2\Delta t\right] \quad (1-20)$$

或 
$$\ln S(t + \Delta t) \sim N\left[\ln S(t) + \left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t, \sigma^2\Delta t\right] \quad (1-21)$$

如果一种股票价格的自然对数服从正态分布, 那么称之为对数正态分布。图 1—4 表示的是一个对数正态分布的曲线。

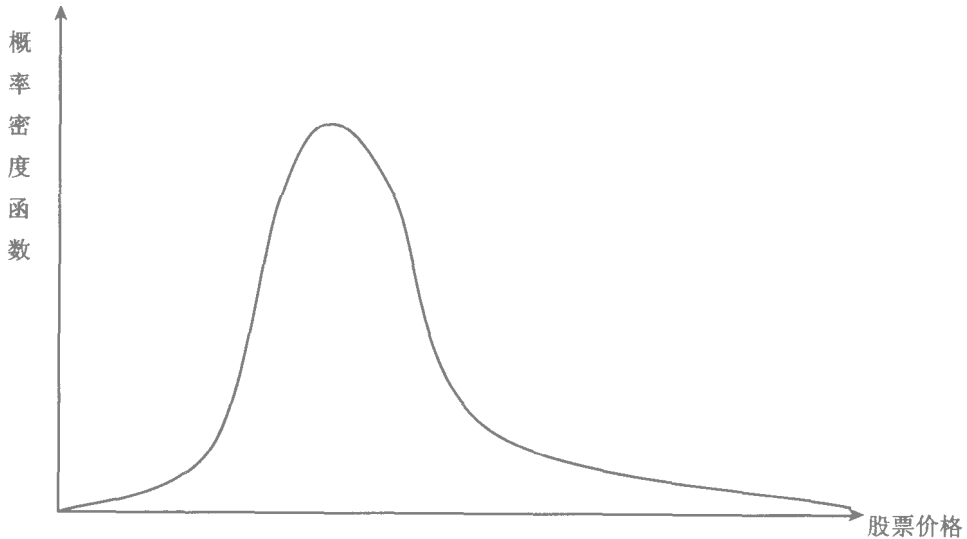


图 1—4 股票价格的对数正态分布

须注意, 与正态分布曲线不同, 对数正态分布曲线是不对称的。因为原来的股票价格  $S(t)$  的概率分布均值、方差与式 (1—18) 至式 (1—20) 所示结果都是不同的, 根据式 (1—20), 可以算出  $S(t + \Delta t)$  的均值与方差值\*, 即

$$E[S(t + \Delta t)] = S(t)e^{\mu\Delta t} \quad (1-22)$$

$$D[S(t + \Delta t)] = S^2(t)e^{2\mu\Delta t}[e^{\sigma^2\Delta t} - 1] \quad (1-23)$$

通常, 股票或股票指数的波动率  $\sigma$  一般在 0.4 与 0.5 之间 ( $\sigma^2$  的单位为每年), 波动率通常以百分数表示, 如  $\sigma = 0.4$ , 即波动率为 40%。

\* 附录 B 给出其推导过程。