

计量经济学入门

黄少敏 编著

北京大学出版社
北 京

图书在版编目(CIP)数据

计量经济学入门/黄少敏编著. —北京: 北京大学出版社, 2004. 7
ISBN 7-301-07589-8

I. 计... II. 黄... III. 计量经济学 IV. F224.0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 062754 号

书 名: 计量经济学入门

著作责任者: 黄少敏 编著

责任编辑: 彭云峰 梁鸿飞

标准书号: ISBN 7-301-07589-8/F·0893

出版发行: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区中关村北京大学校内 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> 电子信箱: em@pup.pku.edu.cn

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62752926

排 版 者: 北京高新特打字服务社 51736661

印 刷 者:

经 销 者: 新华书店

730 毫米×980 毫米 16 开本 12.625 印张 210 千字

2004 年 7 月第 1 版 2004 年 7 月第 1 次印刷

定 价: 20.00 元

未经许可, 不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。

版权所有 侵权必究

《计量经济学入门》介绍

读者对象 这本书是计量经济学的入门教材,是专门为初学计量经济学的人而写的。这本书可以作为大学本科经济学、经济管理专业的高年级学生和工商管理硕士生的教材用。本书的草稿已经作为教材,在2003年秋季学期北京大学中国经济研究中心双学位本科生的计量经济学课程中使用过,学生们反映非常好。如果读者有一定的统计学基础知识,可以用这本书来自学计量经济学。

本书内容 介绍计量经济学的发展过程,复习统计分析的基本概念,介绍回归分析的基本方法(最小二乘法和最大似然法),讨论简单的回归分析模型及回归分析结果的检验。本书重点分析回归分析在实际应用中会遇到的三大问题(多重共线性问题、异方差问题、自相关问题),讨论多变量回归分析模型,以及实际应用中假设条件的检验和对问题纠正的方法。本书根据数据类型的不同,介绍对不同类型数据的各种回归分析模型,如横截面数据分析模型、时间序列数据分析模型、离散选择数据分析模型、面板数据分析模型、联立方程模型、持续时间数据分析模型。

本书特点 突出“容易懂”、“实用性”和“新内容”三个特点。从实用的角度出发,书中列有大量例题,由浅入深,详细讲述如何应用计量经济学中的各种模型和方法。特别是,本书在重要章节的后面加有如何使用计量经济学计算机软件的内容,便于读者学会如何应用这些计量经济学的方法。本书从回归分析的基本方法入手,重点将“最小二乘法”的假设条件、应用程序、问题校正方法等作了详细的描述。本书中很少讨论计量经济学模型和方法的推导过程。本书还将近年来美国经济学学术研究中比较流行的两个课题(面板数据分析的模型和持续时间数据分析的模型)加入了书中。在美国五年前出版的许多计量经济学教科书中还没有这方面的内容。

个人介绍

黄少敏博士现任美国刘易斯-克拉克州立大学的经济学终身正教授。

[学历]:早年曾在北京大学经济系就读(七七级),并获得政治经济学学士学位。后来到美国留学,在华盛顿州立大学主攻计量经济学专业,并获得哲学博士学位(Ph. D.)。

[学术成就]:(1)与美国著名计量经济学家 N. S. Cardell 共同在计量经济学的离散选择(Discrete Choice Models)领域发明了一种新的研究方法——“双重逻辑分布的回归模型中的误差结构法”(The Error Component Structures in the Regression Model with Joint Logistic Distribution)。这个方法被用实际数据验证,结果发表在英国的《交通研究》(Transportation Research)杂志上。

(2)最先提出了中国在中美贸易巨额顺差和巨额美元存款的风险问题,并在《经济日报》上发表题为“美国的赤字贸易政策便宜了谁?”的文章。从而引起了国内就中美贸易和汇率变动等问题的讨论,为中国外贸政策的调整提供了参考意见。

(3)在世界先进水平的经济学杂志上发表过许多文章,还编辑出版了一些经济论著。

[学术活动]美国经济学会会员。中国留美经济学会会员,曾任中国留美经济学会副会长。美国西北华人高科技协会的创始人之一。近十年来,频繁来往于太平洋两岸,促进中美之间的经济学学术交流。在2003年秋季,在北京大学中国经济研究中心为双学位的学生们开办计量经济学的课程,并根据北大双学位学生的特点编写了计量经济学讲义。

序 言

这本书是计量经济学的入门教材,是专门为初学计量经济学的人而写的。这本书可以作为大学本科经济学、经济管理专业的高年级学生和工商管理硕士生的教材。本书的草稿已经作为教材,在2003年秋季学期北京大学中国经济研究中心双学位本科生的计量经济学课程中使用过,学生们反映非常好。

本书的主要内容是:第一部分,介绍计量经济学的发展过程,复习统计分析的基本概念,介绍回归分析的基本方法(最小二乘法和最大似然法),讨论简单的回归分析模型及回归分析结果的检验。第二部分,重点分析回归分析在实际应用中会遇到的三大问题(多重共线性问题、异方差问题、自相关问题),讨论多变量回归分析模型,以及实际应用中假设条件的检验和对问题纠正的方法。第三部分,根据数据类型的不同,介绍对不同类型数据的各种回归分析模型,如横截面数据分析模型、时间序列数据分析模型、离散选择数据分析模型、面板数据分析模型、联立方程模型、持续时间数据分析模型。

本书的特点是:突出“实用性”和“新内容”两个要点。从实用的角度出发,书中列有大量例题,由浅入深,详细讲述如何应用计量经济学中的各种模型和方法。特别是,本书在重要章节的后面加有如何使用计量经济学计算机软件的内容,便于读者学会如何应用这些计量经济学的方法。本书从回归分析的基本方法入手,重点将“最小二乘法”的假设条件、应用程序、问题校正方法等作了详细的描述。本书中很少讨论计量经济学模型和方法的推导过程。本书还将近年来美国经济学学术研究中比较流行的两个课题(面板数据分析的模型和持续时间数据分析的模型)加入了书中。在许多美国五年前出版的计量经济学教科书中还没有这方面的内容。

作者在此感谢北京大学中国经济研究中心的助教研究生颜建晔、俞勤宜、盛柳刚和北京大学中国经济研究中心的张泓骏博士,他们四位在本书作者授课和编写教材的过程中做了许多工作。特别感谢北京大学中国经济研究中心主任林毅夫教授和北京大学校长助理海闻教授,邀请本书作者来北京大学中国经济研究中心任访问教授,为本书作者提供机会来完成此书。

黄少敏

2003年12月20日星期六

•••••

第一部分 计量经济学的基本原理

•••••

第一章 什么是计量经济学

计量经济学是统计学的方法在经济学实证研究中的应用。确切地讲,计量经济学是通过对实际数据的分析来研究经济规律的一门科学。对经济问题的研究,有从质的方面着手研究的,即纯理论模型的探讨;也有从量的角度着手研究的,即用实际数据来对经济理论模型作实证分析。计量经济学就是从量的角度来研究经济问题的。具体来说,就是根据经济理论模型,收集实际数据,用统计学的方法来对经济数据进行处理,验证理论模型中变量之间的关系。计量经济学相对于经济学中其他分支来说是一门比较年轻的学科。

在这一章中,我们主要讨论计量经济学的发展、计量经济学的特点、计量经济学的方法、计量经济学所用的数据以及计量经济学的应用等问题,帮助读者从总体上了解什么是计量经济学。

第一节 计量经济的由来

早在17世纪,一些欧洲的学者们就试图测量经济变量。从19世纪起,西方发达的资本主义国家都出现了周期性的经济危机,而且越来越严重。许多经济学家都花费了毕生的精力来研究这种周期性的经济危机,试图找出经济危机的原因以及削减或消灭经济危机的方法。到20世纪初期,新古典学派的经济学家们开始用数量分析的方法来探讨国民最关心的三个经济问题:国民经济增长、就业和通货膨胀。统计数据使许多经济要素之间的关系一目了然,越来越使人看清了经济危机的规律性。这是一个从对“质”的研究到对“量”的研究的过渡。当这个过渡完成时,经济学作为一门科学才成为一门成熟的学问。因为,当人们可以对某个事物进行量的观测和研究时,人们必须首先对这个事物有个比较统一的认识,也就是说,对该事物中的概念有了比较统一的认识,有个可以衡量的尺度。计量经济学的研究必须建立在这个基础上,即在学术界基本完成了对“质”的问题的争吵,统一了认识。

到“二战”后,统计学中的回归分析方法被广泛地应用到对经济指标的预测中。而且,在这个研究过程中,经济学家们发明了许多新的统计分析和检验的方

法。在某些领域里,经济学家还走到了统计学家的前面^①。这就形成了一门新的学问:计量经济学。最早的通俗计量经济学教科书是在20世纪60年代出版的(J. Johnston, *Econometric Methods*, New York: McGraw-Hill, 1963. A. Goldberger, *Econometric Theory*, New York: John Wiley and Sons, 1964)。世界上比较著名的计量经济学的科学杂志有在美国出版的 *Econometrica*、*Journal of Econometrics*、*Journal of Economic Statistics*、*Journal of Econometric Theory* 和在英国出版的 *Applied Econometrics* 等。

第二节 计量经济学的特点

古典经济学家们在研究实际经济问题时,主要是从经济要素之间的实质性的关系来分析。计量经济学家们在研究实际经济问题时,则注重经济要素之间量的变化关系。这使人们对经济问题的探讨更加深入、更加清晰、更加准确。而且,作为一门科学,现代的经济学家们引进了自然科学的研究方法:用实际数据来论证其理论的正确性。计量经济学就是现代的经济学家必备的论证工具。

计量经济学的应用需要三个前提条件:第一是在经济理论的基础上建立的经济数学模型;第二是收集准确的实际经济数据;第三是拥有运算速度快、记忆容量大的计算机和统计软件。

与统计学不同,计量经济学只注重研究适用于经济数据的某些统计方法。计量经济学与数理经济学也不同。在数理经济学中,经济要素是质的概念,是纯正的。将这种概念放到数学模型中推导演绎,从中得出理论性的结论。而在计量经济学的研究中,实际的经济要素往往是些变量,并不像理论中的概念那么纯正。这种区别就如在化学家眼里的“水”是二氢一氧的分子(H_2O);而化学工程师眼里的水(如泉水)是以二氢一氧的水分子为主要成分再加上少量其他杂质的混合液体。所以计量经济学家们在实际研究时,将实际经济数据注入理论经济模型时会遇到许多具体的问题,需要用某些特殊的统计方法来调整和处理。

计量经济学家是依靠对经济数据的研究来验证经济理论、分析经济现状、预测经济未来的。俗话说,“巧妇难为无米之炊”。没有经济数据,计量经济学家是不能作出有实际价值的经济研究结果的。特别值得一提的是:如果计量经济学家用一些假数据来做研究,就如同巧妇用牛粪掺杂草为原料去做给家人吃的晚

^① 2003年底,北京大学中国经济研究中心请到了当今世界上最著名的计量经济学家、诺贝尔经济学奖获得者、美国芝加哥大学的经济学教授 James J. Heckman 先生来讲学。借此机会,本书作者与 Heckman 先生讨论了有关计量经济学家在方法论方面走在统计学家的前面的问题。Heckman 先生直言不讳地说:“我就走到了统计学家的前面。”

饭,是在害家人。在短短的计量经济学发展史中,确实曾有过一些伪计量经济学者干过这类哗众取宠的事情,结果在被事实证明其错误后身败名裂,损人害己。

计量经济学在大型计算机和统计软件出现后有了突飞猛进的发展。计算机应用的普及使计量经济学的广泛应用成为可能,从而促使计量经济学得到了迅猛的发展。早年只是学院里的学者们在研究计量经济学。现在计量经济学的方法已经被广泛应用到政府经济政策的制定、金融公司和工商企业对市场经济变化的分析以及其他社会科学的研究中去了。在应用计量经济学中最流行的计算机软件是 SAS^①,其次是 SPSS^②。这两种软件都是可以装在大型计算机和个人电脑上的。还有些是可装入个人电脑的软件如 LIMDEP, SHAZAM, TSP 等。另外, EXCEL 中的统计功能也能用于一些简单的计量经济学分析。

第三节 计量经济学的回归分析

回归分析方法是计量经济学的主要方法。“回归分析”这个词最初是由一位叫弗朗西斯·高尔顿的英国学者提出来的^③。他用收集的样本数据来说明孩子的身高与父母身高及人口平均高度的关系。现代计量经济学所用的回归分析方法主要是用实际数据来解释变量之间的关系。

在计量经济学的模型中总是有自变量和因变量,或称解释变量和被解释变量。被解释变量就是因为其他因素的变化而变化的变量。解释变量就是在特定环境中自身起变化而影响被解释变量变化的变量。被解释变量一般列在等式的左边,解释变量排列在等式的右边。对于一个被解释变量,可能会同时受到几个解释变量的影响。比如说,市场的需求是由价格、收入、其他物价、消费偏好、市场期望等因素决定的。那么,我们就可以设立这样一个经济数学模型:

市场的需求 = f (价格, 收入, 其他物价, 消费偏好, 市场期望)

也就是说,市场的需求是个被解释变量,它是价格、收入、其他物价、消费偏好、市场期望等解释变量的方程(函数)。这个方程可以用对数将其转换成一个线性方程,即

$$\ln(Q) = \beta_0 + \beta_1 \ln(P) + \beta_2 \ln(Y) + \beta_3 \ln(PO) + \beta_4 \ln(S) + \beta_5 \ln(E)$$

这里, Q = 市场的需求

P = 价格

① Statistical Analysis System. 详情请见 www.sas.com.

② Statistic Program for Social Science. 详情请见 www.spss.com.

③ Francis Galton, "Family Likeness in Stature", *Proceedings of Royal Society*, London, vol. 40, 1886.

Y = 收入

PO = 其他物价

S = 消费偏好

E = 市场期望

这就是一个可以用来做回归分析的经济数学模型。根据这个理论模型,我们再收集某一时期内不同地区对某商品的市场销量、该商品的价格、居民收入、其他相关商品的物价、消费者的偏好动向、市场期望等变量的实际数据。然后再用这些数据来做回归分析,估计出线性方程中的参数 β_0 、 β_1 、 β_2 、 β_3 、 β_4 、 β_5 的值。

我们之所以要估计模型中的参数,是因为我们不知道其参数值是什么。如果知道的话,就没有必要再去“估计”了。比如说,我们有个宏观经济学的“模型”如下,

$$GDP = C + I + G + EX - IM$$

这里 GDP 是国内生产总值, C 是国内个人总消费, I 是国内总投资, G 是政府总开支, EX 是出口额, IM 是进口额。国内生产总值是由等式右边这几项变量相加而得来的。这是个恒等式,等式右边变量的系数是 1,是已知的,不需要估计。如果把这个等式当作“模型”来作回归分析的话,那就错了。

回归分析有许多种方法,有最小二乘法、最大似然法等等。其中最为通用的是最小二乘法。关于最小二乘法,我们将在后面的章节中详细讨论。

第四节 数据的类别

在应用计量经济学中,对不同的数据要用不同的方法,就如对症下药一样。从经济社会中收集的数据主要有三种,一种叫横截面数据(Cross-sectional data),一种叫时间序列数据(Time-series data),还有一种是将横截面数据与时间序列数据合在一起的数据,叫集合数据(Pooling of cross-sectional and time series data)。将几个不同时期经济数据样本集合在一起的数据叫纵向数据(Longitudinal data)。如果是同一组样本对象在连续几个时期被采样的数据叫面板数据(Panel data)或叫板块数据。

横截面数据是指某一时间内对不同对象进行调查所得来的数据。如某年进行的人口普查就属于横截面数据。时间序列数据是指对同一对象在不同时间连续观察所取得的数据。如改革开放以来年国内生产总值的记录就属于时间序列数据。面板数据是指对同一组对象在不同时间中连续跟踪观察所得来的数据。这类数据中既有横截面数据,又有时间序列数据。

从数据的收集来看,有两种。一种是“第一手资料”,即研究者亲自设计调查

问卷,直接从社会上收集来的数据;另一种是“第二手资料”,即从别人发表的统计资料中查来的数据。作为初学者,我们一般应该使用“第二手资料”。这样可以保证数据的可靠性,而且收集数据的成本也低多了。现成的统计资料可以在图书馆里查到。如《中国统计年鉴》、《中国经济统计年鉴》、《世界经济统计年鉴》等,还有中国各地区、各行业的统计年鉴。从这些统计年鉴中,可以按各年出版的文本查到横截面数据。在某一年的统计年鉴中,也可以查到往前十多年的时间序列数据。如果要想得到更多年的时间序列数据,那就要连续查若干年的文本。要得到面板数据,也得连续查阅若干年的统计年鉴文本才行。

由于不同数据有着不同的概率分布特点,所以在估计(计算)计量经济学模型时就要采用不同的回归分析方法。这一点是十分重要的。忽视这个问题,用错了方法,就会得出错误的结论。

另一个重要的问题是,收集数据时,你要在时间、资金和精力容许的范围内尽可能收集更多的数据。因为所收集的数据越多,越能够真实地反映实际情况,而且在做回归分析时所遇到的古怪问题也就越少。

还有一个特别值得注意的问题是,我们要尊重实际数据。绝对不能为了方便而捏造数据。做学术研究一定要严肃,一定要实事求是!

第五节 如何学习和应用计量经济学

因为计量经济学是一门实验性的应用科学,要想学懂计量经济学必须学会如何进行“实验”,也就是通过对实际经济数据的分析过程来学习。光靠读计量经济学的教科书、推导计量经济学的数学公式、背诵计量经济学的模型是不会真正理解计量经济学的。所谓“试验”,就是动手收集实际数据,对数据进行处理和分析。在这个过程中,学生们会得到许多实践经验。而这种实践经验是不可能全都写进教科书的。

现代西方经济学的学术论文不是文学类的文章,它们更接近自然科学类的科技研究报告,有一定的格式,有点像“八股文”。这种格式一般来说是这样的:

1. 简介(Introduction)
2. 文献回顾(Literature review)
3. 理论模型和研究方法(Model and research method)
4. 数据(Data)
5. 回归分析结果(Analysis results)
6. 结论(Conclusion)
7. 参考文献(Reference)

在“简介”中,我们要首先介绍我们所研究的问题是什么,这个问题在经济生活中有什么重要性,我们研究的结果是什么。在“文献”回顾中,我们要向读者介绍前人(别的学者)在这类问题曾作了什么样的研究,有什么结论,我们的这个研究与以前的研究成果在侧重点、方法、结果等方面有什么不同,我们的创新在什么地方。在“理论模型和研究方法”中,我们要向读者阐明我们的理论是什么,是什么样的经济模型,为什么是这样,我们将用什么样的计量经济学方法来作这个研究。在“数据”中,我们要描述我们的经济数据是如何收集到的,从哪些统计年鉴中查到的,这些数据有什么特征等。在“回归分析结果”中,我们要讨论通过回归分析方法所得出的参数值,并对这些参数值进行假设检验,然后对这些结果作经济意义上的解释,还可以根据这些参数值作些经济预测。在“结论”中,我们要重点说明我们从所作的研究中得出了什么结论,以及这个结论对经济社会有什么意义。在“参考文献”中,我们必须把我们研究中所有引用过的文献按作者姓氏笔画顺序列出来,列出其文献题目、出版处(杂志或书集)、出版时间等信息,为别人做研究时查找方便,同时也在证明自己的研究是有根据的。

许多初学计量经济学的学生会感到计量经济学很难,主要是因为计量经济学的教材中只介绍计量经济学的方法和某些经济模型,教师(由于时间的限制)也只注重讲这方面的知识。可是学生在做计量经济学的应用研究时要面临收集数据和使用计量经济学的计算机软件的问题。这里涉及到方法论和计算机软件的知识,这方面知识欠缺的学生就会感到有些吃力。能过这两道关,计量经济学就不难了。

本章要点

1. 计量经济学是统计学方法在经济学实证研究中的应用。
2. 经济模型是在经济理论的基础上,由被解释变量和解释变量组成的,用来作回归分析的关系等式。
3. 模型中的被解释变量是研究者所有分析研究的问题点。
4. 模型中的解释变量是用来解释被解释变量变化的因素变量。
5. 回归分析就是用统计方法,根据实际数据来计算(估计)出模型中的参数值。
6. 做计量经济学的研究,要忠实于实际数据。
7. 通常我们把数据分为三类:横截面数据、时间序列数据、面板数据。
8. 应用计量经济学所需要的条件:经济模型、实际数据、计算机和统计软件。

本章习题

1. 什么是计量经济学？
2. 被解释变量与解释变量之间存在什么样的关系？
3. 经济研究中有哪几种类型的数据？
4. 做计量经济学的应用研究,需要哪些条件？

第二章 统计基础知识

在讨论计量经济学的回归分析方法之前,我们必须掌握一些基本的数理统计方法。当我们得到一组新的实际经济数据时,最先要做的分析是要了解这组数据基本的概率分布状况。然后才是对数据中的变量之间的关系进行分析研究。这些基本的情况包括频率表、均值、方差、标准偏差、协方差、相关系数等等。

第一节 频率表

频率表是用来显示变量中不同类别或量值的分布的表格。一般变量可分为离散型和连续型的变量。对于离散型变量,如性别、职业、专业等,我们希望通过频率表来了解变量中不同类别分布。对于连续型的变量,如年龄、工作年限、工资水平等,我们希望通过频率表来了解变量中不同量值(值域)的分布。

我们先来看看对于离散型变量的分析。举例来说,我们对一所管理学院进行调查。这个学院共有两千名学生,分别在经济、工商管理、会计、金融、市场营销等五个专业。其中学经济的有一百人,学工商管理的有八百人,学会计的有四百人,学金融的有三百人,学市场营销的有四百人。根据这些数据,我们可以列出一个频率表:

表 2-1 学生专业分布

专业	人数	百分比
经济	100	5%
金融	300	15%
会计	400	20%
市场营销	400	20%
工商管理	800	40%
总计	2000	100%

这是一个很简单的频率表,通过这个简单的图表,我们可以清楚地看到在这个商学院里学生的分布。在大部分经济研究报告中,更多地被使用的并不是复杂的经济模型,而是这类简单易懂的图表。为了使其分布一目了然,我们还可以用饼式图表来显示分布等百分比:

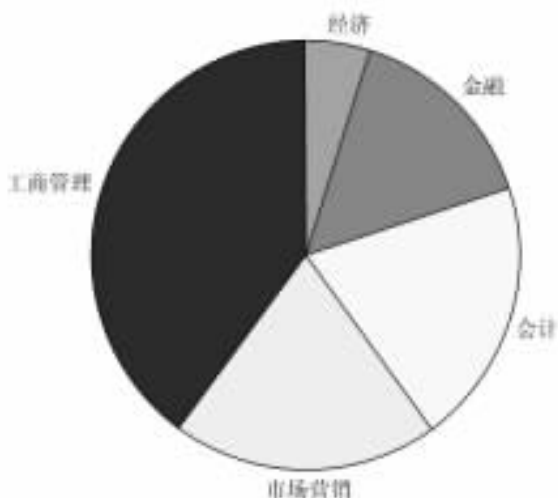


图 2-1 学生专业分布图

现在我们再来看看如何制作连续型变量的频率表。举例来说,我们通过对某地的 20 个人进行了收入调查。调查的结果如下:

表 2-2 个人收入调查

姓名	收入(Y)
郭一	1 300
徐二	1 700
张三	800
李四	2 100
王五	1 200
刘小六	2 300
林中七	1 300
马大八	1 500
胡老九	1 800
陈石头	2 200
甲十一	3 000
乙十二	2 500
丙十三	1 900
丁十四	2 200
戊十五	900
己十六	1 000
庚十七	1 500
辛十八	600
壬十九	1 200
癸二十	700

由于这是连续型数据,如果我们根据其数值来看分布的话,在我们的图表中就会有太多的层次,不能一目了然。我们希望把这些数据归类,也就是把其收入分为高收入、偏高收入、中等收入、偏低收入和低收入这五等。一般来说,图表中有七个或少于七个层次时,图表对受过普通教育的人来说就是一目了然的了。如果层次太多了,许多人在猛一看时就会有看花眼的感觉。所有在这里我们选择五个层次。那么多高等收入算高,多低才算低呢?我们将数据中的最高值减去其最低值,然后再将其差距除以五,即可得到其层次间隔值:

$$\begin{aligned} \text{层次间隔值} &= (\text{最大值} - \text{最小值}) / \text{层次数} \\ &= (3000 - 700) / 5 = 460 \end{aligned}$$

于是, $700 - (700 + 460)$ 为低收入;

$(700 + 460 + 1) - (700 + 460 * 2)$ 为偏低收入;

$(700 + 460 * 2 + 1) - (700 + 460 * 3)$ 为中等收入;

$(700 + 460 * 3 + 1) - (700 + 460 * 4)$ 为偏高收入;

$(700 + 460 * 4 + 1) - 3000$ 为高收入。

那么,我们就可将数值套进这些分层中,见表如下:

表 2-3 个人收入的分布

分组	区间	频数	百分比
低收入	700—1 160	5	25%
偏低收入	1 161—1 620	6	30%
中等收入	1 621—2 080	3	15%
偏高收入	2 081—2 540	4	20%
高收入	2 541—3 000	2	10%
总计		20	100%

我们还可以用柱式图表来显示这个收入变量的分布,即:

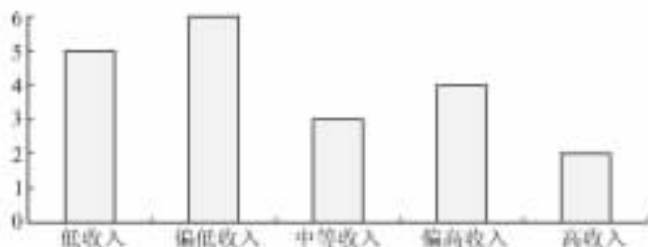


图 2-2

第二节 均 值

均值的概念可从两个不同的角度来看,通常人们说的均值就是“平均数”,统计意义上的均值是“期望值”。下面来探讨这两种定义的区别和共同点。假设我们有个随机变量 X ,取了 n 个样本,即 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 。这些样本的均值(平均数)用 \bar{x} 来表示,即:

$$\bar{x} = \sum_n x_i / n \quad \text{或} \quad \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

用表 2-2 的例子来计算一下均值,我们可以得到:

$$\bar{x} = 31700 / 20 = 1585$$

在这里,每个样本出现的概率是相等的,都是 $1/n$ 。当我们谈到期望值时,我们就引进了相对复杂的概率的概念,即每个样本出现的概率可能不一样。所以在这种情况下的均值就用期望值来表示,即:

$$E(x) = \sum_n x_i p_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

这里, p_i 是 x_i 出现的概率。如果每个样本出现的概率是一样的,即 $p_i = 1/n$ 。那么其期望值就和平均值是一样的。下面我们再用另一个例子来计算期望值。假设我们有 3 种哑铃,16 个小号的,每个是 5 kg;24 个中号的,每个是 15 kg;10 个大号的,每个是 25 kg。那么哑铃的均值是多少呢?如果我们用期望值的方法来计算的话,应先列出频率表:

表 2-4

类别	重量 x_i	频数	概率 p_i
小号	5 kg	16 个	32%
中号	15 kg	24 个	48%
大好	25 kg	10 个	20%
总计		50 个	100%

从图表中可以看到我们共有 50 个哑铃,随机取一个,小号的概率是 32%,中号的概率是 48%,大好的概率是 20%。那么,其均值(期望值)就是

$$E(x) = 5 * 0.32 + 15 * 0.48 + 25 * 0.2 = 13.8$$

如果我们用计算平均数的方法来求均值的话,即将每个哑铃的重量都加起来,再除以 50,所得的均值与用求期望值的方法得出来的均值是一样的。在计算均值时,到底应该用哪种方法,应取决于我们所能得到的信息和运算的方便程度。