国家自然科学基金重大项目（金融工程）丛书

金融工程原理

无套利均衡分析

不懂得无套利均衡分析，就是不懂得现代金融学的基本方法论，当然，也就不懂得金融工程的基本方法论。

宋逢明 著

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn

第八章 或有要求权的估值

所谓或有要求权(contingent claims)是未来可能发生的权利,期权是典型的或有要求权(也有人把所有的衍生工具都称为或有要求权)。除了在市场上交易的期权需要定价以外,实际上还存在大量隐含的或有要求权需要估值。实际上,只要是与未来的不确定性决策有关的问题,有许多都是可以用处理或有要求权的方法来估算其价值的(当然可以在估值的基础上定价)。正因为如此,期权定价理论的提出在现代金融学的发展中占据了极为重要的地位。

为了使读者了解期权定价理论在或有要求权的估值方面的应用,我们将介绍与公司财务管理的两个方面有关的内容:其一与融资决策有关,将介绍对带有风险或可转换特性的金融工具的估值和定价;其二与投资决策有关,主要是对所谓实物期权(real options)理论的介绍。这些方面的研究进展,对增强企业金融/财务决策的灵活性有重大的意义,是公司财务理论的重要发展。

对或有要求权的分析方法和传统的采用折现现金流估值的方法相比,是完全不同的新方法。折现现金流的估值方法是用含有风险补偿(即经过风险调整)的预期收益率作为折现率来折现未来的现金流。因为经过资本市场的竞争,预期收益率就是资本的成本,所以用折现后的现值来估值确实是反映了市场的评价。虽然这种估值方法也体现了无套利均衡关系,但这种无套利均衡关系不是直接的,不能通过市场中的套利者建立套利头寸来直接和迅速地建立均衡。而且,这种估值的正确性依赖于资本市场的完善,对市场的完善性要求很高,整个资本市场都应该是完全自由竞争的。采用或有要求权的分析方法则主要是比较同时存在于同一金融市场的其他资产的价值,因而无套利均衡关系表现得更为直接,可以通过套利行为迅速建立均衡。相对来说,这种分析方法也就可能更为直接地体现出市场的评价。因此,这一分析方法的发展,对于推进金融与财务研究具有非常重要的意义。

我们先从这两种估值方法的比较开始讨论。在讨论估值方法之前,我们也先简单地介绍一下债券和股票的报价。表 8.1 是《华尔街日报》刊载的美国纽约交易所的债券市场报价。

左起第 1 列有三项内容:债券名称、息票利率(如果是零息票债券则加上 zr 字样)和到期年份。第 2 列是当期收益率,即息票利率除以面值的百分比所表示的债券当前价格,如果是零息票债券,这一栏没有数字。第 3 列是当天的交易量,企业债券的交易量是不大的。第 4 列是当天(指报纸刊印的前一天)的收盘价,以债券面值的百分比表示,最小单位是 1/32 个百分点。最右边一列是与前一天收盘价相比较的价格变化,最小单位也是 1/32 个百分点。表 8.1 右上方是道·琼斯债券平均指数(Dow Jones Bond Averages)的信息。

表 8.1

NEW YORK EXCHANGE BONDS

CORPORATION BONDS
Volume, $10,353,000

Bonds	Cur Yld	Vol	Close	Net Chg.
AMR 9s16	8.0	49	112¼	− ⅝
ATT 5⅛01	5.2	2	98⅛	− ⅜
ATT 7⅛02	7.0	40	101⅜	+ ⅜
ATT 6¾04	6.7	45	100¾	+ ¼
ATT 5⅝04	5.8	90	96¼	+ ¼
ATT 7s05	6.9	55	101½	− ⅛
ATT 8.2s05	8.0	55	102⅛	+ ⅛
ATT 7½06	7.2	10	104	...
ATT 6s09	6.5	20	93	...
ATT 8⅛22	7.8	168	103¾	+ ⅜
ATT 8⅛24	7.8	50	104⅛	+ 1⅛
ATT 6½29	7.2	50	89¾	+ ¾
ATT 8⅝31	8.0	20	107⅞	+ ⅜
Aames 10½02	14.6	4	72	− 1
AlldC zr2000	...	25	92⅞	...
AlldC zr01	...	20	86⅜	...
AlldC zr09	...	85	49⅜	+ ⅛
Alza 5s06	cv	81	137	+ 1⅜
Alza zr14	...	236	65¼	+ ¼
ARetire 5¾02	cv	15	78½	− ½
Amresco 10s03	13.2	30	75½	− 2¼
Amresco 10s04	13.2	265	76	− ⅛
Argosy 12s01	cv	30	102	...
Argosy 13¼04	12.2	5	109	− 1
ARch 10⅞05	8.9	10	122½	...
BankAm 9⅞01	...	5	104¾	− 4¼
BellsoT 6¼03	6.3	20	99⅞	...
BellsoT 5⅞09	6.3	10	93	− 1
BellsoT 7s25	7.3	101	96⅜	− ¼
BellsoT 7⅞32	7.6	20	103½	...
BellsoT 7½33	7.6	70	98⅛	− 1¼
BellsoT 6¾33	7.3	71	92	+ 1
BellsoT 7⅝35	7.6	170	99¾	+ 1¾
BethSt 8⅜01	8.3	1	100⅝	...
BethSt 8.45s05	8.4	10	100¼	...
Bevrly 9s06	9.0	10	100½	+ ⅞
Bordn 8⅜16	8.4	39	100⅛	+ ⅜
BosCelts 6s38	9.7	106	61⅝	...
BrnSh 9½06	9.2	20	103½	+ 1⅞
BurNo 3.20s45	6.5	59	49½	− 1
CATS zr11-99	...	16		...
CaterpInc 6s07	6.2	15	96⅛	− ⅜
Centrtrst 7½01	cv	10	93⅝	...
ChaseM 7⅞04	7.8	30	100½	+ ⅛
ChaseM 6⅛08	6.4	30	95¼	− ⅛
ChaseM 6½09	6.6	140	98	+ 1⅜
CPoM 7¼12	7.3	19	100	+ ⅛
ChespkE 9⅛06	10.3	10	88½	− ⅜
ChckFul 7s12	cv	14	123⅜	+ ⅞
Clardge 11¾02f	...	28	58¼	− ¼
ClrkOil 9½04	9.4	85	100⅝	− ⅜
CoeurDA 7¼05	cv	4	59¾	− 1¼
Coeur 6⅜04	cv	10	61	...
CompUSA 9½00	9.6	134	99⅜	+ ⅜
Consec 8⅛03	7.9	5	103¼	− ½
Convrse 7s04	cv	144	44½	+ 1½

Quotations as of 4 p.m. Eastern Time
Monday, June 28, 1999

Volume $10,784,000

SALES SINCE JANUARY 1
(000 omitted)

1999	1998	1997
$1,671,251	$1,926,709	$2,916,192

	Domestic Mon.	Domestic Fri.	All Issues Mon.	All Issues Fri
Issues Traded	203	179	211	187
Advances	82	60	85	61
Declines	84	83	86	87
Unchanged	37	36	40	39
New highs	0	1	0	1
New lows	16	24	16	24

Dow Jones Bond Averages

−1998− High	−1998− Low	−1999− High	−1999− Low		−1999− Close	−1999− Chg.	−1999− %Yld	−1998− Close	−1998− Chg.
107.17	104.42	106.88	100.72	20 Bonds	101.01	+0.29	7.28	104.88	−0.22
104.71	101.88	104.72	97.53	10 Utilities	97.96	+0.43	7.27	102.69	−0.01
109.81	106.48	109.44	103.69	10 Industrials	104.05	+0.13	7.29	107.06	−0.43

Bonds	Cur Yld	Vol	Close	Net Chg.
Hallwd 7s00	7.5	10	93	+ 2¾
HlthcrR 6.55s02	cv	52	89¾	− ¾
Hlthso 9½01	9.2	12	102¾	+ ½
HewlPkd zr17	...	142	62	+ 3
Hexcel 7s03	cv	5	93	− ½
Hilton 5s06	cv	51	91¼	...
Hollgnr 9¼07	9.1	25	102⅛	...
Hollngr 9¼06	9.1	93	102⅛	− ⅜
IRT Pr 7.3s03	cv	5	98	− 1
IllPwr 6½03	6.5	22	99½	...
IBM 6⅜00	6.4	195	100	− 9/32
IBM 7¼02	7.0	45	102⅞	+ ⅝
IBM 7½13	7.1	1	106⅜	+ 1⅞
IBM 8⅜19	7.5	16	112	+ 1
IBM 6½28	7.3	11	89⅜	− 1⅞
IPap dc5⅛12	6.2	10	82½	− ⅜
IntShip 9s03	8.8	10	102⅜	+ ⅞
KCS En 8⅞08	46.1	59	19¼	+ ¼
KaufB 9⅜03	9.2	35	101⅜	− ¼
KaufB 7¾04	7.9	55	98	+ ⅛
KaufB 9⅝06	9.1	35	105¾	...
KentE 4½04	cv	65	78	+ 1
KerrM 7½14	cv	12	98⅜	− ⅛
Kolmrg 8¾09	cv	40	100⅛	− 2¾
LeasSol 6⅞03f	cv	40	5½	− 1
LehmnBr 8¾02	8.4	10	104½	...
Leucadia 7¾13	7.9	5	98½	...
Lilly 7⅛25	7.3	6	97½	− 1⅞
Loews 3⅛07	cv	98	79⅞	+ ⅝

Bonds	Cur Yld	Vol	Close	Net Chg.
Polaroid 11½06	10.8	85	106⅞	− ⅛
Pride 6¼06	cv	20	98½	− ⅛
PrmHsp 9¼06	9.1	10	101½	...
PSvEG 6⅛02	6.2	30	98⅝	+ ⅝
PSEG 8 03	8.5	21	104⅞	+ ⅞
PSEG 6½04	6.6	20	98¾	...
PSEG 6¼07	6.4	10	98	...
Quanx 6.88s07	cv	1	104⅛	...
RJR Nb 8s01	7.9	25	100¾	+ ⅛
RJR Nb 8⅜02	7.8	10	102⅝	+ ⅛
RJR Nb 7⅝03	7.6	56	99¾	...
RJR Nb 8¾05	8.6	20	102	− ½
RJR Nb 9¼13	8.4	48	110	+ ½
RJR Nb 8¾04	8.5	35	102⅜	− ⅝
Rallys 9⅞00	11.6	57	85 1/32	− 1 15/32
RelGrp 9s00	8.9	25	101¼	+ ½
RelGrp 9¾03	9.5	165	102¾	+ 1⅝
Safwy 9.65s04	8.8	20	109½	+ ¼
Safwy 9⅞07	8.6	21	114½	− ½
Sequa 9⅜03	9.3	61	101¼	− ¾
vjSvcM 8⅜01f	...	83	58	− ½
vjSvcM 9s04f	...	100	20½	+ ¼
Simula 8s04	cv	45	80	− 2
SwBell 6⅜01	6.4	35	99⅜	− ⅜
SwBell 7s15	6.9	10	101	+ 1
SwBell 7⅝23	7.4	10	102⅞	+ 1⅞
SwBell 7¼25	7.3	15	98⅞	− ⅜
StdCmcl 07	cv	14	60	+ ½
StdPac 8½07	8.5	13	99⅞	+ ⅞

表 8.2 则是纽约股票交易所 1999 年 6 月 28 日的股票价格情况(取自 6 月 29 日《华尔街日报》,截取了其中一段)。

最左边的两列是过去 1 年(52 周)内股票达到的最高价位和最低价位。股票的价格用货币的数额而不是用百分比报价,在美国股市上最小单位是 1/32 美元。第 3 列是股票的名称,第 4 列是发行股票的公司的辨识标记。第 5 列是当年分配的红利。第 6 列是股票收益,以股票当年分派的股息/红利除以当天的收盘价计算,也就是当期收益率。第 7 列是股票的市盈率,是股票的价格除以每股收益。第 8 列是当天交易的股票的手数,每手 100 股。第 9、第 10、第 11 三列分别报道当天交易的最高价、最低价和收盘价。最右边的一列则是

当天的收盘价和前一天的收盘价的变化，也用货币数额来表示。

表　8.2

NEW YORK STOCK EXCHANGE COMPOSITE TRANSACTIONS

	52 Weeks Hi	52 Weeks Lo	Stock	Sym	Div	Yld %	PE	Vol 100s	Hi	Lo	Close	Net Chg
	81	70 13/16	ViadCp pf		4.75	6.7	...	z110	70 13/16	70 13/16	70 13/16	...
	51 1/4	4 5/16	Vimpel ADR	VIP		...	dd	101	23 5/16	22 15/16	23 5/16	+ 3/16
	19 1/2	4 1/16	VintagePete	VPI	.10	.9	dd	3833	10 15/16	10 1/2	10 5/8	+ 1/16
n	24 [illegible]	24	VA E&P	VPA	1.68	7.0	...	214	24 3/16	24 1/8	24 1/8	− 1/16
n	26 1/8	24	VA E&P nts98		1.79	7.3	...	116	24 1/2	24 5/16	24 3/8	...
	26 5/8	25 1/16	VA Pwr pfT		2.01	8.0	...	2	25 3/16	25 3/16	25 3/16	...
s	20 15/16	7 3/8	♣Vishay	VSH		...	dd	6648	21 1/16	20	20 3/8	− 3/8
	7 3/4	3 1/4	Vitro ADR	VTO	.56e	11.2	...	890	5 1/8	4 7/8	5	− 1/16
	23 13/16	6 13/16	VlasicFoods	VL		...	dd	575	7 3/8	7 1/8	7 5/16	+ 3/16
	216 7/16	94	Vodafon ADR	VOD	1.22e	.6	...	16970	205 11/16	201 7/8	204 7/8	+ 1/8
	34 3/16	15 3/16	♣VoltInfoSci	VOL		...	15	27	23 1/8	22 13/16	22 13/16	− 1/16
	40	25 11/16	Vornado	VNO	1.76	4.8	21	642	37 1/8	36 9/16	36 5/8	− 5/16
	57 7/8	39 1/4	Vornado pfA		3.25	6.2	...	77	52 5/8	52 1/8	52 3/16	− 3/16
n	25 1/4	23 3/4	Vornado pfB		2.13	8.8	...	22	24 1/4	24 1/4	24 1/4	+ 1/8
n	25	23 3/4	Vornado pfC		2.13p	...	...	124	24 1/2	24 3/8	24 1/2	+ 3/8
s	50 3/4	31 11/32	♣VulcanMat	VMC	.78	1.7	20	4118	47 1/4	46 1/8	47 1/8	+ 9/16
			-W-W-W-									
	36 9/16	24 1/2	WBK STRYPES		3.14	9.8	...	175	32 1/4	32	32 1/8	+ 3/8
n	24 3/4	23 1/16	WEC CapTrt		.46p	...	...	66	23 1/4	23 1/8	23 1/8	...
	13 9/16	6 3/8	WHX Cp	WHX		...	dd	8930	6 13/16	6 5/8	6 3/4	+ 1/16
	48 5/8	29	WHX Cp pfA		3.25	10.3	...	24	32	29 5/8	31 1/2	+ 2 1/8
	46	32	WHX Cp pfB		3.75	11.7	...	41	34 1/16	32	32	− 2 1/16
↓	27 1/8	18 3/4	♣WICOR	WIC	.88	3.1	21	16815	28 3/16	27 1/2	28 1/8	+ 1 1/16
	18 3/4	9 5/8	WMC ADR	WMC	.24e	1.4	...	143	17 9/16	17 1/4	17 5/16	+ 5/8
	16 5/8	3 1/2	WMS Ind	WMS		...	dd	1106	15 15/16	15	15 3/4	+ 3/4
	37 1/2	28 3/8	WPS Res	WPS	1.98	6.3	16	322	31 1/4	30 11/16	31 3/16	+ 5/16
n	25 7/8	23 3/16	WPSR Capl pfA		1.75	7.4	...	60	24	23 1/2	23 1/2	− 1/16
	26 11/16	10 1/4	WabashNtl	WNC	.15	.8	17	1078	19 3/16	18 5/8	19 3/16	+ 1/2
	96 13/16	72 7/8	Wachovia	WB	1.96	2.3	19	2602	84 5/8	83 3/8	83 7/8	+ 1 1/8
	26	18	♣Wacknhut	WAK	.23j	...	23	113	25 1/2	25	25 1/2	+ 3/8
	21 15/16	14 3/4	♣Wacknhut B	WAKB	.23j	...	cc	68	20 5/8	20	20 1/2	+ 5/16
	29	15	♣WacknhutCorr	WHC		...	24	237	19 7/16	18 15/16	19 3/8	+ 3/8
	27 3/4	16 7/16	WaddlReed A	WDR	.53	2.0	20	681	27 1/4	26 1/16	27 1/16	+ 7/8
n	27 7/8	18 1/4	WaddlReed B	WDRB	.40e	1.5	...	394	26 5/8	25 3/4	26 5/8	+ 11/16
	26 3/8	16	WaldnResd	WDN	1.93	9.2	40	661	21 3/8	21	21	− 3/16
	26 3/4	19 3/8	WaldnResd pfS		2.30	11.0	...	64	21 1/16	20 7/8	20 7/8	+ 1/8
	29 1/8	20 1/16	WaldnResd pfB		2.29	9.3	...	15	24 9/16	24 9/16	24 9/16	− 7/16
n	21 1/2	15 3/8	WaldnResd pfD		2.25	11.4	...	10	19 13/16	19 13/16	19 13/16	+ 1/8
s	33 15/16	19 3/16	**Walgreen**	WAG	.13	.4	51	35921	29 3/8	27 7/16	29 5/16	+ 1 3/4
	27 1/4	15 7/16	WallaceCS	WCS	.64	2.5	15	1082	25 1/2	24 15/16	25 1/8	− 1/8
s	53 13/32	26 7/32	WalMart	WMT	.20	.4	43	56092	45 3/4	43 13/16	45 9/16	+ 2 1/8
	19 15/16	10 1/8	WalterInd	WLT		...	16	634	13	12 7/8	13	...
	44 7/16	18 1/2	Warnaco	WAC	.36	1.3	54	1301	27	26 1/2	27	+ 3/8
	85 15/16	60 1/8	WarnerLamb	WLA	.80	1.3	39	21477	63 11/16	62 5/8	62 3/4	− 7/16
	28 3/4	21	WA GasLt	WGL	1.22f	4.5	19	1165	27 1/16	26 1/16	27	+ 11/16
	8 3/8	4	WA Homes	WHI		...	6	93	6 3/4	6 11/16	6 11/16	− 1/16
	46 5/8	26 3/4	WashMut	WM	.96f	2.6	15	17570	36 7/8	35 3/8	36 11/16	+ 1 3/8
	605 1/2	481 5/16	WashPost B	WPO	5.20	.9	22	77	552 3/8	550	550	...
	18 3/4	15 1/16	♣WashREIT	WRE	1.17f	7.1	14	549	16 9/16	16 3/8	16 1/2	+ 1/8
	60	35 1/4	WasteMgt	WMI		...	37	12848	56	55 5/16	55 9/16	+ 11/16
	9 1/16	2 3/8	♣**Wtrlnldnc**	WLK		...	dd	1127	3 9/16	3	3 1/8	− 13/16
s	56 1/2	26 3/16	♣WatersCp	WAT		...	36	1533	53 7/8	53 1/8	53 5/8	+ 5/16
	29 1/2	16 3/8	♣WatkinsJohn	WJ	.48	1.7	dd	632	28	26 7/8	28	+ 1 1/16
s	23 11/16	11 1/4	Watsco	WSO	.10	.6	18	708	16 9/16	16 1/16	16 1/4	+ 1/4
	63	35 1/2	WatsnPharm	WPI		...	30	5485	40 1/4	39 5/8	40 1/8	+ 1/16
	24 5/8	12 1/16	WattsInd	WTS	.35	1.8	12	1252	19 3/4	19 1/8	19 9/16	+ 7/16
	22 7/8	12 1/8	WausaMosin	WMO	.32	1.9	24	1281	17 1/16	16 3/4	17	− 1/16
	39 15/16	15	Weatherford	WFT		...	cc	3773	35	34 1/16	34 1/16	...
	29 1/2	17 1/16	WebbDel	WBB	.20	.9	8	313	22 1/4	21 11/16	22	+ 1/2
	33 3/16	25 1/4	WeeksCp	WKS	2.02	6.6	22	218	31	30 9/16	30 5/8	+ 1/16
	24 7/8	22	WeeksCp pfA		2.00	8.3	...	27	24 1/8	24 1/16	24 1/16	+ 1/16
	17 1/2	3 5/16	WeiderNutrtn A	WNI	.15	3.4	44	122	4 7/16	4 5/16	4 7/16	+ 1/8
	46 7/8	35 15/16	♣WeingtnRlty	WRI	2.84	6.8	20	278	41 7/8	41 1/8	41 1/2	+ 7/16
	26 [illegible]	24 1/16	♣WeingtnRlty pfA		1.86	7.5	...	25	25 3/16	24 15/16	24 15/16	− 1/16
n	50 3/8	47 1/4	♣WeingtnRlty pfC		1.41e	3.0	...	1	47 3/8	47 3/8	47 3/8	+ 1/8
	3 7/8	1 7/16	WeirtnStl	WS		...	dd	242	2 7/16	2 3/8	2 3/8	− 1/16
	40 1/4	32 7/8	WeisMkts	WMK	1.00	2.6	21	46	39	38	38 5/8	+ 5/8
	23 13/16	8 1/4	Wellman	WLM	.36	2.4	cc	2528	15 1/8	14 5/8	14 7/8	− 1/4
	97	50 1/2	WelptHlth	WLP		...	23	10939	85 1/2	81 1/8	81 1/2	− 3 7/8

1. 折现现金流估值：债券和股票

在一个完全自由竞争的金融市场中，对所有的投资者来说信息都是无偏的，市场又有很高的效率。因此，在完全自由竞争的金融市场中，资产的均衡价格被认为很好地反映了其价值。

（1）债券的估值

固定利率的债券被认为是产生已知现金流的金融工具，所以称为固定收入证券。采用折现现金流估值，带息票的固定利率债券的现值为

$$PV=\sum_{k=1}^{n}\frac{i\times Par}{(1+r)^k}+\frac{Par}{(1+r)^n}=Par\left[\frac{i}{r}+\frac{r-i}{r(1+r)^n}\right]$$

其中 Par 是债券的面值，i 是利息息票利率，r 是由当时的市场条件所决定的预期收益率，也就是投资于该项债券的资本成本。

例如，如果债券在开始发行时按照当时的市场条件是平价债券，即发行价格 $P_0=$

Par。比方说，$Par=1\,000$ 元，息票利率 $i=6\%$，$n=3$，发行时市场对该种债券的预期收益率是 $r=i=6\%$，则由上述公式可以容易地算出 $P_0=PV=Par=1\,000$ 元。过了一段时间，市场的利率环境发生了变化，对该种债券的预期收益率上升到 $r=8\%$，而息票利率 i 保持不变。为了实现 8%的预期收益率，债券的价格就会下跌到 $P_0=PV=948.46$ 元，成为折价债券。反之，如果市场对债券的预期收益率下降，债券的市值（价格）就会上升。因此，

> **对于固定收入证券的折现现金流来说，预期收益率的变动方向和证券的市值（价格）的变动方向相反。**

就上面的带固定利率息票债券的折现现金流的估值公式而言，这一点不难从数学上做出证明（见本章数学附录）。

下面对债券的两种收益率给出定义：

当期收益率（current yield）定义为年度息票利息与债券价格（市值）之比。如债券的年度息票利息为 100 元，目前的市场价格为 1 067.42 元，则

$$\text{当期收益率}=\frac{\text{年度息票利息}}{\text{市场价格}}=\frac{100}{1\,067.42}=9.37\%$$

到期收益率（YTM-yield to maturity）定义为使债券的折现现金流的现值等于其市场价格的折现率，实际上就是债券的内部收益率。例如 1 份还有 2 年到期的带息票债券，面值为 1 000 元，每年的息票利息是 100 元，现在的市场价格是 1 100 元，用折现现金流公式可算出到期收益率只有 $r=4.65\%$。当期收益率却高达 9.09%。

对于溢价债券，有

$$\text{到期收益率}<\text{当期收益率}<\text{息票利率}$$

对于折价债券，则有

$$\text{到期收益率}>\text{当期收益率}>\text{息票利率}$$

这是所谓的债券定理。

读者读到这里的时候，应当回过头去复习一下我们在第二章讲述过的内容。如果表示利率的期限结构的国库券的收益曲线不是平坦的，而对国库券的折现现金流采用同一个折现率（即预期收益率，也就是到期收益率），那么它是不同时期的零息票利率集的某种平均。对于所有其他债券来说也是如此，不过零息票利率中都要加上风险补偿。但是这是理论上的道理。在实际的市场操作中，如我们上面所述，是通过面值、息票利率、到期期限和当前的市场价格来换算出当期收益率和到期收益率。

下面我们来讨论为什么具有相同到期期限的债券会有不同的到期收益率？

第一个原因是不同息票利率的影响，我们用数字例子来说明。

如果国库券的收益曲线不平坦，1 年期的零息票利率是 4%，而 2 年期的零息票利率是 6%。如果有两项 2 年期的国库券的息票利率分别是 5%和 10%，面值都是 1 000 元，则它们现在的市场均衡价格分别是

$$\frac{50}{1+0.04}+\frac{1\,050}{(1+0.06)^2}=982.57\ \text{元}$$

和

$$\frac{100}{1+0.04}+\frac{1\ 100}{(1+0.06)^2}=1\ 075.15\text{ 元}$$

我们用折现现金流公式来求解二者的到期收益率，分别有

$$982.57=\frac{50}{1+r^{(1)}}+\frac{1\ 050}{(1+r^{(1)})^2}$$

解出 $r^{(1)}=5.9500\%$；又

$$1\ 075.15=\frac{100}{1+r^{(2)}}+\frac{1\ 100}{(1+r^{(2)})^2}$$

解出 $r^{(2)}=5.9064\%$。

因此，当国库券收益曲线不平坦时，相同到期期限但息票利率不同的债券的到期收益率是不一样的。

第二个原因是违约风险和税收的影响。

上面举的是国库券的例子，对于有违约风险的债券（例如企业债券）来说，即使到期期限相同甚至息票利率也相同，因为违约风险的大小不一样，市场所要求的（到期）收益率也是不一样的。违约风险比较大的债券要求较高的风险补偿，到期收益率就会比较高，违约风险比较小的债券则反之。另外，不同的债券可能会有不同的税收待遇，某些税种对有的债券是可以免征的。享受税收优惠的债券在市场上会比较有吸引力，价格因此相对比较高，到期收益率因此也就比较低。

其他影响债券（到期）收益率的原因还有很多。由于金融工程的发展，已经出现了带有各种附加特性的债券。比如，可赎回债券赋予债券的发行者一种权利（而不是义务）——可以提前赎回债券；可转换债券则赋予债券的购买者一种权利（同样不是义务）——可以在一定的时期内按照预定的转换比将债券转换为股票。债券只要带上诸如此类的特性就都会影响收益率。总而言之，如果所带有的特性是有利于债券的发行者的，则会降低债券的市场价格，从而提高债券的到期收益率；如果所带有的特性是有利于债券的购买者的，就会提高债券的市场价格，从而降低债券的到期收益率。因此，可赎回债券的收益率就比普通债券高，而可转换债券的收益率就比普通债券低。给债券带上各种特性是设计不同融资方案的重要途径，当然也就是金融工程重要的设计技术。

下面我们再考察一下时间和利率变化对债券价格的影响。如果利率的期限结构是平坦的，而市场利率也不发生变化，无论是处于折价状态（市场价格低于面值）的债券还是处于溢价状态（市场价格高于面值）的债券，随着时间的流逝，都会单调地趋向于债券的面值。也就是说，折价债券的价格随着时间的流逝会提高，溢价债券的价格随着时间的流逝会降低，最后到到期日都会和面值相等。

带息票债券和零息票债券的价格对市场利率水平变化的敏感性是不一样的。1 份 30 年期，面值为 1 000 元，息票利率为 8%的带息票平价债券，当市场利率提高，对该债券的预期收益率从 8%上升到 9%时，价格下跌到 897.26 元，跌幅大概是 10%。而同样 1 份 30 年期，面值为 1 000 元的零息票债券，收益率从 8%上升到 9%时，价格会从 99.38 元下跌到 75.37 元，跌幅几乎高达 23%。因此，零息票债券的价格对市场利率变化的敏感性大大高于带息票债券。

（2）股票的估值

因为普通股股票的红利率是不确定的，股票不是固定收入证券，所以股票的估值要比债券复杂。我们在这里讲的股票估值都是就普通股股票而言的。

对于股票来说折现现金流就是所谓的折现红利流模型（DDM——discounted dividend model）。红利流模型的导出如下所述。

股票的收益由两个部分组成：红利收益和资本收益。红利收益是期间发行股票的公司所分派的红利，资本收益则是因为股票价格的变化所带来的收益。资本市场根据发行股票的公司的经营业绩及其他有关信息，定出对股票收益的风险调整折现率，称为股票的市场资本化率。市场资本化率也就是市场对该股票的预期收益率。假如有一家公司的股票在1年后的预期价格是 P_1，现在的价格（尚未定出）记为 P_0，则1年中预期的资本收益是 P_1-P_0。在这1年内预期发放的红利是 D_1（为简单起见，假定红利到年底发放），而市场对这种股票在这第1年的预期收益率（即市场资本化率）为 $E(r_1)=k$。于是应有

$$E(r_1)=\frac{D_1+(P_1-P_0)}{P_0}=k$$

由此可以倒解出

$$P_0=\frac{D_1+P_1}{1+k}$$

如果知道了 D_1，P_1 和 k，就可以定出该股票现在的均衡价格 P_0。例如，若 $D_1=6$ 元，$P_1=110$ 元，$k=16\%$，就可定出

$$P_0=\frac{6+110}{1+16\%}=100\text{ 元}$$

如果到了第2年市场的资本化率保持不变，仍是 $k=16\%$，则有

$$P_0=\frac{D_1+P_1}{1+k}=\frac{D_1+\left(\dfrac{D_2+P_2}{1+k}\right)}{1+k}=\frac{D_1}{1+k}+\frac{D_2+P_2}{(1+k)^2}$$

这个关系式可以类推到无穷期

$$P_0=\frac{D_1}{1+k}+\frac{D_2}{(1+k)^2}+\cdots=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{D_t}{(1+k)^t}$$

这就是折现红利流模型。

请注意，未来发生的红利流实际上是不确定的，所有的 D_t 也都是对未来发生的红利的预期。另外，如我们在第二章所反复强调的，市场环境是要变化的，现在取同一个市场资本化率 k 作为折现率也是依据预期对未来所有的市场资本化率的某种“平均”。因此，折现红利流模型的意义主要是在理论分析上，真正用它来为股票定价在实际上是很难操作的。

显然，以后任何时刻股票的预期价格 P_t 都可以从折现红利流模型的尾部“截出”：

$$P_t=\sum_{\tau=1}^{\infty}\frac{D_{t+\tau}}{(1+k)^{\tau}}$$

现在假设红利逐年按照一个固定的增长率 g 增长，即有 $D_t=D_1(1+g)^{t-1}$。若 $g=10\%$，因而 $D_1=6$ 元，$D_2=6.60$ 元，$D_3=7.26$ 元，等等。代入折现红利流模型，可得到

$$P_0=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{D_1(1+g)^{t-1}}{(1+k)^t}=\frac{D_1}{k-g}$$

于是 $P_0=\dfrac{6}{16\%-10\%}=100$ 元。

现在我们来讨论一下这一红利稳定增长模型(CGRDDM——constant growth rate discounted dividend model,亦称哥登(Gorden)模型)的涵义。首先,股票的价值与以下因素有关:

1)每股股票的预期红利越大,股票的价值越大;

2)股票的市场资本化率越小,股票的价值越大;

3)股票的红利增长率越大,股票的价值越大。

由红利稳定增长模型显然可知,这一模型的适用范围是在红利增长率低于股票的市场资本化率(即 $g<k$)的情况。如果 $g\geqslant k$,由模型的推导过程可以清楚地看出,公司股票的红利不可能长久地按照这一增长率增长,否则股票的价值会向无穷大发散。在这种情况下,模型应根据 g 的变化情况按时间分段处理。

因为

$$P_t=\frac{D_{t+1}}{k-g}=\frac{D_1(1+g)^t}{k-g},\quad P_{t+1}=\frac{D_1(1+g)^{t+1}}{k-g}$$

所以有

$$P_{t+1}=P_t(1+g)$$

于是,股票价格的增长率和红利的增长率相等。在第 t 年,股票的资本收益率应为 $\dfrac{P_t-P_{t-1}}{P_{t-1}}=\dfrac{P_{t-1}(1+g)-P_{t-1}}{P_{t-1}}=g$,红利收益率则是 $\dfrac{D_t}{P_{t-1}}=\dfrac{D_1(1+g)^{t-1}}{P_0(1+g)^{t-1}}=\dfrac{D_1}{P_0}$。这样,股票的预期收益率由两个部分组成,一是红利收益率,一是资本收益率,即有

$$E(r)=k=\frac{D_1}{P_0}+g$$

对于红利稳定增长的公司来说,这两部分收益率都是常数(就红利增长率而言,红利增长,股票价格也增长)。在我们上面的数字例子里,$k=16\%$,其中红利收益率为 $\dfrac{D_1}{P_0}=\dfrac{6\text{ 元}}{100\text{ 元}}=6\%$,资本收益率为 $g=10\%$。

红利稳定增长模型虽然看起来与实际有比较大的差距,但从中却可以分析出许多具有一般规律性的金融/财务涵义。下面我们就在红利稳定增长模型的基础上(即假定公司发放的红利是稳定增长的)作进一步的讨论。

首先可以指出,公司收益的增长率和红利的增长率是一样的,因为有

$$E_t=D_t+(P_t-P_{t-1})$$

$$E_{t+1}=D_{t+1}+(P_{t+1}-P_t)=D_t(1+g)+(P_t-P_{t-1})(1+g)=E_t(1+g)$$

公司的收益不是全部用来分红的,其中有一部分要转化为新的净投资,即有

$$P_0=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{D_t}{(1+k)^t}=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{E_t}{(1+k)^t}-\sum_{t=1}^{\infty}\frac{I_t}{(1+k)^t}$$

请注意,这后面一部分是新的净投资的现值 $I=\sum\limits_{t=1}^{\infty}\dfrac{I_t}{(1+k)^t}$。净投资的涵义是:企业除了维持现有的生产能力外,为了扩大生产另外再追加的投资。$I<0$ 的情况也是可能

的，此时意味着企业的折旧基金没有（或没有全部）用于设备更新，企业的生产能力逐渐衰减。对于“夕阳产业”的企业来说，经常就是这种情况。$I=0$ 时，企业仅仅是维持原有的生产能力不变。对于企业来讲，追加新的净投资必须有恰当的投资机会，这一点后面还要深入讨论。

追加新的净投资会创造出新增加收益。于是，可以把现在股票的价值（均衡价格）分解成两个部分：一部分是以后每年创造的收益与现在的收益（E_1）相等的部分折算成的现值；另一部分是未来的新增收益减去新加投资后的净值折算成的现值（我们称之为未来增长机会的净现值（PVGO——present value of growth opportunities））。即有

$$P_0=\sum_{t=1}^{\infty}\frac{E_1}{(1+k)^t}+\text{未来增长机会的净现值}=\frac{E_1}{k}+\text{未来增长机会的净现值}$$

假如有一家维持型的公司，每年的投资仅仅用来更新已经损耗了的设备，即维持原有的生产能力不变。这样，$I=0$，未来增长机会的净现值也就为 0。如果该公司目前股票的每股收益为 16 元，市场资本化率（即投资于该公司股票所要求的预期收益率）$k=16\%$，则公司目前股票的均衡定价应为

$$P_0=\frac{16}{16\%}=100\text{ 元}$$

现在我们来看一家增长型的公司。这家公司目前股票的每股收益也是 16 元。但这家公司把以后每年收益的一半用作追加的新投资，新的净投资所创造的收益率将是 24%，比公司股票的市场资本化率高出 8 个百分点。也就是说，公司目前第一年的红利不是 16 元，而是 $D_1=8$ 元，另外 8 元用于新的投资扩大生产能力。

前面已经说明，在公司红利稳定增长的情况，公司收益的增长率和红利的增长率相同。这一增长率可以分解成两个部分

$$g=\frac{\Delta E}{E}=\frac{NI}{E}\times\frac{\Delta E}{NI}$$

其中第一部分$\frac{NI}{E}$是保留收益的比例（保留收益用于新增投资），第二部分$\frac{\Delta E}{NI}$就是新增投资的预期收益率。这样，这家增长型公司的收益增长率（亦即红利增长率）就是

$$g=50\%\times24\%=12\%$$

我们用红利稳定增长模型为这家公司目前的股票定价，就有

$$P_0=\frac{8}{16\%-12\%}=200\text{ 元}$$

因此，尽管这家公司当年分派的红利少，但是因为它有新的投资机会，未来的红利会增长，所以现在股票的价值（均衡价格）要比维持型公司的股票价值高。高出的 100 元就是未来新增投资所创造的净现值。

一定要看清楚的是，股票价值提高的原因在于新增投资的预期收益率（24%）高于公司股票的市场资本化率（16%），这是创造价值的真正源泉！为了说明起见，我们来看第三家企业，把它称作非增长型公司。它一样把自己收益的一半用作新的投资，但新投资的预期收益率和原来股票的市场资本化率一样，只是 16%，我们用红利稳定增长模型来估值。这时公司的收益增长率（即红利增长率）为

$$g = 50\% \times 16\% = 8\%$$

而股票的均衡定价就应是

$$P_0 = \frac{8}{16\% - 8\%} = 100\ \text{元}$$

股票的价值并不因为新增投资而增加。

非常值得再比较一下维持型公司和非增长型公司二者在股票价格、预期收益、预期红利(率)及其变化的情况。只看 3 年的话,见表 8.3。

表 8.3

维持型公司 年份	年初股价(元)	预期收益(元)	预期红利(元)	预期红利率	预期股价增长率
1	100	16	16	16%	0
2	100	16	16	16%	0
3	100	16	16	16%	0
非增长型公司 年份	**年初股价(元)**	**预期收益(元)**	**预期红利(元)**	**预期红利率**	**预期股价增长率**
1	100	16	8	8%	8%
2	108	17.28	8.64	8%	8%
3	116.64	18.66	9.33	8%	8%

尽管非增长型公司的股票价格、预期收益、预期红利都以 8%的增长率逐年递增,但股票(目前)的价值和维持型公司的相比并没有增加。事实上,这两家公司的股票价格都是

$$P_0 = \frac{E_1}{k} = \frac{16}{16\%} = 100\ \text{元}$$

与前面的定价公式

$$P_0 = \frac{E_1}{k} + \text{未来增长机会的净现值}$$

相比,一定有

$$\text{未来增长机会的净现值} = 0$$

因为非增长型公司新增投资的预期收益率和资本成本(对该公司股票的市场资本化率)相等,即折现率就是内部收益率,当然净现值为 0。

这一结果说明,企业只有从事净现值大于 0 的投资项目,才能真正为股东创造财富。亦即是说,只有预期收益率大于公司股票本身的市场资本化率的投资项目,才是真正的投资机会。否则,不如把赚到的红利直接分给股东。必须清醒地认识到

> 盲目地扩大企业的规模并不能真正带来效益。

例如,如果新投资的预期收益率只有 12%的话,$g = 50\% \times 12\% = 6\%$,股票的价值还会下降,降到

$$P_0 = \frac{8}{16\% - 6\%} = 80\ \text{元}$$

而只有每股股票的价值,才真正代表了股东的财富。因此,这种扩大规模的投资,是违反财务管理的基本目标的。

下面我们简单地讨论一下怎样利用市盈率(P/E 值)来评价股票。

市盈率是每股股票的价格对每股收益的比值,股市上经常用这个指标来评价股票的优劣。由前面所述的股票定价公式

$$P_0 = \frac{E_1}{k} + \text{未来增长机会的净现值}$$

知,股票的市盈率大有两种可能性:市场的资本化率 k 小或者未来增长机会的净现值大。后者意味着公司有很好的投资机会。因为未来投资的回报率高出股票本身的市场资本化率而使股票具有较高的市盈率,此类股票称为增长型股票。

证券市场上的股评家们往往说,某支股票的市盈率高,意味着这种股票的收益会增长。由上面的分析可以知道,这一说法是不科学的。我们前面的例子中的非增长型公司的股票收益是逐年增长的,但它未来增长机会的净现值为零。甚至我们最后提到的那家新投资的预期收益率只有 12%的公司,它的收益还照样有每年 6%的增长率。而它未来增长机会的净现值为负,其市盈率与同类公司相比肯定是比较低的。

2. 或有要求权估值:债券和股票

和折现现金流的估值方法不一样,或有要求权的估值方法利用的是与所要估值的对象资产有关的其他资产的价格及其波动性的知识。这一方法可以用来为普通的债券和股票估值,也可用来为可转换债券等各种或有要求权估值。这一节我们讨论普通债券和股票的估值。

先从简单的情况入手。假定一家公司的总资产市值是 1 亿元

$$V = E + D = 100\,000\,000 \text{ 元}$$

其中 E 是股票的市值,D 是公司发行的债券的市值。假定公司的负债是折现型的债券,1 年后到期,面值是 60 000 000 元(共发行 60 000 份债券,每份面值 1 000 元)。首先假设公司的债券是无违约风险的,而当时市场的无风险利率是 $r_f = 4\%$。此时负债的市值为

$$D = 60\,000\,000/(1 + 4\%) = 57\,692\,307 \text{ 元}$$

全部股票的市值就应当为

$$E = V - D = 100\,000\,000 - 57\,692\,307 = 42\,307\,692 \text{ 元}$$

如果全部股票的市值不等于 42 307 692 元的话,就会出现套利机会,论证方法同第一章所述相同。

实际上,企业的负债不是无风险的。设 1 年以后公司的总资产市值为 V_1,如果到时候 V_1 大于需要偿还的负债面值 60 000 000 元的话,剩余部分的价值归股东所有(股东权益是剩余索偿权),即股东将得到 $V_1 - 60\,000\,000$ 元。但是,若公司发生重大亏损,到时候 V_1 小于需要偿还的负债面值 60 000 000 元,则全部 V_1 将归债权人所有,股东权益的价值变成 0。公司债券和股票的市值与到时候企业的价值之间的关系见图 8.1。

从图 8.1 可以发现,在公司负债是折现型债券的情况,到期末债券和股票市值的损益状态分别与卖权空头和买权多头相似。对于公司股东来说,公司发行负债的结果使他们无

偿地获得一个以到期负债总额 X 为预定价的买权 $c(V_t,X,T-t)$（因为从图中可以看出期权费为 0）。到期如果企业的总资产价值低于须偿还的负债额时，因为有限债务责任，股东可以放弃企业。而债权人在购买公司发行的负债时，相当于出售给公司股东一个预定价和期权费都等于负债总额的卖权 $p(V_t,X,T-t)$（这里为了简单起见，都表示成欧式期权的形态）。正因为这种原因，公司负债和股东权益的估值和定价可以像期权一样用或有要求权的估值方法来处理。布莱克和舒尔斯在他们发表的第一篇关于期权定价的论文中，就指明了这一点。另外要指出，这两个图合并起来，正好是会计/财务恒等式

企业价值（资产）＝负债＋权益

这个关系必须在任何时候始终保持成立，于是得到平价关系

$$V_t = -p(V_t,X,T-t) + c(V_t,X,T-t)$$

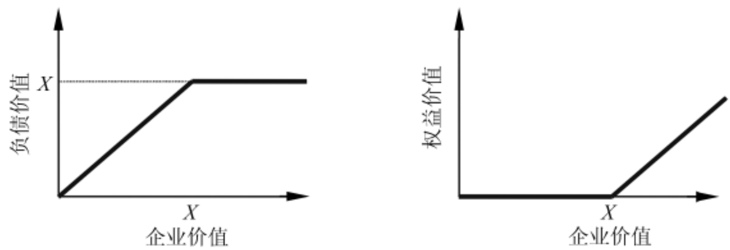

图 8.1

假定 1 年后公司的市值可能出现二种不同的情况，而债券和股票的总市值也相应地出现二种不同的情况，如图 8.2 的二叉树所示。

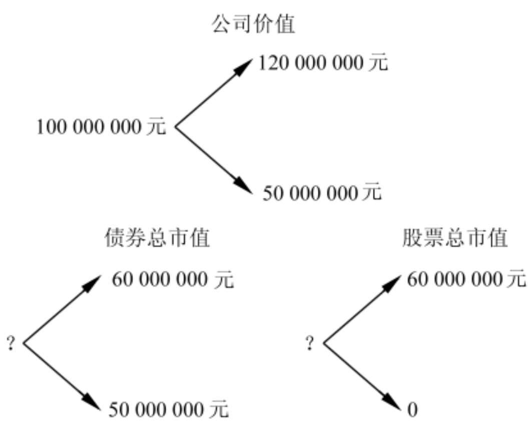

图 8.2

现在我们用一定比例的公司资产和无风险证券来复制公司的股票。读者可能会奇怪，一定比例的公司资产就意味着一定比例的公司的债券和同样比例的公司的股票，这样的复制不就是股票自己复制自己吗？因为股票的价值只代表了公司价值的一部分，读者看下去就会明白，这样复制是可以成立的。

我们用比例为 x 的公司资产和现值为 Y 的无风险证券来复制公司的股票。因为无风

险利率是 $r_f=4\%$，所以有

$$\begin{cases}120\,000\,000x+1.04Y=60\,000\,000\\50\,000\,000x+1.04Y=0\end{cases}$$

解出

$$\begin{cases}x=6/7\\Y=-41\,208\,791\text{ 元}\end{cases}$$

这里 Y 是负值意味着卖空无风险证券。于是，由无套利原理知，现在股票的市值应当是 $E=100\,000\,000x+Y=100\,000\,000\times\frac{6}{7}-41\,208\,791=44\,505\,495$ 元。债券目前的市值就应当是 $D=V-E=100\,000\,000-44\,505\,495=55\,494\,505$ 元。未清偿债券的数目是60 000份，因此目前每份债券的市场均衡价格应当是 55 494 505/60 000=924.91 元。债券的到期收益率(YTM)应当这样计算

$$\frac{1\,000}{1+YTM}=924.91$$

于是，$YTM=\frac{1\,000-924.91}{924.91}=8.12\%$。其中有 4.12 个百分点是公司债券的违约风险补偿。

照样可以用公司资产和无风险证券复制公司债券来无套利定价，得到的结果是一样的。

在我们用无套利均衡分析方法来为股票和债券定价时，先决条件是必须知道它们的期末价值。在这里，是要知道公司总资产到期末的价值。这种无套利定价技术可以称之为条件无套利定价技术。

上面我们在采用这种技术来为股票和债券定价时，可以发现，我们只要定出了股票的市值，就马上可以定出债券的市值，反过来也一样。如果我们现在知道了股票的市场均衡价格，又有上面关于用公司资产和无风险证券复制股票的知识，我们就可以估计出债券的市值。这说明，我们实际上并不一定需要知道公司资产现在的价值，而只要知道股票或者债券二者之一的市值，就可定出另一者的市值。下面我们举例说明。

如前述的公司，我们已经知道，6/7 的公司资产的多头和 41 208 791 元无风险证券的空头可以复制公司股票目前的市值。如果不知道目前公司的总资产价值，但知道目前股票在市场上的均衡价格是 52 元/股，公司未清偿的股票数是 1 000 000 股。这样，目前股票的总市值为 52 元/股×1 000 000 股=52 000 000 元。因为有

$$E=V\times\frac{6}{7}-41\,208\,791=52\,000\,000\text{ 元}$$

所以有

$$V=\frac{7}{6}\times(52\,000\,000+41\,208\,791)=108\,743\,589.50\text{ 元}$$

债券的现值就为

$$D=V-E=108\,743\,589.50-52\,000\,000=56\,743\,589.50\text{ 元}$$

债券的数目是 60 000 份，每份债券的价格是 56 743 589.50/60 000=945.73 元。照样

可以算出债券的到期收益率是 $YTM=\frac{1\,000-945.73}{945.73}=5.74\%$，风险补偿是 1.74%。

反过来，如果我们知道的是公司债券的到期收益率，比如说是 $YTM=7\%$，我们照样可以用或有要求权的估值法来定出股票的均衡价格。债券的价格应当是$\frac{1\,000}{1+7\%}=934.58$元。债券的数目是 60 000 份，因此可计算得到债券的总市值 $60\,000\times 934.58=56\,074\,766$ 元。如果我们用公司资产和无风险证券来复制公司债券，无套利分析的结果是可用 1/7 公司资产的多头加上 41 208 791 元无风险证券的多头来复制公司债券目前的市值。于是有

$$D=V\times\frac{1}{7}+41\,208\,791=56\,074\,766\text{ 元}$$

所以有

$$V=7\times(56\,074\,766-41\,208\,791)=104\,061\,827.50\text{ 元}$$

股票的市值就应为

$$E=V-D=104\,061\,827.50-56\,074\,766=47\,987\,061.50\text{ 元}$$

未清偿的股票一共是 1 000 000 股，所以每股均衡价格是 47.99 元。

3. 动态复制技术

前面所述假定公司在 1 年后只可能发生两种不同的情况，这当然是远不符合实际的。我们已经在第六章讲解过二叉树模型确实能够正确地描述金融工具的价格变化规律，而二叉树定价用的是动态复制技术。二叉树的动态复制技术可以用来为期权定价，当然也就可以用来对其他的或有要求权定价。我们还用上述公司的股票和债券的估值和定价为例加以说明。

我们把图 8.2 的二叉树分细，变成二阶段的，每阶段的时间是半年(见图 8.3)。

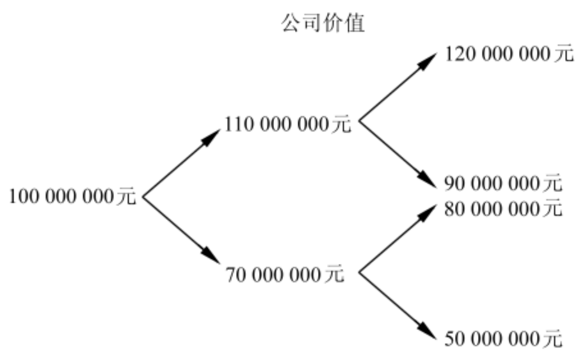

图 8.3

同前面一样，公司发行了面值为 60 000 000 元的折现型债券。为了简单起见，我们假定每半年的无风险利率是 2%。这样。相对于 1 年后出现的 4 种不同的情况，公司股票的价值分别为 60 000 000 元、30 000 000 元、20 000 000 元和 0 元。为了给股票现在的市值定价，就可以采用像期权的二叉树定价一样的动态复制技术。我们用公司的总资产和无风险证券来动态复制股票，当然也是采用自融资简单交易策略。先来看第 2 阶段上部的二叉

树。用比例为 x^u 的公司资产和半年后价值为 Y^u 的无风险证券来复制公司的股票，相对于股票在两种不同状态的价值，得到方程组

$$\begin{cases}120\,000\,000x^u + 1.02Y^u = 60\,000\,000 \\ 90\,000\,000x^u + 1.02Y^u = 30\,000\,000\end{cases}$$

解出，得到

$$\begin{cases}x^u = 1 \\ Y^u = -58\,823\,529.41\end{cases}$$

因此，若半年后股市走牛（出现二叉树上分叉状态），股票的总市值应该是 $E^u = 110\,000\,000\times1-58\,823\,529.41=51\,176\,470.59$ 元。同样的方法，若半年后股市走熊（出现二叉树下分叉状态），可算得股票的总市值为 $E^d=13\,986\,928.10$ 元。

下面再倒算第一阶段（前半年）的二叉树，即照样用公司总资产和无风险证券来复制下面的二叉树（见图 8.4）。

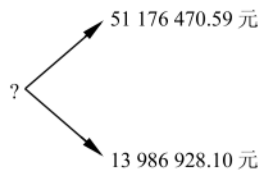

图 8.4

用比例为 x 的公司资产和现值为 Y 的无风险证券来复制公司的股票，有

$$\begin{cases}110\,000\,000x + 1.02Y = 51\,176\,470.59 \\ 70\,000\,000x + 1.02Y = 13\,986\,928.10\end{cases}$$

解出，得到

$$\begin{cases}x = 0.9297 \\ Y = -50\,092\,912.99\end{cases}$$

从而可以算出，目前公司股票的总市值（无套利均衡值）应当是 $E=100\,000\,000\times0.9297-50\,092\,912.99=42\,880\,943.24$ 元。如果总共的股票数是 1 000 000 股，则每股的均衡定价应当是 42.88 元。目前公司债券的总市值就是 $D=100\,000\,000-42\,880\,943.24=57\,119\,056.77$ 元。如果未清偿的债券数是 60 000 份，则每份债券目前的市场均衡价为 951.98 元。如果债券每年计息 2 次，到期收益率是 $YTM=4.98\%$，风险补偿为 0.98%。

当然也可以用动态复制的办法先定出公司债券的总市值，再定股票的无套利均衡价。

把二叉树继续拆细，期末公司的总资产价值可能出现的情况就变成用高阶的二项分布来描述。适当地选择二项分布的参数，就可以比较准确地描述实际的情况。我们可以这样来解释其原因：在第六章，我们曾经指出，适当地选择二项分布的参数，无限细分的二叉树模型确实可以用来描述股票价格的运动方式。如果公司的资本结构是全股本的，当然二叉树模型也就可以用来描述公司资产价值的变化规律。对于资本结构中含有有风险负债的情况（如这里例子所述），我们在本书开头第一章就介绍过 MM 关于企业价值与资本结构无关的理论。后人（包括默顿（R. Merton）、夏普（W. Sharpe）和斯蒂格里茨（J. Stiglitz）等）不断地发展和完善 MM 理论，突破了 MM 条件中许多苛刻的限制。因此，

采用无限细分的二叉树模型来描述公司价值的运动变化在很大程度上也是适用的。采用动态复制的或有要求权估值方法来为股票和债券（尤其是对有违约风险的情况）定价，是有实际意义的。

4. 公司的融资决策

我们采用或有要求权估值方法来为金融工具定价，从中还可以进一步加深对公司的金融/财务决策（这是公司财务管理的核心）的理解。

公司的股东和债权人的利益并不是完全一致的，存在着内在的利益冲突。公司的管理人员代表的是公司所有者（股东）的利益，管理层可以通过金融/财务决策来影响股东权益的市场价值。这一点从或有要求权估值的角度可以解释得比较清楚。

前面我们已经指出，公司的债权人的债权可以看作一种卖权的空头而股东的权益可以看作一种买权的多头。因此管理层可以通过不同的金融/财务决策来发挥影响：

1）投资决策　公司投资项目的不确定性越大，股东权益（买权多头）的价值越大，债权（卖权空头）的价值就越小。

2）分红决策　分红越多，公司的抗风险能力就越小，债务违约的可能性也就越大。

3）融资决策　公司可以通过增发新的负债（与原有的负债的偿债等级相同或更优先）来增加股东权益的价值。

关于第 3）点（融资决策），不是一眼看得出的，需要做一些解释。

公司发行的负债可以有不同的偿债等级。公司必须先履行对具有优先等级的债务的义务，然后再履行对优先等级较低的债务的义务，在付息时是这样，在清偿本金时更是如此。优先等级较低的债务被称为次等债务（subordinated debt），但次等债务的索偿优先顺序依然是要排在股票（包括优先股和普通股）前面的。

假如目前处于时刻 t，公司在发行新债前的价值（即资产价值）是 V_t，公司原来就有到期面值为 1 000 万元的零息票债务（折现型），这笔债务目前的市场价值计为 $D_1(V_t,t)$。在发新债前公司股本权益的价值记为 $E(V_t,t)$。因此有

$$V_t = D_1(V_t,t) + E(V_t,t)$$

现在公司新增发到期面值为 1 000 万元的零息票债务，新债务目前的市场价值记为 $D_2(V_t,t)$。公司在增发新债后，权益资本在总资本中的比重下降（加大了财务杠杆），因而公司债务的违约风险加大，会造成老债务市场价值的下降。从图 8.5 所描绘的发新债前后表示老债务的卖权空头的损益状态图也不难发现，发新债后，从或有要求权的角度看老债务的价值确实是降低了。发新债后，老债务的市场价值记为 $D_1^*(V_t,t)$，有 $D_1(V_t,t) - D_1^*(V_t,t) > 0$。老债务损失的市场价值到哪儿去了呢？

新债务是根据其实际市场价值来发行的。因此，在资产负债表左侧，公司资产的增值就等于新债务的市场价值，即公司在发行新债后的价值变成

$$V_t^* = V_t + D_2(V_t,t) = (D_1(V_t,t) + E(V_t,t)) + D_2(V_t,t)$$

但是在资产负债表的右侧，老债务的市场价值已不再是 $D_1(V_t,t)$，变成了 $D_1^*(V_t,t)$，权益的市场价值也就不应该仍然是 $E(V_t,t)$，而应成为 $E^*(V_t,t)$，所以有

$$V_t^* = D_1^*(V_t,t) + D_2(V_t,t) + E^*(V_t,t)$$

因此有

$$D_1(V_t,t)-D_1^*(V_t,t)=E^*(V_t,t)-E(V_t,t)$$

即老债务损失的市场价值就是通过增发新债权益所增加的价值。

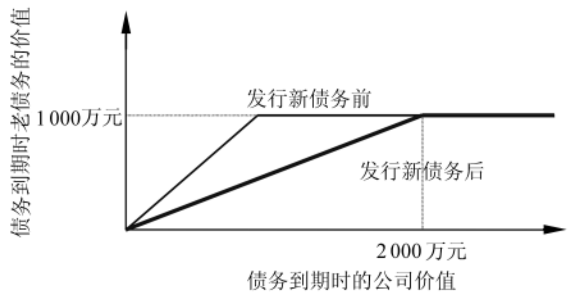

图 8.5

因为增发相同(或更高)优先等级的新债务会损害老债权人的利益，所以公司在签署借款合约(银行贷款或发行债券)时，债权人方面往往要求加上限制增发新债的条款。

下面我们进一步讨论不同优先等级债务的价值关系。

假定一家公司共发行了三种不同优先等级的有价证券：

1）零息票优等债券，面值为 X_1；

2）零息票次等债券，面值为 X_2；

3）普通股股票。两种债券的到期日相同，到期时三种证券的损益状态图如图 8.6。

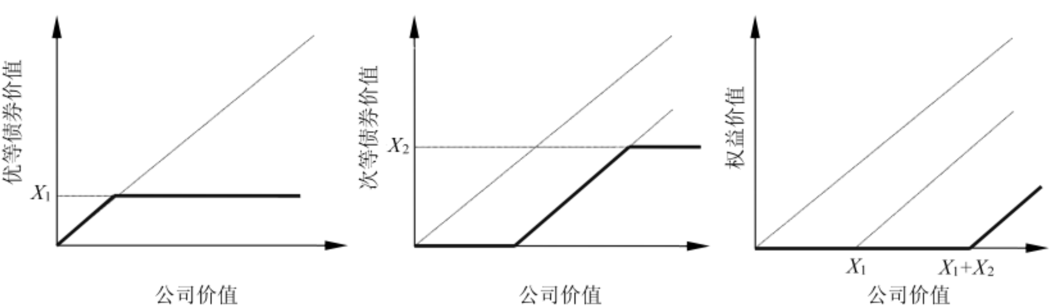

图 8.6

从或有要求权估值的角度看，优等债券并不因为发行次等债券而影响其价值，如 $c(V_T,X)$表示到期时预定价为 X 的买权的价值，则

$$\text{优等债券的总市值}=V_T-c(V_T,X_1)$$

权益仍然可以看作一个买权，但预定价成为 X_1+X_2，

$$\text{权益的总市值}=c(V_T,X_1+X_2)$$

次等债券则成为一个类似“垂直牛市价差套购”的期权组合，其总市值为

$$\text{次等债券的总市值}=c(V_T,X_1)-c(V_T,X_1+X_2)$$

这是两个到期日相同，预定价分别为 X_1 和 X_1+X_2 的买权的多头和空头的组合，其中多