

国家自然科学基金重大项目(金融工程)丛书

金融工程原理

无套利均衡分析

不懂得无套利均衡分析，就是不懂得现代金融学的基本方法论，当然，也就不懂得金融工程的基本方法论。

宋逢明 著



清华大学出版社

<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>

第一章 无套利均衡分析方法

现代金融学研究的基本方法是所谓的无套利均衡分析(No-Arbitrage)方法。虽然在经济学的研究中早就有所谓“一价定律”的表述,其中含有类似无套利均衡的思想(二者严格地说是区别的),但金融市场具有有别于其他商品和服务市场的特性(我们在本书中将逐渐向读者展示这些特性),无套利均衡分析方法因此具有特别显著的重要性。

在现代金融学中,这一方法最早体现在莫迪格里亚尼(Franco Modigliani)和米勒(Robert Miller)研究企业资本结构和企业价值之间关系的重要成果(即所谓的MM理论)中。可以说,这一研究方法标志着现代金融学在方法论上从传统经济学的研究中独立出来,而且成为取得后续一系列金融研究成果的基本分析手段。因此,这一方法也是金融工程面向产品设计、开发和实施的基本分析技术。我们从介绍MM理论的内容入手,来介绍这一方法的思路。

1. 企业价值的度量

企业的价值就是企业总的资产的价值。对于资产的价值,有两种不同然而非常基本的度量方法:一种是会计上度量的账面价值,一种是金融/财务上度量的市场价值。会计是根据资产所发生的历史成本减去损耗(折旧)后所剩的净价值核计的。金融/财务则是将该项资产未来创造的收入现金流用资产的预期收益率(这个预期收益率称为这项资产的资本成本)折现后的现值作为资产的价值,而这实际上也就是市场对这项资产价值的评价,即资产的市场价值。因此,会计的账面价值的度量是面向过去的,金融/财务的市场价值的度量则是面向未来的。整个企业在会计上的账面价值是由所有资产的账面价值加总得出的,在金融/财务上的市场价值则是将所有的资产合到一起后(合到一起会产生某种组合效应),能够创造出的未来的收入现金流用企业总的资本成本(即加权平均资本成本——参见后文)折现后的现值。

对于任何企业(个人或其他组织)来说,下述关系式恒成立:

$$\text{资产} = \text{负债} + \text{权益}$$

在会计上,这个关系是靠复式记账(“有借必有贷,借贷必相等”)来保持的。在金融/财务上,这个恒等关系意味着企业的价值(即其总资产价值)是由其负债和权益在金融市场上的总市值来度量的。因此,金融市场的存在,使企业的市场价值得以度量和评定。

因为我们研究的是金融/财务问题,所以从现在开始,若非特别指明,我们凡提到价值,都是指市场价值,即由金融市场上的均衡价格所反映的价值。

经典的公司财务理论认为,企业财务管理的目标在于使所有者的财富最大化。这里要

注意的是,资产价值的最大化不能简单地等同于权益价值(所有者掌握的企业净价值)的最大化。对于股份公司来说,只有每股权益价值的最大化才真正反映了股东(公司所有者)的财富最大化。所以,股票价格的变动确实反映了股东所拥有的财富的变动情况。

2. MM 理论

在 50 年代后期提出的 MM 理论曾经极大地震惊了金融学术界,莫迪格里亚尼和米勒为此先后荣获诺贝尔经济学奖。尽管如此,他们的理论成果中所含有的无套利均衡思想在后来所产生的巨大影响,仍然是当时所没有预见到的。

企业的资本结构的最简单的涵义是企业负债和权益的比例结构。MM 理论揭示了,在一定的条件(即 MM 条件)下,企业的资本结构与企业的价值无关。这一结论与人们的直觉相去甚远。而且,由此可以引伸出企业的金融活动本质上并不创造价值的结果。这当然是非常令人吃惊的。实际上,人们也正是由此出发,通过继续深入的研究,才更为明晰地了解企业的价值究竟是如何创造的,企业的金融/财务活动又是通过什么途径来创造企业价值的。

MM 理论的基本假设包括两个方面:

1) 无摩擦环境假设,是指

- 企业不缴纳所得税;
- 企业发行证券不需要交易成本;
- 企业的生产经营信息对内和对外来说是一致的,即信息披露是公正的;
- 与企业有关者可以无成本地解决彼此之间的利益冲突问题。

2) 企业发行的负债无风险。因此,购买企业的负债(即购买企业发行的债券或给企业贷款)的收益率是无风险收益率。

我们用一个简单的例子来说明 MM 理论是如何推出其结论的,并由此学习无套利均衡分析的技术。

假定有两家公司,公司 A 和公司 B,它们的资产性质完全相同,但资本结构(负债/权益)不一样。两家公司每年创造的利税前收益(*EBIT*-earnings before interest and taxes)都是 1 000 万元人民币。

公司 A 的资本全部由股本权益构成,共 100 万股。根据公司未来收入现金流的风险性质,金融市场对于该公司股票的预期收益率(称为市场的资本化率)是 $r_A = 10\%$,这也就是公司 A 的资本成本。这样,公司 A 的企业价值就可以以资本成本对收益现金流折现来算出:

$$PV = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{EBIT}{(1+r_A)^t} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{1000}{(1+10\%)^t} = \frac{1000}{10\%} = 10000 \text{ 万元}$$

公司 A 的股票的每股价格应当是 10 000 万元/100 万股=100 元/股。

公司 B 的资本中有 4 000 万元负债,可以认为是公司发行的债券,年利率为 8%。由负债无风险假设知,这也就是市场的无风险利率。企业负债的市场价值就是 4 000 万元,每年要支付利息 $4000 \times 8\% = 320$ 万元。并且假设公司的债务是无限期的(因为可以通过发行新债来顶替旧债)。请注意,现在我们还不知道公司 B 的权益价值究竟是多少,因为现

在暂时还不知道公司 B 的权益的市场资本化率(即预期收益率)应该是多大。在无税条件下,企业的收益也必须先付利息,剩余者才能分给股东。因此,股东每年可以分到的收益应当是 $EBIT - 320$ 万元。下面,我们假定公司 B 的股份数是 60 万股。^①

在上述条件下,我们可以断言,公司 B 的股票价格是 100 元/股。

如果公司 B 的股票价格不是 100 元/股,比如说是 90 元/股(小于 100 元/股),则采取以下策略就可以无风险套利。

在进行无套利分析时,一般要求市场容许“卖空”。所谓卖空是指这样一种交易规则:交易者即使不持有某种资产,也可以先卖出(做“空头”)。如果以后再补买进,盈亏就会通过买进卖出的差价实现。对某种资产的持有称为“多头头寸(或长头寸)”,短缺则称为“空头头寸(或短头寸)”。“做多头(或称处于多头地位)”和“做空头(或称处于空头地位)”就分别指持有多头头寸和持有空头头寸(实际上是短缺)。

一位投资者可以做下述交易来套利:卖空 1% 的公司 A 的股票($1\% \times 100$ 万股 = 1 万股),同时买进 1% 的公司 B 的债券(价值为 $1\% \times 4\,000$ 万元)和股票($1\% \times 60$ 万股 = 6 000 股)。交易产生的现金流如下(见表 1.1):

表 1.1

头寸情况	即时现金流	未来每年的现金流
1% 公司 A 股票的空头	$+10\,000 \text{ 股} \times 100 \text{ 元/股} = 100 \text{ 万元}$	$-EBIT$ 的 1%
1% 公司 B 债券的多头	$-1\% \times 4\,000 \text{ 万元} = -40 \text{ 万元}$	$1\% \times 320 \text{ 万元} = 3.2 \text{ 万元}$
1% 公司 B 股票的多头	$-6\,000 \text{ 股} \times 90 \text{ 元/股} = -54 \text{ 万元}$	$1\% \times (EBIT - 320 \text{ 万元})$
净现金流	6 万元	0

这样,这位投资者可以既不花费成本(至少在理论上),又不承担风险地套取 6 万元现金的净利润。这说明公司 B 的股票价值在市场上被低估,未达到均衡价位。因套利行为所产生的供需不均衡的市场力量将推动其价格上升,直至均衡价位为止,即达到每股 100 元的均衡价位。

显而易见,如果公司 B 的股票价格高于 100 元/股(比如说是 110 元/股),投资者可以反向构筑头寸(即做公司 A 股票的多头和公司 B 证券的空头),照样获得无风险套利机会。套利产生的市场力量也会推动其价格回落到均衡价位。

无风险套利机会的出现,说明市场处于不均衡状态。而套利力量将会推动市场重建均衡。市场一恢复均衡,套利机会就消失。在市场均衡时无套利机会,这就是无套利均衡分析的依据。市场的效率越高,重建均衡的速度就越快。

因为公司 B 的股票价格也是每股 100 元,所以公司 B 的权益市值应为 $100 \text{ 元/股} \times 60 \text{ 万股} = 6\,000$ 万元。公司 B 的企业价值就应为 4 000 万元(负债市值) + 6 000 万元(权益市值) = 10 000 万元,与公司 A 的企业价值相等。由此得出 MM 理论的结论:

^① 这一股份数的假定是随意的,采用其他数目的股份数也可以得到同样的结论。

在 MM 条件下,企业价值与其资本结构无关。

这就是所谓的 MM 第一命题。

采用无套利均衡分析技术,实际上是用另一组证券来“复制(replicate)”某项或某一组证券。在上例中,我们是用公司 B 的股票和债券的组合来复制公司 A 的股票。技术的要点是使复制证券的现金流特性与被复制证券的现金流特性完全相同。一定要注意如下两点:

1) 在未来任何情况下,二者的现金流特性都应该相同。在上例中,*EBIT* 的数值可以是变化的(每年 1 000 万元仅仅是平均数)。但无论怎么变化,公司 B 的“复制证券”在未来产生的现金流都会与公司 A 的股票产生的现金流相同。也就是说,复制证券的多头(或空头)和被复制证券的空头(或多头)互相之间应该实现完全地“对冲”(hedge——在有的场合可译为套期保值)。不能只在数学期望(即概率平均)的意义上实现无套利。有些不太入门的研究者往往会踏入这一误区。

2) 构筑套利的复制证券的工作至少在理论上是在市场中实现的,因此需要一定的市场条件(如容许卖空)。脱离市场的实际进行无套利均衡分析会导致错误的结论。

虽然在 MM 条件下企业的价值与其资本结构无关,而且,在我们上面的分析中,因为选取公司 B 的股份数为 60 万股,从而两公司的股票价格也相等,这说明这两个公司每份股票的现值(即市值)是相等的,但是,这两种股票的收益/风险特性是不一样的。我们假设 *EBIT* 会出现好、中、坏三种情况。相应于这三种情况两公司的收益/风险表现如下:

表 1.2

情况	<i>EBIT</i>	公司 A(共 100 万股)		公司 B(共 60 万股)	
		每股收益 <i>EPS</i>		净收益	每股收益 <i>EPS</i>
好	1 500 万元	15 元	1 180 万元	19.67 元	
中	1 000 万元	10 元	680 万元	11.33 元	
坏	500 万元	5 元	180 万元	3.00 元	
平均	1 000 万元	10 元	680 万元	11.33 元	
标准差		4 元		6.81 元	

由表 1.2 可见,公司 B 的股票的 risk 比公司 A 的股票的 risk 大(标准差大——价格波动大),预期收益也大(含有更高的 risk 补偿),但这两种股票的市场价值即现值是相同的。公司 A 股票的市场资本化率(预期收益率)是 10 元/100 元=10%,公司 B 的股票的市场资本化率(预期收益率)是 11.33 元/100 元=11.33%。度量这两种股票的 risk 的收益标准差分别为 4 元和 6.81 元,公司 B 的股票的 risk 比公司 A 的股票的 risk 大。在公司财务理论中,负债/权益被称为财务杠杆。对于公司 B 来说,由于存在财务杠杆,放大了权益的收益,同时也加大了权益收益的波动。

3. 加权平均资本成本

在 MM 条件下,企业的加权平均资本成本 *WACC*(weighted average cost of capital)

按下式计算：

$$WACC = r_e \frac{E}{D+E} + r_f \frac{D}{D+E}$$

其中, D 和 E 分别是企业负债和权益的市场价值, r_f 是无风险收益率, r_e 则是权益资本的预期收益率。因为企业的市场价值是用企业的加权平均资本成本为折现率对企业的未来收益现金流折现以后得到的现值。由 MM 理论自然可以推出, 在 MM 条件下, 企业的平均资本成本与企业的资本结构无关。在上例中, 公司 B 的加权平均资本成本就与公司 A 的资本成本相等, 即 $WACC=10\%$ 。而由上式可以倒算出公司 B 的权益资本成本

$$r_e = WACC + (WACC - r_f)D/E$$

正好算出 $r_e=11.33\%$ 。

以上公式表示的是 MM 第二命题：

有负债的公司的权益资本成本等于同一风险等级的无负债公司的权益资本成本 (注意, 上式中的加权平均资本成本 WACC 就等于无负债的公司 A 的权益资本成本) 加上风险补偿, 风险补偿的比例因子是负债权益比。

这还导致一条非常重要的金融/财务学原理：

资本的成本取决于资本的使用而不是取决于来源。

这个原理使我们认识到, 在通常采用折现现金流计算资产的市场价值 (即现值) 时, 采用折现现金流公式

$$PV = \sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

如果产生这个现金流的资产是在金融市场上交易的有价证券或有价证券组合, 则其均衡价格 P_0 必定与其市场价值 (现值) 相等, 即有 $P_0=PV$ 。从而交易这项资产的活动所创造的净现值一定为 $NPV=0$ 。于是又引出一条基本的金融学原理：

在金融市场上的交易都是零净现值行为。

对于企业的非金融性资产而言, 由于资产组合到一起会产生组合效应, 所以对于投资项目的评估要求净现值 $NPV>0$ 。而企业的价值, 不是其各项资产的市场价值的加总, 而是用其负债和权益的市场价值来度量。企业的价值减去其各项资产的市场价值的加总后的差, 就是企业的资产组合起来所创造的净现值。

于是, 对于在金融市场交易的金融工具即有价证券来说, 如果其收益现金流是 C_t , $t=1, \dots, n$, 则计算现值时所采用的折现率 r 取决于现金流 C_t , $t=1, \dots, n$ 的性质, 而不管其来源于金融市场的何处。如果有两个现金流 $C_t^{(1)}$, $t=1, \dots, n$ 和 $C_t^{(2)}$, $t=1, \dots, n$ 的现金流特性完全相同而它们的折现率不同, 则它们的市场价值 (现值——表现为价格) 就会不

相等,这时候对价格高者做空头并同时对价格低者做多头(低买高卖),就能套取无风险利润。推动市场走向均衡的供需力量一定会使它们的收益率变得相等。因此,在金融市场上,获取相同资产的资本成本一定相等。而从金融/财务的角度看,产生完全相同的现金流的两项资产可以被认为是完全相同的(即它们是互相复制的)。可以互相复制的两项资产如果在市场上交易,一定应该有相同的均衡价格,否则要发生套利。这和经济中的一价定律的涵义是一致的。

由此也就给我们一个基本的启发:如果对于市场上现有的一项或一组金融工具,能够用现有的另一组金融工具来“复制”(产生相同的现金流),如果复制者和被复制者(可以认为是互相复制)二者的市场价格不等(必须把所有发生的交易成本计算在内),就出现套利的机会。实际上这是采用金融工程技术发掘市场套利机会的基本做法。

4. MM 理论的涵义

在 MM 条件下,改变企业的资本结构并不为企业创造价值。所以,通过调整企业的资本结构的金融(筹资)活动来为企业创造价值,就都是与 MM 条件的不成立联系在一起。在现实的经济生活中,MM 条件当然在许多情况下是不成立的。实际的市场环境不是无磨擦的,调整资本结构的金融活动会通过这些“磨擦”的因素(包括税收、交易成本、信息披露、调节利害冲突等)影响企业的价值。另外,企业当然不可能无条件、无限制地发行无风险的负债。事实上,随着财务杠杆比的增大,企业债务的违约风险就会加大,从而 MM 的结论也就不能成立。

因为,通过财务结构的设计和重构为企业争取税收方面的好处是金融工程的一个重要课题,所以我们在这里分析一下税收对企业价值的影响。

假定在上例中对公司 A 和公司 B 都要征收 $T=33\%$ 的所得税。对于投资者(包括股东和债权人)每年能够得到的收益现金流(税前付息,税后分红)将是

$$\text{公司 A: } (1-T)EBIT = (1-0.33) \times 1000 \text{ 万元} = 670 \text{ 万元}$$

$$\begin{aligned} \text{公司 B: } (1-T)(EBIT - \text{利息}) + \text{利息} &= (1-T)EBIT + T \times \text{利息} \\ &= 670 \text{ 万元} + 0.33 \times 320 \text{ 万元} \end{aligned}$$

请注意,公司 B 因为有财务杠杆存在,所以每年可以多为投资者创造 $0.33 \times 320 \text{ 万元} = 105.6 \text{ 万元}$ 的收益。这就是所谓的“税盾”,因为是税前支付利息,所以每年支付的 320 万元利息中实际有 $33\% (105.6 \text{ 万元})$ 是从政府的税收中吐出来的。为了分析得更清楚一些,我们来看表 1.3 中两个公司的市场价值及其在各有关方分配情况的比较。

表 1.3

单位: 万元

	公司 A	公司 B
债权人	0	4 000
股东	6 700	4 020
政府	3 300	1 980
公司的税前价值	10 000	10 000

我们这样来读表 1.3。先从最后一行看,因为是公司的税前价值,就相当于 MM 条件成立,所以两个公司的税前价值相等,都是 10 000 万元。而实际公司的价值,是由资产负债表右边的负债和权益的市场价值来度量的。对于公司 A 来说,公司和政府按所得税税率分配税前价值,因此公司 A 的市场价值是 6 700 万元。公司 B 有价值 4 000 万元的无风险负债,但其中的 33%(1 320 万元)是从政府的税收中吐出来的。因此公司 B 的股东权益和政府税收的市场价值分别是 4 020 万元和 1 980 万元。这样,公司 B 的企业价值就是 4 020+4 000=8 020 万元,比公司 A 的价值高出 1 320 万元,这正好就是税盾的价值。请注意我们这里的叙述方式,我们并没有用到两家公司权益的市场资本化率。可以计算出这两家公司权益的市场资本化率没有改变,仍然分别是 10%和 11.33%。^①但这是推理的结果而不是前提。这个结果说明,在 MM 其他条件不变时,政府征税并不改变企业权益收益现金流的风险特性。

现在来看股票的价格。如果公司 A 仍然是 100 万股,则股价为 6 700 万元÷100 万股=67 元/股。那么公司 B 的股价是多少呢?如果公司 B 也仍然是 60 万股,那么股价也是 4 020 万元÷60 万股=67 元/股。这就不对了!因为税盾的缘故,公司 B 的价值比公司 A 高出 1 320 万元,公司 B 的权益的价值当然会比公司 A 高。这个问题应当这样来理解:假如公司 A 发行 4 000 万元的无风险负债,将这 4 000 万元来回购部分股票,回购后的资本结构就变得和公司 B 一样。因为有了财务杠杆,政府将退出总的现值为 1 320 万元的税款。公司的企业价值上升到 8 020 万元,每股股价上升到 8 020 万元÷100 万股=80.20 元/股。4 000 万元将可回购的股票数是 4 000 万元÷80.20 元/股=498 753 股,流通在外的还有 501 247 股。如果把这 501 247 股拆细成 60 万股,股价就会从 80.20 元/股下跌到 67 元/股。

所以,加大财务杠杆会增加所有者的财富。但是,决不能无限制地加大财务杠杆。首先,从道理上说,负债不能超过企业的税前价值;其次,前面已经提到,财务杠杆的加大必然会增大负债的违约风险,MM 理论中关于企业负债无风险的条件就会不成立。

在有税情况下(假设 MM 其他条件不变),公司的(税后)加权平均资本成本为

$$\begin{aligned} WACC &= r_e \frac{E}{D+E} + r_f(1-T) \frac{D}{D+E} \\ &= \frac{(EBIT - r_f D)(1-T)}{E} \frac{E}{D+E} + r_f(1-T) \frac{D}{D+E} \\ &= \frac{EBIT(1-T)}{D+E} \end{aligned}$$

因为在有税情况下,企业价值随财务杠杆(资本结构)的不同而不同(因为 $D+E$ 会随

^① 可以这样计算这两个公司权益的市场资本化率。对于公司 A,有

$$PV_A = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-T)EBIT}{(1+r_A)^t} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{670}{(1+r_A)^t} = 6\,700 \text{ 万元}$$

可解出 $r_A=10\%$ 。对于公司 B,有

$$PV_B = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{(1-T)(EBIT - D)}{(1+r_B)^t} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{0.67 \times (1\,000 - 320)}{(1+r_B)^t} = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{455.2}{(1+r_B)^t} = 4\,020 \text{ 万元}$$

可解出 $r_B=11.33\%$ 。

着资本结构的变化而变化),所以加权平均资本成本是与企业的资本结构有关的。随着财务杠杆的加大,企业的加权平均资本成本会降低。如果再引入负债的违约风险的话,因为负债的资本成本变大,企业负债的市场价值会降低。加大财务杠杆究竟使加权平均资本成本变大还是变小,要进行具体地分析。

结合实际的经济生活,MM 理论告诉我们,通过负债和权益重组调整资本结构确实能增加企业的价值,但这种价值的创造来源于税收方面的好处、降低交易成本、减少信息的不对称性、有利于调整有关方面的利害关系,等等;但从根本上说,并不能影响企业资产所创造的收益。由此出发,对于不涉及企业资产重组的财务包装所起的作用,应当有比较清楚的认识。

5. 状态价格定价技术

为了加深读者对无套利均衡分析方法的印象,我们再介绍一下状态价格定价技术。

假如一份(有风险)债券 A,现在的市场价格是 P_A ,1 年后市场价格会出现两种可能的情况:价格上升至 uP_A ,称为上升状态,出现这种情况的概率是 q ;或者价格下跌至 dP_A ,称为下跌状态,出现的概率为 $1-q$ 。也就是说,1 年后会出现两种不同的状态价格。这由图 1.1 表示。

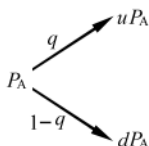


图 1.1

以 r_f 记无风险利率,我们假设 $d < 1 + r_f < u$ 。记 $\bar{r}_f = 1 + r_f$,如果 r_A 是债券 A 的收益率,记 $\bar{r}_A = 1 + r_A$,则预期收益率为

$$E(\bar{r}_A) = \frac{quP_A + (1-q)dP_A}{P_A} = qu + (1-q)d$$

可以算出收益率的方差和标准差是

$$\sigma^2(\bar{r}_A) = q(1-q)(u-d)^2$$

$$\sigma(\bar{r}_A) = [q(1-q)]^{\frac{1}{2}}(u-d)$$

1 个单位(如 1 元)无风险证券,1 年后不管出现哪种情况,其市场价值(价格)则都应当是 $\bar{r}_f = 1 + r_f$ (元)。

现在来定义一类与状态相对应的假想的证券,称之为基本证券。基本证券 1 在 1 年后如果市场出现上升状态,其市场价值为 1 元,如果市场处于下跌状态,则价值为零。基本证券 2 则反之,1 年后市场处于下跌状态时价值为 1 元,处于上升状态时为零。现在基本证券 1 的市场价格记为 π_u ,基本证券 2 的市场价格记为 π_d 。

现在我们可以用基本证券来复制上述的有风险债券 A。购买 uP_A 份基本证券 1 和 dP_A 份基本证券 2 构成的证券组合在 1 年后不管发生何种状态,都产生和债券 A 完全同

样的现金流,所以是债券 A 的复制品。由无套利原理知,复制与被复制证券现在的市场价格应该相等:

$$P_A = \pi_u u P_A + \pi_d d P_A$$

即

$$\pi_u u + \pi_d d = 1$$

如果我们同时购买 1 份基本证券 1 和 1 份基本证券 2 构成证券组合,则 1 年后无论出现何种状态,这个证券组合的市场价值都将是 1 元。这是一项无风险投资,其收益率应该是无风险收益率 r_f ,于是有

$$\pi_u + \pi_d = \frac{1}{1 + r_f} = \frac{1}{\bar{r}_f}$$

把上述两个方程联立到一起,可解出

$$\pi_u = \frac{\bar{r}_f - d}{\bar{r}_f(u - d)}$$

$$\pi_d = \frac{u - \bar{r}_f}{\bar{r}_f(u - d)}$$

请注意,基本证券现在的市场价格虽然是由债券 A 的状态价格决定的(上面的 u 和 d 实际上是 u_A 和 d_A),但基本证券除了可以用来复制债券 A 之外,还可以用来复制其他的证券,从而可以用来为别的证券定价。

下面我们用简单的数字例子来加以说明。

假如债券 A 现在的市场价格是 $P_A = 100$ 元, $r_f = 2\%$, $d = 0.98$, 而 $u = 1.07$, 见图 1.2。

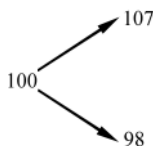


图 1.2

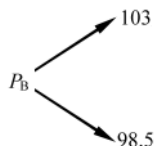


图 1.3

则可算出

$$\pi_u = \frac{1.02 - 0.98}{[1.02 \times (1.07 - 0.98)]} = 0.435730$$

$$\pi_d = \frac{1.07 - 1.02}{[1.02 \times (1.07 - 0.98)]} = 0.544662$$

这两个基本证券可以用来作为债券的定价工具。我们先来对债券 A 定价。债券 A 的价格应当是

$$P_A = \pi_u u P_A + \pi_d d P_A = 0.435730 \times 107 + 0.544662 \times 98 = 100$$

这个结果当然是正确的。

现在假定另外一个债券 B,它在 1 年后的状态价格如图 1.3。

债券 B 的现在的市场价格应该是

$$P_B = \pi_u u P_B + \pi_d d P_B = 0.435730 \times 103 + 0.544662 \times 98.5 = 98.52941$$

这里,实际上也是用基本证券 1 和 2 来复制债券 B。做法是购买 $uP_B(103)$ 份基本证券 1 和 $dP_B(98.5)$ 份基本证券 2 构成的证券组合在 1 年后不管发生何种状态,都产生和债券 B 完全同样的现金流,所以是债券 B 的复制品。由无套利原理知,复制与被复制证券现在的市场价格应该相等。

此处还是容易产生疑惑。基本证券 1 的市场价格 π_u 和基本证券 2 的市场价格 π_d 是由债券 A 的状态价格确定的,为什么还可以用来复制债券 B 呢? 因为基本证券 1 和 2 构成了 1 年后可能出现的 2 个基本状态的“基”,不管是何种证券,它们 1 年后的状态价格都可以用这组“基”来表示。这两个“基”彼此之间保持有某种“独立性”(不能用其中一个来表示另一个)。只要保持有这种“独立性”,不管它们目前的市场价格是多少,都可以被用来复制别的证券。建议读者用债券 B 的状态价格(注意:债券 B 现在的市场价格是 98.52941 元,不是 100 元)再确定一组新的 π_u 和 π_d , 检验一下是否可用来复制债券 A。然后,检查一下新的 π_u 和 π_d 和原来的 π_u 和 π_d 是否一样? 要真正搞明白其中的原因,请参阅本章的数学附录。如果读者不愿意读数学推导的话,建议至少读一下数学附录最后的结论。

但是,基本证券 1 和 2 是假想的证券,不是市场上实际存在的证券。无套利均衡分析的套作必须是能够在市场上实际实现的(至少在理论上)。下面我们用债券 A 和无风险证券来复制债券 B, 检验以上所述的用基本证券对债券 B 的定价是否正确。

我们用 Δ 份债券 A 和现在市场价值为 L 的无风险证券来构筑复制债券 B 的证券组合。 $\Delta(L$ 也一样)如果为正,表示多头(购买),为负则表示空头(卖空)。复制证券现在的市场价值是

$$I = 100\Delta + L$$

1 年后,无论出现何种市场状态,复制证券的市场价值都应该同债券 B 一样。如果出现上升状态,则有

$$I_u = \Delta \times 107 + L \times 1.02 = 103$$

如果出现下跌状态,则有

$$I_d = \Delta \times 98 + L \times 1.02 = 98.5$$

把这两个方程联立到一起,可解出 $\Delta = \frac{1}{2}$ 和 $L = \frac{49.5}{1.02}$, 并由此算出债券 B 现在的市场价值 $I = 98.52941$ 。这说明前面用基本证券 1 和 2 对债券 B 的定价是正确的,不然的话,显然可以无风险套利。

决定债券 B 的未来状态价格的 u 和 d 和债券 A 的 u 和 d 是不同的,因此债券 B 的收益率和风险也都和债券 A 不同。请注意,在上述的无套利均衡分析中,我们从来没有用到未来各个状态发生的概率 q 和 $1-q$ 。我们将在以后介绍风险中性假设时再来讨论它们(参见第五章)。现在我们先假设 $q=0.5$, 可以算出

$$\begin{aligned} r_A &= 2.5\% & r_B &= 2.2537\% \\ \sigma_A &= 0.045 & \sigma_B &= 0.0225 \end{aligned}$$

显然,债券 B 比债券 A 的风险小,预期收益率也低,它们的收益和风险是互相匹配的。由于债权 A 的风险比较大,用债券 A 和无风险证券的组合来复制债券 B 时,实际上是用一部分无风险证券来“冲淡”债券 A 的风险,所以,在复制证券里无风险证券的成份应

该是多头。当然,我们也可以反过来用债券 B 和无风险证券来复制债券 A,这时候,在复制证券里无风险证券的成份应该是空头,来“加浓”债券 B 的风险。

6. 市场的完全性

在我们以上的讨论中,假设 1 年后只会出现 2 种可能的状况,因此只需要 2 个(“独立的”)基本证券就可以复制其他的证券。如果会出现 3 种或 3 种以上的可能状况呢?显然,只有 2 个基本证券就不够了。对应于可能出现的状况数,需要有同样数目的(“独立的”)基本证券才能复制实际的证券。相应地,在实际市场中,只有债券 A 再加上无风险证券也就不够了,需要有相应数目的“独立的”证券。只有具备足够多的“独立的”证券,才能复制其他的证券或证券组合。而证券或证券组合只有能够被复制,才能通过构筑相反的头寸对冲掉风险,实现完全的套期保值。这就引出了市场的完全性的概念。

市场的完全性可以这样来描述,对于市场可能出现的各种情况,是否具备足够数目的“独立的”的金融工具来进行完全的套期保值,从而转移风险。如果具备足够多的此类金融工具,则市场是完全的,否则是不完全的。

金融工程通过创造新型金融工具来“填补”市场的完全性,从而提高金融市场转移和重新配置收益/风险的能力。金融经济学可以证明,这将提高总的社会效用,增强金融系统抗御总体金融风险的能力。这是创立和发展金融工程的一项基本的意义,具有重要的经济和社会的价值。

至于多阶段的动态完全性的概念,我们以后再介绍。

7. 小结

本章通过介绍 MM 理论讨论了无套利均衡分析方法。这是现代金融学的基本分析方法。这个方法贯穿于所有有关金融资产的定价理论,广泛地应用于金融工具以及投融资策略和风险管理技术的设计中。

无套利均衡分析的要点在于“复制”。在 MM 条件的例子中,我们是用公司 B 的无风险负债和部分权益的组合来复制公司 A 的全部权益。因此,公司 B 发行的股票和无风险企业债券可以看作是公司 A 的股票的“复制品”。

套利从理论上讲应当是无风险的,所以,无风险证券在分析中扮演很重要的角色。另外,在市场容许卖空的条件下,可以同时构筑互相复制的证券的相反头寸实现完全的对冲。因此从理论上讲,套利可以不需要资金的投入。也就是说,套利策略可以是“自融资”的。无风险和自融资,这两点对于理解无套利均衡分析来说是非常重要的。虽然随着理论的发展,后来的研究表明自融资这一点对于复制技术(无套利均衡分析)来说不是必须的。但有了自融资这一条件,分析起来就会容易得多,便于初学者的理解。

在我们的理论分析中,没有考虑交易成本的问题。由于在实际的市场交易中,存在买进卖出差价、手续费等交易费用,这些市场的磨擦因素阻滞了市场的套利行为。即使两项金融资产是完全互相复制的(即它们未来的收入现金流是完全相同的)而存在市场价格的差异,如果这种价格差异小于套利需要缴纳的买进卖出差价和手续费等交易费用,套利实际上就不是可行的。市场的此类磨擦因素越大,市场对套利的反应就越不敏感。

在本章的分析中,一开始构筑起复制证券的头寸(如公司 B 的负债和权益的匹配比例),以后产生的现金流就能始终完全地实现对冲,即在市场出现任何状况时都能对冲,这是静态的无套利均衡分析。但对于有的情况(如对与或有要求权有关的衍生证券(如期权)的复制),问题不是那么简单。需要在过程中对复制证券组合内部的头寸进行调整,才能与被复制证券的现金流对冲,这就是动态无套利均衡分析。除了对衍生证券的定价外,动态无套利均衡分析方法在动态投资和套期保值策略的设计中都非常重要。我们将在后面的章节再讨论。

练习题

1. 一家公司的每年利税前收益($EBIT$)是 1 000 万元,有无风险负债 4 000 万元,利率是 8%,所得税税率是 33%,流通在外的股票共 100 万股,权益资本成本为 11.33%。现在公司决定增发股票来减少 1 000 万元负债,问应增发多少股股票?

2. 某公司生产一种产品,其一年后的价格在经济繁荣的情况下为 20 元,在经济萧条的情况下为 10 元。若该公司生产 375 万件该产品,则不需要任何成本;若该公司再投入 15 000 万元,则可多生产 1 500 万件该产品。已知 $r_f=5\%$,某交易商愿以 15 元的远期价格提供收购所有这种产品的一年期远期合同。该公司的所得税率为 20%。试求该公司的税后价值。若该公司目前为全股权公司,流通中的普通股数为 100 万,该公司现在想发行 4 000 万元的无风险负债来回购价值 4 000 万元的股票,应回购多少股票?