国家自然科学基金重大项目（金融工程）丛书

金融工程原理

无套利均衡分析

不懂得无套利均衡分析，就是不懂得现代金融学的基本方法论，当然，也就不懂得金融工程的基本方法论。

宋逢明 著

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn

第九章　市场环境、交易方式与资产定价

金融市场的组织与交易方式是各种各样的，不同的市场环境对所交易的金融商品的定价会产生不同的影响。这涉及与市场的宏观和微观结构有关的许多相当深刻的理论和实践问题。

金融市场是交易金融商品的场所。在市场的组织和交易方式上是不同的，这与所交易的金融商品的性质有关。市场的组织有集中的，如交易所的场内市场；有分散的，称为场外市场或柜台（OTC—over-the-count）市场。有有形的，也有无形的（通过电讯和计算机网络进行交易）。在交易方式上，有盯市（mark to market）的和非盯市的，有容许卖空（short sale）和不容许卖空的，有价格变动幅度限制（涨停板和跌停板）和没有价格变动幅度限制的，等等。在监管办法、税收待遇和会计处理上也有各种不同。

不同的市场环境有不同的效率，而市场效率从根本上说与市场信息的传播效率密不可分。虽然随着信息技术的发展，网络交易和电子商务在金融领域的作用越来越大，金融全球化的趋势使国际金融市场连为一体，信息传播的效率受市场组织方式的影响逐渐弱化，但因所交易的金融商品本身的性质不同和交易方式的不同，对资产定价还是会产生不同的影响。市场的有效率性（efficiency）是一个非常深刻的金融概念，曾经而且还继续在引导大量的研究工作，有时争论非常激烈，甚至达到白热化的程度。下面我们就先介绍有效率市场假设（efficient market hypothesis）的理论。

1. 有效率市场假设

从50年代计算机技术开始应用于经济学研究以来，最先就是经济数据的时间序列分析。人们很自然地想用股票价格的时间序列来预测其走势，此类努力形成了股市实践中的所谓技术分析（technical analysis）。技术分析力图从以往价格变化的模式中提取一般规律，根据不同的模式来分析预测以后的变化。另一类股市实践的主要分析方法称为原本分析（fundamental analysis），收集各种与企业的经营管理有关的信息，尤其是收入的来源和收益变化的前景，以及有关市场乃至整个经济环境未来变化的预测信息，以此为基础对股票的价格变化做出预测。原本分析侧重于比较长期的预测，技术分析则比较着眼于短期的状况，二者经常是混合使用的。大量媒体（报纸、电视、广播等）报道的股市分析都是基于技术分析和（或）原本分析的。

在金融市场中，投机行为和套利行为不是一回事。套利是抓住（包括人为制造）市场暂时性失衡的机会套取无风险利润，投机则是依靠预测来牟取风险利润。从理论上讲，套利是不承受风险的，投机则是通过承受风险获取风险报偿。投机的成功与否取决于像技术分析和原本分析之类的预测技术是否正确。如果此类预测技术在实际上并没有科学依据的

话，那么投机就纯粹只是碰运气。从下面的分析我们可以发现，这一点同样是和市场的效率紧密联系在一起的。

技术分析和原本分析究竟有没有科学依据，是金融研究领域激烈争论的问题。有一点是肯定的，如果金融市场是有效率的（即有效率市场假设成立），技术分析和原本分析就都是站不住脚的，即技术分析和原本分析都是建立在市场失去效率（至少是暂时性失去效率）的基础之上的。于是就要解答两个问题：第一，这样说的理由是什么？第二，市场是否始终是有效率的（即有效率市场假设是否始终成立）？

有效率市场假设是现代经济学中理性预期理论（rational expectation——又称合理预期理论）在金融学中的平行发展。理性预期理论是约翰·缪斯（John Muth）在60年代初提出的，是对原来的适应性预期理论（adaptive expectation）的改造。适应性预期理论认为人们对未来的预期完全依赖于过去的经验。因为经验的积累是一个缓慢的过程，所以人们对未来的预期的变化也是缓慢的。理性预期理论则认为人们对未来的预期不仅依赖于过去的经验，而且与所有可以收集到的信息有关，即人们对未来的预期和人们依据一切可以收集到的信息所做出的最优预测相同。因为理性预期包括了对未来发展变化的一切可能信息，因此要比单凭过去的经验做出的预期更为理性（即更为合理）。

理性预期理论在经济学上的深刻意义在于以下两个方面：第一，如果经济变量的运动方式发生变化，则对这一变量的预期方式也将发生变化。例如，如果利率的运动方式总是在未来趋向于“正常”的水平而目前的利率偏高，则通常的预期理论都认为利率将要下跌；但是，如果利率的运动方式发生了变化，例如利率一旦升高就会居高不下，那么，最优预测及其导出的理性预期都会指出未来的利率不会下降。在理性预期理论中，对经济变量的预期是随着经济变量本身的运动方式的变化而变化的。第二，理性预期是无偏估计，即理性预期的预测误差的均值为零，而预测误差本身是无法事先估算的。因为从逻辑上讲，如果误差项可以预先估算，那么一定存在支持这种预测的信息，由理性预期的涵义知，一定可以把这些信息吸收到预期中，从而消除掉预先估算到的误差，剩下的误差项又变成不可预测的了。因此，误差项的统计特性一定是均值为零的正态分布，不存在任何信息来支持对误差项的预测。这实际上是最优预测的特性。

理性预期的思想在有效率市场假设中的体现是：

> 金融市场如果是有效率的，市场预期就是基于所有可能信息的最优预测。

下面我们来看，基于这样的市场预期，市场的价格是怎样形成的？

首先，市场分析人员收集所有与股票有关的信息，包括过去股票价格变动的轨迹，发行股票公司的经营业绩和所有可能影响经营业绩的因素。然后，分析人员在目前时点（时间 $t=0$）根据所有收集到的信息，对未来时点（时间 $t=1$）的股票价格做出最优预测 $\overline{P}(1)$。为了简单起见，我们假定在期间$[0,1]$股票不分红。于是如果目前的股票价格记为 $P(0)$，则预期收益率就是

$$\bar{r}=\frac{\overline{P}(1)}{P(0)}-1$$

但是，能够收集到的信息总是不完整的，会有偏差，也存在难以预见的情况。因此，必须分析可能出现的预测偏差，即未来实际发生的价格 $P(1)$ 对最优估计 $\overline{P}(1)$ 可能出现的偏离，这一偏离当然可以用随机变量 $P(1)$ 的方差或标准差来度量。由前面关于理性预期理论涵义的第二点知，最优估计 $\overline{P}(1)$ 就应当是随机变量 $P(1)$ 的数学期望值（概率平均值）。这样，当然也就可以算得收益率的估计偏差（方差或标准差）。

显然，所采集的信息越完整、越准确，未来实际发生的情况与最优估计之间的偏差就越小，投资决策的风险也就越小。

在以上预测和分析的基础上所做出的投资决策取决于几个方面：一是收益/风险的权衡比较。预期收益率 $\bar{r}$ 越高，就越愿意投资；风险越大（即未来实际发生的情况与最优估计之间的偏差越大），就越不愿意投资。二是掌握的资金的多少。掌握的资金越多，就越愿意投资；否则反之。三是所投资的资产的流动性。流动性越大（即越容易低成本地转变成现金），就越愿意投资，否则反之。这实际上就是资产需求理论。

现在我们来看当前市场的股票价格是如何确定的？

在发达的金融市场中，已经发展出大量的互相竞争的投资中介机构（包括商业银行、共同基金、保险公司等）。这些投资中介机构高薪聘请专家，收集市场信息，并采用各种技术进行分析。他们收集信息的能力是有差异的，分析信息并据以做出对未来价格的预期，其准确性也是有差异的。因为市场是高度竞争的，那些收集信息越完整，做出判断越准确的中介机构就能吸收越多的资金，其投资行为对市场价格形成的影响就越大。所以，市场形成的均衡价格所包含的信息和对未来的预期（金融市场的定价机制依赖于对未来的预期）的准确性就远高于所有市场参与者预测估计的平均水平。

这样，在金融市场中，由于投资中介机构的高度竞争化，市场就具备了高效率的“公允”价格的发现功能和形成机制。所谓“公允”价格就是能在金融/财务意义上正确反映资产价值的市场均衡价格。而这样的价格，也一定就是在所有可能获得的信息的基础上做出的最优预测价格。有效率市场假设就是理性预期理论在金融学中的平行发展。

因此，如果有效率市场假设成立，市场形成的均衡价格本身就已经包含了所有可能的信息，那么，再依据在市场上可以公开获得的信息来预测价格的走势（如技术分析和原本分析所做的），在逻辑上就不能成立。这样就回答了本节开始时提出的第一个问题。

有效率市场假设有弱式、半强式和强式三种形式，简述如下：

1）**弱式**（weak form）　价格中包含过去价格记录中的全部信息。

2）**半强式**（semi-strong form）　价格中不但包含了过去价格的信息，而且包含了全部其他有关的公开信息。

3）**强式**（strong form）　价格中不但包含了全部有关的价格信息，而且包含所有专家对企业和经济进行的分析所提供的信息。

有效率市场假设蕴涵着如下金融市场的特性：

1）**市场的无记忆性**　只要当前价格中已经包含了全部过去价格的信息，则过去的记忆对未来的价格预测是毫无帮助的，价格的变动是纯粹的随机游走，因此否定了技术分析（以及原本分析）。

2）**市场价格可信赖**　证券价格具有很高的供需弹性，微小的价格变动立即引发套利

产生供需关系的变化,而且马上形成新的均衡,从而不可能持续地获取超过市场平均水平的收益,收益的大小只取决于所承担的风险的大小。各种财务假象(如因为送配股或改变会计方法使收益看上去发生变化)从长远看都是无效的。市场越有效率,财务包装的作用就越小。

3) 证券组合多样化分散风险　非系统风险可以通过投资组合的分散化来消除,从而市场指数能够很好地描述市场的总体行为,利率的期限结构也能很好地反映市场对未来的估计。

对于有效率市场假设已经进行过大量的经验研究。以往的研究结果显示,虽然有实例证明强式的金融市场的有效率性假设不成立,但对于发达国家的金融市场来说,弱式有效率性假设经常是可以成立的。对于中国新兴的资本市场(如上海和深圳的股市),我们自己的研究结果表明,自 1992 年股价放开后,弱式有效率性假设已经基本成立,但还未达到半强式有效率性。因此,即使对于中国股市来说,技术分析的科学性是值得怀疑的。这和中国证监会的统计是相吻合的。但是,因为中国股市还未达到半强式有效率性,所以正确的原本分析(包括一些基本面的分析)还是可能正确的。中国的金融市场的效率问题,对于我国的金融学研究人员来说,仍然是一个有吸引力的课题。

那么,对本节开始时提出的第二个问题又如何回答呢?

至少可以肯定的是,对于任何一个金融市场,有效率市场假设都不能始终成立。必须承认市场在一定程度上是无效率的,也就是说,至少市场会偶然地失效。而且,正是这种市场的暂时性失效为在市场进行套利和成功的投机提供获取效益的机会。格罗斯曼(S. Grossman)和斯蒂格里茨(J. Stiglitz)在 1980 年发表的著名论文中对此做出了精辟的分析,揭示了有效率市场假设在逻辑基础中的内在矛盾:市场的有效率性是依靠市场的套利和投机活动来建立的,而套利和投机活动都是有成本的;如果市场每时每刻都是有效率的,则不会存在套利机会,投机活动也将是无利可图的,套利和投机活动就会停止,而市场也就不能保持效率。

这一点对市场交易的实践和金融工程的发展来说意义重大。事实上,交易商、经纪人和咨询机构在其市场实践中从来不愿意接受有效率市场这一基本的金融理论。在金融领域中这一理论和实践的背反一方面固然造成金融市场中大量套利和投机活动失败的悲剧(源于盲目的自信、对金融理论的无知和过于夸大市场失效的机会),但另一方面,也说明了人们在商务实践中是确实感受到市场的暂时性失效。通过金融工程的创新去发掘甚至制造市场失效的机会,利用各种精妙设计和开发的技术和工具抓住市场失效的机会牟取超额收益,是推动金融工程发展的重要的市场激励因素。金融工程的创新活动,支持了利用市场失效的机会进行套利和投机,在这个过程中,同时也就消除了这种市场失效的机会。因此,金融工程所创造的新的套利和投机技术,又成为提高市场效率的推动力。举例来说,当股票指数期货刚刚引入时,市场上存在大量而且频繁的期货/现货间的套利机会。但在金融工程活动建立起复杂而精致的数学关系式,并据此开发出计算机程序软件应用于交易实践后,现货指数和指数期货价格间的偏离就因套利而逐渐消除。过去,理论的公允价和实际价之间的偏差曾达到 200 个基本点(即 2%),现在采取程序化交易进行套利活动能够捕捉的价格偏差机会很少能超过 10 个基本点。又如,利率互换在以前赚取 150

个基本点是很容易的，而现在要赚 10 个基本点也很困难。

可以得出的结论是：随着金融市场的发展演化，市场的效率会越来越高，这一发展过程，很可能是无止境的。金融工程的发展，则是市场发展其效率的技术源泉。而市场的有效率性，从根本上讲，是同市场信息披露和传播以及对信息做出反应的效率紧密地联系在一起的。

2. 盯市与非盯市：期货与远期

盯市(mark to market)是按照市场价格的变动随时结算盈亏(在实践中多是每日结算制)的交易方式，盈亏的结算通过在清算服务机构缴存的保证金(又称垫头—margin)余额的增减来实现。保证金通常具有杠杆放大作用，即所要求持有的保证金余额只是所交易的金融商品合约价值的一个相对小的比例。对于有些类型的金融商品(尤其是衍生品，如期货、期权等)，这个比例很小。如期货交易的保证金水平通常只需所交易的期货合约价值的 3%～10%(甚至更低)。这样，如果保证金要求是 5%，缴纳 10 万元保证金就可持有和交易价值 200 万元的期货合约。

期货(futures)是典型的采用盯市方式交易的金融商品。盯市方式通常是对标准化的金融商品(如标准化的期货、期权合约)进行集中交易的方式，在交易所等集中市场交易。

在交易所的一个营业日内，期货的价格会发生变化，有时还会变化得很频繁。清算机构掌握交易各方缴存的保证金，在每日交易所收盘后，按照当日的结算价格进行每日结算，轧出价差。每日的结算价是清算机构用来确定各方当日盈亏，是否需要追缴保证金的依据，并作为下一营业日开盘价的参考(理论上开盘价是每个营业日第一笔成交的价格)。结算价的核计办法各交易所有所不同。有的以当日的收盘价为准，如果在收盘时仍有几种喊价则取最后一段时间(如 10 秒钟)内几种报价的平均数；有的则以该种期货当日成交价的加权平均作为结算价。如果当日的结算价与上一个营业日相比，价格呈现有利变化，则轧出正差额，贷记入交易者的保证金账户。交易者可以提走这一笔赢利，也可以作为保证金的增大额，从而可以按比例增大交易头寸。如果结算价向不利方向变动，则轧出负差额，借记入交易者的保证金账户，意味着保证金数额的减少，必须相应地减小交易头寸。如果不追加保证金，缺少保证金支持的那部分交易头寸将被交易所强行平仓。价格变动的方向对多头方有利就一定对空头方不利，或者反之。

这种盯市交易方式使价格变动而造成的盈亏立即(如每日结算就是当天)实现，保证金制度则大大地降低了交易的违约风险。这样的交易方式使每位市场参与者实际上以清算机构为对手进行交易，而清算机构以竞价机制撮合多空双方(买方和卖方)配对成交，因此清算机构本身持有的多空头寸始终处于轧平状态，盈亏直接通过缴存的保证金结算，违约风险就降低至很低的水平。但是另一方面，因为保证金要求的比例低，有很大的杠杆放大作用，从而使参与交易者承受很大的价格风险。

表 9.1 是《华尔街日报》报道的芝加哥交易所的商品(谷物和油料)期货价格情况。第 1 栏是小麦期货的行情。每手合同是 5 000 蒲式耳(蒲式耳是容量单位，1 蒲式耳谷物约合 36 千克)，以每蒲式耳小麦的美分数报价。左起第 1 列是期货的交割月份，从第 2 至第 5 列分别是当天的开盘价、最高价、最低价和结算价。第 6 列是当天的结算价和前一天的结

算价之间的变化。第 7 和第 8 列是该期货品种上市以来达到过的最高价位和最低价位。最后一列是市场上的总持仓量。

因为即期交易的盈亏也是立即实现的，所以所有的即期交易都可以看作是“盯市”交易。“盯市”的概念也已引入会计学。会计上如果对资产项（主要指金融资产）的市场价值变动随时调整记录，则成为“盯市会计”。

表　9.1

FUTURES PRICES

Monday, June 28, 1999

Open Interest Reflects Previous Trading Day

GRAINS AND OILSEEDS

	Open	High	Low	Settle	Change	Lifetime High	Lifetime Low	Open Interest
CORN (CBT) 5,000 bu.; cents per bu.								
July	213½	214	210¾	211	– 3¼	312	210¾	55,125
Sept	215	216½	214	214¼	– 1½	280	214	84,466
Dec	221¾	225	220¾	222¾	– ¾	291½	220¾	149,061
Mr00	231¼	234¼	230½	232¼	– 1	270	230½	25,142
May	238	239½	237	237½	– ¾	261	s	2,647
July	241	243¾	241	242	– ¼	278½	240¾	5,484
Dec	247	249	246¾	247½	– ¼	279½	246¾	4,105
Est vol 100,000; vol Fr 71,688; open int 326,233, +3,315.								
OATS (CBT) 5,000 bu.; cents per bu.								
July	112½	114½	112½	114	+ ½	139	105	2,436
Sept	112¾	114¾	112¾	113¾	+ ¾	140	109	3,635
Dec	116¼	118½	116	118	+ 1½	145	113½	6,365
Mr00	121½	122½	121¼	122½	+ 1½	135	119	354
Est vol 3,500; vol Fr 1,058; open int 12,825, –89.								
SOYBEANS (CBT) 5,000 bu.; cents per bu.								
July	448½	452	445	445¾	– 4¾	728	445	29,067
Aug	448	453¼	446	447½	– 3¾	618¼	446	31,057
Sept	448	454¼	448	449	– 3½	616½	448	13,507
Nov	455	461½	452¾	455½	– 3½	680	452¾	73,749
Ja00	467¼	470½	464	465½	– 3½	632	464	6,317
Mar	476	478½	472	472¾	– 4½	598	472	1,568
May	484½	486	481½	481½	– 3¾	554	481½	1,783
July	492	493	487½	487½	– 5	647	487½	1,897
Nov	500	502	496	496½	– 4¾	631	496	1,850
Est vol 65,000; vol Fr 43,264; open int 160,814, +1,127.								
SOYBEAN MEAL (CBT) 100 tons; $ per ton.								
July	132.60	135.80	132.60	134.80	+ .60	188.00	126.00	18,267
Aug	131.80	133.80	131.20	132.70	+ .30	178.90	127.70	24,408
Sept	130.50	133.50	130.50	132.20	+ .70	183.50	129.30	15,328
Oct	131.00	133.70	130.90	132.10	+ .70	171.50	130.70	9,437
Dec	133.00	136.70	133.00	135.30	+ .80	173.50	132.30	28,948
Ja00	136.50	137.60	136.20	136.60	+ .60	164.00	131.30	4,775
Mar	138.50	140.30	138.50	139.40	+ .80	152.00	138.00	1,880
Est vol 20,000; vol Fr 35,303; open int 105,397, +11.								

	Open	High	Low	Settle	Change	Lifetime High	Lifetime Low	Open Interest
Oct	18.42	18.44	18.30	18.33	– 0.11	20.14	12.34	40,426
Nov	18.30	18.38	18.25	18.25	– 0.11	19.90	12.48	32,577
Dec	18.22	18.34	18.18	18.17	– 0.11	20.75	12.55	67,414
Ja00	18.15	18.15	18.10	18.09	– 0.10	19.63	12.76	28,390
Feb	18.05	18.10	18.05	18.01	– 0.10	20.16	12.90	15,832
Mar	17.98	17.98	17.95	17.94	– 0.10	20.10	12.97	22,092
Apr	17.87	17.87	17.87	17.87	– 0.10	19.16	13.03	6,162
May	....	....	....	17.80	– 0.10	19.16	13.65	4,191
June	17.80	17.82	17.75	17.73	– 0.10	20.10	13.26	21,907
July	....	....	....	17.66	– 0.10	17.88	13.70	6,040
Aug	....	....	....	17.59	– 0.10	17.47	13.78	2,720
Sept	....	....	....	17.55	– 0.10	17.70	14.40	4,801
Oct	....	....	....	17.53	– 0.10	17.55	14.22	3,244
Nov	....	....	....	17.51	– 0.10	17.68	15.60	1,807
Dec	17.58	17.58	17.50	17.50	– 0.10	20.75	13.85	25,182
Ja01	....	....	....	17.49	– 0.11	17.18	14.25	2,885
Feb	....	....	....	17.48	– 0.12	17.15	14.30	720
Mar	....	....	....	17.47	– 0.13	17.65	14.44	1,071
Apr	....	....	....	17.46	– 0.14	16.05	15.80	115
May	....	....	....	17.46	– 0.14	16.13	15.80	132
June	....	....	....	17.46	– 0.14	17.68	14.56	2,885
Dec	....	....	....	17.46	– 0.17	17.70	14.90	15,334
Ju02	....	....	....	17.53	– 0.19	17.64	17.64	200
Dec	....	....	....	17.61	– 0.20	21.38	15.50	6,801
Dc03	....	....	....	17.81	– 0.21	22.00	15.92	5,166
Dc04	....	....	....	18.04	– 0.21	19.27	16.35	5,166
Est vol 86,409; vol Fri 84,301; open int 571,219, +5,036.								
HEATING OIL NO. 2 (NYM) 42,000 gal.; $ per gal.								
July	.4545	.4550	.4495	.4502	– .0051	.5290	.3220	24,987
Aug	.4610	.4615	.4560	.4569	– .0055	.5120	.3320	40,253
Sept	.4675	.4680	.4640	.4649	– .0050	.5200	.3420	18,451
Oct	.4750	.4755	.4710	.4729	– .0045	.5200	.3510	9,893
Nov	.4815	.4840	.4790	.4799	– .0045	.5235	.3605	9,202
Dec	.4870	.4900	.4860	.4869	– .0045	.5275	.3680	25,304
Ja00	.4930	.4945	.4910	.4909	– .0045	.5170	.3700	16,055
Feb	.4940	.4940	.4930	.4909	– .0040	.4990	.3750	8,101
Mar	.4915	.4915	.4885	.4849	– .0040	.5060	.3760	4,651
Apr	....	....	....	.4799	– .0040	.4900	.3760	3,104
May	.4775	.4775	.4775	.4749	– .0035	.4875	.3800	3,448
June	.4735	.4735	.4735	.4724	– .0035	.4750	.3790	3,891
July	.4735	.4735	.4735	.4739	– .0035	.4735	.3890	2,107
Aug	....	....	....	.4789	– .0035	.4770	.3970	916

非盯市交易方式并不按照市场价格的变动随时实现盈亏，远期合约是典型的采用非盯市交易方式交易的金融商品。这种交易方式通常可以面向非标准化的金融商品，市场的组织方式可以是分散的，如场外柜台市场、电讯（包括电话、电传、传真等）市场，以及正在兴起的网络市场等。非盯市方式交易违约风险相对比较大，因此经常在信用比较好的交易对手之间交易。

下面我们用期货和远期为例来讨论这两种交易方式对定价的影响。

（1）远期/期货的定价

期货与远期是基本的衍生品，其定价原理当然也是无套利。如我们在第三章和第四章所讨论的，无套利均衡的效率高于一般的供需均衡（如资本资产定价模型（CAPM）所描述的均衡），因而定价的结果也就比供需均衡分析更为准确。

先讨论远期价格。

我们在第二章讨论远期利率时，已经给出了对不分红股票作为标的物采用无套利均衡分析方法来定出远期价格的例子。远期价格为

$$F(t,T)=S(t)v_{(T-t)}^{-1}$$

其中 $v_{(T-t)}$ 是无风险利率的折现因子，t 是当前时刻，T 是远期合约到期时刻，$S(t)$ 是即期价格，$F(t,T)$ 是时刻 T 到期的远期合约在当前时刻 t 的价格。

若 $S(t)=100$ 元/股，无风险利率 $r_f=4\%$，$T-t=6$ 个月 $=0.5$ 年，以连续复利计息，则 $v_{T-t}^{-1}=\mathrm{e}^{r_f(T-t)}$，而 $F(t,T)=100\times\mathrm{e}^{0.04\times0.5}=102.02$ 元/股。

我们在下一小节将会说明，如果无风险利率是确定的（非随机的），则远期价格和期货价格必定相等。所以，下面我们就先笼统地讲远期/期货价格。

参照第六章第 4 节的方法，可以把上述远期/期货定价公式推广应用到标的物股票带有各种特性的情况。就像我们在第六章所指出的，关键是要找出到期日 T 时价格为 $\widetilde{S}(T)$ 的标的物股票在时间 t 时的价值 $Y(t)$。

推广 1：支付固定红利的股票作为标的物的远期/期货合约的定价

如果上例中的标的物股票在 3 个月后派发红利 1 元/股，6 个月的远期/期货价格应当是多少呢？

按照第六章的做法，$Y(t)=S_{\text{risky}}(t)=S(t)-D\mathrm{e}^{-r_f(t_1-t)}$。代入远期定价公式，就有

$$\begin{aligned}F(t,T)&=Y(t)\mathrm{e}^{r_f(T-t)}=[S(t)-D\mathrm{e}^{-r_f(t_1-t)}]\mathrm{e}^{r_f(T-t)}\\&=[100-1\times\mathrm{e}^{-0.04\times0.25}]\times\mathrm{e}^{0.04\times0.5}=101.01\text{ 元 / 股}\end{aligned}$$

建议读者作为练习，自己构筑无套利组合头寸，用无套利均衡分析来检验这个结果。

以上定价隐含的假设是：无交易成本，容许卖空，可以按无风险利率无限制地借贷。因此这是理论的分析，实际的定价应把其他的因素都考虑进去。

推广 2：按固定红利率支付红利的股票作为标的物的远期/期货合约的定价

在有些情况，可以认为红利是按照一个固定的红利率（即按照股票价值的一个固定的比例）连续发放的。一个典型的例子是，股票指数可以看作是按照固定红利率支付红利的，外汇也是如此（参见第六章第 4 节的讨论）。

先看一个例子。假定一项指数现在的（现货）价格是 600 元，无风险（年）利率为 $r_f=4\%$，测算出它的连续红利率是 $\eta=3\%$，要求计算 6 月期指数期货的价格。

参照第六章的做法可知，指数期货标的物目前的价值不是 $S(t)$，而是 $Y(t)=S(t)\mathrm{e}^{-\eta(T-t)}$。利用上述远期定价公式，就有

$$\begin{aligned}F(t,T)&=Y(t)\mathrm{e}^{r_f(T-t)}=[S(t)\mathrm{e}^{-\eta(T-t)}]\mathrm{e}^{r_f(T-t)}\\&=[600\times\mathrm{e}^{-0.03\times0.5}]\times\mathrm{e}^{0.04\times0.5}=603\text{ 元}\end{aligned}$$

如果该指数期货的价格是 605 元，作为练习，建议读者设计一个套利策略。

进行指数套利的市场实践使人们认识到标的物的即期价格和期货价格之间存在紧密

互动的联系。经验研究表明，实际的市场价格发现功能往往是由期货价格来带动即期价格。

推广 3：外汇远期/期货的定价

外汇远期/期货的定价和指数远期/期货的情况非常相似，我们仍然采用第六章第 4 节的方法分析。例如，德国马克对美元的汇率在时刻 t 的汇率是 0.67 美元/德国马克，记 $r_f^{\mathrm{DM}}=6\%$是德国马克的无风险利率，$r_f^{\$}=4\%$是美元的无风险利率。则在任何时间段 $\mathrm{d}t$，1 德国马克就相当于支付 $r_f^{\mathrm{DM}}S(t)\mathrm{d}t$ 的美元“红利”。于是，到期日 T 时刻的 1 个德国马克，对应于时刻 t，只相当于 $\exp(-r_f^{\mathrm{DM}}(T-t))$个德国马克。因此，如果要求到期日 T 时刻为 1 德国马克的远期/期货，在时刻 t 的标的资产同样不是 $S(t)=0.67$ 美元/德国马克，而应是 $\mathrm{e}^{-r_f^{\mathrm{DM}}(T-t)}S(t)$。

现在可以利用远期定价公式，定出外汇远期/期货的价格

$$F(t,T)=Y(t)\mathrm{e}^{r_f(T-t)}=[S(t)\mathrm{e}^{-r_f^{\mathrm{DM}}(T-t)}]\mathrm{e}^{r_f^{\$}(T-t)}$$

$$=[0.67\text{ 美元 / 德国马克}\times\mathrm{e}^{-0.06\times0.5}]\times\mathrm{e}^{0.04\times0.5}=0.663\text{ 美元 / 德国马克}$$

同样地，如果德国马克对美元的远期/期货汇率是 0.65 美元/德国马克的话，作为练习，建议读者设计一个套利策略。

推广 4：发生持有成本和具有持有便利的商品期货的定价

在实际的商品（指非金融商品）交易中会发生持有成本（如仓储成本、维护成本等），持有期货和持有即期现货相比比较划算，所以商品期货标的物目前（时刻 t）的价值就相对比较高。如果到期货交割日为止的持有成本固定为 U，则 $Y(t)=S(t)+U\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$，$U\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$是 U 的现值（U 是确定的，所以用无风险利率折现）。

如果持有成本与商品的价值成一定的比例，并且成本按这一固定的比率 u 连续发生，则应有 $Y(t)=S(t)\mathrm{e}^{u(T-t)}$。

持有即期现货与持有期货合约相比，有时会有一定的便利之处，这就是持有便利。与发生持有成本的情况相反，具有持有便利的商品期货的标的物的现值就相对比较低。如果到期货交割日为止的持有便利为固定的值 W，则 $Y(t)=S(t)-W\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$；如果持有便利与商品的价值成一定的比例，并且持有便利按这一固定的比率 w 连续发生，则应有 $Y(t)=S(t)\mathrm{e}^{-w(T-t)}$。

如果既发生持有成本又具有持有便利，则对应上述两种情况，分别应有 $Y(t)=S(t)+(U-W)\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$或者 $Y(t)=S(t)\mathrm{e}^{(u-w)(T-t)}$。

有了上述的 $Y(t)$，我们就可以用远期定价公式来为发生持有成本和（或）具有持有便利的商品期货定价。

推广 5：短期国债利率期货的定价

短期国债（国库券）是折现型债券，以此作标的物类似于以不分红股票作标的物。

先来看例子。假如现在是 8 月份，从 8 月到 12 月的 4 月期短期利率为 4%，从 8 月到明年 3 月的 7 月期短期利率为 5%，当然都是指年利率。若短期国债到明年 3 月份到期时的面值是 $FV=100$ 元，问现在购买 12 月份的 3 月期短期国债利率期货的价格应当是多少？

令 $T_1-t=4$ 个月$=4/12$ 年，$T-t=7$ 个月$=7/12$ 年。$r_f^{(7)}=5\%$是从 8 月到明年 3 月

的 7 月期短期利率，$r_f^{(4)}=4\%$是从 8 月到 12 月的 4 月期短期利率。

同样的思路可以定出 $Y(t)=S(t)=FV\mathrm{e}^{-r_f^{(7)}(T-t)}=100\times\mathrm{e}^{-0.05\times 7/12}=97.13$ 元。然后，我们再利用远期定价公式定出

$$F(t,T)=Y(t)\mathrm{e}^{r_f^{(4)}(T_1-t)}=97.13\times 1.0134=98.42\text{ 元}$$

如果目前该项利率期货的价格偏离了 98.42 元，读者不难自己构造出套利策略来。

这里，我们只是讨论了短期国债利率期货的定价原理，没有讲解具体的市场报价等操作，有兴趣的读者可参阅其他有关的资料。

现在我们可以简单地总结一下采用无套利均衡分析方法对以上各种推广的定价策略。总的来说，就是以无风险利率借数额等于 $Y(t)$的资金用于购买标的物的现在价值，持有标的物到交割日，再出售标的物将所得资金偿还负债。这样的策略应当是无套利机会的。持有即期现货在持有期内如果有好处发生（分红、持有便利等），远期/期货的标的物的现在价值就比即期现货的价值低；持有即期现货在持有期内如果有成本发生（持有成本），远期/期货的标的物的现在价值就比即期现货的价值高。

（2）远期价格与期货价格之间的关系

前面我们已经提到过，如果无风险利率是确定的（非随机的），则远期价格和期货价格必定相等，现在我们来证明这一点。

为了简单起见，我们假定在期间无风险利率是不变的。

我们用 F_0 和 $\hat{F}_0$ 分别表示目前同一标的物的期货和远期的价格。到到期日 T，标的物的价格记为 $\widetilde{S}(T)$，在现在看当然是一个随机变量。因此，到到期日，远期合约实现的盈亏是$\widetilde{S}(T)-\hat{F}_0$。假如$\hat{F}_0>F_0$，对于同一单位的标的物，出售一份远期合约（空头），同时按以下策略构筑期货的多头头寸：在第 k 天（$k=0,\cdots,T-1$）临收盘时，将期货合约的多头头寸调整为 $\mathrm{e}^{-r_f(T-k-1)}$份；在第 $k+1$ 天末结算时，将当天实现的盈利存入一个以无风险利率连续计息的账户（如果是亏损的话，意味着以无风险利率借贷）。这样，期货交易实现的盈亏如表 9.2 所示。

表 9.2

日期	持有头寸（期货份数）	价格	当日盈亏	利息因子	期末盈亏
0		F_0			
1	$\mathrm{e}^{-r_f(T-1)}$	$\widetilde{F}_1$	$\mathrm{e}^{-r_f(T-1)}(\widetilde{F}_1-F_0)$	$\mathrm{e}^{r_f(T-1)}$	$\widetilde{F}_1-F_0$
2	$\mathrm{e}^{-r_f(T-2)}$	$\widetilde{F}_2$	$\mathrm{e}^{-r_f(T-2)}(\widetilde{F}_2-\widetilde{F}_1)$	$\mathrm{e}^{r_f(T-2)}$	$\widetilde{F}_2-\widetilde{F}_1$
3	$\mathrm{e}^{-r_f(T-3)}$	$\widetilde{F}_3$	$\mathrm{e}^{-r_f(T-3)}(\widetilde{F}_3-\widetilde{F}_2)$	$\mathrm{e}^{r_f(T-3)}$	$\widetilde{F}_3-\widetilde{F}_2$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
$T-1$	e^{-r_f}	$\widetilde{F}_{T-1}$	$\mathrm{e}^{-r_f}(\widetilde{F}_{T-1}-\widetilde{F}_{T-2})$	e^{r_f}	$\widetilde{F}_{T-1}-\widetilde{F}_{T-2}$
T	1	$\widetilde{F}_T$	$(\widetilde{F}_T-\widetilde{F}_{T-1})$	1	$\widetilde{F}_T-\widetilde{F}_{T-1}$ $\widetilde{F}_T-F_0$

请注意，这里的无风险利率 r_f 是连续计息的日利率。

因为期货价格一定在到期日收敛到现货价格，所以一定有 $\widetilde{F}_T=\widetilde{S}(T)$，即有 $\widetilde{F}_T-F_0$

$=\widetilde{S}(T)-F_0$。如前面的假设 $\hat{F}_0>F_0$ 成立，则以上策略的最终盈亏是 $(\widetilde{S}(T)-F_0)-(\widetilde{S}(T)-\hat{F}_0)=\hat{F}_0-F_0>0$，出现无风险套利机会。反过来，若 $\hat{F}_0<F_0$，则采取反过来的策略，即买入远期合约（多头），同时构筑期货空头，按相同的策略逐日调整期货空头头寸，也会出现无风险套利的机会。因此，必定有期货价格等于远期价格的结论，即 $\hat{F}_0=F_0$。

容易看出，即使在到期日前无风险利率会发生变化，但只要期间的利率是已知的，不是随机变化的，上述无套利分析中构筑的套利策略依然成立。即如果期间利率 $r_f^{(1)}, r_f^{(2)}, \cdots, r_f^{(T)}$ 尽管可以不同，但都是已知的。此时表 9.1 中的持有头寸（期货份数）仍然可以建立，即以 $\mathrm{e}^{-\sum_{i=k}^{T-1} r_f^{(i)}}$ 来代替 $\mathrm{e}^{-r_f(T-k)}$（仍然是连续计息），上述策略照样可以成立。在这种情况下，期货价格和远期价格也是相等的。

但是，如果期间无风险利率的变化是未知的（随机变化的），则上述分析中的套利策略就无法建立。事实上，如果标的物现货价格与利率的变化高度负相关（这是通常出现的情况），而期货价格和标的物价格通常又呈正相关关系，期货价格上升时多头盈利，由于逐日结算制，多头盈利的收益可以立即实现而且用于投资，但此时利率下跌，投资收益减小，这就意味着多头收益减小；反之，期货价格下跌时多头亏损，逐日结算制同样使亏损立即实现，多头需要融资，但此时利率上升导致融资成本提高，从而亏损更甚。远期合约因为不是每日结算，也就不会发生这种单向不利的情况。两者相比较，对多头来说，期货合约的吸引力较差。所以，在利率变化未知时，期货价格与远期价格一般不相等（在上述情况，是远期价格高于期货价格）。这说明在市场环境的变化（如这里的利率变化）不能准确地预知时，不同的交易方式对资产的定价确实是有影响的。

读者可以进一步考虑标的物带有分红、发生持有成本和（或）具有持有便利等特性时，对远期/期货价格关系的影响。

（3）远期与期货的价值

既然在无风险利率确定的情况远期价格和期货价格相同，我们就只讨论这种情况。

我们仍然采用无套利均衡分析来估算远期和期货的价值。

令 X 表示远期/期货在到期日 T 标的物的交割价格。对于一项远期合约的多头来说，到时刻 T 时的价值应为 $\widetilde{S}(T)-X$。在现在时刻 t，构筑如下头寸：一项标的物多头（价值为 $S(t)$）再以无风险利率借入 $X\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$，这一组合头寸现在的价值为 $S(t)-X\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$。到到期日 T，这一组合头寸的价值成为 $\widetilde{S}(T)-X$，正好与远期合约的到期价值相等。因此，这一组合头寸复制了远期合约的多头。所以在 t 时刻一定有远期合约的价值 $f(t)$ 等于 $S(t)-X\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$，即有

$$f(t)=S(t)-X\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$$

事实上，这一关系对任何 $t\leqslant T$ 的时刻 t 都成立。如果在现在时刻 t 订约，则远期价格就等于到期时的交割价格，即 $F(t,T)=X$，则 $f(t)=\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}[S(t)\mathrm{e}^{r_f(T-t)}-X]=\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}[F(t,T)-X]=0$。因为在无风险利率确定的情况下，远期价格和期货价格相同，在购买期货合约（多头）时，期货价格和交割价格也相同，同样的分析也成立，期货在开始建仓（即购买或出售期货合约）时，其价值也为零，即 $F(t)=0$，$F(t)$ 表示 t 时刻期货合约的价值。

虽然远期/期货合约在开始时的价值都为零，但随着时间的推移，因为标的物价格的变动和货币的时间价值等原因，远期/期货合约的价值就不再为零。请注意，远期/期货合约价值都可以通过建立反向头寸冲销掉原来的头寸（在期货交易的情况称之为反向平仓）来实现。

远期和期货合约的价值对标的物价格变动的敏感性是不一样的，其原因在于期货采取盯市交易方式，而远期的交易方式是非盯市的。下面我们做出解释。

对于远期合约来说，因为 $f(t)=S(t)-Xe^{-r_f(T-t)}$，所以有$\frac{\Delta f}{\Delta S}\approx\frac{\partial f}{\partial S}=1$。这就说明，标的物价格每变化一个单位，远期合约的价值也同样地变化一个单位。期货的情况则不同，因为期货采取的是盯市交易方式。

在每一个交易日，期货合约的交割价格实际上是上一个交易日的结算价，我们记之为 F_{D-1}。如果手中持有一个期货合约（多头），在当天价位达到 F_t 时卖出（平仓），当天的结算价是 F_D，则当天结算实现的价值（盈亏）就是

$$F(t)=(F_D-F_{D-1})-(F_D-F_t)=F_t-F_{D-1}=S(t)e^{r_f(T-t)}-F_{D-1}$$

对于标的物价格变化的敏感性可计算为$\frac{\Delta F}{\Delta S}\approx\frac{\partial F}{\partial S}=e^{r_f(T-t)}>1$。所以，标的物价格每变化一个单位，期货价值的变化大于一个单位，期货合约的价值对标的物价格变动的敏感性大于远期合约的价值对标的物价格变动的敏感性。

这种衍生工具的价格对标的物价格的变动的敏感性，用希腊字母德尔塔（Δ）来表示。我们在下一章讨论利用衍生工具进行风险管理时，会进一步予以讲解。在这里只是说明，不同的交易方式对金融资产的定价产生的影响。

可以简单地总结如下：在其他条件相同而（无风险）利率已知的情况下，远期价格和期货价格相同。但是，因为期货采取盯市交易方式，而远期采取非盯市交易方式，所以期货合约对标的物价格变动的敏感性大于远期合约。而且，正因为期货采取盯市交易方式，通过每日结算制使盈亏当日实现，在标的物价格向不利方向变化时，如果保证金头寸不足，会被强行平仓，所以会发生短期的流动性困难，而远期交易则不存在这样的问题。

（4）期货期权

以期货为标的物的期权称为期货期权（options on futures）。这里，通过介绍期货期权来帮助读者进一步理解期权理论在市场交易中的作用。

以期货为标的物的买权赋予期权持有者一种权利而不是义务，能够以预定价（记为 X）为期货价格建立期货的多头；以期货为标的物的卖权则赋予期权持有者一种权利而不是义务，能够以预定价（同样记为 X）为期货价格建立期货的空头。如果期权的到期日（对美式期权来说就是期权的失效日）记为 T，标的物期货的到期日记为 T^*，现在时刻（期权到期之前）记为 t，有 $t\leqslant T\leqslant T^*$。如果现在时刻 t 执行期权，除了能够以预定价为期货价格建立期货头寸外，还能得到如下的现金支付

$$\text{买权：}\max[0,\ F(t,T^*)-X]$$

$$\text{卖权：}\max[0,\ X-F(t,T^*)]$$

其中 $F(t,T^*)$是标的物期货在时刻 t 的价格。期权一执行，作为标的物的期货头寸的价值立即以盯市方式变化。如果在执行期权后不想再真正持有标的物期货合约（因为已经实现

了上述盈亏)，可以立即反向平仓(即通过建立相反头寸冲销掉所持有的期货头寸)，立即平仓不花费成本(因为期货价格还没有来得及变化)。

下面我们介绍期货期权定价布莱克模型，这是布莱克对一般的布莱克-舒尔斯期权定价模型的推广应用。

这一模型建立在这样一些假设条件之上：只适用于欧式期权，从时刻 t 到 T，变量 $\dfrac{\widetilde{F}(T,T^*)}{F(t,T^*)}$ 符合对数正态分布，且波动率和无风险利率在此期间都保持不变。

由风险中性定价原理，买权和卖权的定价公式为

$$c(t)=\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}E_t^*\{\max[0,\widetilde{F}(T,T^*)-X]\}$$
$$p(t)=\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}E_t^*\{\max[0,X-\widetilde{F}(T,T^*)]\}$$

下一步就要找出 $Y(t)$，使

$$E_t^*\left[\frac{\widetilde{F}(T,T^*)}{Y(t)}\right]=\mathrm{e}^{r_f(T-t)}$$

并且，在假想的风险中性的世界里，有

$$\log\left[\frac{\widetilde{F}(T,T^*)}{Y(t)}\right]\sim N(\bar{\mu}(T-t),\sigma^2(T-t))$$

成立，然后就能用布莱克-舒尔斯期权定价公式来为这个期货买权定价。

建立一个期货头寸(称为“建仓”或者“开新仓”)从理论上讲是不发生现金流的(保证金要求并不实际发生现金流)，因此，在一个风险中性的世界里，在风险中性概率下，未来时点损益现金流的数学期望值也应当为零(回忆一下公平赌博与风险中性的关系)，所以有

$$E_t^*[\widetilde{F}(T,T^*)-F(t,T^*)]=0$$

即有

$$E_t^*[\widetilde{F}(T,T^*)]=F(t,T^*)$$

于是

$$E_t^*\left[\frac{\widetilde{F}(T,T^*)}{F(t,T^*)\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}}\right]=\mathrm{e}^{r_f(T-t)}$$

从而我们得到

$$Y(t)=F(t,T^*)\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}$$

由前面的假设条件不难知道，在假想的风险中性的世界里 $\log\left[\dfrac{\widetilde{F}(T,T^*)}{Y(t)}\right]$ 服从正态分布。

然后，我们就可以以 $Y(t)$ 代替 $S(t)$，用布莱克-舒尔斯期权定价公式来为期货期权定价

$$c(t)=\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}[F(t,T^*)N(d_1)-XN(d_2)]$$
$$p(t)=\mathrm{e}^{-r_f(T-t)}[XN(-d_2)-F(t,T^*)N(-d_1)]$$

其中

$$d_1 = \frac{\log(F(t,T^*)/X) + \sigma^2/2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}},\ d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

从这一定价公式发现，期货期权可以看作是以固定红利率连续发放红利的股票为标的物的期权，固定红利率就是无风险利率 r_f，而标的物股票的价格就是期货的价格 $F(t,T^*)$。

我们把这一定价公式直接用于外汇期货期权的定价，由前面远期/期货定价公式知，$F(t,T^*)=S(t)e^{(r_f^{\$}-r_f^{DM})(T^*-t)}$。假设汇率的变动遵循伊藤过程，就可以直接用上述公式为外汇期货期权定价。

3. 相对优势的利用和金融中介的作用：互换

我们在第二章已经从利率的期限结构和组合分解技术的角度介绍过互换的定价。互换可以看作是一系列远期交易的组合：利率互换是一系列用固定利率购买浮动利率的远期交易的组合，货币互换是一系列用一种货币购买另一种货币的远期交易，等等。虽然互换一般不采取盯市交易方式，但金融中介机构在其中提供重要的服务并承担一定的风险。

> **互换的真正经济学涵义是发挥交易各方的相对优势创造价值。**

我们在本节介绍这些与互换有关的内容。

先从最普通的利率互换(plain vanilla interest swap)讲起。

我们已经指出过，利率互换是买方用固定利率购买浮动利率。按照互换协议，买方将支付固定利率利息，换取浮动利率利息，卖方则反之。现在来解释这样的互换对双方有什么好处？

我们用一个例子来讲解。

仍然采用 LIBOR 作为与浮动利率挂钩的利率指数。假如两家公司 A 和 B 的借款条件分别如表 9.3 所示。

表 9.3

公司	固定利率	浮动利率
A	10.0%	6 月期 LIBOR+0.30%
B	11.4%	6 月期 LIBOR+1.00%

无论是采用固定利率还是浮动利率，公司 A 的借款条件都优于公司 B，这说明公司 A 的资信情况比公司 B 好。但是，如果分别比较固定利率的借款条件和浮动利率的借款条件，可以发现，采用固定利率借款，公司 A 与公司 B 相比，可以节省 1.4 个百分点，采用浮动利率借款，则只能节省 0.7 个百分点。所以，公司 A 采用固定利率借款的优势更大。也可以说，公司 A 用固定利率借款有相对优势，而公司 B 用浮动利率借款有相对优势。两家公司建立利率互换协议，就可以通过合作利用这种相对优势使双方共同受益。

公司 A 准备以浮动利率借款 100 万元，同时公司 B 准备以固定利率借款 100 万元。因为公司 A 借款条件的相对优势在固定利率方面，而公司 B 的相对优势在浮动利率方

面，所以二者可以通过互换来发挥相对优势的作用。互换的结构如图 9.1。

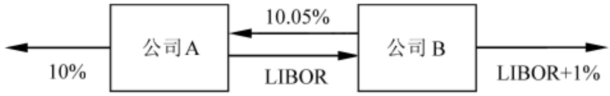

图 9.1

公司 A 是这项利率互换的卖方，以固定利率 10.05%的价格出售浮动利率 LIBOR 给公司 B，同时根据自己的借款条件以固定利率 10%向市场借款。公司 B 是这项利率互换的买方，购买 LIBOR，同时以自己的借款条件以浮动利率 LIBOR%+1 向市场借款。这样，公司 A 实际支付的利率变成 LIBOR+(10%−10.05%)= LIBOR−0.05%，公司 B 实际支付的利率变成 10.05%+(LIBOR+1%−LIBOR)=11.05%。于是，公司 A 和公司 B 通过利率互换各自都能够节省借款成本 0.35 个百分点。二者加起来，共节约 0.7 个百分点，这正好就是固定利率和浮动利率借款总的相对优势。

互换是通过双方合作共享相对优势，获益并不一定是对分的，在上例中，公司 A 和公司 B 各分享 0.35 个百分点，这只是一个特例。各自分享多少，是通过谈判商定的。

在上例中，公司 A 和公司 B 直接互为对手建立互换协议的做法在市场实践中是比较难于实现的，因为很难恰巧遇到这样合适的交易对手，金融机构(如银行)提供中介服务就成为一种市场需要。为互换交易提供服务的金融机构称为互换交易商(swap dealer)。由互换交易商参与的互换交易的结构见图 9.2。

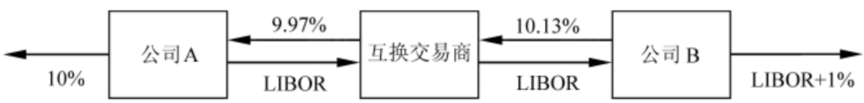

图 9.2

在这种形式的交易中，互换交易商赚取 16 个基本点(0.16%)，公司 A 和公司 B 各赚 27 个基本点(0.27%)。互换商赚到的是互换的买进卖出差价。回过头去看一下表 2.4 利率互换的报价，就更清楚地明白这一点。

互换交易商作为中介服务机构，不可能把相对优势所总共有的 70 个基本点全部赚走，如果要求这样，互换就不会有市场，因为客户通过互换没有得到好处。当互换交易商介入互换交易时，实际上承担了互换双方所有的违约风险。当其中任何一方不能履行按时付息的义务时，互换交易商就必须承担起代为支付利息的责任。因为在实际的市场操作中，当有中介服务机构(互换交易商)介入互换交易时，参与互换的客户并不知道自己的互换对手是谁，是由互换交易商来撮合匹配的。而且，互换的金额实际上也往往不可能完全正好匹配。对于互换交易商来说，经常有一部分(固定利率的或者浮动利率的)剩余头寸暴露在利率风险之中，需要对这一部分剩余头寸作套期保值。

关于违约风险，值得指出的是，在上例中公司 B 相对于公司 A 来说，固定利率的风险补偿(1.4 个百分点)高于浮动利率的风险补偿(0.7 个百分点)，这说明对公司 B 的固定利率贷款的违约风险相对会比较高。

下面我们讨论货币互换。

两家公司对美元和德国马克借款的市场条件如下：

表 9.4

公司	美元	德国马克
A	8.0%	11.6%
B	10.0%	12.0%

公司A借美元有相对优势，但它希望借德国马克，公司B则反之。可以组织如图9.3所示的货币互换使双方获益。

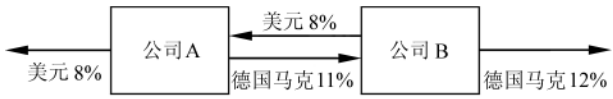

图 9.3

如果有货币互换交易商作为金融中介机构介入这项业务，就变成图9.4所示的结构。

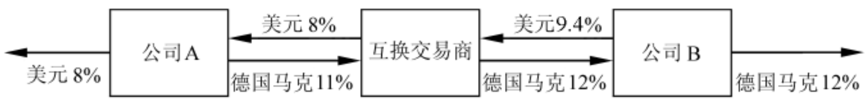

图 9.4

显然，通过这样的货币互换双方都能获益。

互换交易具有这种通过合作利用各自的比较优势使双方获益的特点，所以台湾和北美华人社区把这种交易称为互惠，而英国和欧洲的华人称为掉换。我们建议称为互惠掉换，简称互换。这样会比称为"调期"(或"掉期")来得合理。

在由互换交易商介入的互换交易中，互换交易商所赚取的利息差价一方面是对提供互换服务的收费，另一方面则是承担风险的报酬。因此互换交易商赚取的差价的大小，一方面受市场竞争的影响，竞争越激烈，差价就越小；另一方面将会受到客户的资信情况的影响，从道理上讲，互换交易商作为中介机构承受客户违约的风险越大，就越有理由要求较大的利息差价作为风险补偿。

下面我们讨论互换的估值和定价。

(1) 利率互换的估值与定价

互换的估值和定价有两种基本的方法：现值法和多期远期合约法。这两种方法都与利率的期限结构有关。

我们在第二章介绍了为利率互换定价的零息票定价技术，实际上是以带固定利率息票的平价债券来交换带浮动利率息票的债券。因此，对一项已经成交的利率互换来说，利率互换合约的价值就是带浮动利率息票的债券的现值和带固定利率息票的平价债券的现值的差，所以就是现值法。多期远期合约法则把互换看作是一系列的远期合约，成交后的互换协议的价值就是所有包含在其中的远期合约的价值的总和。这两种估值法的原理都是无套利均衡分析，估值的结果当然应该是一样的，而多期远期合约法也体现了金融工程

的组合分解思想。

对于利率互换的估值来说,现值法是比较简便易行的估值方法。带浮动利率息票的债券在初始发行时,其现值等于面值,而带固定利率息票的债券的现值则是用零息票利率集作为折现率折现后的现值。因此,只要有零息票利率集,估值计算并不困难。

不过,在利率互换合约成立以后,随着时间的推移,国库券收益曲线会移动,这就意味着利率的期限结构发生变化,从而零息票利率集也就发生变化。因此,任何时候计算固定利率平价债券的现值,应当采用当时的零息票利率集作为折现率。

浮动利率债券在发行后的现值计算还需要另加说明。

假定浮动利率债券的面值 $FV=1\ 000$ 元,每 6 个月调整一次息票利率,我们看图 9.5 所示的现金流图。

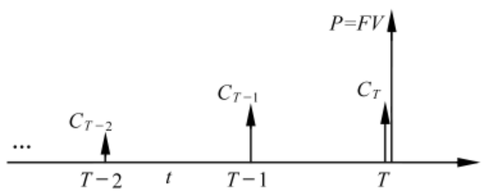

图 9.5

每期支付息票利息时同时确定下一期的息票利率。因此 C_T 的利率 r_T 是在时刻 $T-1$ 时确定的,C_{T-1} 的利率 r_{T-1} 是在时刻 $T-2$ 时确定的,依此类推。在时刻 $T-1$,支付完息票利息 C_{T-1} 后,债券的现值应当是

$$PV_{T-1}=\frac{P+C_T}{1+r_T/2}=\frac{FV+FV\times r_T/2}{1+r_T/2}=FV=1\ 000\text{ 元}$$

同样的道理,在时刻 $T-2$,支付完息票利息 C_{T-2} 后,债券的现值应当是

$$PV_{T-2}=\frac{PV_{T-1}+C_{T-1}}{1+r_{T-1}/2}=\frac{FV+FV\times r_{T-1}/2}{1+r_{T-1}/2}=FV=1\ 000\text{ 元}$$

依此类推,可知在每次支付完息票利息后,债券的现值就等于其面值。如果倒推到头,可知在债券刚发行时的现值也就等于其面值。

现在来看在两次支付息票利息的时刻之间,如图 9.5 中所示的时刻 t 时,债券的现值是多少?

假如 t 正好在 $T-2$ 和 $T-1$ 的中点(距 $T-1$ 还有 3 个月),这时候市场的利率情况已经变化了,t 时刻的 3 月期零息票利率如果记为 $r_t^{(3)}$,则 t 时刻债券的现值是

$$PV_t=\frac{PV_{T-1}+C_{T-1}}{1+r_t^{(3)}/4}=\frac{FV+FV\times r_{T-1}/2}{1+r_t^{(3)}/4}=FV\left(\frac{1+r_{T-1}/2}{1+r_t^{(3)}/4}\right)$$

于是,在时刻 t,利率互换的价值为

$$PV_t=PV_t(\text{固定利率平价债券})-PV_t(\text{浮动利率债券})$$

其中固定利率平价债券的息票利率是互换刚开始建立时由以下定价公式解出

$$V_0=PV_0(\text{固定利率平价债券})-PV_0(\text{浮动利率债券})=0$$