

MBA 入学考试辅导丛书——

数 学 分 册

主 编 :刘舒强 副主编 :孙万军
参 编 :姜鸣久 杨 波 运怀立

天津大学出版社

《MBA 入学考试辅导丛书》编委会

顾 问 涂新民

主 任 陈炳富

副主任 关 白 顾培亮 韩经纶
张恩和 刘又礼(常务)

编 委 (按姓氏笔划排列)

王春峰	关 白	刘又礼	刘舒强
刘翠霄	陈炳富	陈银科	陈建生
余新民	张恩和	周泽信	罗晓明
范秀成	郑振峰	顾培亮	韩经纶
魏大鹏			

策 划 刘又礼 陈家修 赵淑梅

前 言

《MBA 入学考试辅导丛书——数学分册》是依据 2002 年考试大纲编写的. 其目的是为攻读 MBA 硕士学位的读者学习这门课程和参加相应考试提供必要的与适度的经济数学知识. 由于充分考虑了这部分读者的具体情况, 我们在编写此书的过程中精选了《微积分》、《线性代数》和《概率与数理统计》中最为必要的章节和内容, 同时果断地删掉了某些冗长的证明, 从而使此书在整体上显得更加简洁. 我们还着力选编了与全书内容相配合的例题、习题与模拟试题, 使这些练习更具有代表性和针对性, 相信这些工作将对本书读者大有裨益.

参加本书编写工作的同志, 均是从事数学研究和数学教学的有丰富经验的教师, 他们在各自完成的章节中融进了自己许多深刻的理解与体会, 这使得本书不仅内容全面, 而且深入浅出、好学易懂, 在学习的过程中还留有某些增删的余地.

本书还可作为相关专业本科生的参考书.

编者

2001 年 10 月

目 录

第一部分 初等数学	(1)
第一章 比和比例	(1)
第一节 基础知识	(1)
第二节 例题分析	(3)
第三节 练习题	(4)
练习题参考答案	(5)
第二章 绝对值和平均值	(6)
第一节 基础知识	(6)
第二节 例题分析	(7)
第三节 练习题	(10)
练习题参考答案	(11)
第三章 方程和方程的解	(12)
第一节 基础知识	(12)
第二节 例题分析	(14)
第三节 练习题	(15)
练习题参考答案	(17)
第四章 不等式与不等式组	(18)
第一节 基础知识	(18)
第二节 例题分析	(20)
第三节 练习题	(24)
练习题参考答案	(25)
第五章 排列、组合、二项式定理	(28)
第一节 基础知识	(28)

第二节	例题分析	(31)
第三节	练习题	(36)
	练习题参考答案	(38)
第六章	数列	(40)
第一节	基础知识	(40)
第二节	例题分析	(43)
第三节	练习题	(48)
	练习题参考答案	(50)
第七章	平均值	(51)
第一节	基础知识	(51)
第二节	例题分析	(52)
第三节	练习题	(54)
	练习题参考答案	(55)
第二部分	微积分	(56)
第一章	函数	(56)
第一节	函数的概念	(57)
第二节	各种常用函数	(58)
第三节	初等函数与分段函数	(60)
第四节	例题分析	(64)
第五节	练习题	(67)
	练习题参考答案	(68)
第二章	极限与连续	(69)
第一节	极限	(70)
第二节	函数的连续性	(75)
第三节	例题分析	(79)
第四节	练习题	(83)
	练习题参考答案	(85)
第三章	一元函数微分学	(86)

第一节	导数与微分	(86)
第二节	中值定理及导数应用	(93)
第三节	例题分析	(99)
第四节	练习题.....	(106)
	练习题参考答案.....	(109)
第四章	一元函数积分学.....	(111)
第一节	不定积分.....	(112)
第二节	定积分的概念与性质.....	(132)
第三节	微积分基本定理.....	(136)
第四节	无穷限的广义积分.....	(148)
第五节	定积分的应用.....	(151)
第六节	练习题.....	(158)
	练习题参考答案.....	(162)
第五章	多元函数微分学.....	(165)
第一节	多元函数的概念.....	(165)
第二节	偏导数.....	(168)
第三节	全微分.....	(173)
第四节	多元复合函数的求偏导法则.....	(176)
第五节	隐函数微分法.....	(182)
第六节	二元函数极值.....	(186)
第七节	条件极值与拉格朗日乘数法.....	(190)
第八节	练习题.....	(193)
	练习题参考答案.....	(195)
第三部分	线性代数.....	(198)
第一章	行列式.....	(198)
第一节	2 阶、3 阶行列式.....	(198)
第二节	n 元排列.....	(199)
第三节	n 阶行列式.....	(202)

第四节	行列式的性质.....	(203)
第五节	行列式按一行(列)展开.....	(204)
第六节	行列式的计算.....	(207)
第七节	克拉默法则.....	(211)
第八节	练习题.....	(214)
	练习题参考答案.....	(218)
第二章	线性方程组.....	(219)
第一节	消元法.....	(219)
第二节	n 维向量.....	(226)
第三节	向量的线性相关性.....	(228)
第四节	矩阵的秩.....	(230)
第五节	线性方程组解的情况的判定.....	(234)
第六节	线性方程组解的结构.....	(237)
第七节	练习题.....	(242)
	练习题参考答案.....	(247)
第三章	矩阵.....	(249)
第一节	矩阵的运算.....	(249)
第二节	可逆矩阵.....	(258)
第三节	初等矩阵与矩阵求逆.....	(262)
第四节	分块矩阵.....	(266)
第五节	几种特殊矩阵.....	(271)
第六节	练习题.....	(274)
	练习题参考答案.....	(277)
第四部分	概率论初步.....	(280)
第一章	事件与概率.....	(280)
第一节	随机事件及其运算.....	(280)
第二节	事件的概率及其性质.....	(288)
第三节	练习题.....	(293)

练习题参考答案.....	(296)
第二章 条件概率与独立性.....	(298)
第一节 条件概率与乘法公式.....	(298)
第二节 概率计算的三个重要公式.....	(308)
第三节 练习题.....	(314)
练习题参考答案.....	(319)
第三章 随机变量及其分布.....	(321)
第一节 随机变量的概念.....	(321)
第二节 离散型随机变量的概率分布.....	(322)
第三节 随机变量的分布函数.....	(326)
第四节 连续型随机变量的概率密度.....	(328)
第五节 二维离散型随机变量.....	(334)
第六节 练习题.....	(336)
练习题参考答案.....	(338)
第四章 随机变量的数字特征.....	(340)
第一节 数学期望.....	(340)
第二节 方差.....	(343)
第三节 练习题.....	(345)
练习题参考答案.....	(346)
模拟试题一.....	(347)
模拟试题二.....	(352)
模拟试题三.....	(357)
模拟试题一参考答案.....	(363)
模拟试题二参考答案.....	(364)
模拟试题三参考答案.....	(366)
附表一 泊松概率分布表.....	(368)
附表二 标准正态分布函数表.....	(370)

第一部分 初等数学

第一章 比和比例

【本章重点】

比和比例的概念,比和比例的性质.

【本章难点】

比和比例在实际问题中的应用.

【考试要求】

(1)理解比的概念,掌握比的性质.

(2)理解比例的概念,了解比例内项、比例外项的概念和比例的两种记法.

(3)掌握比例的基本性质,能够熟练运用比例的性质进行证明和运算.

第一节 基础知识

一、比的定义和性质

1. 定义

两个数相除,又称为这两个数的比,即 $a:b = \frac{a}{b}$ (或 $a:b = a \div b$). 其中 a 叫做比的前项, b 叫做比的后项. 相除所得的商叫做比值.

2. 性质

比的前项与后项同乘(或除)一个不为零的数,其比值不变.

3. 百分比

在实际应用中,常将比值表示成百分数,称为百分比(或百分率).此时,分母 100 用符号“%”表示.

二、比例的定义和性质

1. 定义

两个比相等时,称为比例.用字母表示为: $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b} =$

$\frac{c}{d}$. 其中 a, d 称为比例外项; b, c 称为比例内项.

若 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 时,称 b 为 a, c 的比例中项.显然当 a, b, c 均为正数时, b 是 a, c 的几何平均值.

2. 性质

比例 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 有以下性质:

(1) $ad = bc$ (外项之积 = 内项之积);

(2) $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ 或 $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ (互换外项或内项);

(3) $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ (合比定理);

(4) $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (分比定理);

(5) $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ (合分比定理).

3. 等比定理

设 $a:a_1 = b:b_1 = c:c_1$, 即 $a:b:c = a_1:b_1:c_1$, 则

$$\frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1} = \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}.$$

三、正、反比例

1. 正比例

若 $y = kx$ (或 $\frac{y}{x} = k$) ($k \neq 0, k$ 为常数), 则称 y 与 x 成正比, k 为比例系数.

2. 反比例

若 $y = \frac{k}{x}$ (或 $xy = k$) ($k \neq 0, k$ 为常数), 则称 y 与 x 成反比, k 为比例系数.

第二节 例题分析

例 1 在四边形 $ABCD$ 中, 设 AB 的长为 8, $\angle A : \angle B : \angle C : \angle D = 3 : 7 : 4 : 10$, $\angle CDB = 60^\circ$ 时, 则 $\triangle ABD$ 的面积是().

解 由于四边形的内角和为 360° , 由等比定理知

$$\frac{360^\circ}{3+7+4+10} = \frac{\angle A}{3} = \frac{\angle B}{7} = \frac{\angle C}{4} = \frac{\angle D}{10},$$

解得

$$\angle A = 45^\circ, \angle B = 105^\circ, \angle C = 60^\circ, \angle D = 150^\circ.$$

由于 $\angle CDB = 60^\circ$, 从而 $\angle ADB = \angle D - \angle CDB = 90^\circ$. 考察 $\triangle ABD$, 知其为等腰直角三角形, 则 $\triangle ABD$ 的面积

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot DE = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16.$$

例 2 设 $f_1(x)$ 为正比例函数, $f_2(x)$ 为反比例函数, 且 $\frac{f_1(1)}{f_2(1)} = 3$, $f_1(2) - 3f_2(2) = 3$, 则 $f_2(x) =$ _____.

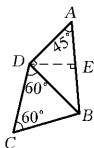


图 1-2-1

解 由题意可设 $f_1(x) = k_1x$, $f_2(x) = \frac{k_2}{x}$, 则有

$$\begin{cases} \frac{f_1(1)}{f_2(1)} = \frac{k_1}{k_2} = 3, \\ f_1(2) - 3f_2(2) = 2k_1 - \frac{3}{2}k_2 = 3, \end{cases}$$

解得

$$k_2 = \frac{2}{3}, \text{ 从而 } f_2(x) = \frac{2}{3x}.$$

第三节 练习题

1. 甲仓存粮 30 t, 乙仓存粮 40 t, 要再往甲仓和乙仓共运去粮食 80 t, 使甲仓粮食是乙仓粮食数量的 1.5 倍, 应运往乙仓的粮食是()t.

(A) 15 (B) 20 (C) 25 (D) 30 (E) 35

2. 某地连续举办三场国际商业足球比赛, 第二场观众比第一场观众减少了 80%, 第三场观众比第二场减少了 50%, 若第三场观众仅有 2 500 人, 则第一场观众有()人.

(A) 15 000 (B) 20 000 (C) 22 500

(D) 25 000 (E) 27 500

3. 一种货币贬值 15%, 一年后又增值()才能保持原币值.

(A) 15% (B) 15.25% (C) 16.78%

(D) 17.17% (E) 17.65%

4. 一项工程由甲、乙两队合做 30 天可完成. 甲队单独做 24 天后, 乙队加入, 两队合做 10 天后, 甲队调走, 乙队继续做了 17 天才完成. 若这项工程由甲队单独做则需要()天.

(A) 60 (B) 70 (C) 80 (D) 90 (E) 100

5. 甲、乙、丙三名工人加工完一批零件,甲工人完成了总件数的 34%,乙、丙两工人完成的件数之比是 6:5,已知丙工人完成了 45 件,则甲工人完成了()件.

(A)48 (B)51 (C)60 (D)63 (E)132

练习题参考答案

1.(B) 2.(D) 3.(E) 4.(B) 5.(B)

第二章 绝对值和平均值

【本章重点】

绝对值的概念,绝对值的运算法则.

【本章难点】

类分法的掌握.

【考试要求】

(1)理解绝对值的概念,了解绝对值的几何意义.

(2)掌握绝对值的性质,能熟练运用绝对值的运算规则进行计算.

第一节 基础知识

一、绝对值的定义与性质

实数 a 的绝对值定义为: $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$

性质: $|a| \geq 0$; $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$; $|a| = |-a|$.

二、绝对值的几何意义

实数 a 的绝对值就是数轴上实数 a 所对应的点到原点的距离,如下图所示.

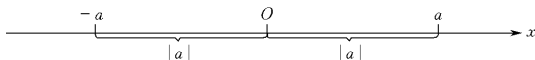


图 2-1-1

因此, 适合不等式 $|x| < a$ ($a > 0$) 的所有实数 x 所对应的就是全部与原点距离小于 a 的点, 即 $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a$ ($a > 0$).

同理可得: $|x| > a \Leftrightarrow x < -a$ 或 $x > a$ ($a > 0$).

三、绝对值运算的规则

$$(1) |a| - |b| \leq ||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|;$$

$$(2) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|;$$

$$(3) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} \quad (b \neq 0);$$

$$(4) \sqrt{a^2} = |a|.$$

四、非负数

1. 定义

我们称不小于 0 (即大于等于 0) 的数为非负数. 常见的非负数有三种:

$$(1) \text{实数的偶次方幂} (a^{2n} \geq 0);$$

$$(2) \text{实数的绝对值} (|a| \geq 0);$$

$$(3) \text{正数或 0 的偶次算术根} (\sqrt[2n]{a} \geq 0, a \geq 0).$$

2. 性质

(1) 有限个非负数之和仍然是非负数;

(2) 如果有限个非负数之和等于零, 则每一个非负数都必等于零.

第二节 例题分析

例 1 若 $\sqrt{(a-60)^2} + |b+90| + (c-130)^0 = 0$, 则 $a+b+c$ 的值是 ().

(A) 0 (B) 280 (C) 100 (D) -100 (E) 无法确定

解 本题考查根式的性质、绝对值的性质、乘方的性质和等式

的性质. 由于 $\sqrt{(a-60)^2} \geq 0$ $(c-130)^0 \geq 0$, $|b+90| \geq 0$, 从而有

$$\sqrt{(a-60)^2} + |b+90| + (c-130)^0 \geq 0 ,$$

而等号成立必有 $\sqrt{(a-60)^2} = 0$, $|b+90| = 0$ $(c-130)^0 = 0$. 于是 $a = 60$, $b = -90$, $c = 130$, 因此得 $a + b + c = 60 - 90 + 130 = 100$. 应选(C).

关键是掌握绝对值性质中的非负性 , 以及绝对值概念中 , 若 $|a| = 0$ 则必有 $a = 0$.

例2 设 $y = 2x + |4 - 5x| + |1 - 3x| + 4$ 的值恒为常数 , 求 x 的取值范围和此常数的值.

解 根据题意必须有

$$|4 - 5x| = 4 - 5x , |1 - 3x| = 3x - 1 ,$$

所以

$$\begin{cases} 4 - 5x \geq 0 , \\ 1 - 3x \leq 0 . \end{cases}$$

解得

$$\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{4}{5} .$$

这时 , 有

$$y = 2x + (4 - 5x) - (1 - 3x) + 4 = 7 .$$

例3 设 $|x+2| + |y-3| = 2$, 则满足此等式的整数 x 和 y 有()对.

(A)8 (B)6 (C)4 (D)2

解 因为 x 和 y 都是整数 , 且 $|x+2| \geq 0$, $|y-3| \geq 0$. 所以 $|x+2|$ 和 $|y-3|$ 都是非负整数 , 而和为 2 的两个非负整数只能是 0 和 2 , 2 和 0 或 1 和 1 . 即

$$\begin{cases} |x+2| = 0 \\ |y-3| = 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} |x+2| = 2 \\ |y-3| = 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} |x+2| = 1 \\ |y-3| = 1 \end{cases}$$

解得如下 8 组解为

$$\begin{cases} x = -2, \\ y = 5; \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = 1; \end{cases} \begin{cases} x = 0, \\ y = 3; \end{cases} \begin{cases} x = -4, \\ y = 3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -1, \\ y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = -1, \\ y = 2; \end{cases} \begin{cases} x = -3, \\ y = 4; \end{cases} \begin{cases} x = -3, \\ y = 2. \end{cases}$$

所以选(A).

例 4 若对某一范围内的 x 的任一允许值, $f(x) = |1-2x| + |1-3x| + \dots + |1-9x| + |1-10x|$ 的值均为定值, 求此定值.

解 $f(x)$ 为定值即与 x 无关, 所以去绝对值后 x 的正负系数应恰好抵消.

又 $2x + 3x + \dots + 9x + 10x = 54x$, 而 $10x + 9x + 8x = 27x$.

所以只要 $1-7x < 0$ 且 $1-8x > 0$, 即 $\frac{1}{8} < x < \frac{1}{7}$ 时, 去绝对值号时前六项为 $1-2x, 1-3x, \dots, 1-7x$; 后三项为 $8x-1, 9x-1, 10x-1$. 得

$$f(x) = 3 \left(\frac{1}{8} < x < \frac{1}{7} \right).$$

例 5 若 $5x^2 - 4xy + y^2 - 4x + 4 = 0$, 求 $\log_x(2x+y)$ 的值.

解 配方整理得

$$(2x-y)^2 + (x-2)^2 = 0.$$

由非负数性质知

$$\begin{cases} 2x-y=0 \\ x-2=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases} \Rightarrow \log_x(2x+y) = \log_2(2 \times 2 + 4) = 3.$$

例 6 已知 $x_2 + 4y^2 + 9z^2 = x^3 + 2y^3 + 3z^3 = x^4 + y^4 + z^4$, 则 $(2x-1)^2 + (2y-2)^2 + (2z-3)^2$ 等于_____.

解 由已知可得

$$x^4 + y^4 + z^4 + x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 2(x^3 + 2y^3 + 3z^3) = 0,$$

即