MBA 入学考试辅导丛书——

数 学 分 册

主　编：刘舒强　副主编：孙万军
参　编：姜鸣久　杨　波　运怀立

天津大学出版社

《MBA入学考试辅导丛书》编委会

前　言

《MBA入学考试辅导丛书——数学分册》是依据2002年考试大纲编写的.其目的是为攻读MBA硕士学位的读者学习这门课程和参加相应考试提供必要的与适度的经济数学知识.由于充分考虑了这部分读者的具体情况,我们在编写此书的过程中精选了《微积分》、《线性代数》和《概率与数理统计》中最为必要的章节和内容,同时果断地删掉了某些冗长的证明,从而使此书在整体上显得更加简洁.我们还着力选编了与全书内容相配合的例题、习题与模拟试题,使这些练习更具有代表性和针对性,相信这些工作将对本书读者大有裨益.

参加本书编写工作的同志,均是从事数学研究和数学教学的有丰富经验的教师,他们在各自完成的章节中融进了自己许多深刻的理解与体会,这使得本书不仅内容全面,而且深入浅出、好学易懂,在学习的过程中还留有某些增删的余地.

本书还可作为相关专业本科生的参考书.

编者

2001年10月

目　　录

第一部分　初 等 数 学

第一章　比 和 比 例

【本章重点】

比和比例的概念,比和比例的性质.

【本章难点】

比和比例在实际问题中的应用.

【考试要求】

(1)理解比的概念,掌握比的性质.

(2)理解比例的概念,了解比例内项、比例外项的概念和比例的两种记法.

(3)掌握比例的基本性质,能够熟练运用比例的性质进行证明和运算.

第一节　基 础 知 识

一、比的定义和性质

1. 定义

两个数相除,又称为这两个数的比,即 $a:b=\frac{a}{b}$(或 $a:b=a\div b$).其中 a 叫做比的前项,b 叫做比的后项.相除所得的商叫做比值.

2. 性质

比的前项与后项同乘(或除)一个不为零的数,其比值不变.

3. 百分比

在实际应用中,常将比值表示成百分数,称为百分比(或百分率). 此时,分母 100 用符号' % '表示.

二、比例的定义和性质

1. 定义

两个比相等时,称为比例. 用字母表示为:$a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$. 其中 a,d 称为比例外项;b,c 称为比例内项.

若 $\frac{a}{b}=\frac{b}{c}$ 时,称 b 为 a,c 的比例中项. 显然当 a,b,c 均为正数时,b 是 a,c 的几何平均值.

2. 性质

比例 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 有以下性质:

(1) $ad=bc$(外项之积 = 内项之积);

(2) $\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$ 或 $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$(互换外项或内项);

(3) $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$(合比定理);

(4) $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$(分比定理);

(5) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$(合分比定理).

3. 等比定理

设 $a:a_1=b:b_1=c:c_1$,即 $a:b:c=a_1:b_1:c_1$,则

$$\frac{a+b+c}{a_1+b_1+c_1}=\frac{a}{a_1}=\frac{b}{b_1}=\frac{c}{c_1}.$$

三、正、反比例

1. 正比例

若 $y=kx\left(\text{或}\dfrac{y}{x}=k\right)$($k\neq0$,$k$ 为常数),则称 y 与 x 成正比,k 为比例系数.

2. 反比例

若 $y=\dfrac{k}{x}$(或 $xy=k$)($k\neq0$,k 为常数),则称 y 与 x 成反比,k 为比例系数.

第二节　例 题 分 析

例 1　在四边形 $ABCD$ 中,设 AB 的长为 8,$\angle A:\angle B:\angle C:\angle D=3:7:4:10$,$\angle CDB=60^\circ$ 时,则$\triangle ABD$ 的面积是(　　).

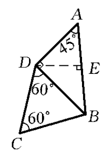

图 1-2-1

解　由于四边形的内角和为 360°,由等比定理知

$$\frac{360^\circ}{3+7+4+10}=\frac{\angle A}{3}=\frac{\angle B}{7}=\frac{\angle C}{4}=\frac{\angle D}{10},$$

解得

$$\angle A=45^\circ,\angle B=105^\circ,\angle C=60^\circ,\angle D=150^\circ.$$

由于$\angle CDB=60^\circ$,从而$\angle ADB=\angle D-\angle CDB=90^\circ$. 考察$\triangle ABD$,知其为等腰直角三角形,则$\triangle ABD$ 的面积

$$S=\frac{1}{2}AB\cdot DE=\frac{1}{2}\times8\times4=16.$$

例 2　设 $f_1(x)$为正比例函数,$f_2(x)$为反比例函数,且$\dfrac{f_1(1)}{f_2(1)}=3$,$f_1(2)-3f_2(2)=3$,则 $f_2(x)=$______.

解　由题意可设 $f_1(x)=k_1x$，$f_2(x)=\frac{k_2}{x}$，则有

$$\begin{cases}\frac{f_1(1)}{f_2(1)}=\frac{k_1}{k_2}=3,\\ f_1(2)-3f_2(2)=2k_1-\frac{3}{2}k_2=3,\end{cases}$$

解得

$k_2=\frac{2}{3}$，从而 $f_2(x)=\frac{2}{3x}$.

第三节　练　习　题

1. 甲仓存粮 30 t，乙仓存粮 40 t，要再往甲仓和乙仓共运去粮食 80 t，使甲仓粮食是乙仓粮食数量的 1.5 倍，应运往乙仓的粮食是(　　)t.

(A)15　(B)20　(C)25　(D)30　(E)35

2. 某地连续举办三场国际商业足球比赛，第二场观众比第一场观众减少了 80%，第三场观众比第二场减少了 50%，若第三场观众仅有 2 500 人，则第一场观众有(　　)人.

(A)15 000　(B)20 000　(C)22 500

(D)25 000　(E)27 500

3. 一种货币贬值 15%，一年后又增值(　　)才能保持原币值.

(A)15%　(B)15.25%　(C)16.78%

(D)17.17%　(E)17.65%

4. 一项工程由甲、乙两队合做 30 天可完成. 甲队单独做 24 天后，乙队加入，两队合做 10 天后，甲队调走，乙队继续做了 17 天才完成. 若这项工程由甲队单独做则需要(　　)天.

(A)60　(B)70　(C)80　(D)90　(E)100

5. 甲、乙、丙三名工人加工完一批零件，甲工人完成了总件数的 34%，乙、丙两工人完成的件数之比是 6:5，已知丙工人完成了 45 件，则甲工人完成了（ ）件.

（A）48 （B）51 （C）60 （D）63 （E）132

练习题参考答案

1.（B） 2.（D） 3.（E） 4.（B） 5.（B）

第二章　绝对值和平均值

【本章重点】

绝对值的概念，绝对值的运算法则．

【本章难点】

类分法的掌握．

【考试要求】

(1)理解绝对值的概念，了解绝对值的几何意义．

(2)掌握绝对值的性质，能熟练运用绝对值的运算规则进行计算．

第一节　基 础 知 识

一、绝对值的定义与性质

实数 a 的绝对值定义为：$|a|=\begin{cases} a & (a\geqslant 0), \\ -a & (a<0). \end{cases}$

性质：$|a|\geqslant 0$；$|a|=0\Leftrightarrow a=0$；$|a|=|-a|$．

二、绝对值的几何意义

实数 a 的绝对值就是数轴上实数 a 所对应的点到原点的距离，如下图所示．

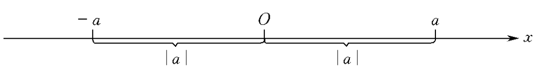

图 2-1-1

因此,适合不等式$|x|<a(a>0)$的所有实数x所对应的就是全部与原点距离小于a的点,即$|x|<a\Leftrightarrow -a<x<a(a>0)$.

同理可得:$|x|>a\Leftrightarrow x<-a$或$x>a(a>0)$.

三、绝对值运算的规则

(1)$|a|-|b|\leqslant||a|-|b||\leqslant|a\pm b|\leqslant|a|+|b|$;

(2)$|a\cdot b|=|a|\cdot|b|$;

(3)$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\dfrac{|a|}{|b|}(b\neq 0)$;

(4)$\sqrt{a^2}=|a|$.

四、非负数

1.定义

我们称不小于0(即大于等于0)的数为非负数.常见的非负数有三种:

(1)实数的偶次方幂($a^{2n}\geqslant 0$);

(2)实数的绝对值($|a|\geqslant 0$);

(3)正数或0的偶次算术根($\sqrt[2n]{a}\geqslant 0,a\geqslant 0$).

2.性质

(1)有限个非负数之和仍然是非负数;

(2)如果有限个非负数之和等于零,则每一个非负数都必等于零.

第二节　例 题 分 析

例1　若$\sqrt{(a-60)^2}+|b+90|+(c-130)^{10}=0$,则$a+b+c$的值是(　　).

(A)0　(B)280　(C)100　(D)-100　(E)无法确定

解　本题考查根式的性质、绝对值的性质、乘方的性质和等式

的性质. 由于$\sqrt{(a-60)^2}\geqslant 0$,$(c-130)^{10}\geqslant 0$,$|b+90|\geqslant 0$,从而有

$$\sqrt{(a-60)^2}+|b+90|+(c-130)^{10}\geqslant 0,$$

而等号成立必有$\sqrt{(a-60)^2}=0$,$|b+90|=0$,$(c-130)^{10}=0$. 于是,$a=60$,$b=-90$,$c=130$,因此得 $a+b+c=60-90+130=100$. 应选(C).

关键是掌握绝对值性质中的非负性,以及绝对值概念中,若$|a|=0$,则必有 $a=0$.

例 2 设 $y=2x+|4-5x|+|1-3x|+4$ 的值恒为常数,求 x 的取值范围和此常数的值.

解 根据题意必须有

$$|4-5x|=4-5x,|1-3x|=3x-1,$$

所以

$$\begin{cases}4-5x\geqslant 0,\\1-3x\leqslant 0.\end{cases}$$

解得

$$\frac{1}{3}\leqslant x\leqslant\frac{4}{5}.$$

这时,有

$$y=2x+(4-5x)-(1-3x)+4=7.$$

例 3 设$|x+2|+|y-3|=2$,则满足此等式的整数 x 和 y 有(　　)对.

(A)8　(B)6　(C)4　(D)2

解 因为 x 和 y 都是整数,且$|x+2|\geqslant 0$,$|y-3|\geqslant 0$. 所以$|x+2|$和$|y-3|$都是非负整数,而和为 2 的两个非负整数只能是 0 和 2,2 和 0 或 1 和 1. 即

$$\begin{cases}|x+2|=0\\|y-3|=2\end{cases}\text{或}\begin{cases}|x+2|=2\\|y-3|=0\end{cases}\text{或}\begin{cases}|x+2|=1\\|y-3|=1\end{cases}$$

解得如下 8 组解为

$$\begin{cases}x=-2,\\y=5;\end{cases}\quad\begin{cases}x=-2,\\y=1;\end{cases}\quad\begin{cases}x=0,\\y=3;\end{cases}\quad\begin{cases}x=-4,\\y=3;\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=-1,\\y=4;\end{cases}\quad\begin{cases}x=-1,\\y=2;\end{cases}\quad\begin{cases}x=-3,\\y=4;\end{cases}\quad\begin{cases}x=-3,\\y=2.\end{cases}$$

所以选(A).

例 4 若对某一范围内的 x 的任一允许值,$f(x)=|1-2x|+|1-3x|+\cdots+|1-9x|+|1-10x|$的值均为定值,求此定值.

解 $f(x)$为定值即与 x 无关,所以去绝对值后 x 的正负系数应恰好抵消.

又 $2x+3x+\cdots+9x+10x=54x$,而 $10x+9x+8x=27x$.所以只要 $1-7x<0$ 且 $1-8x>0$,即$\frac{1}{8}<x<\frac{1}{7}$时,去绝对值号时前六项为 $1-2x$,$1-3x$,…,$1-7x$ 后三项为 $8x-1$,$9x-1$,$10x-1$.得

$$f(x)=3\quad\left(\frac{1}{8}<x<\frac{1}{7}\right).$$

例 5 若 $5x^2-4xy+y^2-4x+4=0$,求 $\log_x(2x+y)$的值.

解 配方整理得

$$(2x-y)^2+(x-2)^2=0.$$

由非负数性质知

$$\begin{cases}2x-y=0\\x-2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=2\\y=4\end{cases}\Rightarrow\log_x(2x+y)=\log_2(2\times2+4)=3.$$

例 6 已知 $x_2+4y^2+9z^2=x^3+2y^3+3z^3=x^4+y^4+z^4$,则 $(2x-1)^2+(2y-2)^2+(2z-3)^2$ 等于______.

解 由已知可得

$$x^4+y^4+z^4+x^2+4y^2+9z^2-2(x^3+2y^3+3z^3)=0,$$

即