绪　论

第一节　本课程的学习目的与任务

公路沿线设置的桥梁和涵洞，不仅是用来跨越河流、沟渠和承受车辆及人群荷载的承重构造物，同时又是在河流上担负着排洪输沙、防止冲刷、保证道路安全使用、畅通无阻的泄水建筑物。因此，在公路桥涵设计中，以承受车辆荷载为主进行的结构设计属于《桥涵设计》课程的内容，而满足泄水等水力水文要求进行总体设计，则属本课程研究解决的问题。

公路桥涵的总体设计中，包含选择桥涵的位置、孔径、桥面中心标高和基础底面埋置深度，以及相应配置的调治构造物等。为了解决这些专业技术问题，必须了解和掌握有关河床演变和泥沙运动的发展趋势、洪水情况、水流自身以及对结构物的作用规律；同时还必须掌握诸如洪水位和流速、设计流量等水力水文要素的分析和计算方法。本课程正是围绕这些问题，以实用为度的原则，循序渐进地展开叙述的。

本课程由三部分内容组成。第一部分为水力学，主要包括水静力学、水动力学基础、明渠均匀流、非均匀流以及陡坡消能设施的水力计算。第二部分为桥涵水文，主要包括河流基本知识、形态勘测与水文调查、大中桥和小桥涵的各种设计流量的推算方法。第三部分为水力水文知识在公路桥涵设计中的具体应用，主要介绍各种大中桥桥位布置、桥孔确定、桥面设计标高、桥下冲刷深度及小桥涵孔径等确定方法。

本课程的学习目的是：学习掌握水力水文的有关知识，能够进行综合分析，并根据有关的公路桥涵规范，较全面地为路基排水、桥涵设计和施工，提供必要的水力水文方面的数据和结论，同时熟悉一般大中桥的桥位设计方法、步骤等。

本课程主要研究水体平衡、水流运动和水文现象，以及根据公路桥涵的总体设计，进行水力水文计算的基本理论和方法。要求学生通过学习本课程，能够确定公路桥涵的水力荷载，进行输水能力计算及陡坡消能设施的水力验算；会进行形态勘测与水文调查，并且运用所收集的资料推求桥涵断面的设计流量；会合理选择桥位，确定桥梁的所需跨径和桥面最低标高，确定最大冲刷线标高及墩台基底的埋置深度，同时配置相应的调治构造物；会通过查表或计算确定小桥涵孔径，并合理选择进出水口的处理方法。

第二节　液体的主要物理指标

液体中以水为代表是自然界中最为常见的物质。水力水文学以水为模型研究液体平衡与运动规律及其在自然界分布、变化的规律。我们首先讨论液体(主要是水体)的几个主要物理指标。

一、液体的密度和重度

单位体积液体的质量称为液体的密度（Density），以符号 ρ 表示，其单位是 kg/m^3 和 g/cm^3。

它的通用微分表达式：

$$\rho = \rho(x,y,z,t) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}V} \tag{0-1}$$

式中：x,y,z——液体所在的空间位置坐标；

t——时间；

m——液体质量；

V——液体体积。

一般情况下，可认为液体不随空间和时间变化，为均质液体。其表达式可写成：

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{0-2}$$

液体的重度（或称容重）(specific weight)，是单位体积液体的重力，以符号 γ 表示，其单位是 N/m^3 和 kN/m^3。它的通用微分表达式：

$$\gamma = \gamma(x,y,z,t) = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta G}{\Delta V} = \frac{\mathrm{d}G}{\mathrm{d}V} = \frac{\mathrm{d}(mg)}{\mathrm{d}V} = \rho g \tag{0-3}$$

式中：G——液体重力。

对均质液体，可以表达为：

$$\gamma = \frac{G}{V} = \frac{mg}{V} = \rho g \tag{0-4}$$

上式表明，液体的重度与液体的密度 ρ 以及所处位置的重力加速度 g 有关。g 一般可作为常数，本书取 9 800N/m^3.

在一个大气压下，水的密度和重度随温度变化，如表 0-1 所示，几种常见液体的重度见表 0-2。

不同温度情况下水的物理特性　　表 0-1

t (℃)	ρ (kg/m^3)	γ (kN/m^3)	$\mu \times 10^3$ (Pa·s)	$\upsilon \times 10^6$ (m^2/s)
0	999.9	9.805	1.781	1.785
4	1 000.0	9.800	1.567	1.567
10	999.7	9.804	1.307	1.306
15	999.1	9.798	1.139	1.139
20	998.2	9.789	1.002	1.003
25	997.0	9.777	0.890	0.893
30	995.7	9.746	0.798	0.800
40	992.2	9.730	0.653	0.658
50	988.1	9.689	0.547	0.553
60	983.2	9.642	0.466	0.474
70	977.8	9.589	0.404	0.413
80	971.8	9.530	0.354	0.364
90	965.3	9.466	0.315	0.326
100	958.4	9.399	0.282	0.294

注：t—水温；γ—重度；ρ—密度；μ—动力粘滞性系数；υ—运动粘滞性系数。

几种常见液体的重度 表 0-2

液体名称	水银	汽油	酒精	四氯化碳	海水
t(℃)	0	15	15	20	15
γ(kN/m³)	133.28	6.664~7.35	7.7783	15.6	9.996~10.084

二、液体的膨胀性和压缩性

液体随温度变化体积发生变化的特性称为液体的膨胀性。一般物体都有热胀冷缩的性质,而水只是在4℃时体积最小。大于4℃时体积随温度升高体积增大;小于4℃时体积随温度降低体积依然增大。特别是水体结冰时,体积比水体增大10%。水的这种特性,在工程中危害比较大,故水管、水泵以及公路路基等要注意防冻。

从表0-1可以看出,常温(0~30℃)下水的密度变化幅度很小。在一般的工程计算时取$\rho = 1\,000\text{kg/m}^3$,为常数。

液体体积随所受压力增大而减小的特性称为液体的压缩性。当液体承受压力时,流体的体积将有所减小,其减小的幅度可用体积压缩系数β来表示。当液体原有体积为V,当其压强(单位面积上的压力)增加$\mathrm{d}p$时,体积减小$\mathrm{d}V$,这时压缩系数:

$$\beta = -\frac{\mathrm{d}V/V}{\mathrm{d}p} \tag{0-5}$$

β值越大,表示液体越容易压缩。液体的体积总是随压强增大而减小,即$\mathrm{d}V$是负值。为使β为正数,故式(0-5)的右端取负号。β单位为m^2/N。

β的倒数为弹性系数k,即

$$k = \frac{1}{\beta} = -\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V/V} \tag{0-6}$$

k值越大,表示越不容易压缩。它的单位为N/m^2。

液体的种类不同,压缩性也不同。同种液体的压缩性也随温度、压强发生变化,但都变化不大。水在常温和500个大气压(50kPa)内的平均k值为$2.06\times10^9\text{N/m}^2$,即每增加一个大气压(100kPa),体积比原来缩小二万分之一。在实际应用中,一般认为液体不可压缩,以此作为简化理论分析的物理模型。

三、液体的流动性和粘滞性

液体具有流动性,这是液体与固体的区别。固体间的分子间距小,有很强的分子作用力来维持固定形状,静止时可以承受切向应力;而液体间的分子间距较大(水分子间距约为3.07×10^{-8}cm),其分子力只足以维持有一定的体积,不能保持一定形状。液体静止时只能承受正向法应力,不能承受拉应力和切应力。一旦受到微小的切应力,就会发生无限的变形,外力不去,变形不止。底坡再小的河流,仍能川流不息;液体不能有倾斜的自由表面等,都是液体易流动性的例证。

我们观察到渠道中水流大多为匀速运动,是什么力平衡了底坡倾斜产生的切应力?我们通过牛顿平板实验来阐明。

实验装置如图0-1a),它由一块固定和一块可滑动的平板组成,其间充满液体,间距为H。上板作用一水平力F,拖动上板以U的速度向右作匀速运动。实验表明,两板中间的液体间存在一个阻止液体运动的力T,它就是渠道底坡倾斜产生的切应力,我们称它为粘滞力(亦称

内摩擦力)。进一步实验可知,该力的大小与平板接触面积 A 和运动速度 U 成正比，与间距 H 成反比,且与液体种类有关，方向与运动方向相反。

$$T = F \propto \frac{AU}{H} = \mu \frac{AU}{H} \tag{0-7}$$

μ 为动力粘滞性系数，与液体种类有关，由液体内分子间的相互作用力产生。

为了更进一步分析 T,我们取出脱离体如图 0-1b)。显然液体层间的内摩擦力为 $T-F$。当 U 不大时，可以近似认为，y 轴方向液体各点的流速 u 呈直线分布，则有：

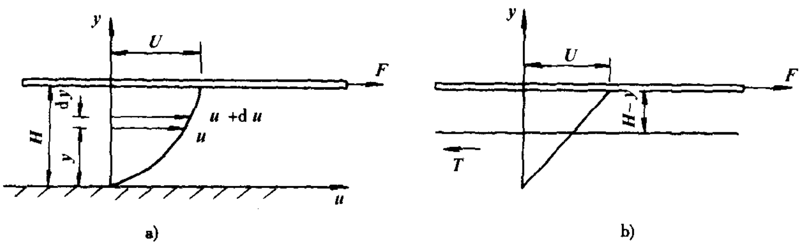


图 0-1 牛顿平板实验

$$u(y) = \frac{u}{H}y \tag{0-8}$$

流速梯度：

$$\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} = \frac{U}{H} \tag{0-9}$$

将上式代入式(0-7),有：

$$T = \mu \frac{AU}{H} = \mu A \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \tag{0-10}$$

并有

$$\tau = \frac{T}{A} = \mu \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}y} \tag{0-11}$$

式中：τ— 液体内摩擦切应力(Pa)，它平衡渠道水流底坡倾斜产生的切应力。

在水力学计算中，液体动力粘滞性系数 μ 常与密度 ρ 以比值形式出现,以 υ 表示,称运动粘滞性系数,单位为 m^2/s。

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} \tag{0-12}$$

液体的 μ 值和 υ 值与液体种类和温度有关。水在不同温度下的粘滞性系数见表 0-1。

粘滞性对液体流动影响是比较复杂的。水力学中为了简化起见，有时不考虑粘滞性的影响，这种假设无粘滞性、密度恒定的液体为理想液体。对于一些水力学问题的研究，可以先从理想液体着手，总结出规律，再引申应用于实际液体。

四、液体的表面力和质量力

水力学属经典力学，可以引用经典力学的有关原理建立相应方程。按照经典力学的分析方法,必须取脱离体,分析受力。液体受力,像重力、惯性力、压力、粘滞力等,按其作用方式可分表面力和质量力两大类。

液体总是与周围介质(固体、气体、液体)相接触。通过这些接触面起作用的力,称表面力，其大小与接触面积有关。这里所说的接触面，是脱离体的外表面。液体与大气相接触的面，称自由表面,承受的表面力是气体压力(大气压力)液体与液体的接触面,既会有液体压力,又会有粘滞切应力(内摩擦力)液体与固体的接触面,会有边壁支承力,还有边壁粘滞力。

作用于液体质点，并通过液体质点而起作用的力，称质量力，其大小与质量成正比。

单位质量液体所承受的质量力，称单位质量力，以符号 f表示。如果一质量为 m 的液体，所受的质量力为 F,则单位质量力为：

$$\vec{f} = \frac{\vec{F}}{m} \tag{0-13}$$

该力是矢量，计算时可变化为分量，它在直角坐标系中的分力用 X、Y、Z 表示,单位为 m^2/s。

复习思考题

1.学习本课程的目的与任务是什么？

2.液体有哪些主要物理性质？研究液体运动，一般主要考虑哪些物理性质？对水来说，衡量这些物理性质的各种系数值是多少？

3.何谓液体的粘滞性，液体粘滞力的大小与哪些因素有关？

4.何谓理想液体？理想液体的切应力 $\tau=$ ？静止液体的切应力 $\tau=$ ？

5.理想液体与实际液体有何区别？应用理想液体概念有什么作用和问题？

第一章　水静力学

水静力学(hydrostatics）研究液体处于静止状态下的力学平衡规律及其应用。处于静止状态下的液体与固体边壁之间不存在相对运动，不产生粘滞切应力。所以静止液体所受的力是边壁压应力和质量力(主要是重力)。

水静力学是水力学的基础，它总结的规律，可用于整个水力学中，同时可在水工建筑物计算中直接应用。

本章主要讨论静水压强的特性，建立静水压强方程，进而研究静水压强的分布规律，进行静水总压力计算。

第一节　静水压强及分布规律

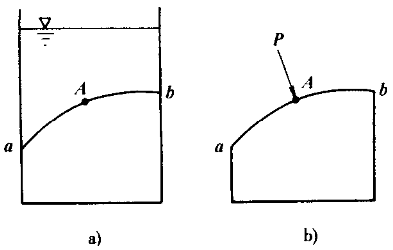
一、静水压强及其特性

1.静水压强的垂直性

为了方便分析，我们用任意曲面 ab 将容器内液体分割为上下两部分（图 1-1a),取出下脱离体(图 1-1b)分析 ab 曲面受力。

因为上下两部分液体没有相对运动，其层间粘滞力为0层间不存在切应力,而且,液体不能承受拉力,因此,曲面只存在沿着内法线方向的压力，我们定义为静水压力。

我们在曲面上任取微小面积 ΔA,沿内法线方向作用静水压力 ΔP，那么该区域内的平均静水压力为$\frac{\Delta P}{\Delta A}$。当区域无限小时，可以认为是一点的静水压强 p.



a)　　b)

图 1-1

$$p = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta A} = \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}A} \qquad (1\text{-}1)$$

从上分析得出：静水压强总是沿着作用面的内法线方向，这就是静水压强的垂直性特征。

2.静水压强的等值性

即任一点静水压强的大小和受压面方向无关。如图 1-2 所示，假设静止水体中存在一微小六面体，若该六面体各方向受到的压力大小不相等，则六面体将发生移动，这与静水前提相矛盾，所以作用于六面体各方向静水压强大小相等。下面通过一个例子说明该特性含义。如图 1-3所示，平衡液体中有一垂直平板 AB,设平板上 C 点的静水压强为 p_C, p_C 垂直并指向受压面 AB。假定 C 点位置固定不动,平板 AB 绕 C 点转动变成图 1-3b)的情况。AB 改变方位前后,作用在 C 点的静水压强大小仍然保持不变，这就是静水压强的等值性。

静水压强的以上两个特性，对于分析静水压强的分布规律和计算静水总压力具有重要意义。

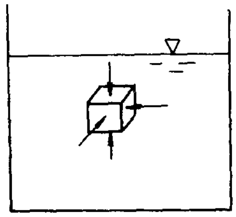


图 1-2

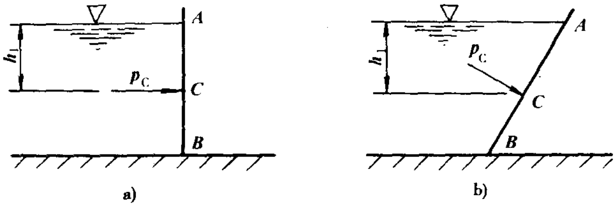


图 1-3

二、液体平衡微分方程

要分析静水压强的分布规律，首先建立一个压强 $p=p(x,y,z)$的数学表达式。下面分析一个微元液体的平衡条件。

如图 1-4 所示，在静止液体中任意一点 M,取微元六面体。M 在中心处，该点压强 $p=p(x,y,z)$。六面体边长分别为 dx、dy、dz ,液体密度为 ρ。静止液体粘滞力即边壁切应力为 0,因此,隔离体只受表面压力和质量力。我们分析其在 x 轴方向的受力。

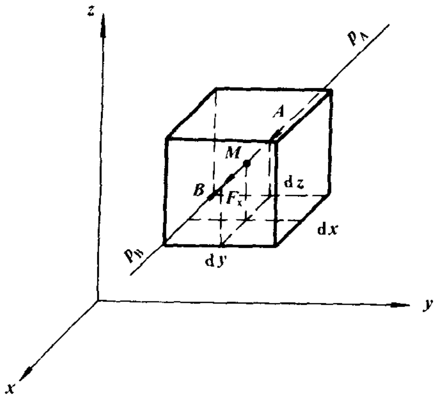


图 1-4

$$P_A = p_A dydz = \left(p - \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

$$P_B = p_B dydz = \left(p + \frac{1}{2}\frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz$$

$$F_x = X\rho dV = X\rho dxdydz$$

其平衡条件为 $P_A - P_B + F_x = 0$,将以上各式代入得

同理有

$$\left.\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} &= 0 \\ Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1-2}$$

上式即液体平衡微分方程。它为瑞士学者欧拉于 1775 年提出，又称欧拉平衡微分方程。由此可知，静止液体的平衡条件是单位质量力与其表面力相等。同时它也是牛顿定律 $F=ma$（当 $a=0$时）在水力学中的表达式。

将上式分别乘以 dx、dy、dz 而后相加,得

$$\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial p}{\partial x}dx + \frac{\partial p}{\partial y}dy + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right) = Xdx + Ydy + Zdz$$

得

$$dp = \rho(Xdx + Ydy + Zdz) \tag{1-3}$$

上式即静水压强分布的微分方程。它表明静水压强分布取决于液体所受的单位质量力。

三、等 压 面

液体中压强相等的各点所构成的曲面称为等压面。例如液体自由表面即为等压面。按定义有 p 为恒量),$dp=0$,由公式(1-3)得

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \tag{1-4}$$

此即等压面方程。式中 dx、dy、dz 为在 X、Y、Z 作用方向液体质点沿等压面相应的位移

分量。对于单位质量力的合力 f 及合位移 $\mathrm{d}s$，公式（1-4）也可写成

$$f \cdot \mathrm{d}s = 0 \tag{1-5}$$

这表明，在等压面上质量力所作的微功等于零。但 $f \neq 0, \mathrm{d}s \neq 0$，可见只有 f 与 $\mathrm{d}s$ 互相垂直时，公式（1-4）或（1-5）才能成立。由此可知，在静止液体中，质量力与等压面互相垂直。等压面的这一水力特性，在静水压强计算中将有广泛的应用。

对于静止液体，由 $X = Y = 0, Z = -g$，代入公式（1-3）得：

$$\mathrm{d}p = -g\mathrm{d}z = 0$$

$$Z = C \tag{1-6}$$

这表明，重力液体的等压面是与重力加速度 g 互相垂直的曲面。g 的方向是指向地球中心，故等压面为垂直于地球引力方向（g 方向）并以地球球心为中心的一系列曲面。但是，由于地球曲率半径很大，在有限水域范围内，常把 g 的方向看成为铅垂向下，因而等压面为一系列水平面。

等压面概念在应用时应注意，它必须是相连通的同种液体。例如在图 1-5a）中水平面 1-1 不是等压面，但 2-2 平面为等压面；图 1-5b）中 3-3、4-4平面都不是等压面，读者试考虑其理由何在。对于重力液体等压面有 同种液体，同一高程（或水平面）压强相同，两点间的压差看高差。这便是熟知的连通器原理。按这一原理，人们可以很简便地测得液体中任一点压强。

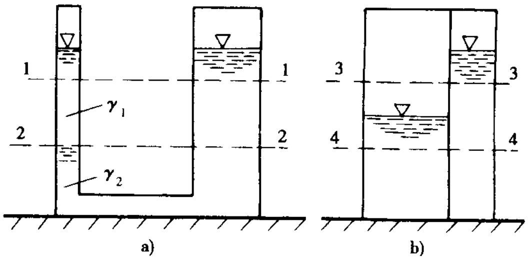


图 1-5

四、静水力学基本方程

如图 1-6a）所示，对于绝对静止状态的重力液体，$X = Y = 0, Z = -g$，代入公式（1-3）有：

$$\mathrm{d}p = \rho(-g\mathrm{d}z) = -\gamma\mathrm{d}z = -\mathrm{d}(\gamma z)$$

得：

$$z + \frac{p}{\gamma} = C \tag{1-7}$$

当 $z = z_0$ 时（自由表面），$p = p_0$，得：

$$C = z_0 + \frac{p_0}{\gamma}$$

代入公式（1-7）得：

$$\left.\begin{aligned} p &= p_0 + \gamma(z_0 - z) = p_0 + \gamma h \\ h &= z_0 - z \end{aligned}\right\} \tag{1-8}$$

式中：p_0——表面压强。一般情况，$p_0 = p_a$，其中 p_a 为工程大气压，$1p_a = 98\mathrm{kN/m^2} = 98\mathrm{kPa} = 1\mathrm{kgf/cm^2}$；

h——从自由表面起至计算点的铅垂深度。

如图 1-6b）所示，按公式（1-8），若已知静止液体中的两点铅垂高差 Δh，则可得两点间的压强关系为：

$$p_1 = p_2 + \gamma\Delta h \tag{1-9}$$

式中：p_1——点 1 处压强；

p_2——点 2 处压强

Δh——1，2 两点的铅垂方向高差。

公式(1-7)、(1-8)、(1-9)均称为重力液体的水静力学基本方程。由公式(1-8)有

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{p_0}{\gamma} + h \qquad (1\text{-}10)$$

由于 γ 为常数,故液柱高度亦可反映压强 p 的大小。

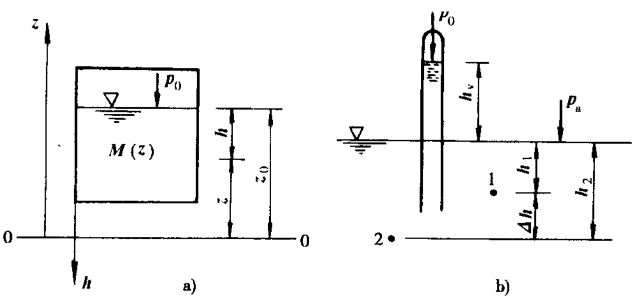


图 1-6

五、水静力学基本方程的几何意义、水力学意义及能量意义

按水静力学基本方程有

$$z + \frac{p}{\gamma} = C$$

其中各项均具有长度单位，在几何上各项均为一段铅垂高度。在水力学中，“高度”习惯称为“水头”。各项意义如下：

z——计算点的位置高度,即计算点 M 距计算基准面的高度；水力学中称为位置水头。

$\frac{p}{\gamma}$——由 $p = \gamma h$,则 $h = \frac{p}{\gamma}$,称为压强高度，即测压管中水面至计算点 M 的高度 水力学中称为压强水头。p 可为相对压强，亦可为绝对压强，二者相差的高度为 $\frac{p_a}{\gamma} = 10\text{m}$ 水柱。

$z + \frac{p}{\gamma}$——计算点处测压管中水面距计算基准面的高度。当 $p = p_\gamma$ 时(p_γ—相对压强),水力学中称为测压管水头，当 $p' = p'_{abs}$ 时(p_{abs}—绝对压强),水力学中称为静力水头。

$z + \frac{p}{\gamma} = C$——静止液体中各点位置高度与压强高度之和不变。位置高度小处压强高度小，位置高度小处，压强高度大。其水力学意义为静止液体中各点测压管水头或静力水头相等。各点测压管水头及静力水头的连线，称为测压管水头线及静力水头线 $z + \frac{p}{\gamma} = C$ 表示静止液体中的测压管水头线及静力水头线均为水平线，二者高差相等。

六、绝对压强与相对压强及其测定方法

在实际计算中，不同情况下采用不同的基准面来度量压强，即绝对压强与相对压强。

1.绝对压强

以设想没有大气存在的绝对真空状态为零点计量的压强，称为绝对压强，以 p' 表示。

2.相对压强

相对压强是以当地大气压作为零点计量的压强，用 p 表示，其数值可正可负。地球表面大气压因海拔高度及纬度差异而不同。在国际单位制中，确定 98 223.4Pa 为一个大气压。工程上习惯用 98kPa 作为大气压强,称工程大气压,以 p_a 表示。相对压强与绝对压强的关系可

表示为

$$p = p' - p_a \tag{1-11}$$

如果液体中某点的绝对压强 p' 小于当地大气压强 p_a，或者说相对压强为负值，就称该点出现了真空。把大气压强与该点绝对压强的差值称为真空值，以 p_v 表示，

即

$$p_v = p_a - p' \tag{1-12}$$

由式(1-11)、式(1-12)可以分析得知 真空值与相对压强的绝对值相等 真空值越大，意味着绝对压强越小。图 1-7 描绘了绝对压强、相对压强及真空值的关系。

3.压强的单位

水力学中，压强的单位除了常用的应力单位（N/m^2、kN/m^2、Pa、MPa 等)外，还有另外两种表达形式：液柱高度和工程大气压。

在我们对基本方程进行分析时，曾得出压强的长度意义，即 $\frac{p}{\gamma}$ 的单位是 m 液柱。γ 是水的压强，压强的单位就是 m 水柱，是汞则为 m 汞柱。

工程上为了方便，还常用'工程大气压'(即 $98kN/m^2$）作为计量单位。这些单位之间的关系是：

1 工程大气压 = 76mm 汞柱 = 10m 水柱 = 98kPa。

4.常用压强的测量

利用水静力学原理测量液体（或气体）的方式，主要有以下几种：

1) 测压管：它是直接用同种液体的液柱高度来测量液体压强的仪器，如图 1-8 中 A 点测压管所示。依据静水压强基本方程，A 点的相对压强为

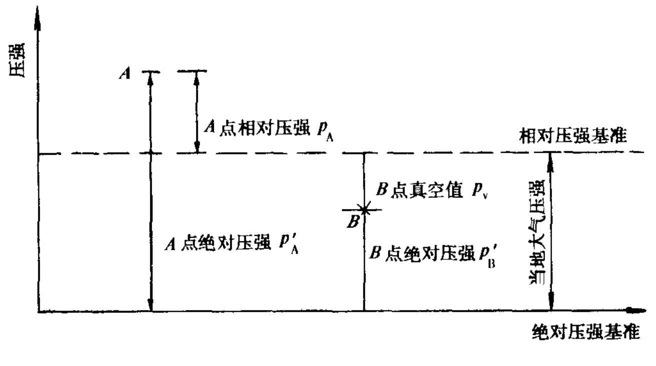


图 1-7

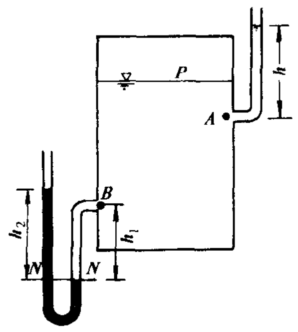


图 1-8

$$p_A = \gamma h \tag{1-13}$$

只需量出测管高度就可得出测点静水压强的大小。但当压强大于 20kPa 时，测压管水柱将达到 2m 使用不方便。这时可用 U形水银测压计。

2)U 形水银测压计 如图 1-8 中的 B 点测压管所示，这个弯管就是 U 形水银测压计。它是根据连通器原理，确定等压面 $N-N$。设水银重度为 γ'，按照水静力学基本方程，可求得 B 点的压强

$$p_B = p_N - \gamma h_1 = \gamma' h_2 - \gamma h_1 \tag{1-14}$$

U 形水银测压计是常用的压强测量装置，比压计也是利用相同的原理。

5.压强图示

水静力学基本方程的几何表示，即用线段长度表示各点压强大小，用箭头表示压强的方

向，如此绘成的压强分布图形，称为压强分布图。按公式(1-9)有：

$$p = p_0 + \gamma h = p_0 + p$$
$$p = \gamma h$$

由此可知，静止液体中的压强由两部分压强组成。p_0 为表面压强，按帕斯卡原理，它等值传递到液体中各点，与计算点所处深度无关，其压强分布图形是平行四边形或矩形。p 为液体自重产生的压强，它与水深呈线性关系，自由表面处，$h=0, p=0$，沿水深的压强分布图为直角三角形。关于压强分布图的绘制与应用要点有：

(1)压强分布图中各点压强方向恒垂直指向作用面，两受压面交点处的压强具有各向等值性。

(2)压强分布图与受压面所构成的体积，即为作用于受压面上的静水总压力，其作用线通过此力图体积的重心。压强分布图可叠加。

(3)由于建筑物通常都处于大气之中，作用于建筑物的有效力为相对压强，故一般只需绘制相对压强分布图。

(4)工程应用中可绘制建筑物有关受压部分的压强分布图。

压强分布图直观明了，有助于分析计算。现列举几种压强分布以作示例，如图 1-9 所示。

例 1-1 设自由表面处压强 $p_0 = p_a$，求淡水自由表面下 2m 深度处的绝对压强和相对压强，并用三种压强单位表示。

解：1. 绝对压强 p'

$$p' = p_a + \gamma h = 98 + 9.8 \times 2 = 117.6\text{kPa}$$
$$= 117.6\text{kN/m}^2 = \frac{117.6}{98} = 1.2p_a$$
$$\frac{p'}{\gamma} = \frac{117.6}{9.8} = 12\text{m(水柱)}$$

2. 相对压强 p

$$p = \gamma h = 9.8 \times 2 = 19.6\text{kN/m}^2 = 19.6\text{kPa} = 0.2p_a$$
$$\frac{p}{\gamma} = \frac{\gamma h}{\gamma} = h = 2\text{m(水柱)}$$

例 1-2 有一水塔(见图 1-10)，为了量出塔中水位，在地面上装置一 U 形水银测压计，测压

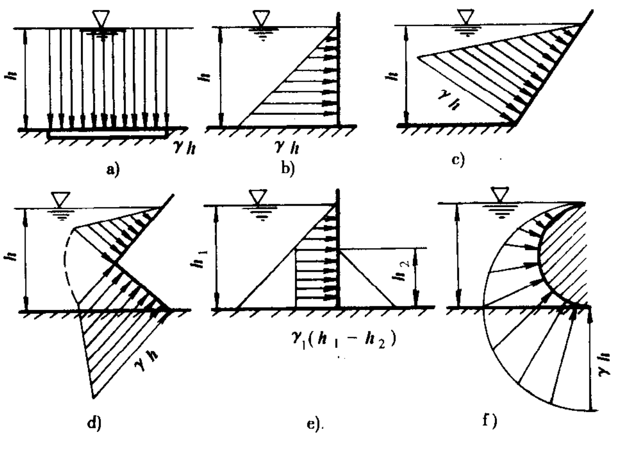


图 1-9

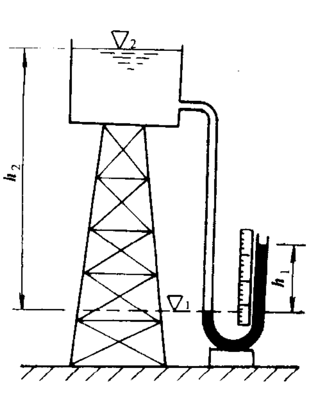


图 1-10

计左支用软管与水塔相连通。今测出测压计左支水银面高程 $\nabla_1 = 502.00\text{m}$,左右两支水银面高差 $h_1 = 116\text{cm}$。试求出此时塔中水面高程 ∇_2。

解：令塔中水位与水银测压计左支水银面高差为 $h_2, h_2 = \nabla_2 - \nabla_1$,从测压计左支看，∇_1 高程处的相对压强为

$$p = \gamma(\nabla_2 - \nabla_1) = \gamma h_2$$

从测压计右支看，$p = \gamma' h_1$,所以

$$h_2 = \frac{\gamma' h_1}{\gamma} = \frac{133.28 \times 1.16}{9.8} = 15.78\text{m}$$

塔中水位 $\nabla_2 = \nabla_1 + h_2 = 502.00 + 15.78 = 517.78\text{m}$

第二节　静水总压力计算

在对水工建筑物设计时，常常需要进行水压力计算。计算的内容不仅是压强的分布情况，还要确定总压力的大小、方向和作用点。

一、解　析　法

设水中任意形状平面 ab ,如图 1-11 所示,其受压面积为 A ,倾角 α。平面形心处水深 h_C。沿平面 ab 取平面坐标系 xoy, x 轴是水平面与坐标面的交线。为了便于分析，将坐标系绕 y 轴旋转 $90°$，以能够完全展示平面的形状(如图 1-11)。

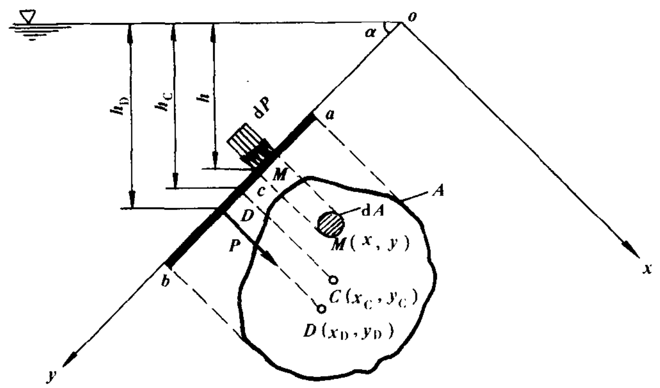


图　1-11

在平板上任取一点 $M(x, y)$进行微分分析。该点微小面积 dA，水深 h ,承受水压强 p 可认为均匀分布 ,则有

$$dP = p dA = \gamma h dA \qquad (1\text{-}15)$$

另有　$h = y\sin\alpha$

形心　$h_C = y_C\sin\alpha$

合力作用点　$h_D = y_D\sin\alpha$

代入式 1-13):

$$dP = \gamma y \sin\alpha dA$$

全面积积分
$$P = \int dP = \int_A p dA = \gamma\sin\alpha\int_A y dA = \gamma y_C A\sin\alpha$$

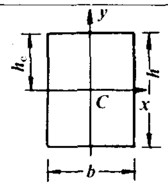
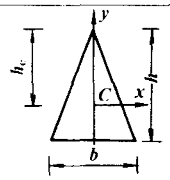
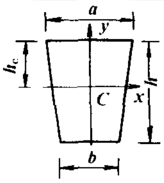
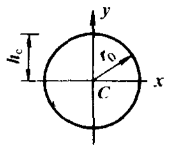
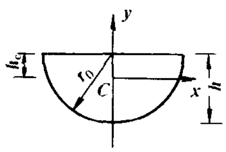
即
$$P = \gamma h_C A = p_C A \qquad (1\text{-}16)$$

式中：p_C——平面形心处的压强；

$\int_A y dA$——平面 ab 对 x 轴的面积矩。

公式(1-16）是作用于平面壁上静水总压力的计算公式，同时它表明平面所受静水总压力的大小 P 等于其形心处的压强 p_C 与受压面面积 A 的乘积。所以，计算之前应找出受压面形心位置。常用图形形心位置可参见表 1-1。

常见平面图形的面积、形心、惯性矩公式 **表 1-1**

名称	几何图形	面积 A	形心 y_C	惯性矩 I_C
矩形		bh	$\frac{1}{2}h$	$\frac{1}{12}bh^3$
三角形		$\frac{1}{2}bh$	$\frac{2}{3}h$	$\frac{1}{36}bh^3$
梯形		$\frac{a+b}{2}h$	$\frac{a+2b}{3(a+b)}h$	$\frac{a^2+4ab+b^2}{36(a+b)}h^3$
圆形		πr_0^2	r_0	$\frac{1}{4}\pi r_0^4$
半圆形		$\frac{1}{2}\pi r_0^2$	$\frac{4}{3\pi}r_0$	$\frac{9\pi^2-64}{72\pi}r_0^4$

静水总压力 P 垂直指向平面壁,其作用点 $D(x_D, y_D)$称为压力中心。按照合力矩原理,合力对某轴的力矩等于各分力对该轴的力矩。实际工程中，挡水平面一般多为轴对称平面，如矩形、圆形等,D 点位于铅直方向对称轴上，即 $x_D = 0$。因此,只需确定 y_D 值。

$$Py_D = \int_A y\mathrm{d}P = \int_A y(\gamma y \sin\alpha \mathrm{d}A) = \gamma\sin\alpha\int_A y^2\mathrm{d}A = \gamma I_x \sin\alpha$$

其中对 ox 轴惯性矩 $I_x = \int_A y^2\mathrm{d}A = I_C + y_C^2 A$

由此得

$$y_D = y_C + \frac{I_C}{y_C A} \tag{1-17}$$

式中：I_C——受压面对通过形心 C 的 x 轴的惯性矩。

从式(1-17)知，I_C、y_C、A 一般可查表 1-1 选取，且均为正值，故 $y_D > y_C$，即压力中心 D 在形心 C 的下面，只有当受压面水平时，两点重合。

二、图　解法

解析法是静水总压力计算的通用方法。但对于常见简单图形的受压面，采用图解法更为简便。所谓图解法，是根据静水压强分布图来计算静水总压力的方法。

平面上静水总压力的大小，应等于分布在平面上各点静水压强的总和。我们取一水中单宽（宽度 $b = 1$）平面分析，如图 1-12。此时平面上所受的总压力：

$$P = \frac{1}{2}(\gamma h_1 + \gamma h_2)Lb = \frac{1}{2}(rh_1 + rh_2)\cdot L$$

正好是压强分布图的面积 Ω，同时也可以理解为受压面立体的压强分布图的体积。

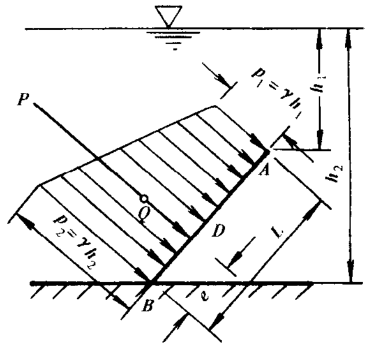


图 1-12

因此，图解法计算的静水总压力大小为：

$$P = \Omega b \qquad (1\text{-}18)$$

一般压强分布图为梯形，则：

$$\Omega = \frac{1}{2}(\gamma h_1 + \gamma h_2)L \qquad (1\text{-}19)$$

合力作用点通过压强分布图的形心，也就是立体图形的中心。如果三角形分布，合力作用点离底部距离 $e = \frac{1}{3}L$；当为梯形分布时，$e = \frac{L(2h_1 + h_2)}{3(h_1 + h_2)}$。

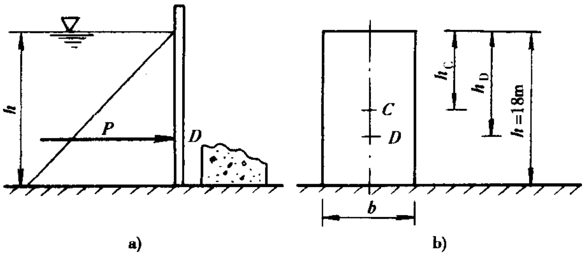


图 1-13

综上所述，矩形平面静水总压力的图解法步骤如下：

1.绘出静水压强分布图；

2.通过计算压强分布图面积 Ω，计算合力的大小($P = \Omega b$)；

3.合力作用点通过压强分布图的形心。

例 1-3　如图 1-13 所示，求每米围堰用钢板桩上所受的静水总压力。

解：$\alpha = 90°$，有 $h_C = y_C = \frac{h}{2}$，$x_C = x_D = \frac{b}{2}$，$I_C = \frac{bh^3}{12}$，得：

$$P = p_C A = \gamma h_C bh = 9.8 \times 9 \times 1 \times 18 = 1\,587.6\text{N}$$

$$y_D = h_D = y_C + \frac{I_C}{y_C A} = \frac{h}{2} + \frac{\frac{hb^3}{12}}{\frac{h}{2}bh} = \frac{2}{3}h = \frac{2\times 18}{3} = 12\text{m}$$

例 1-4　有一倾斜矩形闸门 AB，如图 1-14 所示，试用解析法和图解法求作用在闸门上的静水总压力及其作用点。已知 $AB = 3$m，$b = 2$m，$y_1 = 3$m，$\theta = 60°$。

解：(1)解析法

由式(1-16)得：

$$P = p_C A = \gamma h_C A = \gamma\left(y_1 + \frac{\overline{AB}}{2}\right)\sin\theta b\,\overline{AB}$$

$$= 9.8(3 + 1.5)\frac{\sqrt{3}}{2} \times 2 \times 3 = 229.15\text{kN}$$

由式(1-17)得：

$$y_D = y_C + \frac{I_C}{y_C A} = 4.5 + \frac{\frac{1}{12} \times 2 \times 3^3}{4.5 \times 3 \times 2} = 4.67\text{m}$$

$$h_D = y_D \sin\theta = 4.67 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4.04\text{m}$$

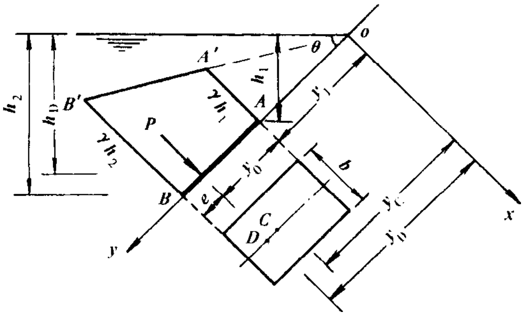


图 1-14

(2)图解法

1)绘制静水压强分布图，如图中 $AA'B'B$ 面积。

2)计算静水压强分布图的体积，即得：

$$P = \Omega b = \frac{1}{2}[\gamma h_1 + \gamma h_2]\,\overline{AB}b = \frac{1}{2}\gamma[h_1 + h_2]\,\overline{AB}b$$

$$= \frac{1}{2}\gamma[y_1\sin\theta + (y_1 + \overline{AB})\sin\theta]\,\overline{AB}b$$

$$= \frac{1}{2} \times 9.8\left[3 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right] \times 3 \times 2$$

$$= 229.15\text{kN}$$

3)计算压强分布图形心点距液面的深度。

形心点距底边的距离为：

$$e = \frac{\overline{AB}}{3} \cdot \frac{2h_1 + h_2}{h_1 + h_2} = 1.33\text{m}$$

静水压力作用点位置：

$$y_D = (y_1 + AB) - e = (3 + 3) - 1.33$$
$$= 4.67\text{m}$$

则
$$h_D = y_D \cdot \sin\theta = 4.67 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4.04\text{m}$$

三、曲面总压力

我们以二维曲面为例,如图 1-15 的 ab 曲面。此时曲面上所受总压力 P 可以分为水平分力 P_x 和竖直分力 P_z。

我们在曲面上任意一点 M 取微小面积 dA（水平面上投影面积 dA_x,铅垂投影面积 dA_z),该点水深 h,所受水压力有

$$dP = p dA = \gamma h dA$$
$$dP_x = dP\cos\alpha = \gamma h dA\cos\alpha = \gamma h dA_x$$
$$dP_z = dP\sin\alpha = \gamma h dA\sin\alpha = \gamma h dA_z = \gamma dV$$

全面积积分,得：

$$P_x = \int dP_x = \gamma\int_A h dA_x = \gamma h_C A_x = p_C A_x \tag{1-20}$$

$$P_z = \int \mathrm{d}P_z = \gamma \int_V \mathrm{d}V = \gamma V \tag{1-21}$$

式中：A_x、A_z——曲面在铅直面和水平面的投影面积（见图 1-15）；

p_C——水平投影面积 A_x 形心点的压强。

V——压力体的体积，图中 $abdc$。

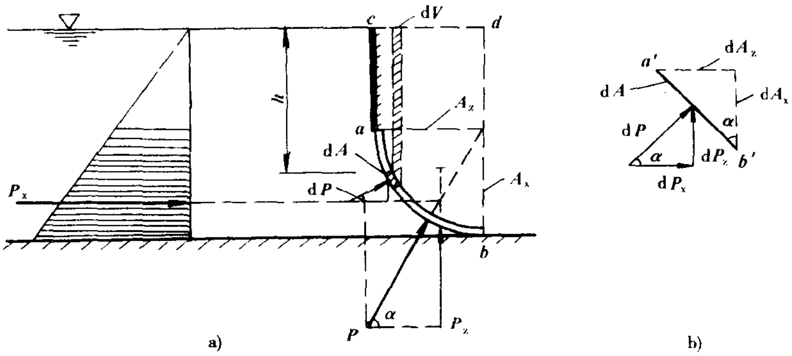


图 1-15

公式(1-20）表明，二向曲面所受的静水总压力的水平分力 P_x 值，等于曲面在铅直投影面形心处的压强 p_C 与 A_x 的乘积，也就是相当于投影平面 $a'b'$ 所受的平面总压力。P_x 作用点同样可以应用平面压力计算原理。

公式(1-21)表明，曲面上总压力的铅直分力 P_z 等于压力体液体的重力，并且通过压力体的中心。所以，要计算铅直分力的大小，首先要确定压力体。压力体的边界有：

1. 曲面本身(图 1-15 中 ab)；

2. 曲面边界所引的铅垂面(图 1-15 中 ca，db)；

3. 自由水面或其延伸面（图 1-15 中 cd)。

如果压力体与受压面同侧，我们说该压力体为实压力体，P_z 向下；如果压力体与受压面异侧，则该压力体为虚压力体，P_z 向上。

第三节　作用于物体上的静水总压力，潜体与浮体的平衡及其稳定性

一、作用于物体上的静水总压力——阿基米德定理

当物体淹没于静止液体之中时，作用于物体上的静水总压力，等于该物体表面上所受静水压力的总和。

如图 1-16 有一任意形状物体淹没于水下。和计算曲面静水总压力一样，假定整个物体表面（看作是三向曲面）上的静水总压力可分为三个方向的分力：P_x、P_y、P_z。

首先我们计算水平分力 P_x 和 P_y。如图 1-16 所示，取坐标系 xOy 平面与液面重合。今以平行于 Ox 轴的直线与物体表面相切，其切点构成一根封闭曲线 $abdc$，曲线 $abdc$ 将物体表面分成左右两半，作用于物体表面静水总压力的水平分力 P_x，应为左半部表面上水平分力 P_{x1} 和右半部表面上水平分力 P_{x2} 之和。但是不难看出，左半部表面和右半部表面在 yOz 平面上的

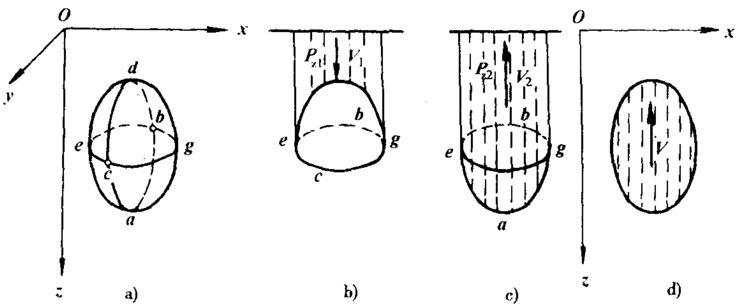


图 1-16

投影面积A_x相等,因而P_{x1}和P_{x2}大小相等,方向相反,合成后在Ox方向的分力P_x为零。

用同样方法可以证明，整个表面所受Oy方向的静水压力P_y也等于零。

其次再来讨论垂直分力P_z。以与Oz轴平行的直线与物体表面相切，切点形成一条封闭曲线$ebgc$,曲线把物体表面分成上、下两部分。图b)表示作用于上部分曲面的压力体V_1,其相应的垂直压力$P_{z1}=\gamma V_1$,方向向下图c）表示作用于下部分曲面的压力体V_2,相应的垂直压力$P_{z2}=\gamma V_2$,方向向上合成后的压力体V见图d),γV就表示液体对淹没在水中物体的静水总压力P,方向向上。其表达式为

$$P=\gamma(V_2-V_1)=\gamma V \tag{1-22}$$

以上讨论表明：作用于淹没物体上的静水总压力只有一个铅垂向上的力，其大小等于该物体所排开的同体积的水重。这一原理是希腊科学家阿基米德（Archimedes)于公元前250年所发表，故称阿基米德定理。

液体对淹没物体的作用力，由于方向向上故也称上浮力，上浮力的作用点在物体被淹没部分体积的形心，该点称为浮心。

在证明阿基米德定理的过程中，假定物体全部淹没于水下，但所得结论，对部分淹没于水中的物体，也完全适用。

二、物体在静止液体中的浮沉

物体在静止液体中，除受重力作用外，还受到液体上浮力的作用。若物体在空气中的自重为G,其体积为V,则物体全部淹没于水下时,物体所受的上浮力为γV

如果$G>\gamma V$时，物体将会下沉，直至沉到底部才停止下来，这样的物体称为沉体。

如果$G<\gamma V$时，物体将会上浮，一直要浮出水面，且物体所排开的液体重力与其自重刚好相等后，才保持平衡状态，这样的物体我们称为浮体。

如果$G=\gamma V$时，物体可以潜没于水中的任何位置而保持平衡，这样的物体称为潜体。

物体的沉浮，是由它所受重力和上浮力的相互关系来决定的。

三、潜体的平衡及其稳定性

潜体的平衡，是指潜体在水中既不发生上浮或下沉，也不发生转动的平衡状态。图1-17为一潜体，为使讨论具有普遍性，假定物体内部质量不均匀，重心C和浮心D并不在同一位置。这时，潜体在浮力及重力作用下保持平衡的条件是：

1.作用于潜体上的浮力和重力相等，即$G=\gamma V$。