

# 列车桥梁时变系统 振动分析理论与应用

曾庆元 郭向荣 著

中国铁道出版社

1999年·北京

谨以本书献给

伟大的中华人民共和国成立五十周年

作者

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本书阐明了曾庆元教授和他的研究生们 20 年来为解决铁路桥梁车振分析问题而创立的列车桥梁时变系统振动分析理论与应用的成果。内容包括振动方程的简便建立方法、列车桥梁时变系统空间振动方程的建立、横向振动能量随机分析理论与构架人工蛇行坡、桥上列车运行安全性与舒适性控制因素和评估准则、桥梁竖向和横向刚度限值分析、桥上列车横向摇摆力分析以及桥梁动力分析等。

值得从事桥梁工程科研、设计、施工技术人员、管理人员、大专院校师生,和一切关注既有铁路提速及高速铁路建设的人们阅读。

图书在版编目(CIP)数据

列车桥梁时变系统振动分析理论与应用/曾庆元,郭向荣著.北京:中国铁道出版社,1999

ISBN 7-113-03290-7

.车... .曾... 郭... .铁路桥-时间变化系统-振动分析 .U448.131

中国版本图书馆 CIP 数据核字(1999)第 13257 号

书 名:列车桥梁时变系统振动分析理论与应用

著作责任者:曾庆元 郭向荣 著

出版·发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街8号)

策 划 编 辑:刘启山

责 任 编 辑:刘启山

封 面 设 计:薛小卉

印 刷:北京市彩桥印刷厂

开 本:850×1168 1/32 印张:8.25 字数:209 千

版 本:1999 年 8 月第 1 版 1999 年 8 月第 1 次印刷

印 数:1~ 册

书 号:ISBN7-113-03290-7/ U·908

定 价:29.00 元

版权所有 盗印必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

# 序

铁路桥梁车振问题是在桥梁运用实践中提出来的。有些桥梁,列车通过时侧向晃动激剧,影响列车安全平稳运行,列车限速过桥,使铁路运输能力不能充分发挥。列车桥梁系统振动分析的主要目的在于阐明这种晃动现象,保证列车走行的安全性与平稳性。由于存在三大主要难题:(1) 车轮与钢轨的衔接条件不确定,导致车辆与桥梁横向振动微分方程解的唯一性无保证;(2) 引起此系统横向振动的激振源不清楚;(3) 列车桥梁时变系统振动的随机分析无现成方法可用,使国际上长期研究的列车桥梁系统横向振动分析进展不大。曾庆元教授 20 多年来孜孜不倦,锲而不舍地为解决这些难题,进行了开创性的工作,实现了重大理论突破:(1) 创立了弹性系统动力学势能不变值原理及形成系统矩阵的“对号入座”法则,用它们在国内首次建立了列车桥梁时变系统空间振动矩阵方程,解决了车辆与桥梁横向振动微分方程解的唯一性无保证的问题;(2) 采取机车、车辆构架实测蛇行波为此系统横向振动的激振源,解决了此系统横向振动的激振源问题;(3) 创立了列车桥梁时变系统横向振动能量随机分析理论及构架人工蛇行波,突破了此系统横向振动的随机分析问题。从而形成了一整套崭新的列车桥梁时变系统横向振动分析理论。作者带领众多硕士生和博士生,用这一套理论分析了很多列车与桥梁系统的空间振动响应及很多座桥梁的横向刚度。本书就是这一套分析理论及其应用成果的总结。

本书具有下列特色:

作出了重要理论创新。书中提出的弹性系统动力学势能不变

值原理,形成矩阵的“对号入座”法则,车桥时变系统横向振动能量随机分析理论,构架人工蛇行波,铁路桥梁横向刚度限值的分析方法等等,在国际上都是独一无二的。

创新理论的正确性得到了大量实践验证。表现在:用这一套理论算出的钢桁梁横向振动波形图与实测波形图良好接近;预测的多座桥梁与列车系统横向振动的最大响应,与多次实测中的最大值接近;算出的桥上列车横向摇摆力的计算图式及数值与日本、UIC、英国、德国等的规定非常接近;对多座桥梁的横向刚度的分析结果与桥梁建成后的列车振动试验结果吻合;等等。

新理论的实用性强。按本书理论,算出的一般车速下钢桁梁容许最小宽跨比  $\frac{B}{L}$  及桥上列车横向摇摆力的计算图式和计算值都被纳入我国《铁路桥涵设计规范》(基于可靠度理论)。在高速下算出的钢桁梁容许最小宽跨比  $\frac{B}{L}$  与国外桥梁规范规定的桥梁横向挠跨比限值  $\frac{f_h}{L} = \frac{1}{4000} \sim \frac{1}{5000}$  基本等价。解决了很多座桥梁的横向刚度问题及提速状态下上承钢板梁桥的加固计算问题。

应用前景广阔。本书详细介绍了日本、前苏联制订铁路桥梁竖向刚度限值的方法和结果。论述了:列车桥梁系统空间振动分析理论,桥梁横向刚度限值分析方法,桥上列车横向摇摆力的计算方法,及桥梁动力系数的计算和实测等。这些内容有很高的应用和参考价值。书中提出的弹性系统动力学势能不变值原理及形成矩阵的“对号入座”法则用于任何复杂系统振动方程的建立,十分简便。弹性系统动力学势能不变值原理比著名的哈密顿广义变分原理简便,值得推广应用。形成系统矩阵的“对号入座”法则比计算机编码法有显著优越性,它已被《桥梁建设》1993年第2期李勇、汪秀鹤的论文“直接拼装法在桥梁和结构电算中的应用”详为介绍和推广。

上述特色充分反映本书具有重大学术意义和工程应用价值。我衷心祝贺本书的出版,相信它将使列车桥梁时变系统振动分析

在我国和世界的发展跃上一个新台阶,为我国既有铁路提速和高速铁路建设做出历史性的贡献。

中国工程院院士  
铁道部大桥工程局勘测  
设计院教授级高工

1998年12月

# 前 言

经验证明,列车通过桥梁,给桥梁很大冲击。因此,桥梁必须具有足够的强度、刚度与稳定性,才能保证列车安全、平稳通过。列车、桥梁振动是一个系统的振动,其刚度矩阵、质量矩阵、阻尼矩阵及荷载列阵都是随着列车在桥上的运行而变化,故称为时变系统。列车桥梁时变系统振动分析的任务,在于从理论上理解此系统振动的机理。这是个很复杂的问题,国际上研究了一百多年,取得了很多成果,此系统竖向振动分析问题已基本解决,但其横向振动分析尚在百家争鸣之中。列车桥梁系统横向振动分析存在三个主要难题:(1)由于车轮和钢轨的横向衔接条件不确定,使分别建立车辆与桥梁振动微分方程的横向振动解的唯一性无保证;(2)由于引起车辆横向振动的因素非常多,此系统横向振动的激振源很难确定;(3)由于列车桥梁系统的时变特性及时变系统的随机振动分析理论尚未建立,此系统振动的随机分析无现成方法可以套用。

作者 1972 年参加铁道部大桥工程局组织的钢桥振动专题研究。1978 年我国恢复招研究生。作者以列车桥梁振动为研究方向,1979 年起,先后招了 14 名硕士生,5 名博士生,研究车桥振动。20 年来,我们走了一条与国内外不同的道路:(1)将列车、桥梁视为一个整体系统,以避开轮轨衔接条件不确定的困难,按作者 1980 年提出的弹性系统动力学势能不变值原理及形成矩阵的“对号入座”法则(《桥梁建设》1993 年第 2 期李勇、汪秀鹤的文章介绍此法则,改名为直接拼装法,它不是一般有限元分析中的计算机编码法),建立此系统空间振动的矩阵方程;(2)作者取机车、车辆构架实测横向振动波形图(习惯称为蛇行波)为此系统横向振动激振源,作此系统横向振动的确定性分析;(3)作者提出车桥系统横向振动能量随机分析理论及构架人工蛇行波,作此系统横向振动随

机分析。沿着这条道路,我们进行了一般车速与高速下此系统空间振动的大量分析。完成了国家自然科学基金资助项目一个,铁道部大桥工程局、铁道部第四勘测设计院等单位项目 16 个。预测了多座桥梁的横向刚度及此系统的空间振动响应,都与国内外实测结果及实践经验接近,获得了巨大经济效益与社会效益。1998 年 5 月 15 日经铁道部专家鉴定认为《列车桥梁时变系统横向振动分析理论与应用》“研究成果具有很高学术水平,显著的经济及社会效益及广阔的应用前景,其研究理论、研究方法和研究成果达到了国际领先水平。”

1996 年 8 月应铁道部工务局要求,长沙铁道学院承办了桥梁振动培训班,为全路从事桥梁检定与养护的工程技术人员讲授桥梁振动理论与测试技术。上海局教授级高工潘震涛同志讲授测试技术,作者讲授桥梁振动理论。在总结十几年来进行的列车桥梁系统研究工作基础上,写成《车桥系统振动分析理论与应用》讲义。1996 ~ 1998 年期间又有些新的科研成果,需要收入。于是整修讲义,并吸收国内外有关研究成果,撰成此册。

本书共 9 章。第一章叙述桥梁车振问题的提出,国内外研究概况,主要问题及我们的研究思路。

第二章阐述弹性系统振动方程的建立方法。现有方法很难建立列车桥梁时变系统振动方程,为此,作者提出了弹性系统动力学势能不变值原理  $d = 0$  及形成系统矩阵的“对号入座”法则。为了说清楚此原理和此法则的建立和应用,作了较多篇幅论述,举了较多例题。弹性系统动力学势能不变值原理较著名的 Hamilton 变分原理简便,它不需在  $t_1$  至  $t_2$  时段内积分,又能得出由 Hamilton 导出的结果。形成系统矩阵的“对号入座”法则与一般有限元分析中的计算机编码法有根本区别,它来自  $d = 0$ ,任何复杂系统的矩阵都可由它建立;在考虑桥梁桥门架、横联、横隔板、端隔墙等的作用及桥梁局部变形的计算中,此法则有特别突出的优越性。另外,弹性系统动力学势能不变值原理  $d = 0$  及形成系统矩阵的“对号入座”法则在动力分析与有限元分析中具有普遍适用的意义。

第三章阐述用弹性系统动力学势能不变值原理及形成系统矩阵的“对号入座”法则,建立列车桥梁时变系统空间振动方程的全过程与计算式。

第四章阐述列车桥梁时变系统横向振动能量随机分析理论及构架人工蛇行波的随机模拟。该章首次提出了输入系统能量最大,系统输出响应亦最大的概念。由此概念,将系统响应的随机性视为其输入能量的随机性,将系统响应多因素的随机分析转化为单因素的系统输入能量的随机分析。

第五章介绍桥上列车运行安全性、舒适性的控制因素和评估准则。

第六章介绍铁路桥梁竖向刚度限值及其计算思路。着重介绍了日本和前苏联制订铁路桥梁竖向刚度限值的制订过程和结果。比较了各国铁路桥梁竖向刚度限值并进行了初步分析。最后论述了大跨度铁路斜拉桥、悬索桥竖向刚度的评估。

第七章论述铁路桥梁横向刚度限值分析。介绍了各国铁路桥梁横向刚度限值及前苏联铁路桥梁横向刚度限值  $0.01L_s$  及  $1.5s$  的制订过程。提出了铁路桥梁横向刚度限值的分析方法。记录了按此种分析方法算出的桥梁横向刚度限值——容许最小宽跨比  $\frac{B}{L}$  及对  $\frac{B}{L}$  正确性的评估。最后对铁路桥梁横向刚度限值的表示形式进行了讨论。

第八章论述桥上列车横向摇摆力分析。介绍了各国桥规对列车横向摇摆力的规定。阐述了列车横向摇摆力的计算方法及我国《铁路桥涵设计规范》(基于可靠度理论)关于列车横向摇摆力计算值与计算方法的制订。最后建议了高速铁路桥上列车横向摇摆力的计算图式与计算值。

第九章介绍铁路桥梁动力系数。叙述了桥梁动力系数的意义、测试结果和各国规范对挠度冲击系数的规定。最后介绍了日本及我们算出的大跨度桥梁动力系数。

从上述内容可知,本书主要反映作者和研究生们研究车桥系

统振动的思想、理论和部分结果。作者提出思想和理论,审核结果。研究生们调查研究、现场测试、编程电算,具体实现上述车桥振动分析思想。为了反映研究史实,记录他们的成果,下面按参加研究顺序,简述研究生们的工作如下:

硕士生田志奇编出了第一个列车桥梁系统横向振动分析程序,算出了桁梁自由振动特性及其在自由轮对蛇行波激励下的横向振动响应。

硕士生杨毅细致深入研究了钢桁梁有载与无载状态下的自振特性,提出了列车桥梁系统自振分析的模态综合法。

硕士、博士生杨平研究了列车桥梁系统横向振动的激振源问题,组织并进行了石龙大桥及江村桥的振动测试。

硕士生骆宁安以构架实测蛇行波为激振源,初步算出了列车摇摆现象及轮对横向摇摆力,算出的钢桁梁桥横向振动位移波形图与实测波形图基本接近。

硕士生江锋深入研究了桥上列车的横向摇摆力及车辆摇摆现象,得出了大量数据,成果被纳入我国《铁路桥涵设计规范》(基于可靠度理论),算出的钢桁梁桥横向振动波形图与实测波形图良好接近。

硕士生颜全胜研究了列车桥梁振动响应的概率特性,得出了其概率分布接近于夏里埃分布的结论,进行了桥上列车横向摇摆力概率统计与分析,参加了沈大线车辆构架蛇行波大量测试及数据处理工作。

硕士生胡阿金首次研究了大跨度简支钢桁梁桥的横向刚度。

硕士生张麒编出了第一个钢桁梁桥横向刚度限值分析程序,深入计算了多座钢桁梁桥的横向刚度限值—容许最小宽跨比,成果被纳入我国《铁路桥涵设计规范》(基于可靠度理论)。

硕士生杨仕若研究了九江长江大桥拱—桁组合体系钢桥的横向振动与横向刚度,论证了该桥具有足够的横向刚度,为1990年争论该桥横向刚度提供了有说服力的数据。

博士生陈淮研究了薄壁双肢刚构桥的横向刚度,算出的此种

桥梁横向刚度指标与专家们建议的指标接近,还参加了 50m 混凝土梁、广深线仙村北桥、芜湖长江大桥等的空间振动分析。

博士生朱汉华进行了大量调查研究,组织并进行了沈大线机车、车辆构架蛇行波的测试,编出了第一个车辆构架人工蛇行波的随机模拟程序,第一次模拟出了多条构架人工蛇行波,参加了石龙大桥、仙村北桥、芜湖长江公铁两用斜拉桥等的空间振动计算。

硕士、博士生郭向荣对计算程序作了高效改进,大大加快了计算速度,创造性地编出了桥上双线列车对开及考虑轨道结构与桥面系变形影响的车桥系统空间振动分析程序,计算了芜湖长江公铁两用斜拉桥 4 个方案、九江长江大桥、广深准高速铁路石龙大桥、京沪高速铁路南京长江大桥 8 个方案等 30 多座桥梁与列车系统空间振动响应,分析了连续钢桁梁桥的横向刚度限值,成果被纳入我国《铁路桥涵设计规范》(基于可靠度理论)。

博士生王荣辉改进了构架人工蛇行波的随机模拟程序,首次模拟出了高速构架人工蛇行波,为分析高速铁路桥梁横向刚度限值奠定了基础;组织并进行了湘黔线上机车、货车构架蛇行波的测试,计算了广深准高速铁路石龙大桥等多座桥梁与列车系统的空间振动响应,分析了高速铁路桥梁动力特性。

硕士、博士生郭文华分析了高速铁路中小跨度桥梁与列车系统的空间振动响应,算出了单跨与多跨简支梁桥横向刚度限值及曲线轨道多跨简支折线梁与列车系统的空间振动响应,分析了很多钢板梁桥、桁梁桥与列车系统在提速状态下的空间振动响应,与实测结果良好接近,计算了很多座钢板梁桥的加固效果,为提速状态下上承钢板梁桥加固设计提供了理论依据。

我们对列车桥梁系统振动研究能够达到上述水平,应归功于铁道部科技司、建设司、铁道部工程总公司、铁道部大桥工程局、铁道部大桥工程局勘测设计院、铁道部大桥工程局桥梁科学研究院、铁道部科学研究院、铁道部第四勘测设计院、铁道部专业设计院、沈阳铁路局研究所、郑州铁路局工务处等的大力支持。特别是挚友方秦汉院士的热情支持、思想指导、资料提供,并在百忙中为本

书作序;潘震涛教授、吴国梁教授的热情帮助、提供构架实测蛇行波及桥梁振动波形图;崔文增教授级高级工程师帮助车辆构架振动测试等,奠定了本研究的实践基础。作者及研究生们对所有支持、帮助我们的领导、朋友和同志们致以最深切谢意。

本书出版过程中,得到了中国铁道出版社领导同志的大力支持和刘启山副编审的精心审稿与编辑,作者谨表示衷心的感谢。

列车桥梁系统振动分析是个非常复杂和未圆满解决的课题。本书系初次尝试。书中缺点甚至错误实所难免,敬请专家和桥梁工作者批评指正。

曾庆元

1998年12月28日于长沙

# 目 录

第一章 绪 论.....	1
第一节 列车桥梁时变系统振动问题的重要性 和复杂性.....	1
第二节 列车桥梁时变系统振动研究的简要回顾.....	4
第三节 列车桥梁时变系统振动分析中的主要困难及 对策 .....	10
第二章 振动方程的简便建立方法 .....	15
第一节 引 言 .....	15
第二节 有势力和势能 .....	16
第三节 势能不变值原理 .....	21
第四节 按弹性系统动力学势能不变值原理建立振动 方程 .....	22
第五节 形成矩阵的“对号入座”法则 .....	30
第六节 结构动力分析的有限元法 .....	43
第三章 列车桥梁时变系统空间振动方程的建立 .....	49
第一节 振动方程建立思路及基本假设 .....	49
第二节 车辆空间振动位移模型 .....	50
第三节 单节车辆空间振动总势能 $v$ 的计算及其刚度 矩阵 $[K_v]$ , 质量矩阵 $[M_v]$ , 阻尼矩阵 $[C_v]$ , 荷载列阵 $\{P_v\}$ 的建立 .....	54
第四节 桥梁空间振动分析模型 .....	68
第五节 列车桥梁时变系统空间振动方程的建立与 求解 .....	87
第六节 列车桥梁系统空间振动分析模型的试验验证 ...	88

第四章	列车桥梁时变系统横向振动能量随机分析与 构架人工蛇行波 .....	94
第一节	人工地震波的启发 .....	94
第二节	构架人工蛇行波的模拟思路 .....	97
第三节	车辆构架人工蛇行波的随机模拟方法.....	101
第四节	高速构架人工蛇行波的随机模拟思路.....	105
第五节	构架人工蛇行波合理性与可靠性的检验.....	107
第五章	桥上列车运行安全性、舒适性的控制因素和评估 准则.....	112
第一节	桥上列车运行安全性、舒适性的控制因素 .....	112
第二节	日本对特大跨度桥梁列车运行安全性研究 概况.....	113
第三节	前苏联判定车辆运转性能的准则.....	118
第四节	舒适度指标.....	119
第五节	脱轨条件和评价指标.....	127
第六章	桥梁竖向刚度限值及其制订思路.....	135
第一节	各国铁路桥梁竖向刚度限值.....	135
第二节	日本铁路桥梁竖向刚度限值的计算.....	138
第三节	前苏联制订铁路桥梁竖向刚度限值的思路 和计算.....	144
第四节	UIC 制订桥梁竖向刚度限值的思路 .....	154
第五节	各国桥梁竖向刚度限值的比较和初步分析.....	155
第六节	大跨度铁路斜拉桥、悬索桥竖向刚度的评估 ...	160
第七章	铁路桥梁横向刚度限值分析.....	165
第一节	引    言.....	165
第二节	各国铁路桥梁横向刚度限值.....	167

第三节	前苏联铁路桥梁横向刚度限值的制订.....	169
第四节	铁路桥梁工作对其横向刚度的要求及控制 桥梁横向刚度限值的主要参数.....	173
第五节	铁路桥梁横向刚度限值的分析方法.....	175
第六节	铁路桥梁横向刚度限值的分析结果.....	178
第七节	铁路桥梁横向刚度限值——容许最小宽跨比 $\frac{B}{L}$ 计算值的评估 .....	193
第八节	铁路桥梁横向刚度限值表示形式的讨论.....	196
第八章	桥上列车横向摇摆力分析.....	201
第一节	各国桥梁规范对列车横向摇摆力的规定.....	201
第二节	列车横向摇摆力的计算.....	206
第三节	一般车速下桥上列车横向摇摆力计算值与 计算方法的制订.....	217
第四节	高速铁路桥上列车横向摇摆力的建议计算 图式与建议值.....	222
第九章	桥梁动力系数.....	226
第一节	结构动力系数的意义.....	226
第二节	桥梁挠度动力系数与挠度冲击系数.....	230
第三节	桥梁应力动力系数与应力冲击系数.....	233
第四节	大跨度桥梁的动力系数与挠度冲击系数.....	239
第五节	桥梁应力动力系数的深化研究.....	244
	参考文献.....	246

# 第一章 绪 论

## 第一节 列车桥梁时变系统振动问题的重要性 和复杂性

一百多年前英国一座铁路桥梁在列车通过时因振动失事<sup>[1]</sup>,从此提出了桥梁行车振动问题。此后长期实践中发现有些铁路桥梁过车时侧向晃动激剧,有的因人群荷载摇晃,给司机、旅客和桥上行人以不安全感,使列车限速过桥,影响桥梁正常使用。例如:

(1) 佳木斯松花江桥,列车以  $58.1 \text{ km/h}$  通过时,横向晃动激剧,实测上、下弦最大横向全振幅分别为  $9.85 \text{ mm}$  和  $7.6 \text{ mm}$ <sup>[67]</sup>。

(2) 蚌埠淮河大桥引桥  $39.6 \text{ m}$  无碴有枕预应力混凝土梁,中心距  $1.8 \text{ m}$ ,宽跨比  $1/22$ ,司机反映有明显晃动<sup>[2]</sup>。

(3) 1957年10月我国某大桥建成通车,市民涌上公路桥面观光、游览。中午人流非常拥挤,感觉大桥有晃动现象,晃动持续到晚上人群散去为止<sup>[2]</sup>。该桥晃动时正好有人测试,观测到端桥门架顶横向全振幅为  $8 \text{ mm}$ ;桥跨中央下弦横向全振幅为  $5 \sim 15 \text{ mm}$  (平均  $10 \text{ mm}$ );上弦的横向全振幅小得多;振动周期  $0.8 \text{ s}$ <sup>[3]</sup>。

(4) 美国金门大桥 50 周年纪念时,大量人群上桥,亦发现晃动。

桥梁晃动曾引起众多桥梁专家的关注和研究,对桥梁(特别是特大跨度桥梁)设计产生了重大影响。1958年规划南京长江大桥时。对某大桥晃动原因众说纷纭,但有一点认识是比较一致的,即公路桥面的挑臂太长,对钢桁梁不利。为此将桁宽  $B$  (主桁中心距)放大到  $14 \text{ m}$ ,但桥建成后又认为桁宽  $B$  太宽<sup>[2]</sup>。晃动使人们怀疑桥梁横向刚度不足。此后设计桥梁时对其横向刚度是否有保证,都考虑很多。

列车在桥上运行时,它与桥梁相互作用,形成列车桥梁系统的振动。由于列车运行,此系统的质量、刚度、阻尼及两者的相互作用等都瞬息变化,故称为时变系统。列车过桥引起晃动是列车桥梁时变系统横向振动的结果。研究证明,此系统横向振动引起桥梁应力的增加量很少<sup>[37]</sup>。

前述英国一座铁路桥梁在列车通过时因振动失事,主要是此系统的竖向振动引起的桥梁应力增加量过大。另外,此系统振动引起各轮对向上的惯性力,使车轮减载,容易产生脱轨事故。我国货车主要因轮压减载率大而引起的脱轨事故较多<sup>[4]</sup>。列车桥梁系统的竖向振动过大亦引起司机、旅客和桥上行人的不安全感,影响列车正常通过和桥梁正常使用。

20世纪80年代以来,随着日本、欧洲高速铁路的建设,列车桥梁系统振动问题更加重要。日本根据车辆竖向振动研究结果(见本书第六章)规定桥梁竖向挠度  $f_v$  与跨度  $L$  之比为<sup>[5]</sup>

单跨桁梁桥  $\frac{f_v}{L} \leq 1/1000$  [最高车速 130 km/h(客车), 75 km/h(货车)]

多跨简支桥梁  $\frac{f_v}{L} \leq 1/2000$  [最高车速 260 km/h(客车),  $L \leq 100$  m]

桥梁横向容许水平挠度  $\frac{f_h}{L}$  与跨度  $L$  的比值则取为  $\frac{f_v}{L}$  的一半。

法国国营铁路规定:由于列车动力影响而产生的位移量限制在 0.4 mm/m 以内,未区分竖向与横向位移<sup>[6]</sup>

欧洲铁路联盟(UIC)规定  $\frac{f_v}{L} \leq \frac{1}{800}$ ,  $\frac{f_h}{L} \leq \frac{1}{4000}$  (车速  $V > 200$  km/h)

前苏联规定  $\frac{f_v}{L} = \frac{1}{(800 - 1.25L)}$   $\frac{1}{600}$

美国 AREA1983 年规定  $\frac{f_v}{L} \leq \frac{1}{640}$