

# 第 1 章 飞机电传操纵系统的 最优二次型设计

## 1.1 现代控制方法在电传系统 设计中的应用

由于飞机运动的复杂性和实现所要求的性能，现代飞行控制系统多数采用多回路耦合的控制规律。但过去和当前，多数飞行控制系统的控制律主要是利用经典的单回路频域或根轨迹方法设计的。这种方法确已获得了成功的应用，并为工业界所接受。

在过去近 30 多年中，现代多变量控制律的综合与分析技术已获得极大发展。多变量控制理论的潜在优势就在于，处理多变量多回路问题时可以采用系统的、综合的方法。尽管已有一些相当好的计算方法与软件，实际上，控制系统设计人员也仅是勉强地接受和应用这种新技术。他们主要是利用频域或根轨迹方法，每次一个个回路分别进行设计。这种古典单回路设计方法能坚持被使用的原因可能有如下几点：①经典的设计方法本质上是凭借对飞行控制系统的大量直观和经验而进行的，而广大的工程设计人员对这种方法不仅熟悉而且有较为丰富的设计经验；②经典的设计方法，使设计者能清楚地看到系统的动态和性能是如何被修正的；

现行的飞行品质 and 性能评价准则，基本上还是依经典理论和概念提出的。此外，目前采用线性化处理，多模态控制律以及调参处理技术等，也能较好地解决飞机本身的非线性以及参数变化等问题。在理论设计后，采用广泛的地基及空中的飞行模拟实验调整，最终仍能得到性能完善的飞行控制系统。

但是近年来 YF-22 及 JAS-39 飞机试飞失事的经验表明, 这种设计方法并不总能获得成功, 并且对于新的飞机性能要求, 采用古典方法设计也是困难的, 主要表现在: ①控制系统的多输入多输出, 经典方法难于处理, 难于协调; ②现代飞机要求的大机动飞行, 飞机特性的非线性难于按常规方法进行线性化处理; ③飞行控制系统变得越来越复杂, 使设计也变得复杂、困难, 进度缓慢。鉴于上述原因, 利用现代控制理论方法设计飞行控制系统的试验和验证也在坚持不断地进行, 并取得了一些成功的经验, 特别是多变量最优控制技术的应用取得了较为实际的进展和经验。

采用最优控制技术设计时, 有两个基本的核心: ①设计是基于系统的状态变量模型, 状态变量模型比传递函数的描述包括更多的系统信息, 从而容易得到完善的控制系统性能; ②设计时采用一个数学上准确的性能指标来描述系统的性能规范, 从这个性能指标出发, 便可求得系统的控制增益矩阵, 这相当于同时闭合了多个控制回路并使各控制回路的性能自动地协调。但不幸的是, 飞行控制系统的设计都较难适应这些要求。主要的原因是: ①作为被控对象的飞机, 难于得到准确的状态空间数学模型; ②目前的性能指标形式很难适应现代飞行控制系统的品质规范, 即很难把飞行控制系统的性能要求转换为设计用的性能指标; ③状态反馈难于实现, 并非所有的状态都可用于反馈控制, 虽可引入观测器获得不可测状态, 但引入高阶动态反馈与原始设计的系统特性仍有差别;

最优设计方法也仍然要取决于大量设计参数的选取(如加权参数等), 这些参数的任意性及选取的困难, 也使这些方法难以使用。所以, 在应用最优控制方法进行飞行控制系统设计时, 应注意解决以下问题:

(1) 如何使系统的模型降阶或简化, 即如何应用简化的模型进行设计, 或使用较少的测量信息实现控制;

(2) 如何将实际的设计要求转化为最优设计时所用的代价函数, 或者如何使用非标准的性能指标;

(3) 如何提高控制系统对模型不确定性的鲁棒性。

尽管这些问题很早就已意识到了，但解决起来都很困难。经过多年的实践，上述一些问题已有不同程度的解决，并逐步积累了一些实际应用经验与方法，并在一些技术验证机的飞行控制系统设计中得到了应用，取得了成功。

在 20 世纪 70 年代，美国波音公司首先进行了最优控制方法在民机上应用的研究。研究结果表明，在解决多回路控制问题时，最优控制设计技术比经典设计方法有重要的优越性。最优二次型设计方法在商业飞机上的一次成功应用就是对波音 767 飞机侧向自动驾驶仪的重新设计。B767 飞机侧向自动驾驶仪原本是利用经典单回路设计方法设计的，在航线服务时发现，在高高度巡航时，同时接通偏航阻尼器与侧向自动驾驶仪后，飞机产生小幅值不衰减的航向振荡。利用经典单回路设计方法，没能解决这个问题。利用最优二次型方法，对侧向自动驾驶仪重新进行设计，较好地解决了这个问题。依此方法设计的自动驾驶仪已投入了商业运行。图 1-1 分别给出了经典控制律及最优控制律的试飞测试结果。从图中可见，飞机性能获得了明显的改善。此外，飞行试验结果还表明新的飞行控制律对飞行条件的变化是不敏感的。事实上，在所有的航线飞行条件下，系统不进行调参，显示了极好的稳定性，并且在干扰作用下，系统侧向加速度的均值有了明显的降低。

最优控制设计方法在军机上的应用，早期较成功的实例是 F-8C 主动控制技术验证机。该机是 20 世纪 70 年代中期实现多种主动控制功能的验证机，采用三余度数字电传系统。全部纵向及横侧向控制律设计，采用了显模型跟踪最优二次型方法。经过实际试飞验证表明，飞机具有优良的飞行品质。详细的设计过程可参看文献 [8]。

另一架全面采用最优控制方法设计电传飞行控制系统的飞机是美国的先进技术验证机 X-29 前掠翼飞机。该验证机确立了多项验证内容，其中就包含有现代控制理论的应用研究。该机的数字电传系统，在初始设计阶段，使用了隐模型跟踪的最优二次型设计方法。所得控制律在考虑了系统中高阶动态环节的影响后，通

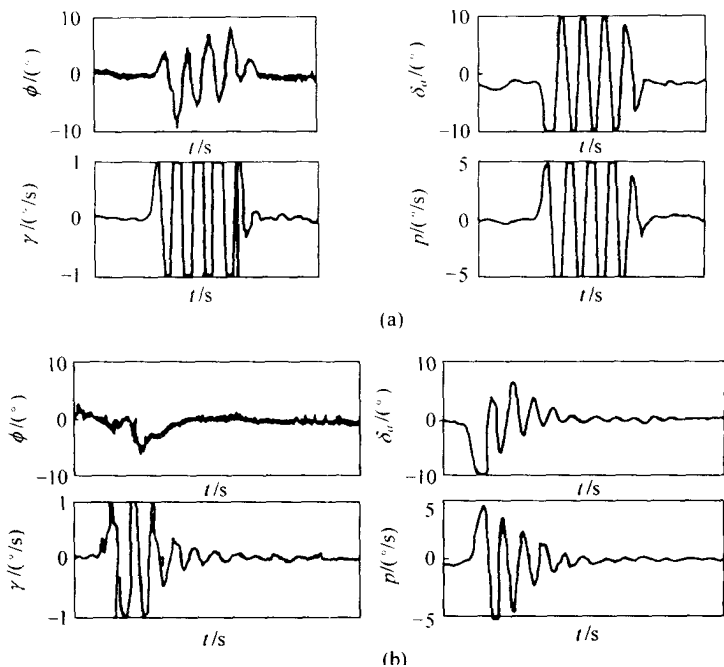


图 1-1 B767 侧向自动驾驶仪飞行结果

( a ) 古典方法设计的控制律飞行测试结果；

( b ) 现代控制方法设计的控制律飞行测试结果。

过经典的校正方法进行了系统结构及参数的修正，得到了最终的控制律结构及参数。试飞结果表明，尽管 X-29 飞机的俯仰轴是极不安定的（在亚声速时，飞机的不安定度为 35，其俯仰发散的幅值时间约为 0.15s，是有人驾驶飞机从未有过的不安定水平），但是 X-29 飞机证明是一架飞起来十分舒适和轻松的飞机，获得了满意的飞行品质。

AFTI/F-16 是美国在 20 世纪 70 年代末到 80 年代中期进行多模态控制及自动攻击系统技术验证的验证机，它的数字电传系统的纵向控制规律也是利用最优二次型方法设计的，并取得了成功。特别是，通过设计和试飞取得了最优设计的系统高增益与电

传系统的余度管理兼容的实际经验。

20 世纪 80 年代后半期，美国与德国联合研制了大迎角超机动验证机 X-31，它的飞行控制系统控制律的基本设计方法也是最优控制方法。X-31 飞行控制系统控制律的基本结构如图 1-2 所示。它是由线性反馈矩阵  $K$  及非线性前馈通道  $f_u$  及  $f_y$  构成的。反馈矩阵  $K$  是利用纵向及侧向线性化模型，用最优控制方法设计的。系统的稳定性及飞行品质分析是利用高阶系统模型进行的，若结果不满意，可对加权阵进行修改。为了克服系统中的非线性及高阶环节的影响，一些附加的环节又综合到前向指令通道及反馈回路中。按这种方法设计的飞行控制系统，保证了飞机具有良好的大攻角超机动的飞行品质。

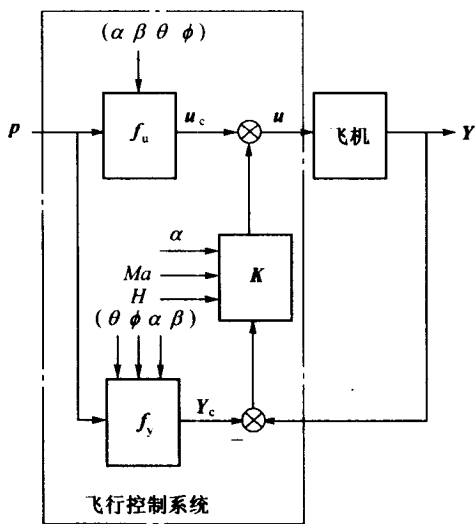


图 1-2 X-31 飞行控制系统控制律结构

在 20 世纪七八十年代，世界各先进工业化国家都投入了大量人力、物力进行主动控制技术的验证。德国在 70 年代末，以 F-104 为原型机进行了各种主动控制功能的验证，其中的数字电传系统也是采用最优二次型方法设计的；80 年代初，日本以 T2 教练

机为原型机，进行改装完成了 T2CCV 技术验证，该机的数字电传系统是采用了类似 F8C 的最优显模型跟踪设计方法设计的。

我国从 80 年代初开始，与主动控制技术验证及电传系统设计同步，在有关高校及研究所，开展了最优控制理论在飞行控制系统设计中的应用研究，并进行了具有一定工程意义的控制律设计，取得了一些经验。但这种研究离实际应用还有一定的距离，并且尚需进行实际的验证。

本章将重点讨论最优二次型方法在数字电传系统设计中的应用。首先概要地介绍最优二次型方法的基本理论。接着详细讨论数字电传系统的最优二次型设计。最后介绍一种增强系统鲁棒性的频域加权最优二次型方法及应用。

## 1.2 最优二次型调节器设计方法

### 1.2.1 基本方法

最优二次型控制（通常称为线性二次型调节器 LQR-Linear quadratic regulator）可以表述为：对给定的连续线性定常被控对象

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (1-1)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t)$$

式中， $\mathbf{x} \in R^n$ ， $\mathbf{u} \in R^m$ ， $\mathbf{A}$  为  $n \times n$  维系统矩阵， $\mathbf{B}$  为  $n \times m$  维控制矩阵， $\mathbf{C}$  为  $p \times n$  维输出矩阵。要求选取控制  $\mathbf{u}(t)$  使下述二次型积分代价函数为最小：

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t))dt \quad (1-2)$$

式中， $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$  分别为相应维数的半正定和正定的加权矩阵。依最优二次型理论，可推得最优控制  $\mathbf{u}(t)$  是系统状态的线性组合：

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (1-3)$$

式中， $\mathbf{K}$  为常值状态反馈增益矩阵，它等于

$$\mathbf{K} = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P} \quad (1-4)$$

式中,  $P$  为正定对称矩阵, 它是下述代数 Riccati 方程的解:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}BP + Q = 0 \quad (1-5)$$

闭环系统状态方程为

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (1-6)$$

上述问题称为最优二次型调节器设计。它解决了当系统偏离了平衡状态后, 系统将以一定的控制能量, 使系统状态按要求返回平衡点的控制问题。

### 1.2.2 模型跟踪最优二次型方法

电传飞行控制系统设计的基本要求是指令跟踪问题。为此可采用模型跟踪最优二次型设计方法。模型跟踪最优控制可表述为, 对给定的被控对象式 (1-1), 要求寻求控制作用, 使闭环系统的输出能精确跟踪理想模型的输出, 同时使某一代价函数为最小。通常, 理想模型可用描述系统理想响应的齐次微分方程给定:

$$\dot{z}(t) = A_m z(t) \quad (1-7)$$

式中,  $A_m$  是  $p \times p$  维理想模型的系统矩阵。一般说, 模型状态  $z(t)$  的维数与对象状态  $x(t)$  的维数不同, 为此, 常常要求模型的输出  $y_m$  与系统输出  $y$  进行比较, 并使两者的维数相等。模型跟踪又可分为显模型跟踪与隐模型跟踪两种。

#### 1) 显模型跟踪 LQR

为使系统输出精确跟踪模型的输出, 将要求下述代价函数最小:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(y - y_m)^T Q (y - y_m) + u^T R u] dt \quad (1-8)$$

如认为模型的状态  $z$  为输出, 即  $y_m = z$ , 则可以将模型与系统组合, 增广为一个系统。定义增广系统的坐标为  $x_d$  则

$$\dot{X}_d(t) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) = A_d x_d + B_d u \quad (1-9)$$

定义系统的输出为

$$y_d = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{z} \end{bmatrix}$$

此时代价函数可简化为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\mathbf{x}_d^T \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{x}_d + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (1-10)$$

式中

$$\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} & -\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \\ -\mathbf{Q} \mathbf{C} & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \quad (1-11)$$

经过上述处理，显模型跟踪问题已变为式(1-10)的常规最优调节器问题。可以证明，此时控制  $\mathbf{u}(t)$  为

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{K}_d \mathbf{x}_d = \mathbf{K} \mathbf{x} + \mathbf{K}_m \mathbf{x}_m \quad (1-12)$$

式中  $\mathbf{K}_d = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_d \mathbf{P}_d$ ,  $\mathbf{P}_d$  为方程式(1-5)的解。 $\mathbf{K}$  为通常调节器所得的状态反馈增益矩阵， $\mathbf{K}_m$  是由理想模型决定的前馈增益矩阵。

## 2) 隐模型跟踪 LQR方法

该方法要求下述代价函数为最小

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(\dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{y}}_m)^T \mathbf{Q} (\dot{\mathbf{y}} - \dot{\mathbf{y}}_m) + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (1-13)$$

并认为模型状态为输出，即  $\mathbf{y}_m = \mathbf{z}$  且

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{z}, \quad \dot{\mathbf{y}}_m = \dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_m \mathbf{y} \quad (1-14)$$

如将上式代入式(1-13)则

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [(\dot{\mathbf{y}} - \mathbf{A}_m \mathbf{y})^T \mathbf{Q} (\dot{\mathbf{y}} - \mathbf{A}_m \mathbf{y}) + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}] dt \quad (1-15)$$

因为系统输出为  $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$  所以  $\dot{\mathbf{y}} = \dot{\mathbf{C}}\mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}$  将其代入上式可得

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \hat{\mathbf{Q}} \mathbf{x} + 2\mathbf{u}^T \hat{\mathbf{S}} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \hat{\mathbf{R}} \mathbf{u}) dt \quad (1-16)$$

$$\begin{aligned} \hat{Q} &= (CA - A_m C)^T Q (CA - A_m C) \\ \hat{S} &= B^T C^T Q (CA - A_m C) \\ \hat{R} &= R + B^T C^T Q C B \end{aligned} \quad (1-17)$$

通过适当方法,式(1-16)带交叉耦合的调节器问题还可转化为无交叉耦合项的标准 LQR 问题。如设计时,选取  $C$  和  $B$  使  $CB = 0$  则  $\hat{S} = 0, \hat{R} = R$ , 即为一般常规的 LQR 问题。为了全面反映指令跟踪问题,亦可在指令模型上加入指令信号。此时,可设理想模型的状态方程为

$$\dot{x}_m = A'_m x_m + B'_m \delta_c \quad (1-18)$$

式中,  $\delta_c$  为指令输入,它是下述指令发生器的自由响应:

$$\begin{aligned} \dot{x}_c &= A_c x_c \\ x_c(0) &= x_{c0} \\ \delta_c &= C_c x_c \end{aligned}$$

此时,可令理想模型的状态  $z$  是  $x_m$  及  $x_c$  的增广

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{x}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_m & B'_m \\ 0 & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m \\ x_c \end{bmatrix} = A_m z \quad (1-19)$$

### 3) 显模型与隐模型跟踪比较

显模型跟踪方法是一种较好的指令跟踪方法,可以提供较好的模型跟踪能力。因为理想模型作为系统的前馈部分包含在控制器的结构中(因此又称这种方法为“模型在系统中”)故使控制系统复杂。此外,当被控对象因干扰产生初始偏离时,由于此时前馈部分已不起作用,故系统的特性并不是很好的。

研究表明,隐模型跟踪也能提供较好的跟踪能力。由于模型只在代价函数中,故又称它为“模型在代价函数中”的 LQR 方法。因为在控制系统中不体现模型的具体结构,所以系统结构简单。并且由于代价函数中已包括了理想模型,理想模型的特性将直接

影响系统的反馈增益，因此，它不仅对指令跟踪有较好的性能，对干扰引起的初始状态响应也有很好的性能。

### 1.2.3 计算机控制系统 采样系统的 LQR 方法

数字飞行控制系统是现代各种飞行控制系统的主要形式。由于计算机直接包括在闭环控制系统中，与通常的连续控制系统不同，产生一些新的特点。主要表现在，系统中含有连续及离散时间信号。采用常规连续域设计方法设计这种系统有一定的局限性，因此，通常应将它看成是一种离散系统，在离散域直接进行设计，采用离散最优二次型方法。但由于计算机控制系统既包含有连续部分又包含有离散信号部分，如果不考虑计算机字长效应，它本质上是一种采样信号系统，所以又不能简单地应用离散最优二次型方法，而应采用采样系统最优二次型方法。

这种系统的被控制对象是连续线性系统（式（1-1））控制作用  $u(t)$  是由计算机产生的通过零阶保持器的分段常值函数，因此，连续最优二次型不适于这种系统。又因为被控对象及代价函数均是连续的，所以，纯离散最优二次型也不完全适用于这种控制系统。通过适当处理，可以将计算机控制系统的最优二次型设计转化为离散系统最优二次型。

对于由方程式（1-1）给定的连续被控对象，由于控制作用  $u(t)$  是由计算机系统产生的分段常值函数，即

$$u(t) = u(k) \quad kT \leq t < (k+1)T$$

式中， $T$  为采样周期，此时方程式（1-1）可离散化为

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) \quad (1-20)$$

式中， $F = e^{AT}$ ； $G = \int_0^T e^{A\tau} d\tau \cdot B$ 。类似，连续代价函数式（1-2）亦可离散为

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \int_{kT}^{(k+1)T} [x^T(\tau) Q x(\tau) + u^T(k) R u(k)] d\tau \quad (1-21)$$

由于被控对象是连续的，代价函数应连续地对状态给以惩罚，这表明在每个采样区间内，状态应是连续变化的，故代价函数式(1-21)中的  $\mathbf{x}(\tau)$  应服从下述方程

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = e^{A(\tau-kT)} \mathbf{x}(k) + \int_{kT}^{\tau} e^{A(\tau-t_1)} dt_1 \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(k) \quad (1-22)$$

将式(1-22)代入上述代价函数式(1-21)中，则可得

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{x}^T(k) \hat{\mathbf{Q}}(T) \mathbf{x}(k) + 2\mathbf{x}^T(k) \hat{\mathbf{M}}(T) \mathbf{u}(k) + \mathbf{u}^T(k) \hat{\mathbf{R}}(T) \mathbf{u}(k)] \quad (1-23)$$

$$\text{式中 } \hat{\mathbf{Q}}(T) = \int_0^T \mathbf{F}^T(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{F}(\tau) d\tau = \int_0^T e^{A^T \tau} \mathbf{Q} e^{A\tau} d\tau$$

$$\hat{\mathbf{M}}(T) = \int_0^T [\mathbf{G}^T(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{G}(\tau) + \mathbf{R}] d\tau$$

$$\hat{\mathbf{R}}(T) = \int_0^T [\mathbf{G}^T(\tau) \mathbf{Q} \mathbf{G}(\tau) + \mathbf{R}] d\tau =$$

$$\int_0^T \left[ \left( \mathbf{B}^T \int_0^T e^{A^T s} ds \right) \mathbf{Q} \left( \int_0^T e^{As} ds \cdot \mathbf{B} \right) \right] d\tau + \int_0^T \mathbf{R} d\tau$$

通过上述处理，代价函数及系统状态方程均已变为离散形式，故可采用离散最优二次型方法求解计算。此时代价函数中的加权阵已协调地改变了，并增加了状态  $\mathbf{x}(k)$  与控制  $\mathbf{u}(k)$  之间的耦合项。为了利用常规的最优二次型算法，需要依  $\mathbf{Q}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  及采样周期  $T$  等求得  $\hat{\mathbf{Q}}$ 、 $\hat{\mathbf{M}}$ 、 $\hat{\mathbf{R}}$  并将代价函数式(1-23)转换为无交叉耦合项的代价函数，上述计算均可利用计算机按一定方法完成（参见文献[16]）。

不管采用哪种形式的最优二次型设计方法，均需进行大量的数值计算。数值计算的核心是求解代数 Riccati 方程。目前已有许多不同的计算方法，并开发了富有成效的计算机软件可供使用。常用的求解代数 Riccati 方程的方法主要有：迭代求解法、特征矢量分解法、舒尔矢量法以及矩阵符号函数法等。关于这些方法的

具体计算过程及软件可参阅有关文献。

最优二次型理论业已证明，在满足最优二次型解存在的条件下，闭环系统除是渐近稳定的以外，系统还具有至少  $60^\circ$  的相稳定裕度及无穷大的增益裕度，即系统具有一定的鲁棒性。但许多文章也指出，如果建模不准（如忽略高阶模态等）或引入状态估计器，将要破坏系统的稳定鲁棒性，严重时将会使系统变得不稳定，因此必须采取措施增强系统的鲁棒性。关于 LQR 方法的鲁棒性问题的讨论可参考有关文献。

### 1.3 数字电传系统 LQR 设计

考虑到工程实现的要求以及 X-29、X-31 等飞行控制系统设计经验，利用常规 LQR 方法设计飞行控制系统时，可按下述步骤进行。

(1) 简化系统模型。飞机是由一个复杂的非线性运动方程描述的，利用飞机原始模型进行最优设计是困难的。因此，设计时均采用简化模型，并分解为纵向及横侧向两个系统进行。此外，常规 LQR 方法是全状态反馈的控制律，如果被控对象模型阶次取得过高，所得全状态反馈也难以实现。因此，用于最优设计的原始模型将采用低阶模型，所选低阶模型将反映被控对象的主要动特性，而将其高阶模态特性截断。此处所述被控对象并非仅是飞机对象本身，而是包括作动器等在内的系统不变部分的总称。

依上述简化模型进行最优控制律设计。由于模型已简化，所得全状态反馈的数量减少，便于工程具体实现。

(2) 实际的被控对象是高阶的，在具体实现最优控制规律时，如考虑到最优设计时数学模型的不准确，实际系统的性能将下降，甚至可能不稳定。为此，最优设计后，应进一步检查系统中包含有高阶动态环节时的特性，进行系统对数学模型不精确的鲁棒性检查，并据此利用古典控制理论方法对系统进行适当修正（包括引入必要的补偿环节）。

(4) 在线性模型设计的基础上，利用系统的非线性模型进行数学仿真，以检查非线性对系统特性的影响，并依此进一步修正系统控制器的参数。

(5) 对整个飞行控制系统进行全量数字仿真研究，以检查纵向和横向系统耦合以及大气扰动时的特性，设计和修正系统的必要参数。

上述设计步骤是一种反复迭代的过程，应根据每一步的具体结果进行适当修正，并可反复进行前几步的设计。下边将针对三轴数字电传飞行控制系统，利用 LQR 方法进行系统控制律设计。在该例中所采用的方法是隐模型跟踪离散最优二次型设计方法。

### 1.3.1 纵向系统控制律设计

#### 1) 最优二次型设计的开环构型

为利用最优二次型方法进行设计，首先应根据控制系统的基本要求，确定系统的开环结构，作为设计用的被控对象。主要包括：

#### (1) 飞机纵向运动方程

在初始设计阶段采用纵向小扰动线性化模型：

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= -Z_a\alpha + q - Z_\delta\delta_e \\ \dot{q} &= M_a\alpha + M_i\dot{\alpha} + M_q\omega_q + M_\delta\delta_e\end{aligned}\quad (1-24)$$

进一步可写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \delta_e \quad (1-25)$$

设计时需要飞机纵向过载变量时，可依下式进行计算：

$$n_z = \frac{v}{57.3g}(q - \dot{\alpha}) = \frac{v}{57.3g}Z_a\alpha + \frac{v}{57.3g}Z_\delta\delta_e \quad (1-26)$$

对给定的飞行状态，飞机本身自然特性的分析计算可由设计的建模程序完成。

#### (2) 伺服回路的数学模型

通常，伺服回路是由舵机及助力器组成的。一般说，舵机回路的频带较高，近似为  $(9 \sim 10)r/s$ ，助力器的时间常数近似为  $0.05s$  左右。最初设计时，可将舵机的特性略去，仅考虑助力器的时间常数。助力器近似的数学模型为一阶惯性环节，并假定为

$$\delta_e = -20\delta_e + 11.8u_1 \quad (1-27)$$

式中  $u_1$  为助力器的控制输入。

### (3) 积分控制

为保证纵向系统在非端点飞行时的中性速度稳定性，通常应在正向通道中引入积分环节，该环节的状态方程为

$$\dot{u}_1(t) = u(t) \quad (1-28)$$

式中  $u(t)$  为最优控制输入。

### (4) 驾驶员指令模型

如前所述，为使隐型跟踪问题转化为调节器问题，除引入理想模型外，还应在理想模型及控制系统输入端引入驾驶员的输入指令模型。该指令信号可用一动态环节在一定初始状态下的响应表示。通常可利用杆位移及其速度作为指令，并用下述方程描述：

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_c \\ \ddot{\delta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a_\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_c \\ \dot{\delta}_c \end{bmatrix}, \quad \delta_c(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\delta}_c(0) \end{bmatrix} \quad (1-29)$$

或 
$$\ddot{\delta}_c + a_\delta \dot{\delta}_c = 0$$

式中  $\delta_c$  为驾驶杆指令信号。依经验  $a_\delta$  可选为  $6.6$  左右。对该指令模型来说，这意味输入除指令信号本身外，还包括有它的导数信号，该信号的引入可减少指令信号与飞机响应之间的延迟。

依上述各环节的数学模型，可构成进行最优二次型设计时的开环构型如图 1-3 所示。

如设系统状态变量为

$$[\alpha \quad q \quad \delta_e \quad u_1 \quad \delta_c \quad \dot{\delta}_c]^T = [x_1 \quad x_2 \cdots x_6]^T$$

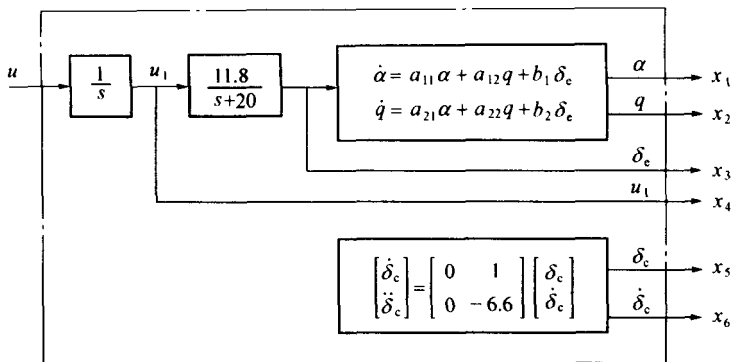


图 1-3 最优设计时的开环构型

则被控对象的状态方程为

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -20 & 11.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \quad (1-30)$$

如何把飞行控制系统设计时的一些指标要求转化为最优设计用的代价函数是最优控制工程应用中的关键问题。对模型跟踪 LQR 设计来讲，可以将飞机纵向飞行品质规范要求转化为对理想模型的定义。下面讨论两种方法。

(1) 依 8785c 规范要求确定理想模型

为描述飞机理想动态特性，理想模型仍可采用飞机纵向短周期动力学方程：

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha}_m \\ \dot{q}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11m} & a_{12m} \\ a_{21m} & a_{22m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_m \\ q_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{1m} \\ b_{2m} \end{bmatrix} \delta_{em} \quad (1-31)$$

式中各参数应根据 8785c 规范要求来确定。具体可按下述方法近

似选取：

$a_{11m}; a_{11m}$  是理想飞机的升力系数  $Z_{\alpha m}$  通常  $Z_{\alpha}$  决定了飞机的传递函数零点。考虑到状态反馈并不改变闭环系统的零点，故设计时可取  $Z_{\alpha m} = Z_{\alpha}$ 。

②  $b_{1m}$  通常飞机的  $b_1$  较小，可近似取  $b_{1m} = 0$ 。

$b_{2m}; b_2$  反映了飞机升降舵的操纵效应，可依最大舵面偏转近似对应最大过载的要求确定。

其余参数  $a_{21m}, a_{22m} (a_{12m} = 1)$  可依给定的控制期望参数及阻尼比来确定。

依上述理想飞机方程，可得其特征方程：

$$s^2 + (-a_{11m} - a_{22m})s + (a_{11m}a_{22m} - a_{21m}) = 0$$

故可得阻尼比  $\zeta_m = -(a_{11m} - a_{22m})/2\omega_{dm}$ ,  $\omega_{dm}^2 = a_{11m} \cdot a_{22m} - a_{21m}$ , 式中已知  $a_{11m} = -Z_{\alpha}$ 。

依定义，控制期望参数 CAP 为：

$$CAP = \omega_d^2 / (n_z / \alpha) = \omega_d^2 g / v \cdot Z_{\alpha}$$

所以

$$\omega_d^2 = CAP \cdot v \cdot Z_{\alpha} / g$$

如选定 CAP 值，在  $v, Z_{\alpha}$  已知时，即可确定  $\omega_{dm}$  及  $\zeta_m$  并可从上式中求得  $a_{22m}$  及  $a_{21m}$ 。若考虑到  $Z_{\alpha}$  较小，进一步还可简化为

$$a_{21m} \approx -\omega_{dm}^2$$

$$a_{22m} \approx -2\zeta_m \omega_{dm}$$

进一步，还可求解得到理想飞机方程稳态过载与  $b_{2m}$  之间的关系：

$$b_{2m} = \frac{n_z g (\omega_{dm}^2 + 2\zeta_m \omega_{dm} Z_{\alpha})}{v Z_{\alpha} \delta_{em}}$$

式中  $\delta_{em}$  是对应的舵面偏角。如给定  $\delta_{em}$  所对应的  $n_{zmax}$ ，则可依上式确定  $b_{2m}$ 。

由于上述各参数与  $v, Z_{\alpha}$  有关，所以理想模型参数与飞行状态有关。将驾驶员的指令模型也加到理想模型中，所以用于最优

二次型设计时的理想模型的状态方程为：

$$\dot{z}_m = \begin{bmatrix} \dot{\alpha}_m \\ \dot{q}_m \\ \dot{\delta}_c \\ \ddot{\delta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_a & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_{dm}^2 & -2\zeta_m\omega_{dm} & -b_{2m} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -6.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_m \\ q_m \\ \delta_c \\ \dot{\delta}_c \end{bmatrix} \quad (1-32)$$

(2) 按理想飞机的  $C^*$  响应构成跟踪模型

$C^*$  响应是表示飞机纵向飞行品质的一种常用准则。在模型跟踪设计时，亦可要求飞机的  $C^*$  响应跟踪理想飞机的  $C^*$  响应，并由此形成理想模型。按定义

$$C^* = \frac{v_{c0}}{57.3g}q + n_z = \frac{v_{c0}}{57.3g}q + \frac{v}{57.3g}Z_a \cdot \alpha$$

(  $v_{c0} = 120\text{m/s}$  )

将  $q$  及  $\alpha$  的传递函数代入上式，最后可得

$$C^*(s) = \frac{b_1s + b_2}{s^2 + a_1s + a_2} \delta_2(s)$$

式中， $b_1 = v_{c0}K_a/57.3g$ ； $b_2 = (b_1 + K_a v/57.3g)Z_a$ ； $a_1 = 2\zeta\omega_d$ ； $a_2 = \omega_d^2$ ，其中  $K_a$  为迎角  $\alpha$  传递函数增益。

若令  $z_1 = C^*$ ，则  $z_2 = \dot{z}_1 - b_1\delta_c = \dot{C}^* - b_1\delta_c$ ，即  $\dot{z}_1 = z_2 + b_1\delta_c$ ，

$$\dot{z}_1 = \dot{C}^* = z_2 + b_1\delta_c$$

$$\dot{z}_2 = -a_2z_1 - a_1z_2 + (b_2 - a_1b_1)\delta_c$$

类似，需将指令模型与理想模型组合在一起，有

$$\dot{z}_m = \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{\delta}_c \\ \ddot{\delta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & b_1 & 0 \\ -a_2 & -a_1 & (b_2 - a_1b_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -6.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \delta_c \\ \dot{\delta}_c \end{bmatrix} \quad (1-33)$$