第一章　导论

当前，自动控制技术已广泛地应用于各个领域。从天上宇宙飞船、地面电气机车到水下机器人，从军事武器、工农业生产到家用电器，我们都可以看到自动控制技术的应用。在工农业生产领域，自动控制技术的应用极大地提高了劳动生产率、生产安全性和产品质量，降低了工人劳动强度，有的甚至完成了常人不能完成的工作。在军事技术和航天领域，自动控制技术的应用明显地提高了武器和航天器运动的精确性。在家用电器领域，自动控制技术的应用使人们摆脱了繁重的家务劳动。随着 21 世纪的到来，经济以及科技、国防事业的发展和人们生活水平的提高，自动控制技术所起的作用更趋重要，自动控制技术本身也将会得到进一步发展。

自动控制技术是通过自动控制系统来实现其应用的。自动控制理论是关于自动控制系统建模、分析和设计方法的一般理论（这里，“建模”是指描述系统特性的数学模型的建立），下面我们首先介绍自动控制系统的有关概念。

第一节　自动控制系统

一、控制系统的基本概念

1．人工控制与自动控制系统

为了建立自动控制系统的概念，我们首先考察图 1.1 所示水箱水位的控制问题。当水位在给定数值且流入、流出量相等时，它处于平衡状态。当流出量发生变化或水位给定值发生变

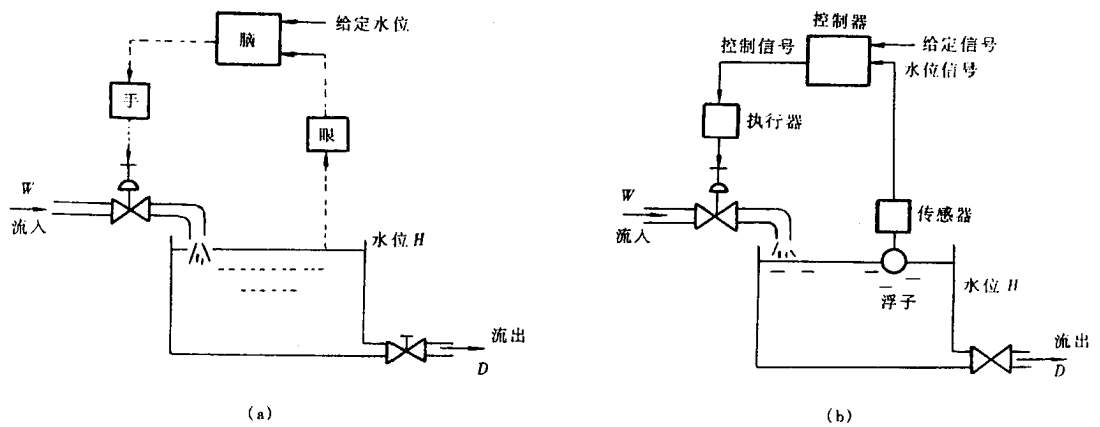


图 1.1　控制系统举例

化时，就需要对流入量进行必要的控制。在人工控制方式下，工人用眼观看水位情况，用脑比较水位与给定数值的差异并根据经验作出决策，确定进水阀门的开关方向与幅度，然后用手操作进水阀门，经过反复操作，最终使水位等于给定数值。只要水位偏离给定的数值，工人便要进行上述操作过程。而在自动控制方式下，控制装置替代了工人的作用，它用测量元件与传感器检测水位情况，并向控制器送出水位信号（例如电信号）,再用控制器送出控制信号,执行器(例如伺服机构）按此控制信号操作进水阀门。控制装置自动地反复进行操作，直至水位等于给定值。由水箱、供水系统与控制装置构成的系统，便是一个自动控制系统。

一般而言，自动控制系统就是指被控制对象的某一物理量（或工作状态）能够自动控制的系统，它一般由被控对象和控制装置构成。被控对象是指要控制的机器、设备或过程，例如牵引机车、发电机组、飞机等。上例中，水箱与供水系统便是被控对象。控制装置一般有测量装置（包括测量元件与传感器）、控制器和执行器三部分构成。控制器中通常有比较元件、放大元件与校正元件等，其中校正元件用来产生适当的控制信号，即构成一定的控制规律。有时也把测量元件、传感器、执行器划入被控对象范围之内。需要控制的物理量称之为被控量，例如温度、压力、位移、速度等。上例中,水位便是被控量。

2．控制系统框图

由上例可以看出，自动控制系统的控制器与被控对象之间是通过控制信号与水位信号联系在一起的。对控制器而言，它接受的水位信号和给定值信号的变化都会引起它送出的控制信号的变化；对被控对象而言，控制信号和流出量的变化都会引起它送出的水位信号的变化。这里，流出量的变化（又称为负荷变化）使水位偏离给定值，称为干扰信号。应该说明的是，引起水位信号变化的干扰信号有多种，除负荷变化外，还有测量噪声等。

在自动控制理论研究中，人们关心的正是控制系统信号间的关系而不是控制系统的物理构造或几 何关系。为了简明地反映控制系统各部分之间的关系，通常采用“ 方框图 ”形式。这里，控制器和被控对象分别用一个方框来代表，而与它们有关的信号按因果关系的不同分别用不同指向的有向信号线来代表。于是图 1.1 的自动控制系统便可表为图 1.2 的方框图形式。图中被控对象方框包括测量装置和执行器。

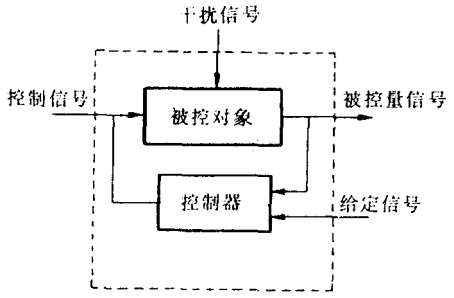


图 1.2　水箱控制系统方框图

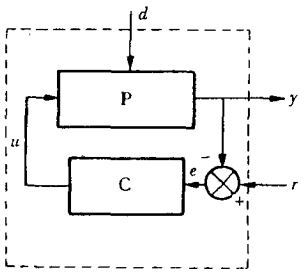


图 1.3　一般控制系统方框图

对一个方框而言，箭头指向它的信号称为它的输入信号，而箭头离开它的信号称为它的输出信号。因此，被控对象的输入信号是控制信号和干扰信号，而其输出信号是被控量信号；控制器的输入信号是被控量信号和给定信号，而其输出信号是控制信号。若把整个自动控制系统看成一个方框（如虚线所示），则给定信号和干扰信号是它的输入信号，被控量信号为其输出

信号。

实际上,图 1.2 所示就是一类自动控制系统的方框图。若以 P 代表被控对象，C 代表控制器，y 代表被控量信号（以后简称被控信号，由于这里被控信号就是被测量信号，因此又称为被测信号），u 代表控制信号，d 代表干扰信号，r 代表给定信号（又称参考输入），并考虑到控制器是根据给定信号与被控信号之差而动作的．则图 1.2 所示框图可表为图 1.3 所示方框图。图中  代表控制器中的比较元件，偏差信号 $e = r - y$。

二、自动控制的基本方式

自动控制基本方式有开环控制、闭环控制和复合控制三种。

1 开环控制

开环控制是这样的控制方式，其控制作用独立于被控量，控制信号只取决于参考输入。由于从参考信号到被控信号只有顺向作用而无反向作用，因此开环控制又称“顺馈控制”。开环控制系统的框图示于图 1.4。

例如，图 1.5 所示直流电机转速控制系统便属于开环控制方式。在励磁电流 I_f 与负载恒定条件下，电动机转速取决于电枢电压 u，而 u 又正比于电位器发出的电压r（即参考输入），因此改变电位器触点位置，便可相应改变电动机转速，但转速对电位器触点位置却无影响。

开环控制的实例还有很多，如指挥交通的红绿灯的传统切换控制、数控机床控制等。

开环控制的一个特点是结构简单，但被控量不可能准确控制。仍以图 1.5 为例，若该系统出现负荷变化、放大器参数变化干扰时，同一参考信号可能得到不同的转速。

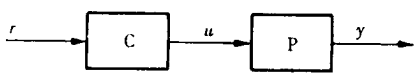


图 1.4　开环控制系统

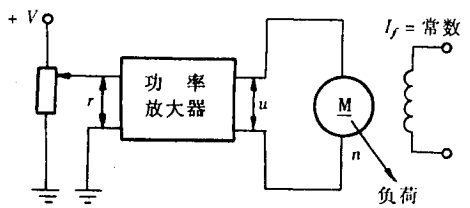


图 1.5　直流电动机的开环控制

2.闭环控制

闭环控制是这样的控制方式，其控制信号不仅取决于参考输入，还与被控信号有关。闭环控制系统的方框图示于图 1.6。在这种控制方式下，被控输出信号 y 被反送回来与参考输入信号 r 比较，所得误差信号 e 送入控制器 C，进而产生控制信号。在这种方式下，由于被控输出与参考输入的路径是闭合的，故称为闭环控制；又由于输出信号被反馈到输入端，故又称“反馈控制”。这里，由于偏差信号是参考信号与被控输出信号之差，$e = r - y$，故又称‘负反馈控制’或“按偏差控制”。如果送入控制器的信号是参考信号与被控输出信号之和，即 $e = r + y$，则这种反馈称为“正反馈”。若控制系统按正反馈方式构成闭环，是不能正常工作的。

例如，图 1.7 所示直流电动机转速控制系统便是闭环控制方式。这里，测速发电机是检查转速的传感器，其输出电压即为被控信号 y(正比于转速)。测速发电机的输出反馈到输入端与

参考输入 r 比较，其偏差值 e 送至功率放大器（即控制器），放大器的输出即为控制信号 u。这样便形成了闭环控制系统。

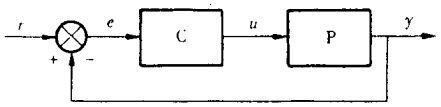


图 1.6　闭环控制系统

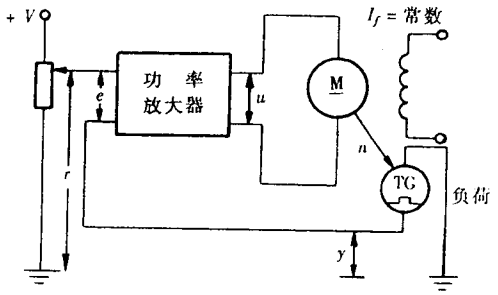


图 1.7　直流电动机的闭环控制

当上述系统出现负荷变化、放大器放大倍数变化等干扰而引起转数发生变化时，都将通过被控信号 y 的反馈，使放大器输出相应变化，从而可以减少甚至消除干扰对转速的影响，使被控量得到精确控制。

闭环控制虽可能得到被控量的精确控制，应用极其广泛，但其系统结构比开环系统复杂，且被控量可能出现不衰减甚至渐扩振荡问题，即存在所谓“稳定性”问题。

产生“稳定性”问题的原因在于闭环控制系统的组成环节可能存在惯性、延时等。例如被控对象存在惯性与延时，那么被控信号将不能及时反映控制信号的变化，从而产生过渡控制与振荡。自动控制系统设计的重要任务之一就是要解决稳定性问题。

3.复合控制

复合控制是闭环控制和开环控制相结合的一种控制方式。它是在闭环控制的基础上增加一个干扰信号的补偿控制，以提高控制系统的抗干扰能力。复合控制系统框图示于图 1.8。

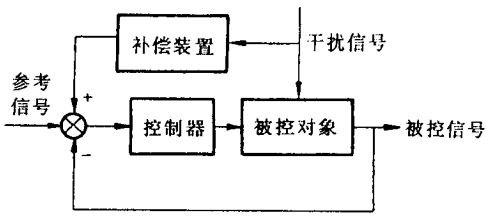


图 1.8　复合控制系统框图

增加干扰信号的补偿控制作用，可以在干扰对被控量产生不利影响的同时，及时提供控制作用以抵消此不利影响。纯闭环控制则要等待该不利影响反映到被控信号之后才引起控制作用，对干扰的反应较慢；但如果没有反馈信号回路，只按干扰进行补偿控制时，则只有顺馈控制作用，控制方式相当于开环控制，被控量又不能得到精确控制。两者的结合既能得到高控制精度，又能提高抗干扰能力，因此获得广泛的应用。当然，采用这种复合控制的前提是干扰信号可以测量到。例如前述水箱水位控制系统的干扰信号即流出量信号，便是可测量到的。

三、控制系统的分类

自动控制系统的分类方法有多种，例如前述按控制方式分为开环控制、闭环控制与复合控制，便是一种分类。又如，按系统的具体功用可分为速度控制系统、水位控制系统、温度控制系统等；按控制器的物理构造可分为液压控制系统、气动控制系统、电气控制系统、电子控制系统、计算机控制系统等；按参考输入的特征可分为定值控制系统、随动（跟踪）控制系统；按系

统的数学模型是否与时间有关可分为静态系统与动态系统（静态系统的数学模型是代数方程，而动态系统的数学模型为微分方程或差分方程）。这里着重介绍从控制理论角度关心的几种分类法。

1．按数学模型的特征分类

按系统数学模型是否为线性方程，可分为线性系统与非线性系统。

当控制系统各组成环节的输入／输出关系都可以用线性微分（或差分）方程模型来描述时，则称为“线性系统”。若线性微分（差分）方程的系数是时间的函数，则称为“线性时变系统”若系数是常数，则称为‘线性定常(时不变)系统”。

当自动控制系统存在非线性环节，系统的输入／输出关系只能用非线性微分（差分）方程模型来描述时，则为“非线性系统”。实际系统往往存在非线性环节。例如放大器具有饱合特性，传动部件有间隙或死区，弹性元件在变形过大时弹性系数不是常数等。有时为了获得好的控制性能还特地采用非线性元件（如继电器）。但当系统的信号变化范围不大，非线性不明显时，为了研究方便，常常在一定范围内将系统看成是线性的，这就是“线性化”。上述直流电动机转速控制系统便可看作线性系统。

若按系统数学模型是否为常微分方程，可分为集中参数系统与分布参数系统。可用常微分方程描述的系统称为集中参数系统，而用偏微分方程描述的系统称为分布参数系统。对于分布参数系统，系统信号不仅随时间变化也随空间位置变化。

2.按信号的连续性分类

按信号的连续性可分为连续时间系统与离散时间系统。

当控制系统各组成环节的输入／输出信号是时间 t 的连续函数时，则称为“连续时间系统”。连续时间系统可以用微分方程来描述。前述水箱水位控制、电动机转速控制系统均为连续时间系统。

当控制系统的输入／输出信号是离散时刻 $kT(k=0,1,2,\cdots\cdots)$ 的函数时，则称为‘离散时间系统”。离散时间系统可以用差分方程来描述。如日客运量或日货运量控制系统，月库存量控制系统、年人口控制系统等。

此外，还有连续时间和离散时间混合系统。典型的例子是连续对象的计算机控制系统。计算机控制系统的框图如图 1.9 所示。图中，K为采样开关（它们在离散的时刻闭合）。A/D、D/A分别为模 — 数、数 — 模转换器，对象中的变量如流量、水位、温度等都是连续时间信号，但计算机只在采样的离散时刻才进行信号的输入与输出。这种按采样时刻工作的连续与离散混合的系统，有时称为‘采样数据系统”。

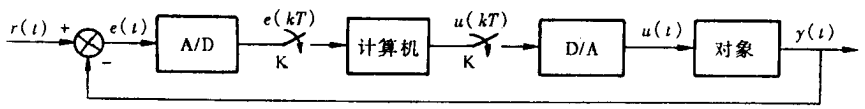


图 1.9　计算机控制系统

3．按输入／输出信号的数量分类

按输入／输出信号的数量可分为单变量系统与多变量系统。当控制系统各组成环节的输

入／输出信号都只有一个时,称为“单输入／单输出系统”(简记为 SISO系统）或“单变量系统”，前述水箱水位控制系统便是单变量系统。

当控制系统各组成环节输入、输出信号有多个时，称为“多输入／多输出系统”（简记为 MIMO系统）或“多变量系统”。例如若前述水箱系统进水管有冷、热水两个，被控量除水位外，还有水温，控制器通过改变冷水进水量控制水位，并通过改变热水进水量控制水温，则这个控制系统是双输入／双输出控制系统。很多控制系统是多变量系统。

4．按信号或被控对象模型的确定性分类

按信号或被控对象数学模型是否为确定性可分为确定性系统和不确定性系统。

当控制系统的结构和参数是确定的且输入信号（参考信号和干扰信号）也是确定的函数时,称为“确定性系统”。

当控制系统本身或输入信号有不确定性时，便称为“不确定性系统”。如果被控对象本身输入输出关系不是用一个确定的数学模型来描述而是用一类数学模型集合来描述时，便称为“对象具有不确定性的系统”。如果输入信号具有随机性（例如负荷干扰或量测噪声具有随机性）时，便称为“随机控制系统”；如果系统本身数学模型或输入信号具有模糊性时便称为“模糊控制系统”。

第二节　控制系统的建模、分析和设计

一、控制系统建模

在建立控制系统之前，首先要对系统进行设计、建模和分析。实际上，分析是设计过程中重要且不可缺少的步骤。而系统分析的基础是系统数学模型的建定（简称为“系统建模”）。这里所说的系统数学模型，就是描述系统输入／输出信号之间或它们与系统内部状态关系的数学方程。

系统建模有两种基本方法。一种为机理建模法，它根据系统内部的科学规律（如力学定理、电学定理、社会经济规律等）来建立模型。另一种为系统辨识法，它根据系统输入输出实验数据，利用一定的规则来建立模型。前者适用于系统比较简单或对内部规律完全掌握的场合（又称“白箱”问题），而后者适用于系统比较复杂或系统内部规律不完全掌握的场合（又称“黑箱问题”）。

这里仅以两个机理法建模的例子来给出系统建模的基本概念。

1．直流电动机的数学模型

前述直流电动机控制系统的被控对象是直流电动机，它的输入信号是电枢电压 $u(t)$,输出信号是转速 $n(t)$。

为了建立描述 $u(t)$、$n(t)$ 关系的数学模型，首先画出直流电动机的原理图如图 1.10 所示。设励磁电流 I_f = 常数，负荷转矩 I_L = 常数，忽略电枢电感 L、阻尼摩擦等次要因素，只考虑转动部分转动惯量 J。设电机主动转距为 T，则根据电工学与转动力学有关定理，可分别建立电枢电路平衡方程如下：

$$Ri + K_e n = u \tag{1.1}$$

$$J\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = T \tag{1.2}$$

$$T = K_T i \tag{1.3}$$

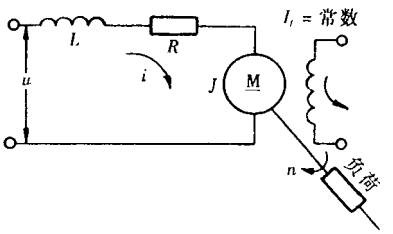


图 1.10 直流电动机原理图

式中，K_e、K_T 为常数。消去中间变量 i、T，便得到 u、n 间的如下数学关系

$$\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}t} = \frac{-K_T K_e}{RJ}n + \frac{K_T}{RJ}u \tag{1.4}$$

这就是直流电动机的一个简化的数学模型，它是一个一阶线性常系数微分方程，它描述了单变量连续时间系统的输入／输出关系。式中，阶次（等于 1）、$-K_T K_e/(RJ)$ 和 $K_T/(RJ)$ 便称为系统的参数。如果考虑到电枢电感的因素，我们将得到一个二阶微分方程。如果阻尼不可忽略，模型阶次会变得更高。

式 (1.4) 所列微分方程（时域模型）也可经拉普拉斯变换为如下传递函数（复数域模型）：

$$G(s) = \frac{N(s)}{U(s)} = \frac{\dfrac{K_T}{RJ}}{s + \dfrac{K_T K_e}{RJ}} \tag{1.5}$$

它是复数 s 的有理分式。

2．人口系统的数学模型

为了预测一个地区人口变化情况，可以把该地区的总人口按年龄（岁数）划分为若干组来建立数学模型，可划分为 $(n+1)$ 组。由于男性与女性在各组的分布大体相同，为简便计，只考虑男性人口模型。

令 $x_i(k)$ 表示第 k 年（年底）第 i 组男性人口数，$i = 0,1,2,\cdots n$。$i = 0$ 为最小年龄组（小于 1 周岁），$i = n$ 为最大年龄组，由于部分死亡，第 k 年第 i 组的人口数不能全部变为第 $k+1$ 年第 $i+1$ 组的人口数，其间关系应为

$$x_{i+1}(k+1) = \beta_i x_i(k), i = 0,1,\cdots(n-1) \tag{1.6}$$

式中，β_i 为第 i 组人口的存活系数，具体数值可根据统计数据确定。

注意到 $x_0(k+1)$ 表示 $k+1$ 年的新生儿人口数，它等于各年龄组所生男婴的总和，因此有以下关系

$$x_0(k+1) = \alpha_0 x_0(k) + \alpha_1 x_1(k) + \cdots\cdots + \alpha_{n-1} x_{n-1}(k) \tag{1.7}$$

式中，α_i 为第 i 组的出生率，具体数值可根据统计数据确定。显然，非生育年龄组的出生率为零。

第 $k+1$ 年总人口数为

$$y(k+1) = \sum_{i=0}^{n} x_i(k+1) \tag{1.8}$$

方程组 (1.6) ~ (1.8) 便粗略地描述了该地区的年人口变化的规律，这是一个一阶差分方程组，它描述了离散时间系统的内部状态的关系。

这里顺便指出，系统数学模型可分为输人／输出模型（简记为 I/O 模型）与状态空间模型两

大类。前者只描述系统输入、输出间的关系，不反映系统内部状态；后者除描述系统输入、输出关系外，还反映系统内部状态。上述例子中，式(1.4)为 I/O 模型，式(1.6)～(1.8)为状态空间模型。

二、控制系统分析

在建立系统模型之后，就可以对系统进行性能分析，了解某些参数对性能的影响，考虑是否满足对系统性能的要求了。

1．对控制系统性能的基本要求

各种自动控制系统为了完成特定的任务，必须具备一定的性能。当然，我们关心的是对各类自动控制系统性能的基本要求。这个基本要求是：系统的被控信号应该迅速准确地按参考信号的变化而相应变化，且尽量减少任何干扰信号的不利影响。

我们知道，自动控制系统在输入信号（包括参考输入、干扰输入等）没有变化的情况下，总是处于一个平衡状态，系统的输出信号保持不变。当输入信号变化到一个新值时，输出信号将发生相应变化，经过一段过渡过程，系统才进入一个新的平衡状态，输出信号保持在一个新的数值上。在输入信号作用下，系统输出信号的变化称为系统的响应。在过渡过程中输出信号的变化称为“瞬态响应”，而在过渡过程结束后（即新平衡状态下）输出信号的变化称为“稳态响应”。输入与输出瞬态响应的关系称为动态特性，输入与输出稳态响应的关系称为稳态特性。在过渡过程中输出信号与希望数值之间往往存在偏差，这个偏差称为动态误差；在过渡过程结束后，输出信号与希望数值之间也可能存在偏差，这个偏差称为稳态误差。

以图 1.7 所示直流电动机调速系统为例，考察其在输入信号阶跃变化下的响应。设在工作范围内被控对象（直流电动机）、测速电机和控制器（放大器）的稳态输入与输出的关系均呈比例关系，比例系数(增益)分别为 $K_1 = 1000$ 转／分(r/min)/100 伏(V)、$K_2 = 1\text{V}/1000\text{r/min}$ 和 $K_3 = 1000$ 倍。那么当参考输入信号 r 由 0V 突变为 1V（希望的输出信号为 1V，相应转数为 1000r/min）时，输出信号 y 将经过一段过渡过程到达新的数值。在电动机阻尼与漏磁较大情况下，输出信号 y 的响应过程如图 1.11 所示，y 经过一段渐衰振荡过程到达新的数值。在过渡过程中 y 与希望值显然存在偏差；过渡过程结束后，y 的稳态值也与希望值存在偏差，这是因为该闭环系统 r 与 y 的稳态关系应满足

$$(r - y)K_2 K_1 K_3 = y$$

于是

$$y = \frac{K_2 K_1 K_3}{1 + K_2 K_1 K_3} r = \frac{\frac{1}{1000} \times 10 \times 1000}{1 + \frac{1}{1000} \times 10 \times 1000} = 0.909(\text{V})$$

即稳态误差为 0.091 V，相应的转速偏差为 91 r/min。

应该指出，对于设计不好的控制系统，当输入信号变化到一个新值后，输出信号与希望值的误差有可能愈来愈大或发生渐扩振荡，系统不能进入新的平衡状态，这样的系统是不稳定的系统。

通过以上对控制系统响应的分析，我们把对控制系统的性能的基本要求具体化为以下三

点：① 系统是稳定的；② 系统对输入信号的瞬态响应符合一定的要求（例如动态误差小于某个值、过渡过程时间小于某个值）；③ 系统对输入信号的稳态响应符合一定要求（稳态误差小于某个值）。应该指出，系统稳定性要求和瞬态、稳态响应误差要求之间是有矛盾的，通常过高的精度要求可能造成系统不稳定。

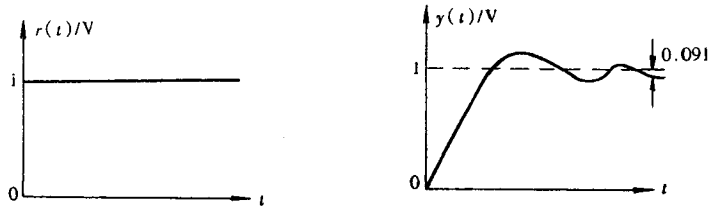


图 1.11　控制系统响应过程

以上要求属于时域响应方面的要求。当然，对系统性能还有很多更具体的要求，例如还有频率响应方面的要求、能控性、能观性方面的要求、鲁棒性方面的要求等。这些要求将在以后的章节中予以说明。这里只给出频率响应的基本概念。所谓“频率响应”是指系统在输入正弦信号时，其稳态输出正弦信号的幅值、相角与信号频率的关系。

2．系统分析方法

系统分析方珐可分为两类：一类是定量分析；一类是定性分析。

定量分析是利用系统的数学模型，求解在不同输入信号作用下、不同初始条件下或不同系统参数下系统的输出响应，并与要求的系统性能作比较。对于简单的系统，描述系统的微分（差分）方程阶次比较低时，通常直接用解析方法求解析解；对于复杂的系统或非线性系统，通常用计算机（数字计算机或模拟计算机）求数值解，即所谓计算机仿真。定性分析则是利用系统数学模型的参数，通过一些判据来判断系统的性能，如系统稳定性、动态响应特点与稳态误差、能控性与能观性以及鲁棒性等。

三、控制系统设计

控制系统设计的目的在于根据被控对象的特点以及对控制系统的任务和性能的要求，构造出适当的控制器（包括执行器、测量元件与传感器）来。从自动控制理论角度来看，主要是确定控制器的动作规律（即所谓控制规律）。

控制系统设计通常包括以下步骤：

(1) 了解控制系统的任务、被控对象的特征以及对控制系统的性能要求。

(2) 根据上述信息设定控制器的物理结构与控制规律。

(3) 画出控制系统方框图，求出控制系统各组成环节的数学模型（主要是被控对象与控制器的数学模型）以及整个系统的数学模型。

(4) 利用定量方法或定性方法分析系统，考虑它在参考输入作用和干扰输入作用之下是否满足要求。在这一步可以改变控制器参数以求得到满意的性能。利用计算机仿真完成这一步是很方便的。如果控制系统性能已达到要求，转向（6）。

(5) 如果无论如何改变给定控制规律的参数均不能满足性能要求，则重新设定控制器结

构与控制规律，返回 3)。

(6) 控制器样机的设计、制造和实践，在实验、应用中进一步完善控制系统。

由上述步骤可见，系统设计过程不是一个简单的、一次可以完成的过程，而是一个逐步试探的过程。

这里还要介绍系统综合（synthesis）的概念，所谓系统综合，是指用直接步骤来寻求完成既定任务的控制系统。通常，这种方法从设计过程开始到结束，完全是一些数学方法。这种方法对线性系统是十分有效的。

还要指出的是，控制规律是多种多样的。经典的有 P(比例)、PI（比例积分）、PID(比例一积分一微分）控制规律等；现代的有最优控制规律、自适应控制规律、智能控制规律等。在设计过程中必须根据被控对象特点、控制系统任务与系统性能要求来适当选择。

前述直流电动机调速控制系统中，控制器便是比例控制规律。若要求的稳态误差不大于 0.1V，那么放大器放大倍数为 1000 就可以了。如果要求的稳态误差不大于 0.01V,那么放大器的放大倍数就必须提高到 10000 但这样高的放大倍数容易造成系统不稳定。果真如此，则可改变控制规律，如用 PI 控制规律。

第三节　控制理论的发展简史

控制理论是关于控制系统建模、分析和综合的一般理论，也可以看成是关于控制系统的应用数学分支。但它不同于数学，而是一门技术科学。控制理论的发展是与控制技术的发展密切相关的。

人们通常把控制理论的发展分为两个阶段：第一阶段是从 19 世纪开始直到 20 世纪 50 年代所建立的经典控制理论阶段；第二阶段是开始于 20 世纪 50 年代至今仍在蓬勃发展的现代控制理论阶段。

一、经典控制理论阶段

自 1789 年瓦特(J.Watt)的蒸汽机调速器使用之后，又得到不断改进，但存在振荡问题。1868 年麦克斯韦尔（J.C.Maxwell)基于微分方程描述从理论上给出了它的稳定性条件，但只限于 4阶以下线性系统。 1877 年劳斯(E.J.Routh),1895 年霍尔维茨(A.Hurwitz)分别独立给出了高阶线性系统的稳定性判据；另一方面，1892 年李亚普诺夫（A.M.Lyapunov）给出了非线性系统的稳定性判据。

在 19 世纪末和 20 世纪初，发动机和电技术的应用又促进了自动控制技术的发展。反馈控制器已广泛用于电压、电流和频率的调节、蒸汽锅炉的控制、轮船和飞机的操纵以及工业生产过程的温度、压力和流量的控制，但人们对系统和控制器（包括测量元件以及执行装置）的动态特性不甚清楚。

1922 年米罗斯基(N.Minorsky）给出了位置控制系统的分析，并对 PID 比例一积分一微分）三作用控制给出了控制律公式。 1931 年，美国开始出售带有线性放大器和 I(积分）作用的气动控制器，1934 年，哈仁(H.L.Hazen）给出了伺服机构的理论研究结果。 1942 年齐格勒（J.G Zigler）和尼科尔斯(N.B.Nichols）又给出了 PID 控制器的最佳参数整定法。以上基本上是时域

方法。另一方面，针对美国长距离电话线路负反馈放大器应用中出现的失真等问题，1932 年奈魁斯特(H.Nyquist) 给出了负反馈系统的频率域稳定性判据，这种方法不用导出和求解微分方程，只需要利用频率响应的试验数据。1940 年，波德(H.Bode)进一步研究通信系统频域方法并给出了频率响应的对数坐标图描述方法。

由于第二次世界大战对高性能武器系统（例如自动跟踪雷达和自动定位高射机枪相结合的控制系统）的要求，对系统整体的研究以及对统一分析设计方法的研究取得进展。1943 年霍尔(A.C.Hall)利用传递函数（复数域模型）和方框图，把通讯工程的频域响应方法和机械工程的时域方法统一起来，人们称这种方法为复域方法。同时，对高性能武器的要求还促进了对非线性系统、采样数据系统以及随机控制系统的研究。

第二次世界大战结束时，经典控制技术和理论基本建立。1948 年伊文斯(W.Evans)又进一步提出了属于经典方法的根轨迹设计法，它给出了系统参数变化与时域性能变化之间的关系。至此，复数域与频率域（以下简称复频域）方法进一步完善。

复频域方法以传递函数作为系统数学模型，常利用图表进行分析设计，比求解微分方程简便。它可通过试验方法建立数学模型，且物理概念清晰，因而至今仍得到广泛的工程应用。但它只适用于单变量线性定常系统，又对系统内部状态缺少了解，且由复频域方法研究时域特性，得不到精确的结果，这是其缺点。

二、现代控制理论阶段

第二次世界大战以后，有两件事影响了控制理论的发展。首先是发达国家对火箭和宇航器的导航、跟踪和着陆控制问题的研究，其次是数字计算机的问世。前者提出了多变量系统、非线性系统的最优控制问题，后者给出了直接求解时域模型一微分（差分）方程的有力工具。在 20世纪 50 年代末到 60 年代初，现代控制理论就应运而生了。

为现代控制理论的状态空间法的建立作出开拓性贡献的有 1954 年贝尔曼（R.Bellman)的动态规划理论，1956 年庞特里亚金（Pantriagin)的极大值原理，和 1960 年卡尔曼（R.E.Kalman）的多变量系统最优控制与最优滤波理论。

所谓最优控制，粗略地说，就是使某种性能指标（如误差平方的积分）达到极小的控制律。所谓最优滤波，则是指在随机信号干扰条件下由测量到的输出变量作出的系统内部状态的一种估计，它使某种估计误差的有关指标极小。这里，状态空间描述（实质上是一阶微分或差分方程组）成了重要的系统数学模型，状态空间法因而得名。

状态空间法属于时域方法，其核心是最优化技术。它以状态空间描述作为数学模型，利用计算机作为系统建模分析、设计乃至控制的手段，适用于多变量、非线性、时变系统。它不但在航空、航天、制导与军事武器控制中有成功的应用，在工业生产过程控制中也逐步得到应用。

起初，最优控制在较为复杂工业生产过程中的应用，曾遇到过一些困难。首先是难以得到被控对象的精确的状态空间数学模型，其次是难以构造适当的最优性能指标，第三是所得最优控制器过于复杂。

为了解决这些问题（特别是数学模型问题）以及新出现的控制课题，各国学者纷纷努力，近 30 年又提出了一些新的控制方法和理论，例如：

(1) 使用传递函数矩阵作为数学模型、将单变量系统频域技术推广到线性定常多变量系

统的“现代频域法”。

(2) 以提高模型精度为目标的“系统辨识和参数估计方法”。

(3) 在系统数学模型实时辨识基础上在线确定最优控制律，即“自校正与自适应控制技术”。

(4) 在数学模型存在不确定性情况下保证控制系统稳定性及其它性能的“鲁棒控制（robust control）技术”与“H_∞设计方法”。

(5) 在多变量预测模型基础上采用滚动优化和反馈校正的“预测控制”。

(6) 处理结构特别复杂、状态变量特别多的被控对象最优控制问题的“大系统理论”。

(7) 用于难于用精确数学模型描述、具有模糊性的系统的“模糊控制方法”。

(8) 不是依最优性能指标来确定最优控制规律，而是模仿人的智能来确定最满意控制规律的“智能控制理论”。

三、几点说明

第一，在20世纪70年代所说的“现代控制理论”，主要是指60年代建立的以最优化理论为核心的状态空间法。在即将进入21世纪的今天，我们所说的现代控制理论，自然不能局限于状态空间法，还应当包括近30年出现的新理论。

第二，现代控制理论和经典控制理论并非截然分开、毫无联系的，经典理论也并不是过时的、现在已无用处的理论。实际上现代理论是在经典理论基础上发展起来的，其间有着内在的联系。而且，现代理论中的很多方法（例如现代频域法，H_∞设计方法）还离不开输入／输出模型、离不开频域分析。

第三，随着工程技术的发展，一大类复杂控制系统（例如与航天装置、机器人有关的“具有柔性结构系统”、与计算机集成制造、通讯网络、交通调度有关的“离散事件动态系统”）又提出了新的课题。新的挑战必将促进新控制技术和新控制理论的出现。

第四，控制理论的应用领域除了工程领域外，早已扩大到生物医学、社会经济、生态环境等众多领域。实际上，一门不局限于工程控制理论的独立的学科—控制论（cybernetics）早已形成。1948年维纳(N.Wiener)的《控制论》的出版便是一个里程碑。控制论是研究生物、社会和机器中控制与通讯规律的科学，是研究一般系统中控制和信息过程共同规律的科学。控制论包括工程控制论、生物控制论和经济控制论等分支。工程控制论是控制论中最早形成的应用分支，主要研究自动控制系统中信息变换和传送的一般理论及其在工程设计中的应用。本书所介绍的控制理论，当属工程控制论的一个分支，因为它只研究控制系统建模、分析与综合的一般理论。

第四节　本书概貌

本书共有十一章：

第二章讲述控制系统的数学模型，主要讨论连续时间确定性系统的输入／输出模型和状态空间模型，它们的解法以及两种模型间的关系。离散系统、随机系统等的数学模型，将在后面的相应章节介绍。

第三章讲述控制系统的时域分析，给出了时域性能一稳定性、稳态特性和动态特性的定义以及它们与系统模型参数间的关系。

第四章讲述复数域的分析与综合法，主要给出了连续时间系统根轨迹的绘制方法以及基于根轨迹的分析方法，并以 PI控制律为例介绍了基于根轨迹的校正综合方法。

第五章讲述频域分析与综合法，主要介绍连续时间系统频率特性的极坐标图与波德图表示，基于奈魁斯特判据的稳定性及其它时域性能的频域分析，并以 PI、PD 控制律为例介绍了基于频率特性的校正综合方法。

第六章讲述状态空间分析与综合法，主要介绍连续时间系统能控性、能观性、BIBO 稳定性的定义与判据，在设计方面只给出基于极点配置原理的状态反馈控制器与状态观测器的综合方法。最优控制、最优滤波方法将分别在第九章、第十章讨论。

第七章讲述采样数据系统，针对计算机控制系统的需要，介绍了 z— 变换、离散系统的输入／输出模型和状态空间模型、时域分析和综合。对于离散系统的复频域分析与综合、基于极点配置的观测器与状态反馈控制器综合方法等，则由于和连续时间系统类似，没有赘述。离散系统的最优控制，最优滤波等综合方法将分别在第九、十章讨论。

第八章讲述非线性系统分析的基本方法，即相平面法、描述函数法以及李亚普诺夫函数分析法。有关非线性系统综合方法没有专门讨论。但非线性系统最优控制设计则在下两章给出。

第九章讲述最优控制的基本理论，主要介绍了求解最优控制问题的变分法与动态规划原理，给出了一般非线性连续时间与离散时间系统最优控制的解，并特别讨论了线性二次型(LQ)问题与最短时间问题。

第十章针对一类系统不确定性—信号随机性讲述了系统辨识与自适应控制基础。在介绍随机系统数学描述的基础上，给出了系统辨识与自适应控制的基本概念与方法（主要讨论了离散时间系统）。

第十一章首先讨论了随机信号干扰下状态的最优估计（即卡尔曼滤波）问题，并给出其在控制中的典型应用—线性二次高斯最优控制（即 LQG 控制），进而针对另一类系统不确定性—模型误差讲述了 H_∞ 鲁棒控制原理。

全书很多章节都介绍了利用 MATLAB 软件包进行模型变换，系统分析与系统综合的技术。

本书附录分别给出正文涉及的拉氏变换、向量矩阵导数、随机过程等数学基础以及 MATLAB 软件包简介。

习　题

1.1　家用电器中，洗衣机、一般电冰箱、窗式空调器的控制是开环还是闭环？是线性系统还是非线性系统？

1.2　传统交通信号灯控制为什么是开环控制？怎样改进才能使交通控制更有效？

1.3　图 1.7 直流电动机的闭环控制线路中，若将测速发电机的接线改为正极接地，负极接功率放大器，试问这样的反馈是负反馈还是正反馈，用这种反馈方法控制系统是否能正常工作？

1.4　图 1.12 为一直流发电机的电压控制线路，试说明其工作原理，指出其中的被控对

象，测量装置与控制器。设放大器和发电机的稳态增益分别为 10 安／伏(A/V)和 50A/V，试求发电机输出电压为 250V 时反馈电压值与所需的参考电压值。

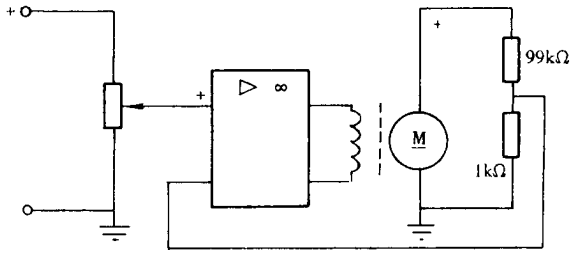


图 1.12　直流发电机电压控制系统

1.5　试说明图 1.13 所示直流位置随动系统的工作原理，指出其中的被控对象、测量装置、控制器与执行器。设 R_1、R_2 为同样的电位器，试问参考信号 θ_1 与输出信号 θ_2 之间是否存在稳态偏差。

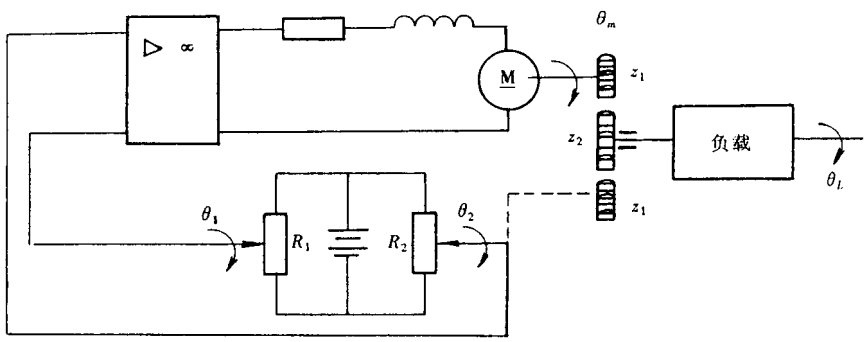


图 1.13　直流位置随动系统

第二章　控制系统的数学模型

控制理论研究的是：控制系统的运动规律和改变这种运动规律的可能性和方法。具体地说，就是①一个给定的控制系统，它的运动有什么性质和特征？②如何设计一个控制系统，使它的运动具有预定的性质和特征？前者称为分析，后者称为综合。不论是分析，还是综合，都是建立在控制系统的模型基础上的。因此，获得一个合理的模型是整个分析或综合过程中最重要的环节。

所谓模型，是指舍去了各种事物的具体特点而抽象出它们的共同性质来研究的工具，现在常见的模型种类有：

数学模型－描述系统内部各物理量（或变量）之间关系的数学表达式。如微分方程、传递函数、频率特性、状态方程等。

图模型－用图形来描述系统各物理量（或变量）之间的关系。如框图、信号流程图等。

物理模型－如化学中的分子结构图、物理学中的力－电模型等。

我们仅讨论控制理论中常用的几种数学模型和图模型。

所谓“合理”，是指模型能以最简化的形式在一定的范围内正确地表达控制系统的特性。因为在建立模型的过程中，常常需要忽略系统的一些固有的特性，特别是在考虑非线性特性的线性化、分布参数的集中处理时会做这样的忽略，因而模型不可避免地具有一定的近似性，但只要它是能反映系统的运动本质并具有合适的精度即可。本章将介绍线性定常连续系统的输入／输出模型、状态空间模型的概念、特点及结构图与梅逊公式，以及它们之间的关系，最后介绍用 MATLAB 来实现上述内容的方法。关于离散系统和非线性系统的数学模型，可以参阅第七、八章。

第一节　控制系统的输入／输出数学模型

输入／输出模型是指用系统的输入、输出信号或其变换式所表示的数学模型。设线性定常系统如下图所示

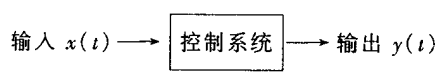


图 2.1　线性定常系统

当输入、输出信号为时域信号 $x(t)$、$y(t)$时，建立的数学模型就是微分方程。当输入、输出信号为复数域信号 $X(s)$、$Y(s)$（$X(s)=\mathscr{L}[x(t)]$、$Y(s)=\mathscr{L}[y(t)]$）时，建立的数学模型就是传递函数。当输入、输出信号为频域信号 $X(j\omega)$、$Y(j\omega)$（$X(j\omega)=\mathscr{F}[x(t)]$，$Y(j\omega)=\mathscr{F}[y(t)]$）时，建立的数学模型就是频率特性。下面我们将分别讨论这三种数学模型的概念、性质和特点。

一、时域中的数学模型—微分方程

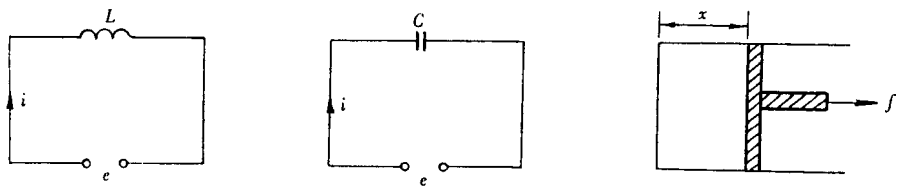
利用系统的物理定律来获取描述系统动态特性的微分方程。这种方法有效地应用于机械的、电气的、流体的和热力学系统。不同的动态系统可以用同样的线性微分方程来表示。例如，考虑图 2.2 所示的三个系统。用一阶微分方程：

$$\dot{y} = bx \tag{2.1}$$

描述每一个系统的运动规律。

其中：y 为系统的输出；x 为系统的输入；b 为不同系统的参数，见表 2.1。

我们看到，根据参数 b 的不同值，三种完全不同的系统的动态特性可以用同样的一阶微分方程来表示。



(a) $e = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$　　(b) $i = C\dfrac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}t}$　　(c) $f = D\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$

图 2.2　一阶动态系统的例子

图 2.2 中三种系统的动态方程的参数含义　　表 2.1

序号	动态系统	输出 y	输入 x	常数 b
1	电　感	i	e	$1/L$
2	电　容	e	i	$1/C$
3	阻尼器	f	x	$1/D$

一般讲来，求解一个所给的微分方程可等效于求解一类的物理动态系统。研究元件或相关一类元件（通常是理想的）的动态特性等效于研究对应的微分方程的解。

注意到式(2.1)表示的系统，输入 x 不是特定量。微分方程的解只有在确定了输入 x 和初始条件 $y(0)$ 才可得到。当然，式(2.1)是下面更一般的一阶微分方程的特例。

$$\dot{y} = ay + bx \tag{2.2}$$

式(2.2)可表示更多的系统。

推广到一般情况，图 2.1 所示系统的时域数学模型—线性常系数微分方程可表示为

$$a_n\frac{\mathrm{d}^n y(t)}{\mathrm{d}t^n} + a_{n-1}\frac{\mathrm{d}^{n-1}y(t)}{\mathrm{d}t^{n-1}} + \cdots + a_1\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + a_0 y(t)$$
$$= b_m\frac{\mathrm{d}^m x(t)}{\mathrm{d}t^m} + b_{m-1}\frac{\mathrm{d}^{m-1}x(t)}{\mathrm{d}t^{m-1}} + \cdots + b_1\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + b_0 x(t) \tag{2.3}$$

其中：$a_i, i = 0,1,2,\cdots,n$；$b_j, j = 0,1,\cdots,m$ 均为实数，而且是由系统本身的结构参数所决定。

二、复数域中的数学模型—传递函数

用微分方程来表示的系统很难模拟成方框图，为此，我们采用拉氏变换。因为利用拉氏变换可以将输入、输出和系统表示成分离的项，进而，它们之间的关系是简单的代数关系。下面我们来看利用拉氏变换如何简化物理系统的表达方式。

对方程(2.3)两边同时取拉氏变换

$$a_n s^n Y(s) + a_{n-1} s^{n+1} Y(s) + \cdots + a_0 Y(s) + y(t) \text{ 各阶的初始条件}$$

$$= b_m s^m X(s) + b_{m-1} s^{m-1} X(s) + \cdots + b_0 X(s) + x\ (t) \text{ 各阶的初始条件} \quad (2.4)$$

方程(2.4)是纯粹的代数表达式。如果我们假设所有的初始条件为零，则方程(2.4)变为

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0) Y(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0) X(s) \quad (2.5)$$

则输出 $y(t)$ 的拉氏变换 $Y(s)$除以输入 $x(t)$ 的拉氏变换 $X(s)$

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_0} \quad (2.6)$$

方程(2.6)分离了输出 $Y(s)$、输入 $X(s)$ 和系统即右边的 s 变量的多项式的比。我们称这个比 $G(s)$ 为传递函数，同时假设初始条件为零。

传递函数可以表示成方框图，如图 2.3 所示：

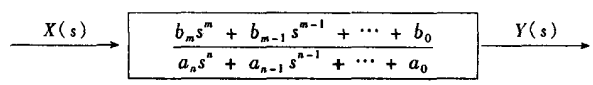


图 2.3　传递函数的方框图

左边是输人，右边是输出，框内是传递函数。

注意：

(1) 传递函数的分母与微分方程的特征多项式一致。

(2) 传递函数将系统的输人、输出关系用简单的代数形式表示出来。

(3) 我们可通过 $Y(s) = G(s)X(s)$来求取输出 $Y(s)$。

(4) 传递函数是系统（或环节）在复数域中的数学模型，是固有特性的描述。它反映的是线性定常系统输人量与输出量之间的一种关系。

(5) 传递函数只取决于系统本身的结构参数，与外界无关。也即：不论输人信号如何变化，系统输出的拉氏变换与输入的拉氏变换之比都相同。

(6) 传递函数是在零初始条件下确定的。因此利用传递函数来分析系统的输出时，只反映零初始条件下的情况。

(7) 传递函数的极点是使传递函数为无穷大的传递函数自变量 s 的值，而传递函数的零点则是使传递函数为零的传递函数自变量 s 的值。传递函数的零、极点概念对分析和设计控制系统十分重要，具体内容将在第三、四章中介绍。

传递函数是针对单输人单输出系统的。对于多输人多输出系统，我们采用传递函数矩阵来描述。设系统有 l 个输出，r 个输人，分别表示为 $\boldsymbol{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), \cdots, y_l(t)]^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_r(t)]^{\mathrm{T}}$，当初始条件为零时，用拉氏变换形式表示系统的输入、输出关系为

$$\boldsymbol{Y}(s) = \boldsymbol{G}(s)\boldsymbol{X}(s) \quad (2.7)$$