

第 五 篇

饱和淤泥质粘土非线性 流变理论的进一步分析

第 12 章 关于上海淤泥质粘土非线性蠕变的应力-应变-时间关系模型

§ 12.1 Singh-Mitchell 三参数应力-应变-时间函数

Singh & Mitchell(1968)总结了关于土的蠕变的许多研究成果 ,并在此基础上提出了至今仍被广泛采用的三参数应力-应变-时间函数。针对已有的关于土蠕变特性的一些结论和概括 ,Singh & Mitchell 作了如下总结 ,并且注意到一些结论相互矛盾 :

a .Finnie ,Helle(1959)指出 ,经过一个应变速率持续减小的短暂蠕变时间之后 ,蠕变会以常速率持续发展相当长一个时期。Paduana(1965)给出了高岭土-砂混合物在两种常应力水平下的这种蠕变曲线(图 12.1-1)。Mitchell & Campanella(1964)认为 ,尽管从数据点上来看 ,蠕变速率随时间有稍微减小的趋势 ,但是 ,应变-时间行为仍可大致表示为一个相对短时期内的稳态过程(见图 12.1-2)。

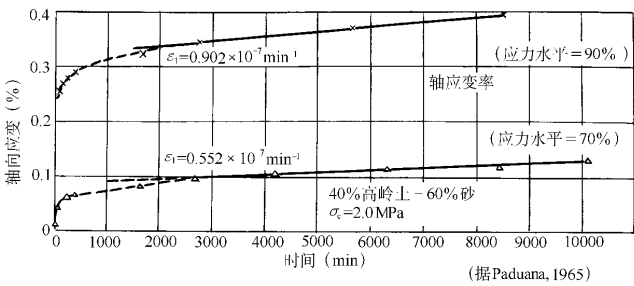


图 12.1-1 高岭土-砂混合物(40 % 高岭土 ,60 % 砂)在蠕变过程中轴向应变随时间的变化

事实上 ,真正的土的稳态蠕变在任何有意义的时期内都不存在 ,关于稳态的假定充其量是一个较好的工程近似。另一方面 ,对许多粘土而言 ,在工程关心的荷载范围内(比如土体强度的 20 % ~ 80 %) ,应变与时间之间存在一个特征关系 ,这种关系可以很好地用应变速率-时间关系图来说明。图 12.1-3 给出了 London 粘土的三轴排水蠕变试验结果 ,图 12.1-4 为 Osaka 粘土不排水压缩蠕变的试验结果 ,图 12.1-5 ,图 12.1-6 分别为关于饱和重塑伊利土的固结不排水三轴压缩蠕变试验结果和干伊利土的排水压缩蠕变试验结果 ,而图 12.1-7 ,图 12.1-8 分别为关于正常固结的未扰动和重塑 San Francisco Bay mud 的固结不排水试验结果 ,对超固结 San Francisco bay mud 也能找到类似的关系。对以上情况 ,符号 D 代表偏应力。

从图 12.1-3 ~ 图 12.1-8 可以看出 ,在任一应力水平状态下 ,应变速率对数随时间对数

呈线性减小,而且这种线性关系的斜率与蠕变应力无关,这种简单而单一的关系使得简便描述蠕变的特性成为可能。

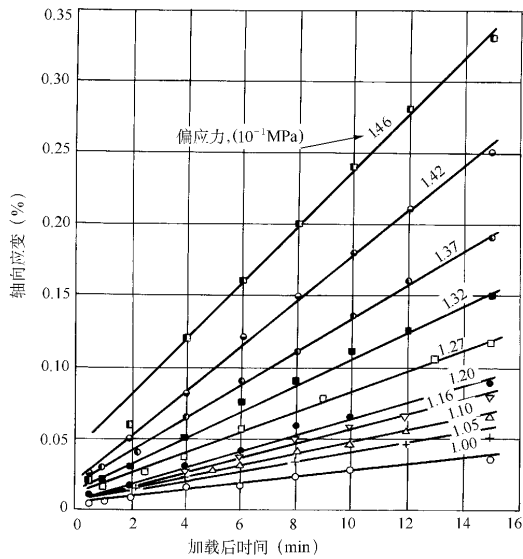


图 12.1-2 不排水条件下偏应力对饱和伊利土的蠕变速率的影响

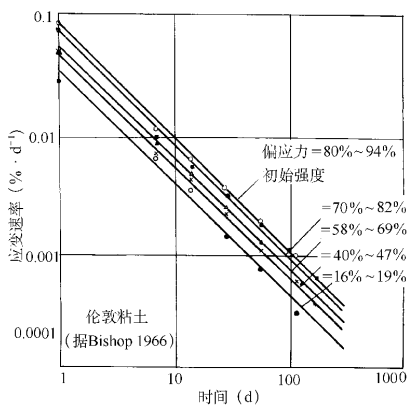


图 12.1-3 London 粘土排水蠕变的应变速率与时间的关系

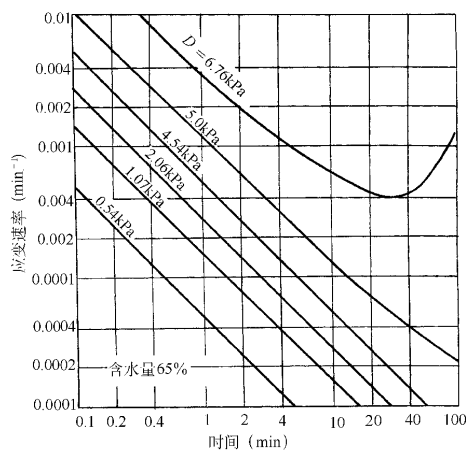


图 12.1-4 Osaka 粘土不排水蠕变的应变速率与时间的关系

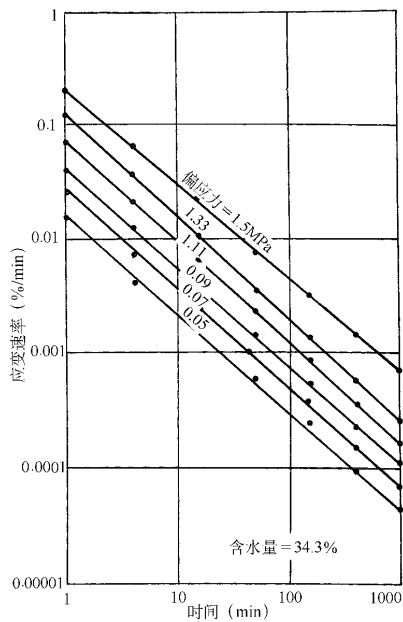


图 12.1-5 重塑伊利土不排水蠕变的应变速率与时间的关系

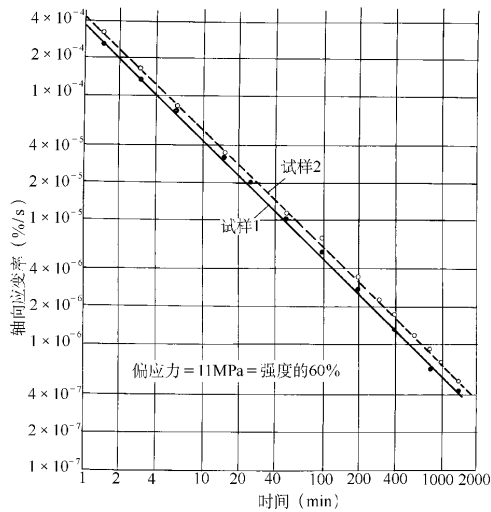


图 12.1-6 干伊利土不排水蠕变的应变速率与时间的关系

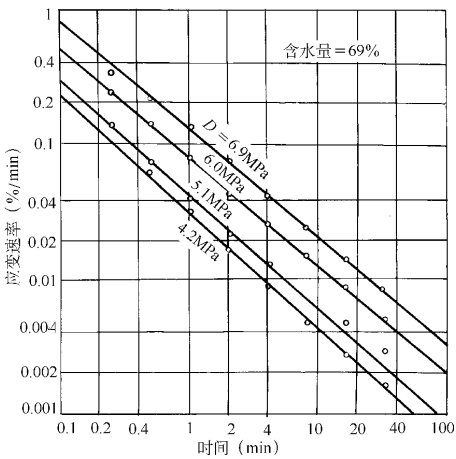


图 12.1-7 未扰动 San Francisco Bay mud 不排水蠕变的应变速率与时间的关系

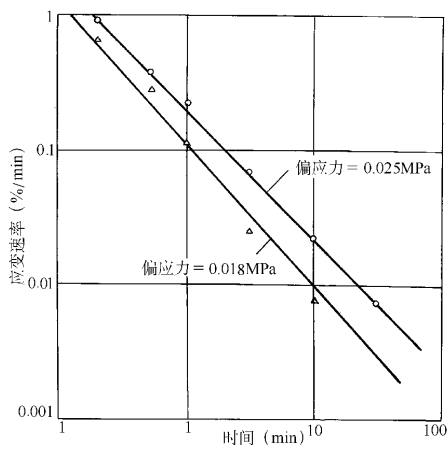


图 12.1-8 重塑 San Francisco Bay mud 不排水蠕变的应变速率与时间的关系

b. Murayama & Shibata(1961 ,1964)提出 ,应变与时间对数的关系是线性的 ,而

Campanella(1965)给出了关于饱和和重塑伊利土的不排水常应力蠕变试验应变和孔隙水压力与时间对数的关系曲线(见图 12.1-9)。从图上可以清楚地看出 ,应变和时间对数之间存在非线性关系 ,因此 ,任何广义的蠕变函数必须考虑到应变-时间对数之间的线性和非线性关系。但也必须看到 ,不管应变-时间对数关系是线性或非线性 ,现有的数据表明 ,应变速率对数和时间对数的关系是线性的。

c. 应变速率对数和应变的关系可以是线性的 ,图 12.1-10 所示即为两种温度情况下的

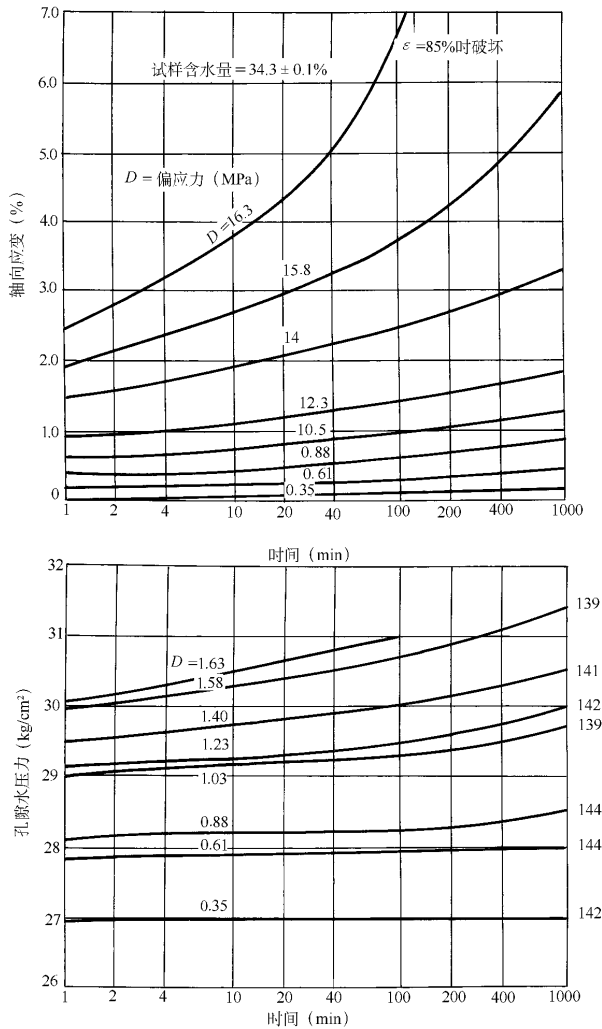


图 12.1-9 偏应力在不排水条件下对伊利土的蠕变变
形和孔隙水压力的影响

伊利土的蠕变曲线 ;也可以是有轻微弧度的曲线 ,图12.11所示即为London粘土的排水蠕变试验。

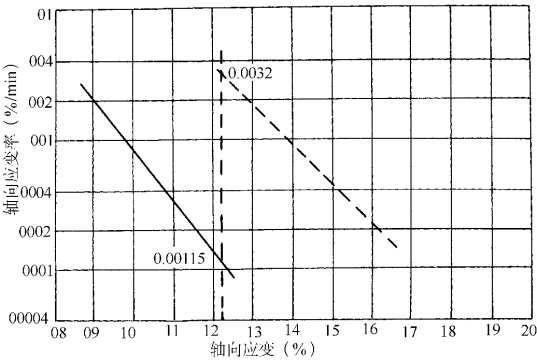


图 12.1-10 两种温度下蠕变速率和蠕应变的关系

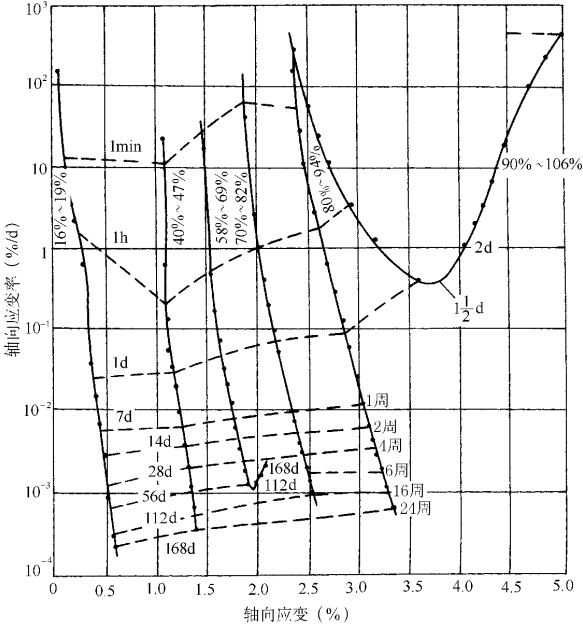


图 12.1-11 London 粘土关于不同应力水平的排水蠕变试验的应变速率与应变的关系

总之 ,在建立关于土的蠕变特性的具有潜在工程使用价值的本构关系时 ,必须满足下述准则 (1) 适用于合理的蠕变应力范围 (2) 必须能描述一定范围类型的土 (3) 必须考虑到应变和时间对数之间的直线或曲线关系 (4) 参数须容易确定。

12.1.1 蠕变速率函数

图 12.1-12 给出了在某一给定时间 ,蠕变偏应力对蠕变速率的影响示意图。可以认为 ,

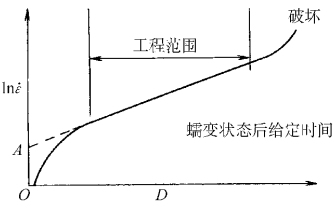


图 12.1-12 蠕变应力对蠕变速率的影响

在低应力区 ,蠕变速率小 ,并且几乎没有实际应用价值 ;在代表工程应用的中间应力范围内 ,蠕变速率对数和蠕变应力之间存在近乎线性的关系 ;当蠕变应力接近土体强度时 ,应变速率变得非常大 ,并最终导致土体破坏。图 12.1-13 显示了关于重塑伊利土不排水蠕变的上述情况 ,该图是由图12.1-9转变而来的。工程关心范围内的蠕变偏应力对蠕变速率的影响示于图 12.1-3 ~ 图 12.1-8 ,然而 ,当转变为应变速率对数与应力的关系图时 ,这种影响就更清晰了 ,见图 12.1-13 ~ 图 12.1-17。

这种特征关系曲线不论对排水或不排水、湿或干、未扰动或重塑以及正常固结或超固结情况都成立。示于图 12.1-3 ~ 图 12.1-8 的这种关系可以表示为

$$\ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}(t_1,D)}\right) = -m \ln\left(\frac{t}{t_1}\right) \tag{12.1-1}$$

或
$$\ln \dot{\epsilon} = \ln \dot{\epsilon}(t_1,D) - m \ln\left(\frac{t}{t_1}\right) \tag{12.1-2}$$

其中 $\dot{\epsilon}$ = 任一 t 时刻的蠕应变速率 ; $\dot{\epsilon}(t_1,D)$ = 单位时间 t_1 时刻的应变速率 ,它是关于偏应力 D 的函数 ; $m = \log \epsilon - \log t$ 关系图中直线斜率的绝对值 ; t_1 = 单位时间(比如 1min)。从所有检验过的数据来看 , m 值介于 0.75 ~ 1.0 之间 ,很少有大于 1.0 的情况。

同样的数据反映在图 12.1-13 ~ 图 12.1-17 中则可以表达为

$$\ln\left(\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}(t,D_0)}\right) = \alpha D \tag{12.1-3}$$

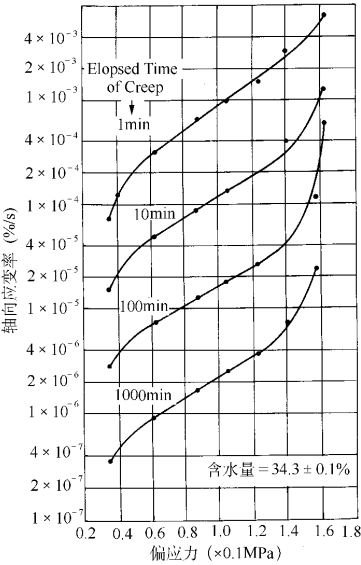


图 12.1-13 重塑伊利土不排水蠕变的图应变速率随偏应力的变化

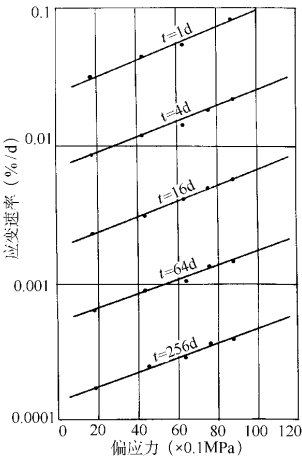


图 12.1-14 London 粘土排水蠕变的应变速率随偏应力的变化

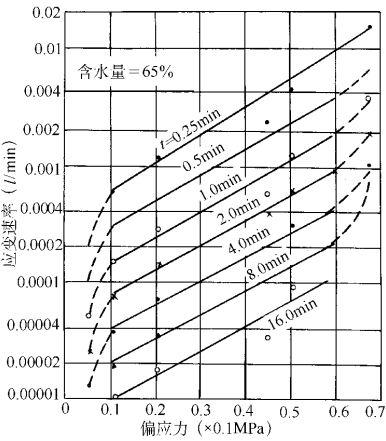


图 12.1-15 Osaka 粘土不排水蠕变的应变速率随偏应力的变化

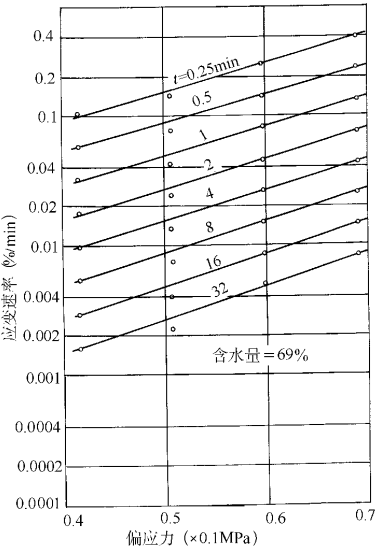


图 12.1-16 正常固结 San Francisco Bay mud 不排水蠕变的速率随偏应力的变化

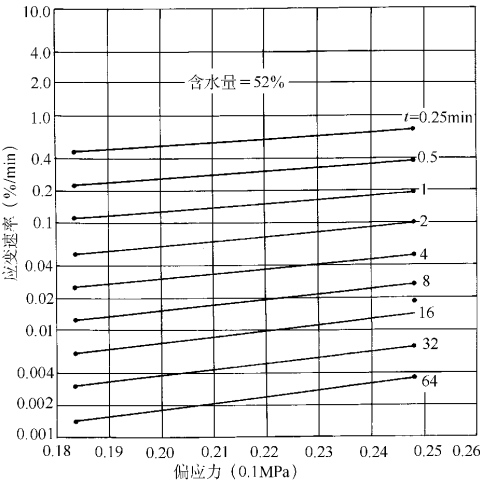


图 12.1-17 重塑 San Francisco Bay mud 不排水蠕变的应变速率随偏应力的变化

或

$$\ln \dot{\epsilon} = \ln \dot{\epsilon}(t, D_0) + \alpha D \tag{12.1-4}$$

其中 $\dot{\epsilon}(t, D_0)$ = 当偏应力 D 为 0 时的虚拟应变速率, 且是时间 t 的函数(t 为自开始蠕变起所经历的时间); α = 应变速率对数与偏应力关系图中线性部分段的斜率。从式(12.1-1)

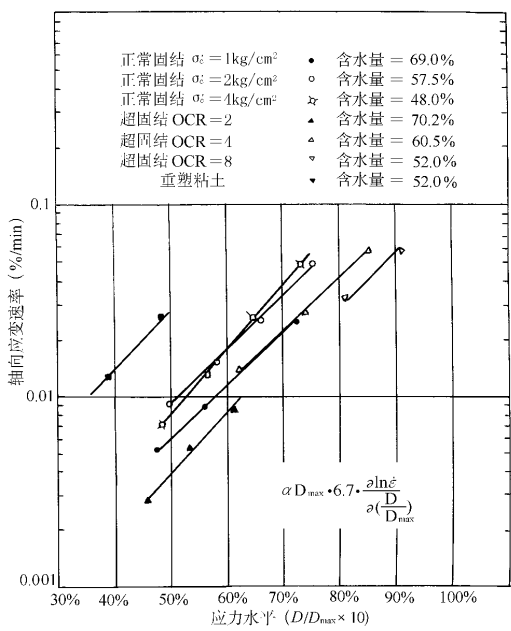


图 12.1-18 关于不同固结压力和超固结度的未扰动 San Francisco Bay mud 的应力水平与应变速率对数的关系

和(12.1-3)中消去 $\dot{\epsilon}$ 得

$$\ln \dot{\epsilon}(t_1, D) - m \ln \frac{t}{t_1} = \ln \dot{\epsilon}(t, D_0) + \alpha D \tag{12.1-5}$$

对于 $D = 0$,上式可以写作

$$\ln \dot{\epsilon}(t, D_0) = \ln \dot{\epsilon}(t_1, D_0) - m \ln \frac{t}{t_1} \tag{12.1-6}$$

其中 $\dot{\epsilon}(t_1, D_0)$ = 单位时间 t_1 时刻 ,且偏应力 D 为 0 时的应变速率 ,它可以在 $\log \dot{\epsilon} - D$ 关系图上通过延长直线段与 $D = 0$ 轴相交而得到 ,这样 ,式(12.1-3)变为

$$\ln \dot{\epsilon} = \ln \dot{\epsilon}(t_1, D_0) + \alpha D - m \ln \frac{t}{t_1} \tag{12.1-7}$$

又可写成

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(t_1, D_0) e^{\alpha D} \left(\frac{t_1}{t} \right)^m \tag{12.1-8}$$

或

$$\dot{\epsilon} = A e^{\alpha D} \left(\frac{t_1}{t} \right)^m \tag{12.1-9}$$

其中 $A = \dot{\epsilon}(t_1, D_0)$

式(12.1-9)可以认为是适用于描述各种土类蠕变速率特性的一个简单的三参数本构关系。虚拟值参数 A 的本质示于图 12.1-12 ,它的含义很丰富 ,因为它反映出土的蠕变速率的

数量级,因而从某种意义上反映出土的组成、结构和应力历史等特性;参数 α 表明偏应力大小对蠕变速率的影响,前面已经提到,参数 m 值的大小介于 $0.75 \sim 1.0$ 之间,它控制着应变速率随时间减小的速度,尽管对参数 m 还没有明确的物理解释,但是已经观察到,对一给定的土,其 m 值不是唯一的,并且固结和超固结似乎会引起 m 的变化,随后将讨论影响 m 值的因素。

对任一种土,确定参数 A 、 α 和 m 的大小需要两个蠕变试验:对两个相同的土样施加不同的蠕变应力则可以获得两个图形,第一个图形显示应变速率对数与时间对数的关系,并由此得出 m 值;第二个图形显示出应变速率对数在不同的时间是应力的函数,由此可以从单位时间上的截距和直线斜率分别找出 A 和 α 来。

当蠕变应力表达为绝对值时,参数 α 的单位将和应力的单位呈倒数关系;另一方面,如果应力表达为应力水平(比如蠕变应力与土的强度之比 $D/D_{\max}$)时,则无量纲函数 $\alpha D_{\max}$ 是恰当的。已经发现,对一种给定的土, $\alpha D_{\max}$ 的值随不同的含水量不发生大的变化。图 12.1-18 给出了正常固结和超固结未扰动 San Francisco bay mud 土样在加载 8min 后应变速率对数与应力水平的函数关系,其含水量范围从 52% 到 70%。图中也给出了重塑海湾粘土在 52% 的含水量时的关系曲线。可以看出,所有曲线都基本平行,对未扰动粘土,这些曲线都落在一个相当狭窄的应变速率带内,对于参数 A ,如果将其从应变速率对数与应力水平的关系图中引出来的话,那么它不会有很大的变化。

这样一来,假如土的强度与含水量的关系已知的话,那么对一给定土类,通过任一含水量下的蠕变试验结果,可以预测任意应力和含水量情况土的应变速率与时间的关系。由于常规强度试验比蠕变试验简单且省时, $\alpha D_{\max}$ 的不易变化特性则变得相当有用,因为只需要有限的蠕变结果就可以来预测相当宽条件范围内的土体蠕变行为。与图 12.1-18 相似的结论也在 Campanella(1965)的伊利土蠕变试验中发现。这样,式(12.1-9)可以更广义地写成

$$\dot{\epsilon} = A e^{\bar{\alpha} \bar{D}} \left(\frac{t_1}{t} \right)^m \quad (12.1-10)$$

其中 $\bar{\alpha} = \alpha D_{\max}$; $\bar{D} = D/D_{\max}$ = 偏应力水平

12.1.2 蠕变函数

通过对式(12.1-9)进行积分可以得到广义的蠕应变-时间关系。已经发现,参数 m 的值实际上在很多情况下可以看作 1,比如对 Osaka 粘土(图 12.1-4),干伊利土(图 12.1-6),伦敦粘土(图 12.1-3),重塑 San Francisco Bay mud(图 12.1-8)。所以式(12.1-9)的积分针对 m 等于 1 或不等于 1 有以下两种结果形式

$$\epsilon = A e^{\alpha D} (t_1)^m \left(\frac{1}{1-m} \right)^{1-m} + \text{constant} \quad (m \neq 1) \quad (12.1-11)$$

$$\epsilon = A e^{\alpha D} t_1 \ln t + \text{constant} \quad (m = 1) \quad (12.1-12)$$

式(12.1-11)(12.1-12)中的积分常量 constant 可以由已知时间下的已知应变来得到,例如,若 ϵ_1 是单位时间 $t = 1$ 时的应变,并且如果 $t_1 = 1$,那么对于式(12.1-11)其积分常量

$a = \epsilon_1 - \frac{A}{1-m} e^{\alpha D}$,对式(12.1-12),则是 $a = \epsilon_1$ 。这样,两个解式(12.1-11)(12.1-12)可以重新写为

$$\epsilon = a + \frac{A}{1-m} e^{aD} (t)^{1-m} \qquad (m \neq 1) \qquad (12.1-13)$$

$$\epsilon = \epsilon_1 + Ae^{aD} \ln t \qquad (m = 1, t > 1) \qquad (12.1-14)$$

由式(12.1-13)(12.1-14)看出,只有当 $m = 1$ 时,蠕应变才随时间对数线性变化,而对于大多数 $m \neq 1$ 情况,则存在一个非线性关系。图 12.1-19 给出了伊利土的实际和预测的蠕变曲线,图 12.1-20 是关于未扰动 San Francisco bay mud 在超固结状态的类似情况。对每种情况,都选择适当的 a 值使观测结果与预测结果吻合最佳。可以看出,在相当大的应力和时间范围内这种情况的一致性非常好。

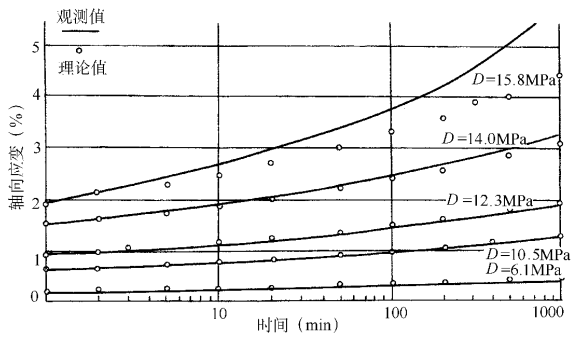


图 12.1-19 关于伊利土的理论值和观测值的比较

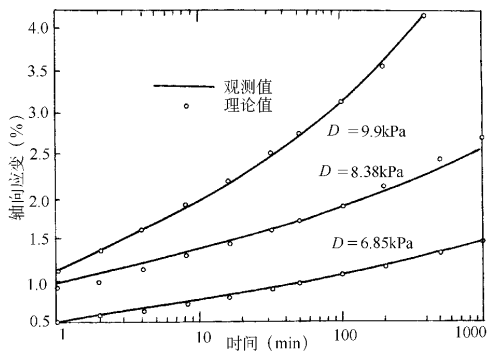


图 12.1-20 关于超固结 San Francisco Bay mud 的理论值和观测值的比较

12.1.3 Singh-Mitchell 模型的应力-应变等时曲线

非线性流变的一个重要特征是应力-应变等时曲线不再是直线,而是一簇曲线,由(12.1-13)(12.1-14)式可以看出, Singh-Mitchell 蠕变函数所代表的应力-应变等时线不是直线,而是一簇指数关系曲线(见图 12.1-21)。因此, Singh-Mitchell 模型能够较好描述粘土的应力非线性蠕变特性,为说明该函数的适用性,图 12.1-22 给出了上海淤泥质粘土三轴剪切蠕变的应力-应变等时曲线,可以看出,曲线的形状和图 12.1-21 大致吻合。

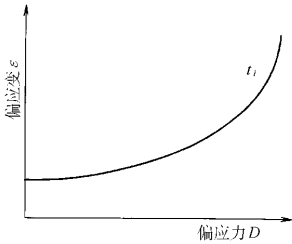


图 12.1-21 Singh-Mitchell 模型的应力-应变等时曲线

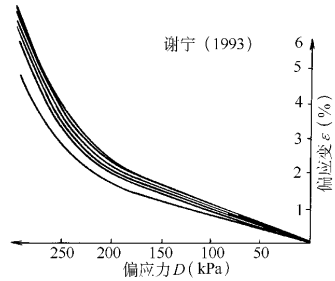


图 12.1-22 上海淤泥质粘土三轴剪切蠕变的应力-应变等时曲线

§ 12.2 对 Singh-Mitchell 模型的修正—Mesri 模型

Mesri, Febres-Cordero, Shields & Castro (1981) 用重塑高岭土和 Cucaracha 页岩, 加上孔隙水压力的量测, 按照不排水三轴压缩试验探讨了土的剪切应力-应变-时间关系模型, 完成了多步恒载试验及常速率变形试验, 并分析了其它文献报道中的恒载试验数据。试验中的变量包括: 终了周围固结压力、超固结度和第一级荷载增量的大小。所提出的指数型应力-应变模型的参数利用双曲线型应力-应变模型的参数得以表达和解释, 两种模型的参数都可以用初始不排水剪切模量与不排水剪切强度之比 E_u/S_u 以及破坏时轴向应变 ϵ_f 来表示, 而控制时间或应变速率影响的蠕变参数 λ 也与 E_u/S_u 相关联。

12.2.1 剪切应力-应变-时间模型

a. 蠕变模型

由前面已经知道, Singh & Mitchell (1968) 提出的方程 $\dot{\epsilon} = A \exp(\bar{\alpha} \bar{D}) \left(\frac{t_1}{t} \right)^m$ (见 12.1-10 式) 恰当地描述了各种土在 20% ~ 80% 的偏应力水平范围内的剪切应力-应变特性, 该方程又可以写为

$$\ln \dot{\epsilon} = \ln A + \bar{\alpha} \bar{D} + m \ln t_1 - m \ln t \quad (12.2-1)$$

参数 m 、 $\bar{\alpha}$ 和 A 从式 (12.2-1) 中定义如下: m 是当应力水平 $\bar{D}$ 一定的条件下 $\ln \dot{\epsilon} - \ln t$ 关系图的斜率; $\bar{\alpha}$ 是 $\ln \dot{\epsilon} - \bar{D}$ 等时曲线的斜率; A 是 $\ln \dot{\epsilon} - \bar{D}$ 关系图中当 $t = t_1$ 时的截距。这样, A 即为 $\bar{D} = 0$ 且 $t = t_1$ 时的应变速率, m 、 $\bar{\alpha}$ 都假定与时间 t 和剪切应力水平 $\bar{D}$ 无关。

对方程 (12.1-10) 积分可得到应变, 对 $m \neq 1$ 有

$$\epsilon - \epsilon_i = \frac{A t_1^m}{1 - m} \exp(\bar{\alpha} \bar{D}) \left(t^{1-m} - t_i^{1-m} \right) \quad (12.2-2)$$

$$\text{定义} \quad \epsilon_0 = \epsilon_i - \frac{A t_1}{1 - m} \exp(\bar{\alpha} \bar{D}) \left(\frac{t_i}{t_1} \right)^{1-m} \quad (12.2-3)$$

得到

$$\epsilon = \epsilon_0 + \frac{A t_1}{1 - m} \exp(\bar{\alpha} \bar{D}) \left(\frac{t}{t_1} \right)^{1-m} \quad (12.2-4)$$

对 $t_i = t_1$ 和 $\epsilon_i = \epsilon_1$ 有

$$\epsilon_0 = \epsilon_1 - \frac{At_1}{1-m} \exp(\bar{\alpha}\bar{D}) \tag{12.2-5}$$

这样,为了用 Singh-Mitchell 方程定义应变,需要确定 ϵ_0 、 m 、 $\bar{\alpha}$ 及 A 。一般情况下, ϵ_0 不是一个常量,如果 m 值大于 1,那么为使方程(12.2-4)真实地预测应变-剪切应力-时间行为, ϵ_0 必须随应力水平 $\bar{D}$ 增加。Singh & Mitchell 没有讨论变量 ϵ_0 的特点,并且对参数 m 、 $\bar{\alpha}$ 和 A 也没有作出有意义的解释。

对 $\epsilon_0 = 0$,方程(12.2-4)变成

$$\epsilon = B_1 \exp(\beta \bar{D}) \left(\frac{t}{t_1} \right)^\lambda \tag{12.2-6}$$

其中 $B_1 = \frac{At_1}{1-m}$, $\beta = \bar{\alpha}$, $\lambda = 1 - m$

Sample(1973)对 Singh & Mitchell 所采用的同样数据,加上重塑和未扰动断层泥的不排水三轴单步及多步恒载压缩试验,通过经验分析直接得出了方程(12.2-6)。Sample 的分析见图 12.2-1~图 12.2-3。方程(12.2-6)也可写为

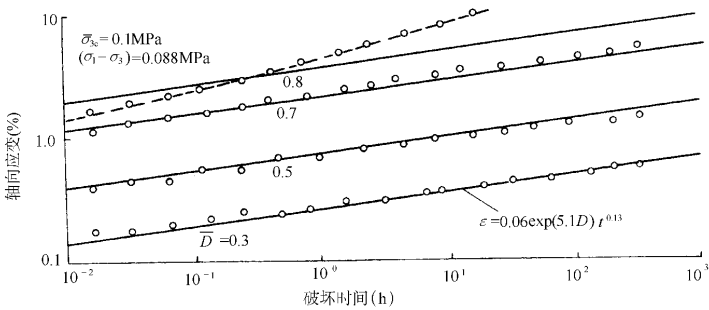


图 12.2-1 未扰动 San Francisco Bay mud 的不排水蠕变试验

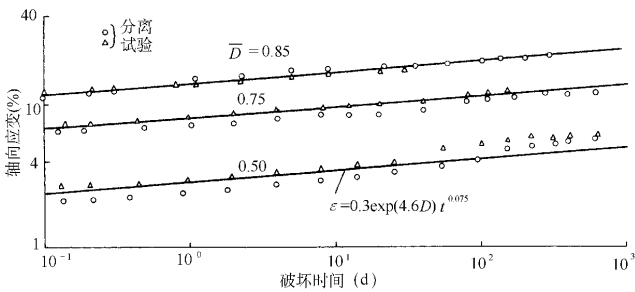


图 12.2-2 未扰动 Pancone 粘土的排水蠕变试验

$$\ln \epsilon = \ln B_1 + \beta \bar{D} + \lambda \ln t - \lambda \ln t_1 \tag{12.2-7}$$

按照方程(12.2-7), λ 是 $\bar{D}$ 一定时 $\ln \epsilon - \ln t$ 曲线的斜率, β 是时间 t 一定时 $\ln \epsilon - \bar{D}$ 曲线的斜率, B_1 是 $\ln \epsilon - \bar{D}$ 曲线在 $t = t_1$ 处的截距,也就是说, B_1 是 $\bar{D} = 0$, $t = t_1$ 时的应变。

现在的问题是,式(12.2-4)和(12.2-6)哪一个更能代表土的蠕变行为。式(12.2-4)看来

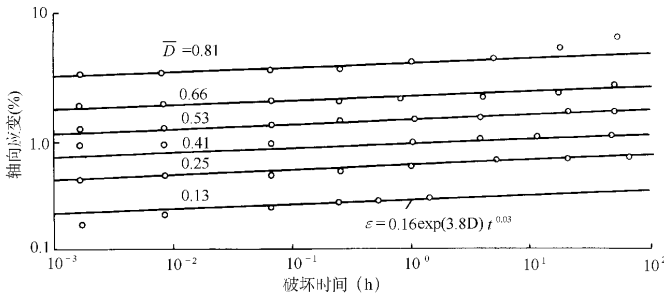


图 12.2-3 Pacheco 断层泥的不排水蠕变试验

更具一般性,所以可能更合适一些,然而,式(12.2-6)更具简单性。解决这个问题的直接方法是全面研究变量 ϵ_0 的物理重要性。对 ϵ_0 的详细再分析似乎不太可能,因为绝大多数的数据是以应变速率 $\dot{\epsilon}$ 的形式而不是以应变 ϵ 的形式报道的。然而,有一个可能的替换方法,这就是:按照(12.2-4)式 $\ln(\epsilon - \epsilon_0) - \ln t$ 代表一个斜率为 $l-m$ 的线性关系,所以,对于一个非零值的 ϵ_0 , $\ln \epsilon - \ln t$ 的关系应该是非线性的,也就是说,与 ϵ 相关的 ϵ_0 的大小是衡量 $\ln \epsilon - \ln t$ 之间非线性度的尺度,为了从本文数据中验证这一点,可以发现,严格说来 λ 和 m 都不是与时间无关的。 m 很少完全不依赖于时间或剪应力水平,事实上,对于 m 大于 1 的每种情况,它也非常依赖于时间和剪应力。 m 具有时间依赖性的相似观测结果也被其他研究者获得过,如 Edgers, Ladd & Christian(1973),但他们将其归结为可能是孔隙水压力的不均衡发展所致。总之,有关文献的数据表明,式(12.2-4)和式(12.2-6)都是近似的模型,相比之下,式(12.2-6)可能更合适一些,因为它具有简单的形式。

时间 t 一定时,式(12.2-6)简化为指数型应力-应变模型,这个指数模型适合描述剪切应力水平在 20%~80% 范围内的所观测到的应力-应变数据。然而,它不能真实预测其它剪应力水平下的应力-应变行为,特别当应力水平低于 20% 时更是如此,例如,当剪切应力水平为零时却预测有非零的应变,这可以导致在应用式(12.2-6)进行数值分析时产生问题。

有可能与应变-时间关系式(12.2-6)相结合的应力-应变方程是双曲线型应力-应变模型。这种双曲模型适合描述从零应变到破坏应变的土体应变硬化行为。它也可以对指数型应力-应变关系中的参数给予解释。

b. 双曲线型应力-应变模型

双曲线型应力-应变方程由 Kondner(1963)提出,用以模拟土在常速率轴向变形条件下的应力-应变曲线,该等轴双曲线可以写作

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\epsilon}{a + b\epsilon} \quad (12.2-8)$$

由方程(12.2-8)可以得出初始切线模量 E_i 为

$$E_i = \left. \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\epsilon} \right|_{\epsilon=0} = \frac{1}{a} \quad (12.2-9)$$

其最终应力差 $\sigma_1 - \sigma_3$ 为

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = \lim_{\epsilon \rightarrow \infty} \frac{\epsilon}{a + b\epsilon} = \frac{1}{b} \quad (12.2-10)$$

双曲线型应力-应变曲线的最大应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 当应变为无穷大时才能达到,然而,对土体所观测到的实际破坏应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 在有限应变 ϵ_f 时即可达到。为了使双曲线通过所观测到的破坏点 $[\epsilon_f, (\sigma_1 - \sigma_3)_f]$,特引入拟合比 R_f :

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{1/b} \tag{12.2-11}$$

Kondner(1963)测得 R_f 值在0.89~1.0范围内,均值为0.95;从文献有关数据计算所得的 R_f 值位于0.85~0.98之间,平均值为0.91;Daniel & Olson(1974)发表的 R_f 值位于0.74~1.0之间,平均值为0.88。

将式(12.2-9)~(12.2-11)代入(10.2-8)得到

$$\epsilon = \frac{2}{E_u/S_u} \cdot \frac{\bar{D}}{1 - R_f D} \tag{12.2-12}$$

其中 $S_u = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 。对于 $(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)_f$ 则上式成为:

$$\epsilon_f = \frac{2}{E_u/S_u} \frac{1}{1 - R_f}$$

即
$$R_f = 1 - \frac{2}{(E_u/S_u) \cdot \epsilon_f} \tag{12.2-13}$$

或
$$R_f = 1 - \frac{\epsilon_R}{\epsilon_f} \tag{12.2-14}$$

所以, R_f 是关于 E_u/S_u 和破坏应变 ϵ_f 的函数。 $\epsilon_R = 2/(E_u/S_u)$ 是参考应变,如图12.2-4所示。从式(12.2-13)计算而得的 R_f 值见表12.2-1。可见, R_f 在关于 E_u/S_u 和 ϵ_f 的一个大范围内相对是一个常量。总之,双曲线型应力-应变模型通过两个熟悉的变量 E_u/S_u 和 ϵ_f 将某一给定应变速率或时间下的应变和剪应力水平联系起来,而此时的剪应力水平 $\bar{D}$ 已不受20%~80%的限制,而是代表全部应力水平状态($\bar{D} = 0 \sim 100\%$)。

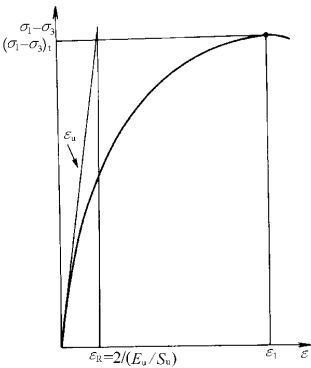


图 12.2-4 参考应变的定义

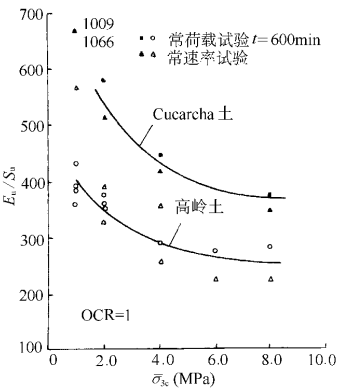


图 12.2-5 正常固结土样的 E_u/S_u 与等向固结压力的关系

c. 按照双曲线模型对 β 和 B_1 的解释

由上所述,通过双曲线方程中的参数来表达 β 和 B_1 就有了可能。对(12.2-12)式取对

数并对 $\bar{D}$ 取微分得出

$$\beta \frac{d(\ln \epsilon)}{d\bar{D}} = \frac{1}{D(1 - R_f \bar{D})} \tag{12.2-15}$$

按式(12.2-15) $\ln \epsilon - \bar{D}$ 曲线在 $\bar{D} = 0$ 时的斜率是无穷的,然后逐渐减小,直至在 $\bar{D}$ 略大于 50% 时达到最小值,而后再逐渐增大。当 $\bar{D} = 50\%$ 时从式(12.2-15)得到的 β 值和 $\bar{D} = 20\% \sim 80\%$ 范围内的平均 β 值示于表 12.2-1,式(12.2-15)意味着 β 和 R_f 是相互非常依赖的参数。

β 和 R _f 的关系 表 12.2-1		
R _f	β ₅₀	β ₂₀₋₈₀
0.5	2.7	3.0
0.8	3.3	3.7
0.9	3.6	4.1
1.0	4.0	4.6

ρ 和 R _f 的关系 表 12.2-2		
R _f	ρ ₅₀	ρ ₂₀₋₈₀
0.5	0.35	0.33
0.8	0.31	0.29
0.9	0.30	0.26
1.0	0.27	0.23

单位时间 t_1 时,应变-剪应力水平曲线(12.2-6)写为

$$\epsilon = B_1 \exp(\beta \bar{D}) \tag{12.2-16}$$

将式(12.2-15)代入式(12.2-12),并使(12.2-12)和(12.2-16)式恒等,得出

$$B_1 = \frac{2}{E_u/S_u} \frac{\bar{D}^2 \beta}{\exp(\beta \bar{D})}$$

在 $\bar{D} = 50\%$ 处

$$B_1 = \frac{1}{E_u/S_u} \frac{\beta/2}{\exp(\beta/2)} \tag{12.2-17}$$

另一方面, B_1 也可以通过 R_f 来表达

$$B_1 = \frac{\rho}{E_u/S_u} \tag{12.2-18}$$

其中

$$\rho = \frac{2}{2 - R_f} \exp\left(-\frac{2}{2 - R_f}\right) \tag{12.2-19}$$

当 $\bar{D} = 50\%$ 从式(12.2-19)得到的 ρ 值和当 $\bar{D} = 20\% \sim 80\%$ 范围从式(12.2-19)得到的 ρ 平均值示于表 12.2-2,可以看出,相对于大范围变化的 R_f 值来说, ρ 有一个狭窄的取值范围,这样, R_f 有一个小变化对 B_1 只有轻微的影响,式(12.2-16)意味着,如果 R_f 相对是常量的话,那么 B_1 主要与 E_u/S_u 相关。

d. 参数 β 的特性

高岭土和 Cucaracha 土的恒载试验的数据分析表明,相对来说, β 与等向固结压力 $\bar{\sigma}_{3c}$ 无关。这可以通过 E_u/S_u 和 ϵ_f 的特点得以解释,结合(12.2-13)式和(12.2-15)式有:

$$\beta_{50} = \frac{4\epsilon_f E_u/S_u}{2 + \epsilon_f E_u/S_u} \tag{12.2-20}$$

从恒载和常应变速率试验得到的 E_u/S_u 关于 $\bar{\sigma}_{3c}$ 的变化情况见图 12.2-5。可以看出, E_u/S_u 随等向固结压力的增加而减小,而一般情况下, ϵ_f 随 $\bar{\sigma}_{3c}$ 的增加而增大。 E_u/S_u 和 ϵ_f 的这些变化趋向于互相补偿,因而使 β 值相对来说与 $\bar{\sigma}_{3c}$ 无关。例如,用式(12.2-20)计算,当 $(E_u/S_u, \epsilon_f) = (400, 7.2\%)$ 和 $(250, 11\%)$ 时都给出 $\beta_{50} = 3.7$ 。

相对而言, β 值也不依赖于时间,也就是说, β 值随单位时间的选取而不发生明显的改

变。一般地, E_u 和 S_u 随时间的增加都趋于减小, 以至于 E_u/S_u 的变化量也趋于很小。所以 E_u/S_u 和 ϵ_f 随时间产生的变化量相互补偿使得 β 值保持相对常量。

超固结度 OCR 的增加会引起 β 值的减小, 如图 12.2-6 所示。对高岭土, 当 OCR 从 1 增加到 8 时, β 值从 4.3 减小到 2.9。从图 12.2-7 可以看出, 当 OCR 增大时 E_u/S_u 显著减小, 而 ϵ_f 基本保持常量。所以, β 随 OCR 变化的特性可以通过 E_u/S_u 的变化来解释。 β 和 E_u/S_u 之间的关系是 E_u/S_u 的明显变化只对 β 产生相对较小的改变。例如对高岭土, 当 OCR 从 1 增大到 8 时, E_u/S_u 从 350 减小到 90, 然而 β 只是从 4.3 减至 2.9。

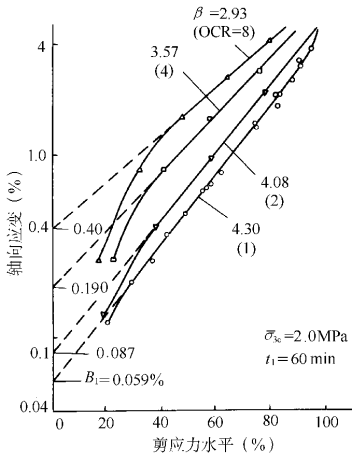


图 12.2-6 不同超固结度下高岭土的蠕变试验

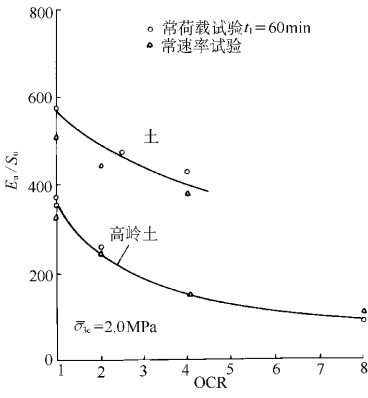


图 12.2-7 E_u/S_u 与超固结度的关系

e. 参数 λ 的特点

图 12.2-8~图 12.2-10 分别显示了 λ 关于固结压力、第一次剪切应力增量的大小和 OCR 的变化情况。图 12.2-1~图 12.2-3, 图 12.2-11 和图 12.2-12 建议 λ 可以认为随时间

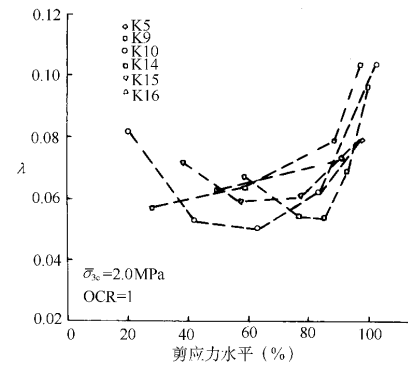


图 12.2-8 正常固结高岭土土样的 λ 与剪应力水平的关系

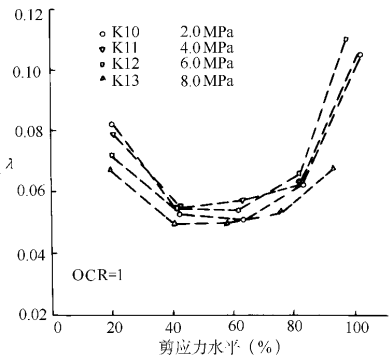


图 12.2-9 高岭土土样在不同等向固结压力下 λ 与剪应力水平的关系