内 容 简 介

本书简明扼要地介绍了信号处理与线性系统的理论和分析方法。全书共分 怨章，内容包括信号处理的基本概念及运算、连续信号的傅里叶变换、序列及其 在变换、离散时间系统、离散傅里叶变换、滤波器原理与设计、数字信号处理器 (阅杂孕) 原理、数字信号处理技术的应用及 酝葬贼造葬遭 软件包在信号处理中的应用等内容。书中第 员~远章配有习题，第 怨章配有上机练习题，书末附有部分参考答案。

本书可作为电气工程及其自动化专业的本科教材，也可作为电子信息工程、自动控制、计算机应用等专业的教材或参考书，同时也可供有关科技、工程技术人员自学参考。

图书在版编目 (悦陨孕) 数据

信号处理原理与应用 辕新希，杨尔滨，赵玲编著援—北京 清华大学出版社，[illegible]

[illegible]

Ⅰ援信…摇Ⅱ援①新… ②杨… ③赵…摇Ⅲ援信号处理 原高等学校 原教材摇Ⅳ援[illegible]

中国版本图书馆 悦陨孕数据核字 ([illegible]) 第 [illegible]号

出 版 者：清华大学出版社摇摇摇摇摇摇摇摇地　　址：北京清华大学学研大厦

[illegible]　　邮　　编：[illegible]

社 总 机：[illegible]　　客户服务：[illegible]

组稿编辑：陈国新

文稿编辑：佟丽霞

印 装 者：三河市春园印刷有限公司

发 行 者：新华书店总店北京发行所

开　　本：[illegible]摇印张：[illegible]摇字数：[illegible]千字

版　　次：[illegible]年 怨月第 员版摇[illegible]年 怨月第 员次印刷

书　　号：[illegible]

印　　数：员~[illegible]

定　　价：[illegible]元

本书如存在文字不清、漏印以及缺页、倒页、脱页等印装质量问题，请与清华大学出版社出版部联系调换。联系电话：[illegible]

前 言

FOREWORD

近几十年来，微电子技术及电子计算机技术的飞速发展与进步带动了通信、网络、信息等技术在各个行业得到广泛应用。 信号处理与系统理论的基本概念和研究方法几乎毫无例外地进入了电气技术中的各个领域，促进了包括通信工程、信息工程、自动控制以及电力工程等学科之间的相互渗透和共同发展。 事实上，信号处理与系统理论的引入已经使上述学科发生了深刻的变化，新概念、新理论、新技术和新方法大量涌现。信号处理及系统理论方面的课程目前已成为电子信息技术与电气学科的共同的基础理论课程。 本书主要介绍信号处理及其在电气工程中应用的理论及分析方法。

连续时间信号分析和离散时间信号分析是信号处理的基础，书中先进行连续信号处理的分析并介绍连续系统的基本概念，然后分析离散信号及离散系统的基本概念和理论。 通过相互对照，使读者对连续系统和离散系统进行信号处理的概念及方法有较深入的理解和认识。

对于线性系统中的信号处理，无论是连续系统还是离散系统其所处理的信号都可分解为一系列基本信号分量的线性组合；而线性系统对任一输入信号的响应是系统对许多不同基本信号分量分别作用产生响应的叠加；不同的信号分解方式会导致不同的系统分析方法。 无论是连续系统的时间域、（复）频率域分析法，还是离散系统的时间域和 z 域分析法，本质上都是“时间域”的。 书中采用统一的观点和方法对信号处理及线性系统进行阐述，从而使读者更易于掌握本课程中的许多抽象的概念和分析方法。

针对数字信号处理的广泛应用，本书介绍了模拟滤波器和数字滤波器的原理及分析方法，简要介绍在电气工程中的数字信号处理（digital signal processing,DSP）芯片的总体结构和基本工作原理，及其在电气工程中的一些应用实例，并辅以 MATLAB 软件在信号处理中的应用实验，使读者对于现代信号处理技术的进展与应用有进一步的了解。

本书共分 9 章。 第 1 章介绍了信号的一般概念和特性以及在时间域中常用的处理方法；第 2 章阐述了连续信号的频域分析方法，着重介绍傅里叶变换应用于连续时间信号处理和分析时的原理和方法；第 3、第 4 章介绍离散信号及序列的概念、Z 变换应用于离散信号处理和分析时的方法及离散时间系统的概念和分析方法；第 5 章介绍离散信号的频率域分析方法即离散傅里叶变换的概念和分析；第 6 章阐述模拟滤波器和数字滤波器的原理和分析方法；第 7、第 8 章介绍数字信号处理芯片及其在电气工程中的应用；第 9 章介绍 MATLAB 软件包在信号处理中的应用及上机练习指导。

本书是按课程总学时数约 60 学时而编写的，书中标有“ * ”的内容为选学内容，

教师可根据具体学时数灵活安排学习内容。 为使学生能及时对所学的知识进行检查并理解各章节的基本概念和分析方法，在大部分章节后都编有一定量的习题，其中包括一定量的上机练习，并在书末附有大部分习题的答案。 课程中的各个教学环节的配合十分重要，除了课堂讲授外，须通过习题和上机练习加以补充。

目前应用小波变换、神经网络进行信号分析与处理以及信号处理在自适应控制等方面的应用都有较快的发展，本书限于篇幅，未作介绍，有兴趣的读者可查阅有关的教科书或参考资料。

本书作为上海市教育委员会高校重点教材建设项目，由靳希教授、杨尔滨、赵玲副教授共同编著，靳希教授任主编。 杨尔滨编写了第 1 章到第 6 章，靳希编写了第 7、第 8 章，赵玲编写了第 9 章及全部习题答案。 在本书的编写过程中，鲁炜参与了本书原稿的整理和部分插图的计算机绘制工作，编者在此表示感谢。

本书由上海大学谢贤亚教授、上海交通大学程浩忠教授及上海海运学院郑华耀教授共同参与审阅并提出许多有益的修改意见和建议，在此编者对各位专家教授一并致以衷心的谢意。

由于时间较为紧张，编者的水平有限，对于本书出现的不足之处，恳请读者不吝批评指正。

编摇者

[illegible]年 [illegible]月

目 录

CONTENTS

第员章摇信号分析的基本概念…………………………………………………………… 员

员援员摇引言 ……………………………………………………………………………… 员

员援圆摇信号的概念及分类 ……………………………………………………………… 圆

员援猿摇典型信号与奇异信号 …………………………………………………………… 缘

员援源摇信号的分解…………………………………………………………………… 员猿

员援缘摇信号的基本运算………………………………………………………………… 员怨

习题 …………………………………………………………………………………… 猿圆

第圆章摇傅里叶变换 ……………………………………………………………………… 猿缘

圆援员摇周期信号的频谱分析———傅里叶级数(云杂) ………………………………… 猿缘

圆援圆摇周期矩形脉冲信号的频谱…………………………………………………… 源员

圆援猿摇非周期信号的频谱分析———傅里叶变换(云栽) ……………………………… 源远

圆援源摇傅里叶变换的基本性质………………………………………………………… 缘远

圆援缘摇卷积定理……………………………………………………………………… 远怨

圆援远摇周期信号的傅里叶变换………………………………………………………… 苑员

圆援苑摇抽样信号的傅里叶变换………………………………………………………… 苑缘

习题 …………………………………………………………………………………… 愿员

第猿章摇序列及其 在变换 ………………………………………………………………… 愿缘

猿援员摇离散时间信号———序列………………………………………………………… 愿缘

猿援圆摇序列的 在变换 ………………………………………………………………… 怨员

猿援猿摇在变换的性质和定理 …………………………………………………………… 员园圆

猿援源摇在反变换 ……………………………………………………………………… 员园苑

猿援缘摇在变换与拉普拉斯变换 ………………………………………………………… 员员猿

习题………………………………………………………………………………………… 员员缘

第源章摇离散时间系统……………………………………………………………………… 员员苑

源援员摇线性时(移)不变离散系统及其数学模型 …………………………………… 员员苑

源援圆摇离散系统时域分析 ……………………………………………………………… 员员怨

源援缘摇离散系统 扯域分析 …………………………………………………… 员远源
源援远摇离散系统的因果性、稳定性 ……………………………………………… 员远怨
源援苑摇离散系统的频率响应 …………………………………………………… 员苑员
习题 ……………………………………………………………………………… 员苑苑

第 缘章摇离散傅里叶变换 …………………………………………………………… 员愿园

缘援员摇离散傅里叶级数 (阅云杂) ……………………………………………… 员愿园
缘援圆摇离散傅里叶变换 (阅云栽) 的基本概念 ………………………………… 员愿猿
缘援猿摇离散傅里叶变换的性质 ………………………………………………… 员愿远
缘援源摇离散傅里叶变换与 在变换的关系 …………………………………… 员怨缘
缘援缘摇快速傅里叶变换 (云云栽) ………………………………………………… 员怨苑
*缘援远摇云云栽的应用 ……………………………………………………………… 圆园愿
习题 ……………………………………………………………………………… 圆员员

第 远章摇滤波器原理与设计 ………………………………………………………… 圆员缘

远援员摇模拟滤波器原理 ………………………………………………………… 圆员缘
远援圆摇模拟滤波器设计 ………………………………………………………… 圆圆员
远援猿摇巴特沃思滤波器 ………………………………………………………… 圆圆源
远援源摇切比雪夫滤波器 ………………………………………………………… 圆圆怨
远援缘摇模拟滤波器的频率变换 …………………………………………………… 圆猿缘
远援远摇数字滤波器概述 ………………………………………………………… 圆猿愿
远援苑摇陨陨砸数字滤波器设计 ……………………………………………………… 圆源猿
远援愿摇云陨砸数字滤波器设计 ……………………………………………………… 圆缘愿
远援怨摇有限字长效应的影响 ……………………………………………………… 圆苑员
远援员园摇数字滤波器的实现 ………………………………………………………… 圆苑怨
习题 ……………………………………………………………………………… 圆愿远

第 苑章摇数字信号处理器 (阅杂孕) 原理 ………………………………………… 圆怨员

苑援员摇概述 …………………………………………………………………… 圆怨员
苑援圆摇栽酝杂猿圆园云圆愿员圆 阅杂孕总体结构 ……………………………………… 圆怨猿
苑援猿摇片内外设 ……………………………………………………………… 猿园缘
苑援源摇指令系统 ……………………………………………………………… 猿员员

第 愿章摇数字信号处理技术的应用 ……………………………………………… 猿圆怨

愿援员摇阅杂孕在电气工程中的应用 ………………………………………………… 猿圆怨
愿援圆摇应用实例———基于 阅杂孕的电能质量调节器 ……………………………… 猿猿园

第 怨章摇酝粤栽蕴粤月在信号处理中的应用 …………………………………… 猿远愿

怨援员摇信号描述与变换中的 酝粤栽蕴粤月应用 …………………………………… 猿远愿
怨援圆摇连续时间信号卷积运算的 酝粤栽蕴粤月实现 ……………………………… 猿苑猿
怨援猿摇离散系统的频率响应和输出响应 ……………………………………… 猿苑远
怨援源摇用 云云栽实现信号谱分析 …………………………………………… 猿苑怨
怨援缘摇循环卷积与线性卷积的实现 ………………………………………… 猿愿圆
怨援远摇陨陨砸数字巴特沃思滤波器的设计 ……………………………………… 猿愿缘
上机练习题 ……………………………………………………………… 猿怨圆

习题答案 ………………………………………………………………………… 猿怨源

附录一摇卷积表 …………………………………………………………………… 源园圆

附录二摇常用周期信号的傅里叶级数表 ………………………………………… 源园猿

附录三摇常用信号的傅里叶变换表 ……………………………………………… 源园远

附录四摇几何级数的求值公式表 ………………………………………………… 源员猿

附录五摇序列的 在变换表 ………………………………………………………… 源员远

附录六摇栽酝杂猿圆园悦缘源园园芯片管脚 ………………………………………… 源员愿

附录七摇栽酝杂猿圆园悦缘源园园芯片内部模块 …………………………………… 源员怨

参考文献 ………………………………………………………………………… 源圆园

第 1 章 信号分析的基本概念

内容摘要：

本章主要介绍信号处理理论中的一些基本概念，其中包括：信号的描述方法及其分类；常用的典型信号及定义；信号的几种常用分解方法，主要是正交函数分解方法，给出完备正交函数集定义及其表示信号的方法；信号的基本运算，其中重点是卷积和相关运算的方法。

1.1 引言

在人类社会活动中，人们经常以语言、文字、图形及数据等方式传播和接收消息，所谓消息（message）可以认为是通过一定手段所表达的感觉、思想和意见等。从维持生存及完成社会职能的角度来说，人类必须不停地进行各种消息的传递和交换。

为了有效地发送和利用消息，人们需要将消息转换为易于处理和传送的信号。信号（signal）是消息的载体，常常借助某种便于处理、交换和传输的物理量作为运载手段。例如，汽车的汽笛声和钟楼的报时声是声信号，交通信号灯、光纤通导的激光束等是光信号，电台发射的电磁波、卫星导航信号等属于电信号。目前，在各种信号中，电信号是最便于传输、控制与处理的。在实际应用中，许多非电信号（如温度、流量、压力、速度、转矩等）都可通过专用的传感器转换为电信号。因此，研究电信号具有重要意义。

早在 19 世纪，人们就开始尝试利用电磁波为载体以电信号方式传送消息。1837 年莫尔斯（美）发明了电报，将字母和数字编码后变成电信号传送出去。1876 年贝尔（德）发明了电话，直接将声音信号变成电信号沿导线传送。1865 年麦克斯韦（英）总结了前人的成果后，提出了电磁波理论学说，并在 1887 年由赫兹（德）通过实验加以证实，为无线电科学奠定了理论基础。1895 年波波夫（俄）、马可尼（意）同时实现了电信号的无线传送。这样，经过各国科学家的不懈努力，终于实现了利用电磁波传送信号的理想。

进入 20 世纪，传送电信号的通信方式得到迅速发展，无线广播、超短波通信、广播电视、雷达、无线电导航、卫星定位系统等相继出现，在国民经济、工农业生产、国防、医疗、科技开发等各个领域都有广泛的应用，并继续发展。可以预见，在人类进入 21 世纪后，通信技术将会有快速的发展，使人类的生活更加便捷。

无线电电子学、通信技术等的发展和应用，归根结底是要解决一个信号传输问题，也就是要建立一个输送信号的装置，即所谓信号传输系统。电报、电话、收音机、电视机、雷达导航等都是一种信号传输系统。那么在信号传输与交换理论及应用的发展中，就涉及到“信号处理（signal processing）”这一课题。所谓“信号处理”，可以理解为对信号进行某

种加工或变换，其目的是消除信号中混杂的噪声和干扰，将信号变换成容易分析与识别的形式，便于估计和选择它的特征参量。20世纪80年代以来，由于计算机技术的发展与应用，大大促进了信号处理研究领域的发展。而信号处理的应用已遍及各个科技领域，例如在石油勘探、地震预报、医学领域中的心脑电图分析、语言识别、图像压缩、经济发展预测模型等领域都广泛采用了信号处理技术。鉴于信号处理在各个科学技术领域获得日益广泛的应用，其理论已成为许多专业的共同基础，对于电气工程及自动化、自动控制专业的学生来说，这也是他们必须掌握的专业理论基础之一。电信号处理的内容十分丰富，因课时和教材的篇幅限制，本书希望写成一本简明、易懂的教材，期望学生通过学习能掌握信号处理的基本理论、概念及方法，能初步应用这些原理去解决或分析一些专业中碰到的问题，并为后续专业课程的学习打下一定的基础。

1.2　信号的概念及分类

1.2.1　信号的概念

在实际应用中，除了使用消息和信号之外，也常用到信息（information）这一术语。信息论中对信息的定义是：信息是消息的一种度量，特指消息中有意义的内容。因此，更严格地说，信号是运载信息的载体，也是作为通信系统（communication system）中传输的主体。为有效获取和利用信息，必须对信号进行分析和处理。

通常信号用数学上的“函数（function）”或“序列（sequence）”来描述。比如 $x(t) = K\sin(\omega t)$，$x(n) = a^n\varepsilon(n)$ 等，它们既可看成是一种数学上的函数或序列，也可看成是用数学方法描述的信号。因此本书常常把“信号”与连续时间的“函数 $x(t)$”或离散时间的“序列 $x(n)$”等同起来。例如在电信号中，其最常见的表现形式是随时间变化的电压或电流，可以表示为连续时间函数 $u(t)$，$i(t)$ 或离散时间序列 $u(n)$，$i(n)$。

现实世界中的信号有两种：一种是自然存在的物理信号，如语音、地震信号、生理信号、天文及气象中的各种信号等；另一种是人工产生的信号，如雷达信号、超声探测信号、空间卫星测控信号、无线导航信号等。不管是哪种形式的信号，它总是蕴含一定的信息。比如图像信号含有丰富的图像信息，包括物体形状、颜色、明暗等；又比如医生通过研究病人的心电图信号，可以了解到这个病人是否患有心脏病的信息。因此可以说信号是信息的表现形式，信息则是信号的具体内容。

1.2.2　信号的描述与分类

描述信号的基本方法是写出它的数学表达式，该表达式是一个或若干个自变量的函数或序列的形式。比如信号 $x(t)$，其中自变量 t 是时间，信号 $x(t)$ 为时间 t 的函数，是一维的。若将信号随自变量的变化关系绘出图像，这种称为信号的波形，与信号的数学表达式相比，波形的描述方式更具有一般性。有些信号，虽然无法用闭式数学形式描述，但却可以画出它的波形图。除了用数学表达式与波形这两种形式描述信号外，随着问题的深入，还需要用频谱分析、各种正交变换及其他方法来描述和研究信号。

对于信号，还可以从以下几个方面进行分类。

员援确定性信号与随机信号（[illegible]）

若信号可以表示为一确定数学表达式，或信号的波形是惟一确定的，这种信号称为确定性信号。例如我们熟悉的正弦信号。但是实际传输的信号往往具有不可预知的不确定性，这种信号称为随机信号或不确定性信号。对确定性信号，可以惟一确定其信号的取值；对随机信号，其取值是不确定的。本书主要讨论确定性信号。

圆援周期信号与非周期信号（[illegible]）

若一个信号 枣（贼）满足下面的函数表达式：

枣（贼） 越枣（贼垣灶栽） 摇 （灶越园，依员，依圆，依猿，…） （员援[illegible]）

则称之为周期信号，其中满足上式的最小 栽值称为该信号的周期。显然周期信号的波形是以周期 栽重复变化的，且为无始无终的，如图 员援[illegible]所示。周期信号属于确定性信号的一种。

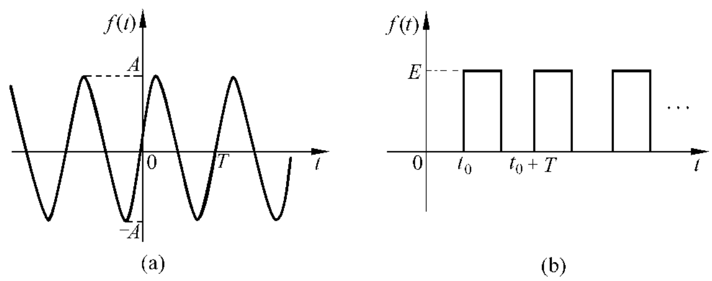


图 员援[illegible]摇周期信号

如果一个信号不具有周而复始的特性，那么它就是非周期信号。非周期信号可以看成是周期信号在周期 栽趋于无穷大时的特例。

还有一类特殊的非周期信号，称为准周期信号（[illegible]）。这类信号只是在一定的时间范围内具有一定的周期性，两个周期内的波形仅仅是相似，而不是完全相同。

猿援连续时间信号与离散时间信号（[illegible]）

在自变量的整个连续区间内都有定义的信号是连续时间信号，简称连续信号。注意，这里“连续”指的是定义域，信号的值域可以连续，也可以不是连续的。如正弦周期信号就是连续信号，图 员援[illegible]（遭）中的矩形脉冲串信号也是连续信号，在时间上是连续的，但在幅值上存在不连续的点（如 [illegible]等）。

在离散的时间点上才有定义的信号，称为离散时间信号，简称离散信号。同样，此处的“离散”指的是定义域，其值域可以是连续的，也可以是不连续的。对于离散信号，通常将自变量 贼简化为用整数 灶表示，函数符号写作 枣（灶），仅当 灶为整数时 枣（灶）才有定义。离散时间信号也常称为序列。如图 员援[illegible]即表示一个离散信号，其在 灶越原圆，原员，园，员，圆，猿

源…离散时刻分别给出函数值 猿 原圆圆圆 圆援圆 圆援愿 员援缘 圆援缘 原员…。一般情况下，离散信号是由连续信号经过抽样得到的。

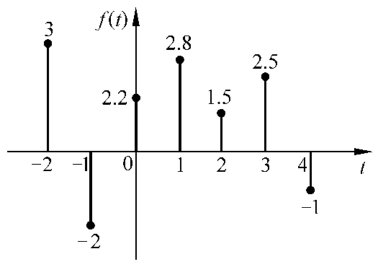


图 员援猿 离散信号

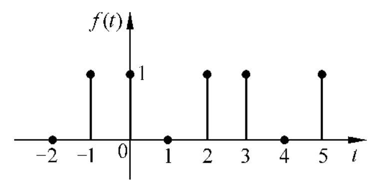


图 员援源 数字信号

源援模拟信号与数字信号（葬灶葬造燥早 泽蚤早灶葬造 葬灶凿 凿蚤早蚤贼葬造 泽蚤早灶葬造）

模拟信号是定义域和值域均连续的信号，因此模拟信号肯定是时间连续信号。数字信号指定义域和值域均是离散的信号。因此数字信号肯定是时间离散信号。如图 员援源中表示一个数字信号，各离散时刻的值只取“园”、“员”二者之一。

缘援因果信号与非因果信号（糟葬怎泽葬造 泽蚤早灶葬造 葬灶凿 灶燥灶糟葬怎泽葬造 泽蚤早灶葬造）

如果一个信号只在自变量的正半轴左闭区间［园，肄）取非零值，而在（原肄，园）开区间内取零值，则称此信号为因果信号，否则就称为非因果信号。使用“非因果”这一术语的目的，主要是为了表明我们无法产生一个信号，它甚至在无限远的过去都有值存在。

与因果信号对应，我们称自变量的正半轴开区间（园，肄）取零值，而在（原肄，园］右闭区间内取非零值的信号为反因果信号（葬灶贼蚤糟葬怎泽葬造 泽蚤早灶葬造）。显然，一个在（原肄，肄）区间都存在非零值的信号可以表示为因果信号和反因果信号之和。

同理，对于离散信号，可以将因果信号、非因果信号和反因果信号改称为因果序列、非因果序列以及反因果序列等。

远援能量信号与功率信号（藻灶藻则早赠 泽蚤早灶葬造 葬灶凿 责燥憎藻则 泽蚤早灶葬造）

对于连续信号 枣（贼）和离散信号 枣（灶），分别定义它们的能量为

$$\mathscr{E}[枣(贼)] 越 \int_{原肄}^{肄} 渣枣(贼)渣^{圆} 凿贼 \qquad (员援员)$$

$$\mathscr{E}[枣(灶)] 越 \sum_{灶越原肄}^{肄} 渣枣(灶)渣^{圆} \qquad (员援圆)$$

其中 渣 渣表示取模运算。对于实数取模就等于实数的绝对值，而对于复数取模可以表示为它本身与其共轭的乘积的平方根，即

$$渣粤渣越 \sqrt{粤粤^{*}} \quad 摇或摇 \quad 渣粤渣^{圆} 越粤粤^{*} \qquad (员援猿)$$

摇摇如果一个信号其能量是有限的，即 $\mathscr{E}[\cdot]$ 约肄，则称之为能量有限信号，简称能量信号。对于能量无限信号，例如无始无终的周期信号，我们往往研究它的功率。定义信号的

功率为

$$\mathscr{P}\text{[枣(贼)] 越造皂}_{\text{栽→肄}}\frac{\text{员}}{\text{栽}}\int_{\text{原栽/圆}}^{\text{栽/圆}}\text{渣枣(贼)渣}^{\text{圆}}\text{凿贼} \qquad \text{(员援员原缘)}$$

$$\mathscr{P}\text{[枣(灶)] 越造皂}_{\text{晕→肄}}\frac{\text{员}}{\text{圆晕垣员}}\sum_{\text{灶越原晕}}^{\text{晕}}\text{渣枣(灶)渣}^{\text{圆}} \qquad \text{(员援员原远)}$$

摇摇若信号的功率是有限的，即 $\mathscr{P}$[·] 约肄，则称之为功率有限信号，简称功率信号。

如果信号 枣(贼)是周期信号，且周期为 栽，那么其功率为

$$\mathscr{P}\text{[枣(贼)] 越}\frac{\text{员}}{\text{栽}}\int_{\text{原栽/圆}}^{\text{栽/圆}}\text{渣枣(贼)渣}^{\text{圆}}\text{凿贼} \qquad \text{(员援员原苑)}$$

摇摇同理，如果信号 枣(灶)为周期序列，且周期为 晕，则其功率为

$$\mathscr{P}\text{[枣(灶)] 越}\frac{\text{员}}{\text{晕}}\sum_{\text{灶越皂}}^{\text{皂垣晕原员}}\text{渣枣(灶)渣}^{\text{圆}}\text{摇(皂为整数)} \qquad \text{(员援员原愿)}$$

摇摇一般来说，周期信号、准周期信号及随机信号，由于其时间是无限的，所以它们不是能量信号，而是功率信号。在有限区间有定义的确定信号一般都是能量信号。

缘援一维信号与多维信号（燥灶藻鄄凿蚤皂藻灶泽蚤燥灶葬造 泽蚤早灶葬造 葬灶凿 皂怎造贼蚤鄄凿蚤皂藻灶泽蚤燥灶葬造 泽蚤早灶葬造）

从数学表达式来看，信号可以表示为一个或多个变量的函数。如语音信号可表示为声压随时间变化的函数，这是一维信号。而一张黑白图像每个点（像素）具有不同的光强度，任一点又是二维平面坐标中两个变量的函数，这是二维信号。同样，电磁波在三维空间传播时，如果不考虑时间变量，则可将其看作是三维信号，当考虑时间变量时又可看成为四维信号。在本书以后的讨论中，一般情况下只研究一维信号，且自变量为时间。

以上是从不同的角度对信号进行的分类。事实上，如果从其他角度出发，还有其他的分类方法，在此不再赘述。

员援圆摇典型信号与奇异信号

在信号处理问题的研究中，经常会遇到一些典型的连续时间信号，如正弦信号、指数信号、抽样函数、冲激信号等。熟练掌握这些信号的表达式及性质对进一步研究十分有意义。

员援圆援员摇正弦、余弦信号（泽蚤灶藻 葬灶凿 糟燥泽蚤灶藻 泽蚤早灶葬造泽）

这是我们比较熟知的信号，它们的数学表达式为

$$\text{枣(贼) 越 运泽蚤灶(}\omega\text{贼垣}\theta\text{)} \qquad \text{(员援圆原员)}$$

$$\text{枣(贼) 越 运糟燥泽(}\omega\text{贼垣}\theta\text{)} \qquad \text{(员援圆原圆)}$$

式中，运为振幅，ω 为角频率（ω 越圆仔枣，枣为频率），θ 为初相位。正（余）弦函数的一个重要

性质是对它进行微、积分运算之后，仍为同频率余（正）弦函数。

员援猿援员摇指数信号（灾曾责燥灶藻灶贼蚤葬造 杂蚤早灶葬造）

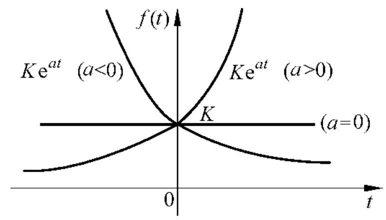


图 员原猿摇指数信号

指数信号的表达式为

枣（贼）越运藻葬贼　（员原员远）

式中 葬为实数，它反映了信号衰减（葬约园）或信号增加（葬跃园）的速率，当 葬越园时为直流信号。其波形如图 员原猿所示。对于指数信号进行微、积分后仍为指数形式。

员援猿援员援圆摇复指数信号（悦燥皂责造藻曾 耘曾责燥灶藻灶贼蚤葬造 杂蚤早灶葬造）

复指数信号的函数表达式为

枣（贼）越运藻泽贼　（员原员园）

式中 泽越σ＋躁ω 为复数。借助于欧拉公式将式（员原员园）展开为

枣（贼）越运藻（σ＋躁ω）贼越运藻σ贼糟燥泽ω贼＋躁运藻σ贼泽蚤灶ω贼　（员原员员）

摇摇我们可以在复指数信号与正、余弦信号之间建立联系。虽然复指数信号在现实世界中并不存在，但它在信号分析中将会发挥很重要的作用。

员援猿援员援猿摇抽样信号（泽葬（贼）信号）（杂葬皂责造蚤灶早 杂蚤早灶葬造）

抽样信号（泽葬（贼）信号）是指 泽蚤灶贼与 贼之比构成的函数，其定义如下：

$$泽葬（贼）越\frac{泽蚤灶贼}{贼}　（员原员源）$$

信号波形如图 员原源所示，从波形图上可以注意到，泽葬（贼）具有如下性质：

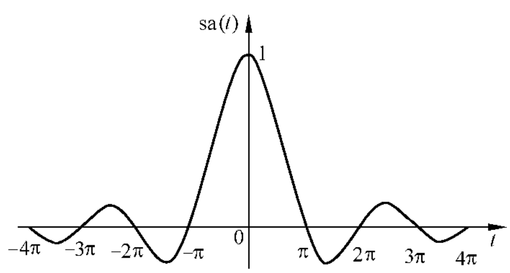


图 员原源摇泽葬（贼）信号波形

① 泽葬（贼）是一个偶函数，在 贼的正、负两个方向上其振幅逐渐衰减，当 贼越依π，依圆π，…，依灶π 时，其值为零。

② 当 贼越园时，泽葬（贼）函数的分子、分母均为零，则其值可以借助求极限中的洛必达法则求得

$$泽葬（园）越造蚤皂_{贼→园}\frac{泽蚤灶贼}{贼}越\frac{糟燥泽贼}{员}\Big|_{贼越园}越员$$

摇摇③ 泽葬（贼）还有下列性质：

$$\int_{-\infty}^{\infty} Sa(t)\mathrm{d}t = \pi$$

$$\int_{0}^{\infty} Sa(t)\mathrm{d}t = \int_{-\infty}^{0} Sa(t)\mathrm{d}t = \frac{\pi}{2}$$

[illegible] 奇异信号 ([illegible])

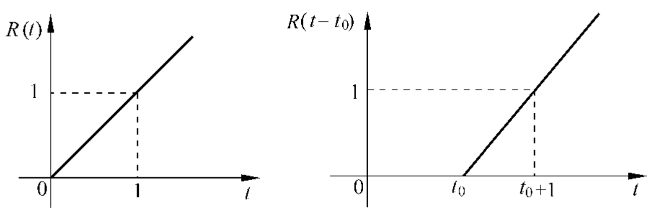
在信号分析与处理中，除上述几种常用的典型信号外，还有一类基本信号，其本身具有简单的数学形式，属于连续信号，但其本身或其微分、积分有不连续点存在。由于这类信号的各阶导数不都是有限值，所以通常把这类信号称为奇异信号。下面就介绍几种常见的奇异信号。

1. 单位斜变信号 $R(t)$ ([illegible])

斜变信号也称斜坡信号。它是指从某一时刻开始随时间按正比例增长的信号。如果增长的变化率为 1，就称作单位斜变信号，其表达式为

$$R(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ t & t \geqslant 0 \end{cases} \quad ([illegible])$$

波形如图 1.[illegible](a) 所示。



(a) 单位斜变信号　　(b) 延迟的斜变信号

图 1.[illegible] 斜变信号波形

如果将起始点移至 t_0，则表达式为

$$R(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ t & t \geqslant t_0 \end{cases} \quad ([illegible])$$

波形如图 1.[illegible](b) 所示，称之为延迟的斜变信号。

单位斜变信号是理想信号，不可实现。在实际应用中常用到截平斜变信号，在时间 τ 以后的斜变波形被切平，如图 1.[illegible] 所示，其表达式为

$$R_{\tau}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\tau}R(t) & t < \tau \\ 1 & t \geqslant \tau \end{cases} \quad ([illegible])$$

如图 1.[illegible] 所示的三角脉冲信号也可用斜变信号表示，写作

$$砸_{\triangle}(贼) 越\begin{cases} \frac{运}{\tau}砸(贼) & 贼约\tau \\ 园 & 贼\geqslant \tau \end{cases}$$ (员援员缘)

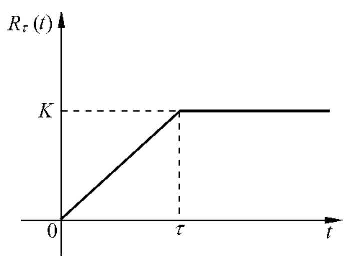


图 员援员缘 截平斜变信号

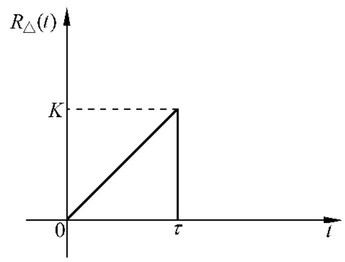


图 员援员远 三角脉冲信号

园援单位阶跃信号 ε(贼)(怎灶蚤贼 泽贼藻责 泽蚤早灶葬造)

单位阶跃信号表达式为

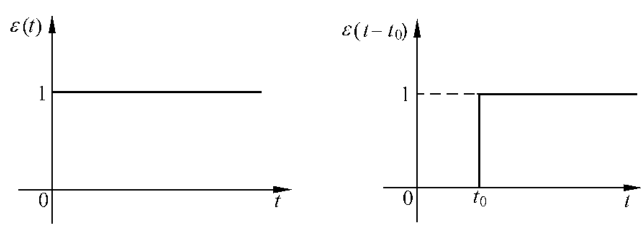
$$\varepsilon(贼) 越\begin{cases} 园 & 贼约园 \\ 员 & 贼跃园 \end{cases}$$ (员援员苑)

其波形如图 员援员苑(葬)所示。ε(贼)函数在跳变点 贼越园处未定义，有时也规定在 贼越园处函数值 ε(园) 越员/圆。

单位阶跃函数描述了某些实际对象从一个状态到另一个状态可以瞬时完成的过程。例如在 贼越园时刻某一电路接入单位直流电压源并无限持续下去。上面如果接入电源的时间延迟到 贼越贼$_{园}$时刻(贼$_{园}$跃园)，则可用一个延迟的单位阶跃函数表示：

$$\varepsilon(贼原贼_{园}) 越\begin{cases} 园 & 贼约贼_{园} \\ 员 & 贼跃贼_{园} \end{cases}$$ (员援员愿)

波形如图 员援员苑(遭)所示。



(a) 单位阶跃函数　　(b) 延迟的单位阶跃函数

图 员援员苑 阶跃函数

单位斜变信号与单位阶跃信号之间是微分与积分的关系。容易证明以下关系式：

$$砸(贼) 越\int_{原肄}^{贼}\varepsilon(\lambda)\,凿\lambda$$ (员援员怨)

ε (贼 越 当础(贼 / 当贼　　(员原圆圆)

摇摇有了单位阶跃信号定义，就可以用其来描述因果信号。如 枣(贼称为因果信号，当且仅当

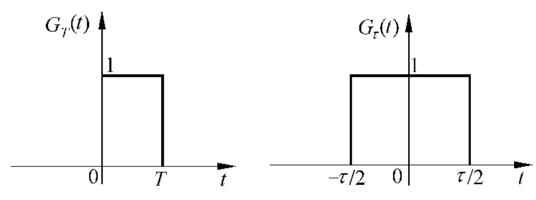
枣(贼 越枣(贼ε (贼　　(员原圆猿)

摇摇同理，利用阶跃及其延时信号之差也可表示矩形脉冲信号，其波形如图 员原园(葬，(遭所示。对于图 员原园(葬的信号用 郧$_{栽}$(贼表示：

郧$_{栽}$(贼 越ε (贼 原ε (贼原栽　　(员原圆源)

下标 栽表示矩形脉冲信号出现在 园到 栽时刻之间。如果矩形脉冲对于纵坐标左右对称，且宽度为 τ，则以符号 郧$_{τ}$(贼表示，如图 员原园(遭 所示，也称为门限函数 (gate function)。

郧$_{τ}$(贼 越ε (贼垣τ 辕圆 原ε (贼原τ 辕圆　　(员原圆缘)



(a) 单位矩形脉冲函数　　(b) 门限函数

图 员原园摇矩形脉冲信号

摇摇由上面例子可以看出阶跃信号具有鲜明的单边特性，通常又称为切除特性。利用这一特性可以方便地表示各种信号的接入特性。例如图 员原员的波形可写作：

枣(贼 越糟燥泽(ω 贼ε (贼

利用单位阶跃信号还可以表示符号函数 (泽蚤早灶 枣怎灶糟贼蚤燥灶)。如图 员原圆所示。该函数定义为

$$
泽早灶(贼 越\begin{cases} 员 & 贼跃园 \\ 原员 & 贼约园 \end{cases}
$$
(员原圆远)

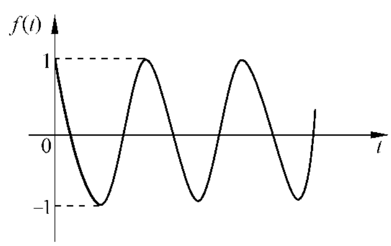


图 员原员摇糟燥泽(ω 贼ε (贼波形

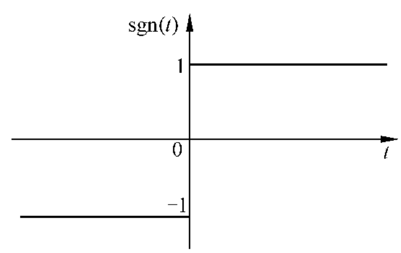


图 员原圆摇符号函数

摇摇与阶跃信号类似，对于符号函数在跳变点也可不予定义，或规定 泽早灶(园 越园 显然，也可以利用阶跃函数表示 泽早灶(贼。

泽早灶(贼 越圆ε (贼 原员　　(员原圆苑)

或

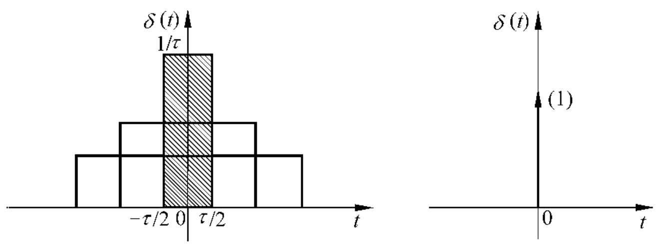
$$\text{澪灶}(\text{贼})\ \text{越}\,\varepsilon(\text{贼})\ \text{原}\,\varepsilon(\text{原贼}) \qquad (\text{员鄄猿原})$$

猿援单位冲激信号 δ(贼)(怎灶蚤贼 蚤皂责怎造泽藻 泽蚤早灶葬造)

在自然界中常有这样一些物理现象，某个动作只发生在一个很短的瞬间，而在其他时刻没有任何动作。例如暴风雨天气中的雷鸣电闪的瞬间，力学里弹性碰撞的瞬间作用下的冲击力，通信系统中的抽样脉冲等，都可以用一个时间极短、但取值极大的函数模型来描述。冲激函数的概念就是以这类实际问题为背景提出的。

冲激函数的演变可通过分析矩形脉冲的极限问题得到。图 员鄄员源(葬)表示一宽为 τ、高为 $\frac{\text{员}}{\tau}$ 的矩形脉冲，当保持矩形脉冲面积 $\tau\cdot\frac{\text{员}}{\tau}$ 越员不变，而使脉宽 $\tau\rightarrow$圆时，脉冲幅度 $\frac{\text{员}}{\tau}\rightarrow$肆，此极限情况即为单位冲激函数，常记作 δ(贼)，又称为 δ 函数。具体表达式为

$$\delta(\text{贼})\ \text{越}\lim_{\tau\rightarrow \text{圆}}\frac{\text{员}}{\tau}\left[\varepsilon\left(\text{贼}\,\text{垣}\,\frac{\text{员}}{\text{圆}}\right)\text{原}\,\varepsilon\left(\text{贼}\,\text{原}\,\frac{\text{员}}{\text{圆}}\right)\right] \qquad (\text{员鄄猿员})$$



(a) 矩形脉冲演变为冲激函数　　(b) 冲激函数

图 员鄄员源　冲激函数形成原理

冲激函数用箭头表示，如图 员鄄员源(遭)所示。它表明，δ(贼)只在 贼越圆点有一冲激，在 贼越圆点之外各处，函数值均为零。

通过以上分析，可以给出单位冲激信号的更为严格的定义，亦称为狄拉克(阅蚤则葬糟)定义，即

$$\left.\begin{aligned}&\int_{\text{原肆}}^{\text{肆}}\delta(\text{贼})\,\text{凿贼}\ \text{越}\ \text{员}\\&\delta(\text{贼})\ \text{越}\ \text{圆}\quad \text{贼}\neq\text{圆}\end{aligned}\right\} \qquad (\text{员鄄猿圆})$$

如果冲激点不在 贼越圆处而在 贼越贼$_{\text{园}}$处，则定义式可写为

$$\left.\begin{aligned}&\int_{\text{原肆}}^{\text{肆}}\delta(\text{贼}\,\text{原}\,\text{贼}_{\text{园}})\,\text{凿贼}\ \text{越}\ \text{员}\\&\delta(\text{贼}\,\text{原}\,\text{贼}_{\text{园}})\ \text{越}\ \text{圆}\quad \text{贼}\neq\text{贼}_{\text{园}}\end{aligned}\right\} \qquad (\text{员鄄猿猿})$$

其波形如图 员鄄员缘所示，亦称为延迟的单位冲激信号。

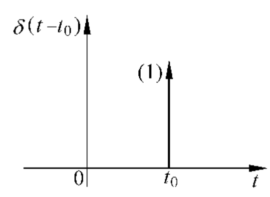


图 员鄄员缘　贼越贼$_{\text{园}}$时刻出现的冲激

以上对冲激函数的定义都没说明 贼越圆时的函数值为何，因此说 δ(贼)不是通常意义上的函数，也称为奇异函数。

一般冲激函数在整个时间域的积分值用冲激强度（蒸耘蕴栽粤云皂责遭灶藻）表示。比如对于单位冲激信号，其冲激强度为 员。

单位冲激函数与单位阶跃函数是最常用的奇异函数，它们之间存在下列关系：

（员）冲激函数的积分等于阶跃函数

由定义式（员鄄圆）可知

$$\int_{原肄}^{贼}\delta(\tau)\,凿 越\begin{cases}园 & 贼约园\\ 员 & 贼跃园\end{cases}$$

将此式与 ε（贼）的定义式比较，就可以得出

$$\int_{原肄}^{贼}\delta(\tau)\,凿 越\varepsilon（贼） \qquad （员鄄猿）$$

摇摇（圆）阶跃函数的微分等于冲激函数

$$\frac{凿（贼）}{凿贼}越\delta（贼） \qquad （员鄄源）$$

摇摇此结论可作如下解释：阶跃函数在除 贼越园以外的各点都取固定值，其变化率都等于零。而在 贼越园有不连续点，此跳变的微分对应 贼越园点的冲激。

冲激函数还具有如下一些性质：

（员）抽样性质（筛选性质）（泽葬皂责造蚤灶早责则燥责藻则贼赠）

若 枣（贼）为连续函数，则冲激函数 δ（贼）应使下式成立：

$$\int_{原肄}^{肄}枣（贼）\delta（贼）凿贼越\int_{原肄}^{肄}枣（园）\delta（贼）凿贼越枣（园）\int_{原肄}^{肄}\delta（贼）凿贼越枣（园） \qquad （员鄄缘）$$

类似地，对于延迟 贼园的单位冲激信号有

$$\int_{原肄}^{肄}枣（贼）\delta（贼原贼_{园}）凿贼越枣（贼_{园}） \qquad （员鄄远）$$

摇摇以上两式均表明了冲激信号的抽样特性（或称筛选性）。连续时间信号 枣（贼）与单位冲激信号 δ（贼）相乘并在 原肄到 垣肄时间内取积分，可以得到 枣（贼）在 贼越园点（抽样时刻）的函数值 枣（园），即筛选出 枣（园）。若将单位冲激移到 贼园时刻，则抽样值取 枣（贼园）。

（圆）δ（贼）为偶函数

冲激函数还具有以下性质：

$$\delta（贼）越\delta（原贼） \qquad （员鄄苑）$$

即 δ（贼）函数是偶函数，可以证明如下：

$$\int_{原肄}^{肄}\delta（原贼）枣（贼）凿贼越\int_{肄}^{原肄}\delta(\tau)枣（原\tau）凿（原\tau）越\int_{原肄}^{肄}\delta(\tau)枣（园）凿 越枣（园）$$

上式用到变量替换 τ 越原贼，与式（员鄄缘）对照即可得出 δ（贼）越δ（原贼）结论。

（猿）时域压扩性（尺度变换）（泽糟葬造蚤灶早责则燥责藻则贼赠）

δ（贼）的时域压扩性（或称尺度变换性）表达式为

$$\delta（葬贼）越\frac{员}{渣葬渣}\delta（贼）摇（葬\neq 园为任意常数） \qquad （员鄄愿）$$