

21 世纪高等学校电子信息类专业规划教材

信号处理原理

王朝英 冯新喜 编著

清华大学出版社

北京交通大学出版社

· 北京 ·

内 容 简 介

本书根据高等院校培养适应 21 世纪人才的教学需要编写, 讲述信号处理, 重点是数字信号处理的概念、原理、实现及应用。全书共分 9 章, 第 1 章讲述模拟信号的离散化及重构过程; 第 2 章至第 6 章讨论数字信号处理的原理及实现, 包括离散时间信号与系统的概念及性质、离散时间系统的各种表征方式(差分方程、系统函数、频率响应)及其之间的关系、离散傅里叶变换(DFT)、快速傅里叶变换(FFT), 数字滤波器的常用实现形式等内容; 第 7 章讨论信号处理的几个应用(数字波形产生器、音响效果产生器、信号增强及降噪); 第 8 章和第 9 章主要讨论无限长脉冲响应(IIR)数字滤波器及有限长脉冲响应(FIR)的数字滤波器设计技术。在附录中给出基于 MATLAB 的信号处理的简介及常用函数, 便于学生在学习过程中进行信号的分析及信号处理算法的仿真。

本书可以作为高等院校“信号处理原理”课程的教材, 适用于电子工程、通信工程、计算机技术、自动控制等不同专业的学生使用, 也可供从事信息处理专业技术人员自学与参考。

版权所有, 翻印必究。举报电话: 010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签, 无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术, 用户可通过在图案表面涂抹清水, 图案消失, 水干后图案复现; 或将表面膜揭下, 放在白纸上用彩笔涂抹, 图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

信号处理原理/王朝英, 冯新喜编著. —北京: 清华大学出版社; 北京交通大学出版社, 2005.6

(21 世纪高等学校电子信息类专业规划教材)

ISBN 7-81082-478-3

I. 信… II. ①王… ②冯… III. 信号处理-高等学校-教材 IV. TN911.7

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 059100 号

责任编辑: 周益丹 特邀编辑: 崔树琪

出版者: 清华大学出版社 邮编: 100084 电话: 010-62776969

北京交通大学出版社 邮编: 100044 电话: 010-51686414

印刷者: 北京鑫海金澳胶印有限公司

发行者: 新华书店总店北京发行所

开 本: 185×260 印张: 18.75 字数: 447 千字

版 次: 2005 年 7 月第 1 版 2005 年 7 月第 1 次印刷

书 号: ISBN 7-81082-478-3/TN·38

印 数: 1~4 000 册 定价: 26.00 元

本书如有质量问题, 请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评, 我们表示欢迎和感谢。
投诉电话: 010-51686043, 51686008; 传真: 010-62225406; E-mail: press@center.bjtu.edu.cn。

前 言

随着计算机技术及微电子技术的发展，信号处理技术（尤其是数字信号处理技术）的理论研究和应用研究成果几乎深入到了当今工程、医疗、生活及军事等各个领域。本书主要讨论信号处理的基本理论、原理、方法及应用，着重基本理论的理解、掌握以及在实际中的应用，为后续课程的学习以及工作实践打下坚实的基础。

全书共分9章，第1章至第6章是信号处理的基础理论部分，为了保证信号（模拟信号、数字信号）处理的完整性和连续性，第1章讨论模拟信号的离散化和重构，为利用数字信号处理系统处理模拟信号打下基础；第2章讲述离散时间信号及离散时间系统的时域分析，包括各种信号的运算，系统的基本特性及其时域表征；第3章主要讨论离散时间信号及其系统的变换域分析，最后归结于离散时间系统的频域分析及其表征；第4章从讲述离散时间信号的离散时间傅里叶变换出发，讨论周期信号的傅里叶级数，最后给出数字信号处理的一个重要内容——离散傅里叶变换；第5章讨论离散傅里叶变换的各种快速算法——快速傅里叶变换，这是数字信号处理技术能迅速发展，得到广泛应用的一个前提；第6章讨论数字滤波器的实现，为应用打基础；第7章至第9章是信号处理的应用部分，第7章首先讨论几个比较常见的信号处理应用，包括各种信号发生器、音响效果产生器以及信号的降噪及增强，使读者对信号处理技术的应用有一个比较直观的认识；第8章和第9章分别讨论了无限长和有限长脉冲响应滤波器的设计，主要讨论各种数字滤波器的基本理论及实现方法。由于MATLAB已成为公认的数值计算的软件及进行数字信号处理理论、算法及应用研究的重要工具，在附录里简单介绍了MATLAB及其信号处理工具箱，以帮助读者更好地学习和运用信号处理技术。

本书的先修课程有“信号与系统”、“工程数学”等，讲授时可以根据学时数合理安排取舍，参考学时为60学时。

本书第1~5章和第7章由王朝英编写，第6章、第8章和第9章由冯新喜编写，陈侯郅、刘坤、王亚淘、敦涛、肖潇、王栋等参与了本书的部分文字录入及绘图工作；在编写过程中得到了刘作良、周生炳、任邵东、姚佩阳等教授的精心指导和大力支持，他们提出了很多宝贵的意见和建议，使得本书得以顺利完成；曹锦、肖李珍等在校对方面付出了艰辛劳动，这里一并表示诚挚的感谢。同时，在编写过程中参阅了大量有关的参考文献，在此向所有参考文献的作者表示感谢。

由于时间仓促，作者的水平有限，书中难免存在一些疏漏和不足，敬请读者批评指正。

作 者
2005年6月

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

目 录

绪 论	(1)
第1章 模拟信号的离散化和重构	(4)
1.1 模拟信号	(4)
1.2 采样定理	(6)
1.3 正弦信号的采样	(9)
1.4 模拟信号的重构	(12)
1.4.1 模拟信号的理想重构	(13)
1.4.2 阶梯重构器	(15)
1.5 模拟信号的量化	(16)
1.5.1 量化过程	(16)
1.5.2 D/A 转换器	(19)
1.5.3 A/D 转换器	(21)
小结	(24)
习题	(24)
第2章 离散时间信号和离散时间系统	(27)
2.1 离散时间信号	(27)
2.1.1 常用的典型序列	(28)
2.1.2 序列的运算	(32)
2.2 离散时间系统	(37)
2.2.1 无记忆系统	(37)
2.2.2 线性系统	(38)
2.2.3 时不变系统	(38)
2.2.4 线性时不变系统的脉冲响应	(39)
2.2.5 系统的因果性和稳定性	(44)
2.3 离散时间系统的输入输出描述法——线性常系数差分方程	(47)
2.3.1 线性常系数差分方程	(47)
2.3.2 线性常系数差分方程的求解	(47)
小结	(50)
习题	(51)
第3章 z 变换	(54)
3.1 z 变换	(54)
3.1.1 z 变换的定义	(54)
3.1.2 z 变换的收敛域	(55)

3.2	逆 z 变换	(57)
3.2.1	用留数定理求逆 Z 变换	(58)
3.2.2	部分分式展开法	(61)
3.2.3	幂级数展开法(长除法)	(64)
3.3	z 变换的性质和定理	(65)
3.4	用 z 变换求差分方程的解	(70)
3.5	系统函数	(72)
3.5.1	系统函数	(72)
3.5.2	系统函数的零、极点分布与单位脉冲响应的关系	(73)
3.5.3	用 z 变换分析系统的因果性和稳定性	(75)
3.6	系统的频率响应	(77)
3.6.1	频率响应	(77)
3.6.2	利用系统的零、极点分布分析系统的频率特性	(79)
3.6.3	全通系统	(82)
3.6.4	最小相位系统	(84)
	小结	(85)
	习题	(86)
第4章	离散傅里叶变换	(89)
4.1	序列傅里叶变换的定义及性质	(89)
4.1.1	序列傅里叶变换的定义	(89)
4.1.2	序列傅里叶变换的性质	(90)
4.2	周期序列的离散傅里叶级数	(95)
4.2.1	周期序列的离散傅里叶级数	(95)
4.2.2	DFS 与 z 变换及 DTFT 的关系	(97)
4.2.3	z 域中的采样与重构	(98)
4.3	傅里叶变换的几种可能形式	(101)
4.3.1	非周期连续时间信号傅里叶变换(FT)	(101)
4.3.2	周期连续时间信号傅里叶级数(FS)	(101)
4.3.3	非周期序列离散时间傅里叶变换(DTFT)	(102)
4.3.4	周期序列傅里叶级数	(103)
4.4	离散傅里叶变换(DFT)	(104)
4.4.1	DFT 的定义	(104)
4.4.2	DFT 导出的图形解释	(105)
4.4.3	离散傅里叶变换的基本性质	(108)
4.5	用 DFT 计算线性卷积	(116)
4.6	用 DFT 对信号进行频谱分析	(122)
4.6.1	利用 DFT 分析非周期连续信号的频谱	(122)
4.6.2	利用 DFT 对序列进行频谱分析	(128)
	小结	(129)

习题	(130)
第 5 章 快速傅里叶变换	(133)
5.1 概述	(133)
5.2 基 2 按时间抽取 FFT	(134)
5.2.1 算法的推导	(134)
5.2.2 算法的讨论	(138)
5.2.3 DIT-FFT 算法与直接计算 DFT 运算量的比较	(140)
5.2.4 按时间抽取的 FFT 算法的其他形式流程图	(140)
5.3 基 2 按频率抽取 FFT	(143)
5.4 IDFT 的高效算法	(146)
5.5 进一步减少运算量的措施	(147)
5.5.1 多类蝶形单元运算	(147)
5.5.2 旋转因子的生成	(148)
5.5.3 实序列 FFT 算法	(149)
5.6 N 为复合数的 FFT 算法——混合基算法	(149)
5.6.1 复合数 $N = N_1 \cdot N_2$ 的 FFT 算法	(150)
5.6.2 基 4 FFT 算法	(153)
5.7 分裂基 FFT 算法	(157)
5.7.1 分裂基 FFT 算法原理	(157)
5.7.2 分裂基 FFT 算法的运算量	(162)
5.8 线性调频 z 变换算法	(163)
5.8.1 算法的基本原理	(164)
5.8.2 CZT 的实现步骤	(166)
5.8.3 运算量的估算	(168)
小结	(169)
习题	(169)
第 6 章 数字滤波器实现	(171)
6.1 差分方程与数字滤波器	(171)
6.2 无限长脉冲响应系统(IIR)的信号流图与结构	(173)
6.2.1 IIR 系统的直接实现	(173)
6.2.2 IIR 系统的级联实现	(177)
6.2.3 IIR 系统的并联实现	(179)
6.3 有限长脉冲响应系统(FIR)的信号流图与结构	(181)
6.3.1 FIR 系统的直接实现	(182)
6.3.2 FIR 系统的级联实现	(182)
6.3.3 线性相位结构	(183)
6.3.4 FIR 系统的递归实现及梳状滤波器	(186)
6.3.5 FIR 系统的频率采样实现	(187)
小结	(189)

习题	(189)
第7章 信号处理应用	(191)
7.1 数字波形发生器	(191)
7.1.1 正弦信号发生器	(191)
7.1.2 周期信号发生器	(196)
7.2 数字音响效果发生器	(198)
7.3 噪声抑制与信号增强	(202)
小结	(208)
第8章 无限长脉冲响应滤波器的设计	(209)
8.1 滤波器的基本概念	(209)
8.1.1 滤波器原理	(209)
8.1.2 滤波器的基本分类	(210)
8.1.3 数字滤波器的设计要求和基本方法概述	(210)
8.2 模拟低通滤波器设计	(213)
8.2.1 模拟低通滤波器设计概述	(213)
8.2.2 巴特沃思模拟低通滤波器设计法	(214)
8.2.3 切比雪夫模拟低通滤波器设计法	(217)
8.3 模拟滤波器的频率变换	(221)
8.3.1 低通到高通的频率变换——模拟高通滤波器设计	(222)
8.3.2 低通到带通的频率变换——模拟带通滤波器设计	(223)
8.3.3 低通到带阻的频率变换——模拟带阻滤波器设计	(225)
8.4 IIR 数字滤波器的设计	(228)
8.4.1 脉冲响应不变法设计 IIR 数字滤波器	(228)
8.4.2 双线性变换法设计 IIR 数字滤波器	(231)
8.4.3 数字高通、带通和带阻滤波器	(236)
小结	(240)
习题	(241)
第9章 有限长脉冲响应滤波器的设计	(243)
9.1 线性相位 FIR 滤波器的特点	(243)
9.1.1 FIR 滤波器的线性相位条件	(243)
9.1.2 线性相位 FIR 滤波器幅频特性 $H_g(\omega)$ 的特点	(245)
9.1.3 线性相位 FIR 滤波器零点分布特点	(248)
9.2 采用窗函数法设计 FIR 滤波器	(249)
9.2.1 FIR 滤波器设计的窗函数法	(249)
9.2.2 用矩形窗函数逼近理想低通滤波器时的吉布斯现象	(251)
9.2.3 常用窗函数	(254)
9.2.4 用窗函数法设计 FIR 滤波器	(258)
9.3 利用频率采样法设计 FIR 滤波器	(260)
9.4 切比雪夫逼近法设计 FIR 滤波器	(263)

9.4.1	切比雪夫最佳一致逼近准则	(264)
9.4.2	利用切比雪夫最佳一致逼近准则设计 FIR 滤波器	(265)
9.4.3	线性相位 FIR 滤波器四种形式的统一表示	(267)
小结	(272)
习题	(272)
附录 A	MATLAB 在信号处理中的应用	(274)
A.1	MATLAB 简介	(274)
A.2	MATLAB 数组、矩阵的输入与运算	(275)
A.2.1	MATLAB 数组、矩阵的输入	(275)
A.2.2	MATLAB 数组、矩阵的运算	(277)
A.3	MATLAB 图形显示	(278)
A.4	信号处理中常用的函数	(279)
参考文献	(286)

绪 论

信号是信息的载体，几乎所有的工程技术领域都要涉及信号问题。这些信号的表现形式有电、磁、机械、热、声、光等，人们“感兴趣”的有用信号常常是与其他同类的或异类的信号混合在一起的。信号处理的目的是要从一大堆混合的、杂乱的信息中提取或增强有用的信息。因此实质上信号处理就是提取、增强、存储和传输有用信息的一种运算。这里的信号分为数字信号和模拟信号两种，模拟信号的自变量（例如时间）和应变量都是连续的，而数字信号的自变量（例如时间）和应变量都是离散的。针对不同的信号有不同的处理方式。一般来说，数字系统处理的对象是数字信号，模拟系统处理的对象是模拟信号，但是，如果系统中增加数/模（D/A）转换器和模/数（A/D）转换器，数字系统可以处理模拟信号，模拟系统也可以处理数字信号，关键是两种系统对信号的处理方式不同。数字系统采用数值计算的方法，完成对数字信号的处理，而模拟系统通过一些模拟器件，无源器件（电阻、电容、电感等）和有源器件（放大器等）组成电路完成对信号的处理。

数字系统与模拟系统相比有许多优点。首先，由于模拟系统是由元器件搭建而成的电路，而元器件的特性在制造误差范围内差异很大，且特性还会随温度而改变，因此采用相同元器件搭建的相同电路，在不同条件下其系统的性能在某种程度上存在着不一致，相比之下，数字系统的工作具有可预测性和可重复性；由于数字系统主要取决于软件，所以其性能几乎不受以上因素的影响，因此数字系统比模拟系统有更好的抗噪声性能。其次，数字系统比模拟系统的电路体积小、功耗低。最后，数字系统的最大优势是它的灵活性，可通过简单地更改程序中的一些语句来修改设计，而大多数模拟系统的重新设计则往往需要重新搭建，因此采用数字信号处理的设计费用及设计周期大大降低。数字系统的惟一不足就是实时性，这是由数字系统的运算速度决定的，因此若用数字系统处理的是频率很高的信号，则很难保证信号的实时性。但是由于数字系统的诸多优点，数字信号处理现在已是很多技术和应用中的首选。

简单地说，数字信号处理利用计算机或专用处理设备，以数值计算的方法对信号进行采集、变换、分析或综合、估值与识别等加工处理，以获得有用的信号或信息，使之能够在实践中加以应用。近二三十年，随着电子技术及计算机技术的快速发展，“数字化”已经成为“热点”名词。与这个“热点”名词相关的数字信号处理更是紧密围绕着理论与实践迅猛发展；它以众多学科为基础，其研究成果又渗透到众多学科，成为理论与实践并重、相互促进发展的新兴学科，并且是在当代高新技术领域具有重要地位的大学科。

下面从数字信号处理的理论、实现、应用这3个方面来了解数字信号处理的基本内容。

1. 数字信号处理的理论涉及的范围

从基础上说，数字信号处理以数学领域的微积分、复变量分析、矩阵代数、概率统计、随机过程、数值分析、最优化理论、近世代数、泛函分析等为其基本工具，以网络分析、信号与系统等为理论基础；同时，在学科发展方面，数字信号处理又和最优化控制、通信理论、遥测遥感、故障检测与诊断等学科密切相连，而且近年来，数字信号处理又成为

人工智能、模式识别、神经网络等新兴学科的基础理论之一。特别是数字信号处理技术与计算机及微电子技术是密不可分的，它们相互依赖、相互促进、互为基础。所以说，数字信号处理一方面将经典理论体系作为其理论基础，另一方面又是一系列新兴学科的基础理论。由此可见，数字信号处理理论的重要性是不言而喻的。

在国际上，一般将快速傅里叶变换问世的 1965 年作为数字信号处理学科的奠基开端。经过半个世纪的发展，数字信号处理已基本形成一套较为完整的理论体系，这些理论包括：

- (1) 信号采集理论（数/模转换理论、过采样理论、量化噪声分析理论等）；
- (2) 离散信号分析理论（时域、频域、时频域分析，以及各种变换技术、信号特征的描述等）；
- (3) 离散系统分析理论（系统的时域分析、系统单位脉冲响应、系统频率响应、系统函数等）；
- (4) 各种快速算法（例如快速傅里叶变换、快速卷积计算、其他快速算法等）；
- (5) 滤波技术（各种滤波器设计算法及实现技术）；
- (6) 信号的估计与检测理论（各种估值理论、相关函数理论、功率谱、其他谱估计算法等）；
- (7) 信号建模理论（最常用的有 AR, MA, ARMA 和 PRONY 等各种模型）；
- (8) 信号处理的现代算法（例如抽取、插值、压缩与特征提取、预测、特征值子空间分解、信号分离与融合、反卷积、信号重建等）；
- (9) 信号处理的实现（软件、硬件、软硬件结合）；
- (10) 信号处理的应用。

由此可见，信号处理的理论和算法是密不可分的，这正是信号处理与工程实践密不可分的具体体现。一个好的算法应该能使信号处理的理论以高效、经济的方式付诸社会实践，从而产生社会与经济效益。这种思想对从事信号处理研究的人员是非常必要的，同样对初始学习信号处理的人员也是十分重要的。

综上所述，数字信号处理主要研究如何用数字或符号序列来表征信号与系统，并通过数字或符号序列的处理来估计或提取信号与系统的特征参数，实现识别或控制系统的目的。数字信号处理中所涉及的信号包括确定性信号与随机性信号、时变与时不变信号、一维多维信号、单通道信号及多通道信号等，所涉及的系统也包括确定性系统、时变与时不变系统、一维及多维系统等。

对特定的信号及系统，上述信号处理理论的各个方面又有不同的内容。本书所讨论的主要是线性、时不变、因果与稳定的数字系统的分析与设计问题，它虽具有一定的局限性，但是是学习数字信号处理的必经之路。

2. 数字信号处理的实现

数字信号处理的实现大体上可以分为 3 大类，即软件实现方法、硬件实现方法以及软硬结合的实现方法。

(1) 软件实现方法是按照原理和算法，编写程序或利用现有的程序在计算机上实现。Mathworks 公司的 MATLAB 软件可以说是这方面成功的范例。当前，国内外研究机构、公司不断推出不同用途的数字信号处理软件包。这种实现方法速度较慢，但经济（可重复使用），故多用于教学和科研。

(2) 硬件实现是按照具体的要求和算法设计硬件结构图,用乘法器、加法器、延时器、控制器、存储器以及输入、输出接口部件实现的一种方法,这种方法运算速度快,可以达到实时处理要求,但是不灵活。

(3) 软硬结合的实现方法,首先可以用单片机实现。目前,单片机的发展速度很快,其功能也很强大。利用单片机的硬件环境,配以恰当的信号处理软件,可以直接应用于工程实际,例如数控机床、医疗仪器设备等。其次,可以用专用芯片实现,这一方法是当前发展最迅速的。常用的 DSP 专用芯片较之单片机有着更为突出的优点,例如内部有乘法器、累加器,采用流水线工作方式及并行处理结构,多总线,速度快,配有信号处理的指令等。目前, DSP 专用芯片正高速发展,由于它的速度快、体积小、性能优良、价格也不断下降,用它来实现数字信号处理技术已成为工程技术领域中的主要方法。

3. 数字信号处理的应用范围

随着电子与信息技术、通信技术及计算机等微电子技术的飞速发展,数字信号处理也不断丰富和发展,各种新算法、新理论正不断涌现,应用范围越来越广。下面给出一些数字信号处理的应用。

(1) 滤波与变换:包括数字滤波/卷积、相关、快速傅里叶变换(FFT)、希尔伯特(Hilbert)变换、自适应滤波、加窗法等。

(2) 通信:包括自适应差分脉码调制、自适应脉码调制、脉码调制、差分脉码调制、增量调制、自适应均衡、纠错、数字公用交换、信道复用、移动电话、调制解调器、数据或数字信号的加密、译码、扩频技术、通信制式的转换、卫星通信、TDMA/FDMA/CDMA 等各种通信制式、回波对消、IP 电话、软件无线电等。

(3) 语音、语义:包括语音邮件、语音声码器、语音压缩、数字录音系统、语音识别、语音增强、文本语音变换、神经网络等。

(4) 图像、图形:包括图像压缩、图像增强、图像复原、图像重建、图像变换、图像分割与描绘、模式识别、计算机视觉、固态车辆、电子地图、电子出版、动画等。

(5) 消费电子:包括数字音频、数字电视、音乐合成、电子玩具和游戏、CD/VCD/DVD 播放机、数字留言/应答机、数字摄像机、汽车电子装置等。

(6) 仪器:包括频谱分析仪、函数发生器、地震信号处理器、瞬态分析仪、锁相环、模式匹配等。

(7) 工业控制与自动化:包括机器人控制、激光打印机控制、伺服控制、马达控制、电力线监视器、计算机辅助制造、引擎控制、自适应驾驶控制等。

(8) 医疗:包括健康助理、病人监视、超声仪器、诊断工具、CT 扫描、核磁共振、助听器等。

(9) 军事:包括雷达处理、声纳处理、导航、射频调制解调器、全球定位系统(GPS)、侦察卫星、航空航天测试、自适应波束形成、阵列天线信号处理等。

随着新技术的不断涌现,可以预见,数字信号处理的理论将获得更快的发展,其应用范围也会越来越广泛。

总之,数字信号处理是一个涉及众多学科,又应用于众多领域的新兴学科;既有完整的理论体系,又以最快的速度形成自己的产业。因此,它在国民经济中具有广阔的前景,也是学习和研究信号处理原理的强大动力。

第 1 章 模拟信号的离散化和重构

几乎所有的工程技术领域都会涉及信号处理问题，其信号表现形式有电、磁、机械、热、光、声等，信号分为两种，一种是模拟信号，它的幅度和时间均为连续变量，另一种是数字信号，其幅度和时间都取离散值，信号处理就是要从混合的杂乱信息中提取或增强有用的信息，换句话说，信号处理的目的是对信号进行分析、变换、综合、估值与识别等。一般来讲，模拟信号处理技术处理的对象为模拟信号，它通过有源或无源器件组成的电网络完成对信号的处理，数字信号处理技术处理的对象为数字信号，它利用计算机或专用处理设备，采用数值计算的方法对信号进行处理，处理的实质就是运算。模拟信号处理技术在处理复杂信号时只有有限的能力，而随着计算机和信息学科的飞速发展，数字信号处理技术及设备具有灵活、精确、抗干扰强、设备尺寸小、造价低以及速度快等突出优点，这些都是模拟信号处理技术与设备所无法比拟的，因此处理模拟信号时，往往先将模拟信号离散和数字化，然后采用数字信号处理技术进行处理，最后根据需要再转换成模拟信号，其原理如图 1-1 所示。

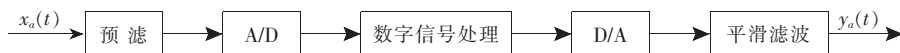


图 1-1 模拟信号的数字处理过程

模拟信号的数字处理分为以下 3 个阶段。

- (1) 模拟信号数字化，换句话说，信号被采样，然后量化成有限的位，这个过程称为 A/D 转换。
- (2) 采用数字信号处理方法处理数字化的样本。
- (3) 用模拟重构器 (D/A 转换) 把处理结果转换回模拟形式。

1.1 模拟信号

模拟信号 (时间连续信号) $x(t)$ ，假定满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (1-1)$$

则 $x(t)$ 的傅里叶变换存在，它的傅里叶变换为

$$X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt \quad (1-2)$$

其中 Ω 为模拟角频率，单位为弧度/秒；也可用频率 f 表示，单位为赫兹。 f 与 Ω 的关系是

$$\Omega = 2\pi f$$

$X(j\Omega)$ 的物理意义可由傅里叶反变换看出,

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\Omega) e^{j\Omega t} d\Omega \quad (1-3)$$

上式表明 $x(t)$ 是不同频率的正弦信号的线性加权 (加权系数为 $X(j\Omega)$) 组合。 $X(j\Omega)$ 是 Ω 的连续函数, 称为信号 $x(t)$ 的频谱密度函数, 简称为频谱。

我们知道, 满足式 (1-1) 的 $x(t)$ 必定不是周期信号, 因此, 严格地说, 只有非周期信号才有傅里叶变换, 若 $x(t)$ 是一连续时间周期信号, 设周期为 T , 即 $x(t) = x(t + nT)$, 显然它不满足式 (1-1) 的绝对可积条件, 不能由式 (1-2) 求出傅里叶变换。但是, 如果 $x(t)$ 满足 Dirichlet 条件, 则可以将其展开为傅里叶级数, 即

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 t} \quad (k=0, \pm 1, \dots, \pm \infty) \quad (1-4)$$

式中 $\Omega_0 = 2\pi/T$, 为信号 $x(t)$ 的基波频率, $k\Omega_0$ 为其第 k 次谐波频率, $X(k\Omega_0)$ 称为 $x(t)$ 在 k 次谐波处的傅里叶系数, 它的幅度反映了信号 $x(t)$ 中所包含的频率为 $k\Omega_0$ 的成分的大小。与 $X(j\Omega)$ 的物理意义类似, 周期函数 $x(t)$ 也可看作是不同的频率的正弦信号 ($e^{jk\Omega_0 t}$, $k=0, \pm 1, \dots, \pm \infty$) 的线性加权 (加权系数为 $X(k\Omega_0)$) 组合。因为每一个复正弦信号只有单一的频率成分, 因此, $X(k\Omega_0)$ 即是该频率处相应复正弦的幅度。

因为 $X(k\Omega_0)$ 仅在 Ω_0 的整数倍上取值, 所以它在频率轴上取离散值。 $X(k\Omega_0)$ 可由下式求出:

$$X(k\Omega_0) = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} x(t) e^{-jk\Omega_0 t} dt \quad (1-5)$$

需要指出的是, $X(k\Omega_0)$ 和 $X(j\Omega)$ 的物理意义不同, 首先, $X(k\Omega_0)$ 是 Ω 轴上的离散函数, $X(j\Omega)$ 是 Ω 的连续函数; 其次, $X(k\Omega_0)$ 是谐波幅度的概念, $X(j\Omega)$ 是频谱密度的概念。如果不考虑式 (1-1) 的绝对可积条件, 直接求周期函数的傅里叶变换, 则有

$$\begin{aligned} X(j\Omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{-\infty}^{\infty} X(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 t} \right] e^{-j\Omega t} dt \\ &= \sum_{-\infty}^{\infty} X(k\Omega_0) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\Omega - k\Omega_0)t} dt \end{aligned}$$

由积分 $\int_{-\infty}^{\infty} e^{\pm jxy} dx = 2\pi\delta(y)$ 可得周期信号傅里叶变换的表达式为

$$X(j\Omega) = 2\pi \sum_{-\infty}^{\infty} X(k\Omega_0) \delta(\Omega - k\Omega_0) \quad (1-6)$$

以这些基本的模拟信号的概念为基础, 就可以讨论模拟信号的采样、重构及量化问题。

1.2 采样定理

如前所述，连续信号的离散化是实现数字信号处理的第一步，对模拟信号的采样可看作一个模拟信号通过一个电子开关 S，设电子开关每隔周期 T 合上一次，每次合上的时间为 $\tau \ll T$ ，在电子开关输出端得到其采样信号 $\hat{x}(t)$ ，该电子开关的作用等效于一宽度为 τ ，周期为 T 的矩形脉冲串 $P_\tau(t)$ ，采样信号就 $\hat{x}(t)$ 是 $x(t)$ 与 $P_\tau(t)$ 相乘的结果，采样过程如图 1-2 所示，如果让电子开关合上时间 $\tau \rightarrow 0$ ，则形成理想采样，此时上面的脉冲串变成单位冲激串，用 $P_\delta(t)$ 表示。 $P_\delta(t)$ 中每个单位冲激在采样点上强度为 1，理想采样则是 $x(t)$ 与 $P_\delta(t)$ 相乘的结果。

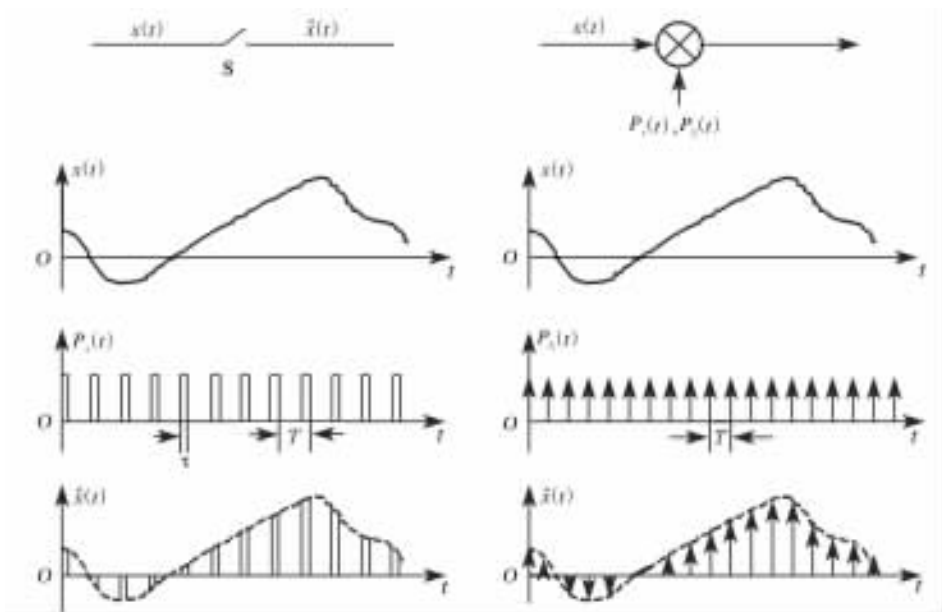


图 1-2 模拟信号的采样

用公式表示为

$$P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (1-7)$$

$$\hat{x}(t) = x(t) \cdot P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t - nT)$$

由于上式中的 $\delta(t)$ 是单位冲激信号，在上式中只有当 $t = nT$ 时，才可能有非零值，因此写成

$$\hat{x}(t) = x(t) \cdot P_\delta(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \delta(t - nT) \quad (1-8)$$

为了讨论在什么情况下 $\hat{x}(t)$ 包含 $x(t)$ 的全部信息，我们研究理想采样前后信号频谱的变化，从而找出为了使采样信号不失真地恢复原模拟信号，采样速率与模拟信号最高频率之间的关系。假定 $x(t)$ 满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (1-9)$$

则由第一节内容可知, $x(t)$ 的傅立叶变换存在, 为

$$X(j\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\Omega t} dt \quad (1-10)$$

$P_{\delta}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$ 为一周期函数, 它的傅里叶变换为

$$P_{\delta}(j\Omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_k \delta(\Omega - k\Omega_s) \quad (1-11)$$

式中 $\Omega_s = 2\pi/T$ 为采样角频率, 其中

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \delta(t) e^{-jk\Omega_s t} dt = \frac{1}{T} \quad (1-12)$$

所以

$$P_{\delta}(j\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s) \quad (1-13)$$

在傅立叶变换中, 两信号在时域相乘的傅立叶变换等于两个信号分别的傅立叶变换的卷积, 根据式 (1-8), 有

$$\begin{aligned} \hat{X}(j\Omega) &= \frac{1}{2\pi} X(j\Omega) * P_{\delta}(j\Omega) \\ &= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{2\pi}{T} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\theta) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s - \theta) d\theta \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\theta) \delta(\Omega - k\Omega_s - \theta) d\theta \\ &= \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X(j\Omega - jk\Omega_s) \end{aligned} \quad (1-14)$$

由上式看出, 模拟信号采样后所得的离散信号, 其频谱是原模拟信号的频谱沿频率轴, 每间隔采样角频率 Ω_s 重复出现一次; 换句话说, 采样信号的频谱是原模拟信号的频谱以 Ω_s 为周期, 进行周期性延拓而成的。设 $x(t)$ 为带宽有限信号, 最高截止频率为 Ω_c , 其频谱如图 1-3(a) 所示, 经脉冲信号采样 (采样频率为 Ω_s , 其频谱图如图 1-3(b) 所示) 后的离散信号的频谱如图 1-3(c) 所示, 由图可以看出, 若 $\Omega_s \geq 2\Omega_c$, 或用频率表示为 $f_s \geq 2f_c$, 则原模拟信号的频谱 (称为基带频谱) 与其他周期延拓形成的谱不重叠, 因此可以用理想低通滤波器从采样信号中不失真地提取原模拟信号。反之, 若 $f_s \leq 2f_c$, 则会出现频谱混叠, 如图 1-3(d) 所示。这种情况, 用理想低通滤波器滤波后得到的则是失真信号, 而不是原信号。由上面的讨论可引出信号的采样定理。

采样定理 若连续信号 $x(t)$ 是有限带宽的, 其频谱的最高频率为 f_c , 对 $x(t)$ 采样时, 若保证采样频率

$$f_s \geq 2f_c \quad (\text{或 } \Omega_s \geq 2\Omega_c)$$

那么, 可由采样信号 $x(nT)$ 恢复出 $x(t)$, 即 $x(nT)$ 保留了 $x(t)$ 的全部信息。

采样定理是由 Nyquist 和 Shannon 分别于 1928 年和 1949 年提出的, 所以又称 Nyquist 采样定理或 Shannon 采样定理。该定理指出了对信号采样所必须遵循的基本原则。实际对 $x(t)$ 采样时, 首先要了解 $x(t)$ 的最高截止频率, 以确定应选取的最低采样频率。若 $x(t)$ 不是有限带宽的, 则在采样前应对 $x(t)$ 滤波, 去掉 $f > f_c$ 的高频成分, 这种防止混叠的模

拟滤波器称为预滤波器，又称抗混叠滤波器。使频谱不发生混叠的最小采样频率 $f_s = 2f_c$ ，称为 Nyquist 率。对于任意的采样频率 f_s ， $f_s/2$ 称为 Nyquist 频率或折叠频率，它定义了 Nyquist 区间的端点：

$$[-f_s/2, f_s/2] = \text{Nyquist 区间}$$

只有当信号最高频率位于该频率区间内，才不会产生频率混叠现象，否则位于该区间外的频谱会折叠回来形成混叠，因此频率混叠均产生在折叠频率附近。

实际中的信号并不全都是带宽有限的，因此为了防止混叠，在采样前必须用低通滤波器进行滤波。如图 1-4 所示。为了使用所希望的频率 f_s 对信号进行采样，并且满足采样定理的要求，信号必须经过一个模拟低通滤波器进行预滤，通常把它称作抗混叠预滤波器。预滤波器的截至频率 f_{\max} 最大不能超过 $f_s/2$ ，即 $f_{\max} \leq f_s/2$ 。

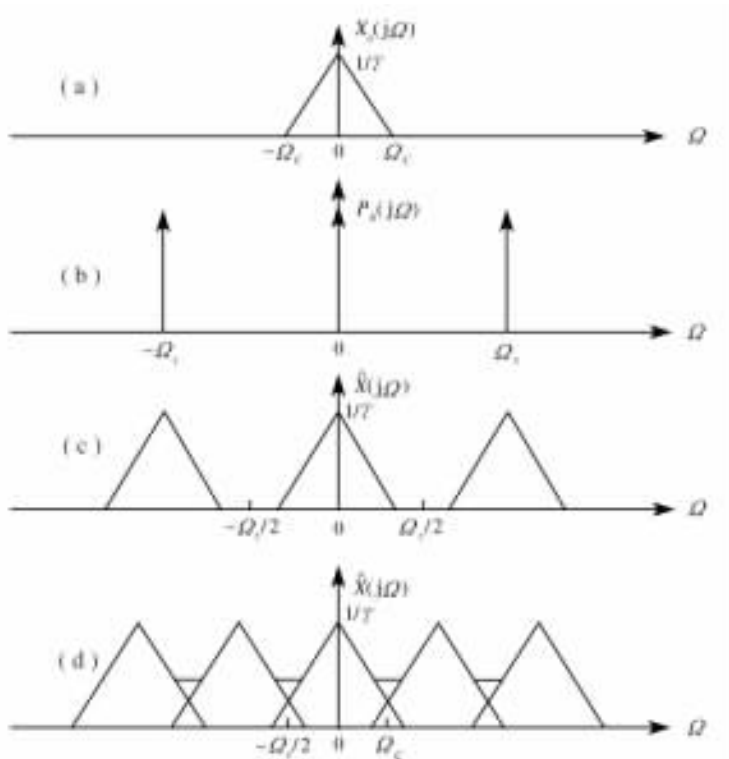


图 1-3 采样信号的频谱

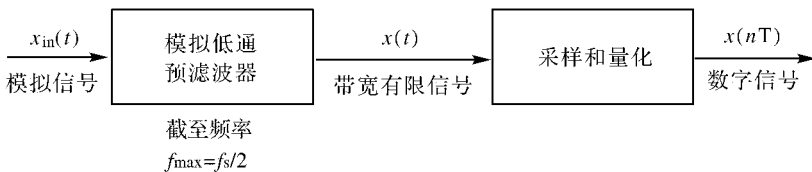


图 1-4 抗混叠预滤波器

需要说明的是 f_s 必须足够高，换句话说，经过预滤后，在 Nyquist 间隔内剩下的信号

频谱应包含应用所需的所有有意义的频率分量。

例如：在高保真数字音频应用中，希望对一个音乐片段以采样速率 40kHz 进行采样，那么经过预滤后的音乐最高频率为 20kHz，由于人耳能分辨的最高频率为 20kHz，所以经过预滤的信号足够应用所需。

1.3 正弦信号的采样

正弦信号无论在理论研究上还是在工程实践中都有着广泛的应用。例如，在信号处理中，人们常常把正弦信号加上白噪声作为实验信号，以检验某个算法或数字装置的性能，因此，在数字信号处理中，不可避免地要遇到正弦信号的采样问题。另外，由傅里叶变换的逆变换可知，任意信号可以表示成正弦信号的线性组合，因此有必要讨论一下正弦信号的采样问题。

正弦信号的一般形式为

$$x(t) = A\sin(2\pi f_0 t + \varphi) \quad (1-15)$$

由于正弦信号的频谱是在 $\pm f_0$ 处的 δ 函数，因此对正弦信号的采样会遇到一些特殊的现象。按照采样定理，对带宽有限信号，只要保证采样频率 f_s 大于或等于信号最高频率的两倍，即可由 $x(t)$ 的采样 $x(nT)$ 恢复出 $x(t)$ 。对于式(1-15)的正弦信号 $x(t)$ ，其最高频率为 f_0 ，因此若取 $f_s = 2f_0$ ，在一个周期内仅能抽到两个点，这两个值随相位 φ 的不同而不同，在这里讨论两种情况，一种情况若 $\varphi = 0$ ，则 $x(0) = x(1) = 0$ ，如图1-5(a)所示，这时 $x(nT)$ 不包含原信号 $x(t)$ 的任何信息。另一种情况若 $\varphi = \pi/2$ ，则 $x(0) = A$ ， $x(1) = -A$ ，如图1-5(b)所示。用它来描述 $x(t)$ 形状的细节显然不够，但它至少包含了 $x(t)$ 上下起伏的所有基本信息，按照采样定理，经过低通滤波器滤除所有高频成分后，能够无失真地恢复出原始的正弦信号。

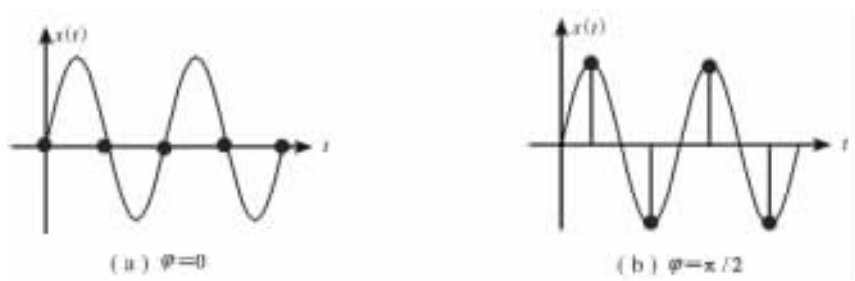


图1-5 正弦信号的采样 ($f_s = 2f_0$)

同样地，对式(1-15)的正弦信号，假定 $\varphi = \pi/2$ ，采样频率 $f_s = 4f_0$ ，及 $f_s = 8f_0$ 时的采样如图1-6所示。由图可看出，每周期被采样的样本数越多，可对原信号的形状细节了解更多，但实质上并不能提供更多的信息。

如果式(1-15)中的 φ 未知，换句话说，不论 A 、 f_0 、 φ 为何值，为了保证对正弦信号的正确采样，只要在一个周期内均匀抽三个点，即可由 $x(n)$ 重建原信号 $x(t)$ 。从纯数学的角度可以说明这个问题，由于式(1-15)中有三个未知量，即 A 、 f_0 、 φ ，只要在一个周期内给定 t 的三个不同的值，例如对 t_1 、 t_2 、 t_3 ，得到 $x(t_1)$ 、 $x(t_2)$ 、 $x(t_3)$ ，那么通