大连理工大学学术研究丛书

线性鲁棒控制的理论与计算

吴志刚　著

大连理工大学出版社

© 吴志刚 [illegible]

图书在版编目([illegible])数据

线性鲁棒控制的理论与计算 [illegible]吴志刚著 [illegible]-大连 :大连理工大学出版社，[illegible]
大连理工大学学术研究丛书
[illegible]

Ⅰ[illegible]… Ⅱ[illegible]… Ⅲ[illegible]鲁棒控制 Ⅳ[illegible]

中国版本图书馆 [illegible]数据核字([illegible]第 [illegible]号

大连理工大学出版社出版
地址 :大连市凌水河 邮政编码 :[illegible]
电话 :[illegible] 传真 :[illegible] 邮购 :[illegible]
[illegible]
大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸 :[illegible] 字数 :[illegible]千字 印张 :[illegible] 插页 :[illegible]
印数 :[illegible]
[illegible]年 [illegible]月第 [illegible]版 [illegible]年 [illegible]月第 [illegible]次印刷

责任编辑 :刘新锋 责任校对 :王 纪 毕向阳
封面设计 :孙宝福

定 价 :[illegible]元

The Academic Research Series of Dalian University of Technology

Theory and Computation of Linear Robust Control

Wu Zhigang

Dalian University of Technology Press

本书由

大 连 市 人 民 政 府
大连理工大学学术著作出版基金 资助出版

The published book is financed by

Dalian People's Government
and
Publishing Academic Works
Foundation of Dalian Univer-
sity of Technology

序

在鲁棒控制方法中，H_∞控制理论是比较成功的体系。H_∞设计方法已经用于解决航空、航天、机械、化工等诸多领域的控制问题，应用领域的需求使得数值方法的重要性日益增加。这与“科学计算已经同理论与实验共同构成当代科学研究三大支柱”的趋势是一致的。

近年来，随着系统控制理论的发展，求解控制问题的算法也日趋成熟，并出现了许多可用于解决工程实际问题的控制系统设计软件包。但是，由于系统复杂程度和规模的增加，控制系统设计的算法也面临着许多新的挑战。不仅仅是H_∞控制问题，即使是极点配置、LQ 控制这样相对经典的问题，其数值求解算法也有重新审视和改进的必要，因此需要从新的角度理解和研究控制系统设计中的计算问题。结构力学与控制理论的相互模拟为此提供了一条新的途径。对偶变量体系的引入改变了以往弹性力学中大量运用半逆凑合法的传统而导向理性的求解方法；反之，基于对偶变量体系的结构力学方法也被用于求解H_∞控制和滤波中的计算问题，而且对于连续和离散系统、有限和无限时间控制问题，其求解方法本质上是统一的，这本书的内容也反映了这一特点。现代控制理论奠基于对偶变量体系之上，而将应用力学的方法引入到控制理论，则可以使其中的一些基本问题的求解得到重要推进。

当代科技发展的一个突出特点是不同学科之间的相互渗透，具备多方面良好性能指标的工程系统的设计必然需要不同领域科研人员的合作。智能化材料、智能化结构、智能化系统就充分体现

了这一发展方向，其中控制理论与技术所起的核心作用是不言而喻的。当然，工程系统的设计必然需要通过科学计算得到的结果。因此本书在介绍 H_∞ 控制的基本理论的同时，更强调数值求解算法，而这些算法则来源于结构力学。这对于理解不同学科之间的联系和自觉地综合运用各学科的知识进行系统的分析和设计是有益的。

控制理论还有分散控制、系统参数识别、自适应系统等方面的课题。对此，学科相互间的渗透融合、新的方法论将会有更大的意义。本书也是学科渗透和新方法论方面的产物。同时也表明在这方面控制理论的发展还留有很大的空间。

钟万勰

2003 年 8 月

前　言

作者 1998 年 9 月到大连理工大学博士后流动站工作，在钟万勰院士的指导下开始 H_∞ 控制理论及控制系统设计算法等方面的研究工作。本书就是以此期间的研究工作报告为基础加以充实和整理完成的。

系统的鲁棒性始终是反馈控制系统设计的核心问题之一。作为目前解决鲁棒控制问题比较完善的理论体系，H_∞ 控制理论的实际应用还需要辅之以方便可靠的数值求解方法，以 MATLAB 工具箱为代表的控制系统 CAD 软件中集成了诸多的算法，提供了相当强大的控制系统分析与设计功能。但是，目前仍然有一些基本的计算问题需要进一步研究，如复杂大系统控制问题，有限时间控制问题等，而对已有的方法也有重新认识的必要。作者认为，研究和解决同一个问题可以有不同的方法，而方法的不同则源于对问题本质不同角度和程度的理解与认识，H_∞ 控制系统设计中的计算问题也是如此。

结构力学与最优控制的模拟理论为理解与研究控制问题提供了一条新的途径，本书以这一理论多年来的研究成果为基础，力求发展形式统一的 H_∞ 系统设计算法。书中分别介绍了离散系统 H_∞ 控制和滤波问题、连续系统 H_∞ 控制和滤波问题的基本理论，并通过建立 H_∞ 控制与滤波系统的最优 H_∞ 范数、Hamilton 系统特征值、两类变量广义 Rayleigh 商三者之间的联系，阐述了 H_∞ 优化设计问题的新内涵。以此为基础，介绍了概念清晰、形式统一的求解 H_∞ 设计问题的数值方法。当然，限于作者的水平，在基于新的理

论研究解决问题的过程中难免会出现一些不恰当乃至不正确的方法和结论，在此诚恳地希望各位同行给予批评和指正。

作者希望在此表达对导师钟万勰院士真诚的感谢。作者到大连理工大学工作以来，钟万勰院士在学术研究中不断给予作者及时的指导和帮助，使作者能够尽快在新的领域起步。钟万勰院士审阅了本书的初稿，并提出了许多宝贵的修改意见。作者的研究工作还得到了钱令希院士、林家浩教授的关心和指导，在此表示诚挚的谢意。另外，本书第九章是钟万勰院士、高强同学和作者合作的最新研究成果，在此感谢他们同意将此作为本书的一部分。同时还要感谢作者的导师马兴瑞教授和王本利教授，他们培养了作者从事科学研究工作的基本素质，并始终对作者的工作给予关心和帮助。

作者的研究工作得到了中国空间技术研究院、中国博士后科学基金的资助，本书的出版得到了大连市学术专著出版基金、大连理工大学工程力学系以及大连理工大学学术著作出版基金的资助，在此表示诚挚的谢意。

作者同时感谢大连理工大学博士后流动站、大连理工大学工程力学系的各位老师、同学和朋友，作者能够顺利完成博士后期间的研究和本书的写作，与他们对作者及家人生活上的关心和工作上的帮助是分不开的。

吴志刚

2003 年 8 月

目　录

序

前言

第一章　线性鲁棒控制基础…… 1

1.1　鲁棒控制的基本问题 …… 2

1.1.1　系统不确定性描述 …… 2

1.1.2　控制系统的鲁棒性 …… 4

1.1.3　基于 H_∞ 性能指标的控制系统设计 …… 5

1.1.4　H_∞ 系统设计中的计算问题 …… 7

1.2　多变量线性系统 …… 9

1.2.1　线性系统模型…… 10

1.2.2　系统的频率响应…… 14

1.2.3　系统的零点和极点…… 15

1.2.4　系统的稳定性、可控性、可观性…… 17

1.2.5　系统状态观测器…… 20

1.2.6　信号与系统的范数…… 24

1.2.7　Lyapunov 方程 …… 26

1.2.8　Riccati 方程 …… 28

1.3　LQG 控制 …… 31

1.3.1　全信息控制…… 32

1.3.2　Kalman 滤波 …… 33

1.3.3 LQG 控制 …… 34
1.4 变分法基本概念 …… 35
1.5 常微分方程和差分方程特征值问题 …… 40
参考文献 …… 43
第二章 离散系统 H_∞ 全信息控制 …… 46
2.1 离散 H_∞ 全信息控制 …… 46
2.2 Hamilton 差分系统特征值 …… 52
2.3 广义 Rayleigh 商 …… 55
2.4 最优 H_∞ 范数计算 …… 59
2.4.1 Wittrick-Williams 特征值计数公式 …… 59
2.4.2 扩展 Wittrick-Williams 特征值计数公式 …… 59
2.4.3 算法描述 …… 62
2.5 算例 …… 64
参考文献 …… 75
第三章 离散系统 H_∞ 滤波 …… 77
3.1 离散 H_∞ 滤波 …… 77
3.2 最优 H_∞ 范数与 Hamilton 差分系统特征值 …… 81
3.3 矩阵特征值及广义 Rayleigh 商 …… 84
3.4 最优 H_∞ 范数的计算 …… 88
3.4.1 扩展 Wittrick-Williams 特征值计数公式 …… 88
3.4.2 算法描述 …… 91
3.5 算例 …… 92
参考文献 …… 101
第四章 离散系统 H_∞ 输出反馈控制简介 …… 103
4.1 时变系统输出反馈控制 …… 103
4.2 定常系统输出反馈控制 …… 105
4.3 延时反馈控制 …… 107

4.4 即时反馈控制 …… 109
参考文献 …… 110
第五章 连续系统 H_∞ 滤波 …… 111
5.1 连续系统 H_∞ 滤波 …… 111
5.2 Hamilton 微分系统特征值 …… 113
5.2.1 Hamilton 微分方程的共轭点 …… 113
5.2.2 Rayleigh 原理 …… 115
5.3 Hamilton 微分方程特征值问题离散化 …… 117
5.3.1 Hamilton 及 Sturm-Liouville 型微分方程离散化 …… 118
5.3.2 混合能矩阵合并公式及特征值计数公式 …… 120
5.3.3 混合能矩阵的微分方程 …… 123
5.3.4 混合能矩阵计算 …… 124
5.4 最优 H_∞ 范数计算 …… 126
5.4.1 算法描述 …… 127
5.4.2 算例 …… 128
5.5 Riccati 微分方程解的有限逃逸现象 …… 140
5.5.1 有限逃逸条件 …… 141
5.5.2 算例 …… 143
参考文献 …… 146
第六章 H_∞ 滤波微分方程求解 …… 148
6.1 定常线性系统 H_∞ 滤波器 …… 148
6.2 混合能矩阵和向量的微分方程 …… 150
6.2.1 混合能矩阵及向量 …… 150
6.2.2 区段混合能矩阵计算 …… 153
6.3 Riccati 微分方程和滤波微分方程的精细积分 …… 156
6.3.1 Riccati 方程精细积分 …… 156

6.3.2 滤波微分方程精细积分 …… 157
6.4 算法与算例 …… 158
6.4.1 算法描述 …… 158
6.4.2 算例 …… 160
参考文献 …… 166
第七章 连续系统 H_∞ 状态反馈控制 …… 168
7.1 H_∞ 状态反馈控制 …… 169
7.2 对偶系统 …… 171
7.3 最优 H_∞ 范数计算及闭环系统微分方程求解 …… 173
7.3.1 最优 H_∞ 范数与广义 Rayleigh 商特征值 …… 173
7.3.2 区段混合能及区段合并 …… 175
7.3.3 最优 H_∞ 范数计算及 Riccati 方程精细积分 …… 177
7.3.4 闭环系统微分方程精细积分 …… 180
7.4 算法与算例 …… 181
7.4.1 算法描述 …… 181
7.4.2 算例 …… 183
参考文献 …… 192
第八章 连续系统 H_∞ 输出反馈控制 …… 194
8.1 H_∞ 输出反馈控制 …… 195
8.1.1 输出反馈控制器存在条件 …… 195
8.1.2 两个特殊的输出反馈控制问题 …… 199
8.2 Riccati 微分方程解的力学意义 …… 200
8.3 算法与算例 …… 206
参考文献 …… 214
第九章 分散 H_∞ 控制与滤波 …… 216
9.1 大系统分散 H_∞ 控制 …… 216
9.2 H_∞ 控制子系统的特征解 …… 220

9.3 特征解的正交归一性、完备性及展开定理…… 224
9.4 分散控制系统最优 H_∞ 范数计算 …… 228
9.5 分散控制系统算例 …… 232
9.6 分散 H_∞ 滤波 …… 236
9.7 H_∞ 滤波子系统特征解 …… 241
9.8 分散滤波系统最优 H_∞ 范数计算 …… 244
9.9 分散滤波系统算例 …… 247
参考文献…… 251
附录 线性系统最优跟踪问题…… 254
A.1 LQ 最优跟踪 …… 254
A.2 区段混合能 …… 256
A.2.1 区段混合能的定义 …… 256
A.2.2 区段合并公式 …… 258
A.3 Riccati 方程与最优控制律的精细积分…… 259
A.3.1 η 区段矩阵计算 …… 259
A.3.2 Riccati 方程的精细积分…… 262
A.3.3 向量 $\boldsymbol{b}(t)$ 的精细积分 …… 263
A.4 最优跟踪系统响应的精细积分 …… 265
A.5 LQ 最优跟踪算例 …… 266
A.6 H_∞ 跟踪问题 …… 272
参考文献…… 277

Contents

Foreword

Preface

Chapter 1 Essentials of Linear Robust Control …… 1

1.1 Introduction to Robust Control …… 2

1.1.1 Uncertainties of Systems …… 2

1.1.2 Robustness of Control Systems …… 4

1.1.3 H_∞ Control Systems Design …… 5

1.1.4 Computational Problems of H_∞ Control …… 7

1.2 Multivariable Linear Systems …… 9

1.2.1 Models of Linear Systems …… 10

1.2.2 Frequency Response of Systems …… 14

1.2.3 Zeros and Poles of Systems …… 15

1.2.4 Stability, Controllability and Observability …… 17

1.2.5 State Observers …… 20

1.2.6 Norms of Signals and Systems …… 24

1.2.7 Lyapunov Equations …… 26

1.2.8 Riccati Equations …… 28

1.3 LQG Control …… 31

1.3.1 Full Information Control …… 32

1.3.2 Kalman Filtering …… 33

1.3.3 LQG Control …… 34

1.4 The Calculas of Variations …… 35

1.5 Eigenvalues of Ordinary Differential and Difference Equations ····· 40
References ····· 43
Chapter 2 H_∞ Full Information Control of Discrete-Time Systems ····· 46
2.1 Discrete-Time H_∞ Full Information Control ····· 46
2.2 Eigenvalues of Hamilton Difference Systems ····· 52
2.3 Generalized Rayleigh Quotient ····· 55
2.4 Computation of The Optimal H_∞ Norm ····· 59
2.4.1 Wittrick-Williams Eigenvalues Count Formula ····· 59
2.4.2 Extended Wittrick-Williams Eigenvalues Count Formula ····· 59
2.4.3 Algorithm ····· 62
2.5 Examples ····· 64
References ····· 75
Chapter 3 H_∞ Filtering of Discrete-Time Systems ····· 77
3.1 H_∞ Filtering of Discrete-Time Systems ····· 77
3.2 The Optimal H_∞ Norm and Eigenvalues of Hamilton Difference Systems ····· 81
3.3 Generalized Matrix Eigenvalue and Generalized Rayleigh Quotient ····· 84
3.4 Computation of Optimal H_∞ Norm ····· 88
3.4.1 Extended Wittrick-Williams Eigenvalues Count Formula ····· 88
3.4.2 Algorithm ····· 91
3.5 Examples ····· 92

References ····· 101
Chapter 4 H_∞ Output Feedback Control of Discrete-Time Systems ····· 103
4.1 Output Feedback Control of Time Variant Systems ····· 103
4.2 Output Feedback Control of Time Invariant Systems ····· 105
4.3 Delayed Feedback Control ····· 107
4.4 Instantaneous Feedback Control ····· 109
References ····· 110
Chapter 5 H_∞ Filtering of Continuous-Time Systems ····· 111
5.1 H_∞ Filtering of Continuous-Time Systems ····· 111
5.2 Eigenvalues of Hamilton Differential Systems ····· 113
5.2.1 Conjugate Points of Hamilton Differential Equations ····· 113
5.2.2 Rayleigh's Principle ····· 115
5.3 Discretization of Eigenvalue Problems of Hamilton Differential Equations ····· 117
5.3.1 Discretization of Hamilton and Sturm-Liouville Differential Equations ····· 118
5.3.2 Merging of Mixed Energy Matrices and Eigenvalues Count ····· 120
5.3.3 Differential Equations of Mixed Energy Matrices ····· 123
5.3.4 Computation of Mixed Energy Matrices ····· 124
5.4 Computation of The Optimal H_∞ Norm ····· 126
5.4.1 Algorithm ····· 127

5.4.2 Examples …… 128
5.5 Finite Escape Phenomena of Riccati Differential Equations …… 140
5.5.1 Conditions of Finite Escape …… 141
5.5.2 Examples …… 143
References …… 146
Chapter 6 Precise Integration of H_∞ Filtering Equations …… 148
6.1 H_∞ Filters of Time Invariant Systems …… 148
6.2 Differential Equations of Mixed Energy Matrices and Vectors …… 150
6.2.1 Mixed Energy Matrices and Vectors …… 150
6.2.2 Precise Integration of Mixed Energy Matrices …… 153
6.3 Precise Integration of Riccati Differential Equations and Filtering Equations …… 156
6.3.1 Precise Integration of Riccati Equations …… 156
6.3.2 Precise Integration of Filtering Equations …… 157
6.4 Algorithm and Examples …… 158
6.4.1 Algorithm …… 158
6.4.2 Examples …… 160
References …… 166
Chapter 7 H_∞ State Feedback Control of Continuous-Time Systems …… 168
7.1 H_∞ State Feedback Control …… 169
7.2 Adjoint Systems …… 171
7.3 Computation of The Optimal H_∞ Norm and