

面向 21 世纪普通高等工科教育教学改革规划教材

现代机械原理

主 编 徐起贺 孟玲琴 刘静香

参 编 张春梅 杨富超 宋 娟

陕西科学技术出版社

内 容 提 要

本书是根据教育部审定的高等学校工程专科机械类专业机械原理课程的教学基本要求,结合面向 21 世纪课程体系和教学内容改革的成果编写而成的。全书除绪论外共计十章,包括平面机构的结构分析、平面机构的运动分析、平面机构的受力分析、平面连杆机构及其设计、凸轮机构及其设计、齿轮机构及其设计、轮系及其设计、常用其他机构、机械运转的调速与平衡、机械传动系统的运动设计等内容。

本书以突出专科特色、加强应用性、加强设计能力培养为指导,精选内容,结合教学改革实践、反映教学改革成果,并采用最新国家标准。

本书可作为高等工程专科机械类专业机械原理课程的教材(推荐教学时数为 70~80 学时),也可供非机械类专业师生及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

现代机械原理/徐起贺,孟玲琴,刘静香编. —西安:陕西科学技术出版社,2004. 8

ISBN 7-5369-3833-0

I. 现... II. ①徐... ②孟... ③刘... III. 机构学—高等学校—教学参考资料 IV. TH111

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 079404 号

出 版 者 陕西科学技术出版社
西安北大街 131 号 邮编 710003
电话(029)87211894 传真(029)87218236
<http://www.snstp.com>

发 行 者 陕西科学技术出版社
电话(029)87212206 87260001

印 刷 中国电波传播研究所印刷厂

规 格 787mm×1092mm 16 开本

印 张 18

字 数 45 千字

版 次 2004 年 8 月第 1 版
2004 年 8 月第 1 次印刷

定 价 29.50 元

前 言

为了迎接新世纪的挑战,适应社会对具有创新意识和能力的机械工程技术人才的需求,本书根据教育部审定的高等学校工程专科机械类专业机械原理课程的教学基本要求,结合面向21世纪课程体系和教学内容改革的成果,并吸取了兄弟院校多年来教学改革的成功经验编写而成,适用于70~80学时的机械类各专业使用。

在编写过程中,本书注意精选内容,做到必需、够用为度;针对高等学校工程专科教育的培养目标,突出应用性,适当减少理论推导,结合生产实际,选取工程实例,注意培养设计能力;在阐述问题时,着重讲清基本概念、基本理论和基本方法,力求作到层次分明,循序渐进,通俗易懂,符合学生认识规律,使学生易于理解和掌握。为了加强计算机应用能力的培养,在机构分析与设计方面加强了解析法的论述与应用。对习题进行了精选,以求更有利于启发和加深学生对所学内容的理解,并进一步培养他们分析问题和解决问题的能力。

使用本书作为教材时,应在更新教学观念、改变教育思想的前提下,努力运用现代教学手段与方法。只有这样,才能在有限的学时内,达到理想的教学效果。本书中的术语、单位及符号,均遵循现有的国家标准(GB)及国际标准化组织(ISO)的标准。

参加本书编写的同志有:河南机电高等专科学校徐起贺(绪论、第一章、第七章),刘静香(第二章、第三章),孟玲琴(第四章、第八章、第十章),张春梅(第六章),宋娟(第五章),杨富超(第九章)。全书由徐起贺、孟玲琴、刘静香同志担任主编。

本书承教育部高等工程专科机械基础课程教学委员会委员、南京工程学院徐锦康教授和河南科技大学胡师金教授精心指导,并由河南科技大学胡师金教授担任主审,他们对本书提出了很多宝贵的意见和建议,对提高本书的编写质量给予了很大帮助,编者在此表示衷心的感谢。本书可作为高等学校工程专科机械类各专业的教材,也可供非机械类各专业师生及有关工程技术人员参考。

高等工程专科学校的教学改革是一项长期而又艰巨的工作,目前仍处于探索阶段。随着面向21世纪教学改革的不断深入及教学内容的不断充实和完善,本书必将成为一本真正适应21世纪培养机械工程技术人才需要的机械原理课程教材。由于编者水平所限和编写时间仓促,误漏欠妥之处在所难免,恳请广大读者和有关人士给予批评指正。

编 者

2003年12月

目 录

绪论	(1)
第一节 机械原理课程的研究对象	(1)
第二节 机械原理课程的研究内容	(3)
第三节 机械原理课程的作用和任务	(3)
第四节 机械原理学科发展现状简介	(4)
第五节 机械原理课程的学习方法	(5)
第一章 平面机构的结构分析	(6)
第一节 机构结构分析的内容和目的	(6)
第二节 运动副、运动链和机构	(6)
第三节 平面机构的运动简图	(9)
第四节 平面机构的自由度计算	(12)
第五节 平面机构的组成原理和结构分析	(17)
习题	(21)
第二章 平面机构的运动分析	(25)
第一节 机构运动分析的目的和方法	(25)
第二节 机构位置图及动点轨迹确定	(25)
第三节 用速度瞬心法分析机构的速度	(26)
第四节 用相对运动图解法分析机构的速度和加速度	(29)
第五节 用解析法分析机构的位置、速度和加速度	(37)
第六节 机构运动线图的绘制	(44)
习题	(46)
第三章 平面机构的受力分析	(49)
第一节 机构力分析的目的和方法	(49)
第二节 平面机构的静力分析	(51)
第三节 平面机构的动态静力分析	(53)
第四节 运动副中摩擦力的确定	(60)
第五节 机械效率和自锁	(65)
第六节 螺旋机构的效率和自锁	(66)
习题	(72)
第四章 平面连杆机构及其设计	(77)
第一节 平面连杆机构的类型及其演化	(77)
第二节 平面四杆机构曲柄存在的条件	(87)
第三节 平面四杆机构的基本工作特性	(89)
第四节 平面四杆机构的设计	(93)

习题	(105)
第五章 凸轮机构及其设计	(110)
第一节 凸轮机构的应用和分类	(110)
第二节 从动件常用的运动规律	(112)
第三节 用图解法设计凸轮轮廓曲线	(120)
第四节 用解析法设计凸轮轮廓曲线	(123)
第五节 凸轮机构基本尺寸的确定	(125)
习题	(131)
第六章 齿轮机构及其设计	(135)
第一节 齿轮机构的特点与类型	(135)
第二节 平面齿轮机构啮合的基本定律	(137)
第三节 渐开线齿廓的啮合及其特性	(138)
第四节 渐开线标准直齿圆柱齿轮的参数与计算	(141)
第五节 渐开线标准直齿圆柱齿轮的啮合传动	(148)
第六节 渐开线齿轮的切削加工及根切现象	(156)
第七节 变位齿轮与变位齿轮传动	(159)
第八节 平行轴斜齿圆柱齿轮机构	(168)
第九节 蜗杆蜗轮机构	(174)
第十节 直齿圆锥齿轮机构	(179)
习题	(184)
第七章 轮系及其设计	(187)
第一节 轮系及其分类	(187)
第二节 定轴轮系的传动比计算与应用	(189)
第三节 周转轮系与复合轮系的传动比	(194)
第四节 周转轮系与复合轮系的应用	(198)
第五节 行星轮系各轮齿数的选择	(200)
第六节 其他类型行星传动简介	(202)
习题	(205)
第八章 常用其他机构	(210)
第一节 棘轮机构	(210)
第二节 槽轮机构	(214)
第三节 不完全齿轮机构	(219)
第四节 凸轮式间歇运动机构	(222)
第五节 螺旋机构	(224)
第六节 万向联轴器	(227)
习题	(229)
第九章 机械运转的调速与平衡	(231)
第一节 机械的运转过程和功能关系	(231)
第二节 机械系统的等效动力学模型	(232)

第三节	机械运转速度的波动及调节	(235)
第四节	机械平衡的分类和方法	(240)
第五节	刚性转子的平衡计算	(241)
习题		(251)
第十章	机械传动系统的运动设计	(253)
第一节	机械传动系统设计概述	(253)
第二节	机构的选型与组合方式	(253)
第三节	组合机构的类型及应用	(261)
第四节	机器执行机构间运动的协调设计	(269)
第五节	机械传动系统运动方案的拟定	(272)
第六节	机械传动系统的运动设计实例	(274)
习题		(278)
参考文献		(279)

第六章 齿轮机构及其设计

第一节 齿轮机构的特点与类型

齿轮机构用于传递任意两轴间的运动和动力。齿轮机构是现代机械中应用最广泛的机构之一。

一、齿轮机构的特点

在各种机械中应用最多的是圆形齿轮机构。其主要优点有：①能保证瞬时传动比恒定；②传动比范围大，可用于增速或减速；③应用范围广：圆周速度可达 300m/s ；转速可达 10^5r/min ，传递功率可从小于 1W 到 10^5kW ，齿轮直径可由 1mm 到 152.3m ；④传动效率高，一对高精度渐开线圆柱齿轮的效率可达 99% 以上；⑤寿命长；⑥结构紧凑，适用于近距离传动。齿轮机构的主要缺点有：①由于精度低的齿轮噪声大，所以要求制造和安装精度均较高，故制造工艺复杂、成本高；②不适于两相距较远的轴间的传动；③无过载保护作用。

二、齿轮机构的类型

根据两齿轮传动时的相对运动是平面运动还是空间运动，可将齿轮机构分为平面齿轮机构和空间齿轮机构两大类。

1. 平面齿轮机构

平面齿轮机构用来传递两平行轴之间的运动。平面齿轮机构中齿轮的形状为圆柱形，故称为圆柱齿轮。常见的平面齿轮机构可分为如下几种类型。

(1) 直齿圆柱齿轮 简称直齿轮，其轮齿排列与轴线平行。按照一对齿轮的啮合方式又可分为三类：

1) 外啮合直齿轮机构。如图 6-1 所示，两轮的齿都排列在圆柱体的外表面上，两轮的转动方向相反。

2) 内啮合直齿轮机构。如图 6-2 所示，两轮的齿分别排列在圆柱体的内、外表面上，两轮的转动方向相同。

3) 齿轮齿条机构。如图 6-3 所示，两轮之一演变为齿条。当齿轮转动时，齿条作直线平动。

(2) 平行轴斜齿圆柱齿轮机构 平行轴斜齿圆柱齿轮简称斜齿轮，其轮齿与轴线倾斜一个角度，沿螺旋线方向排列在圆柱体表面上，如图 6-4 所示。平行轴斜齿轮机构也有外啮合、内啮合和齿轮齿条三种啮合方式。

(3) 人字齿轮机构 人字齿轮的齿形如“人”字，它相当于螺旋角相等，但方向相反的两个斜齿轮拼合而成，如图 6-5 所示。

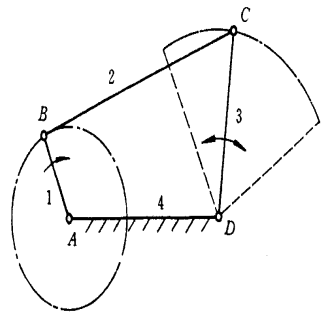


图 6-1 外啮合齿轮机构

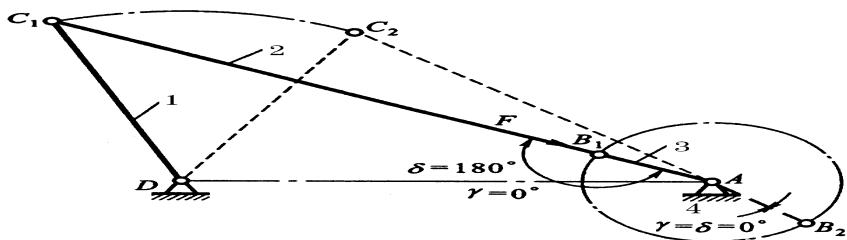


图 6-2 内啮合直齿机构

图 6-3 齿轮齿条机构

2. 空间齿轮机构

空间齿轮机构用来传递不平行两轴间的运动。常见的类型有以下几种。

(1) 交错轴斜齿轮机构 交错轴斜齿轮机构用于两交错轴之间的传动,如图 6-6 所示。其两轴之间的交错角可以为任意值。

(2) 蜗杆蜗轮机构 图 6-7 所示为蜗杆蜗轮机构,也用于两交错轴之间的传动,两轴的交错角通常为 90° 。

(3) 圆锥齿轮机构 圆锥齿轮的轮齿排列在截圆锥体表面上,用于两相交轴之间的传动。按其齿向不同,亦有直齿圆锥齿轮(图 6-8)、斜齿圆锥齿轮(图 6-9)和曲齿圆锥齿轮(图 6-10)之分。其中直齿圆锥齿轮应用最广,曲齿圆锥齿轮能在高速下承受重载,故应用日趋广泛,斜齿圆锥齿轮则应用较少。

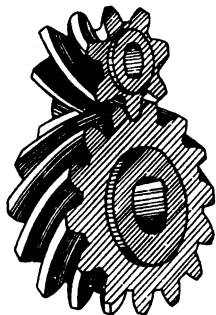


图 6-4 平行轴斜齿轮机构

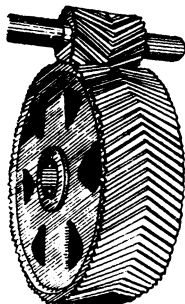


图 6-5 人字齿轮机构

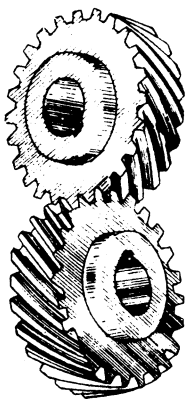


图 6-6 交错轴斜齿轮机构

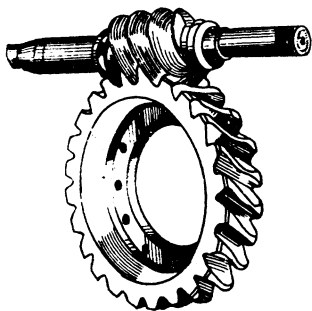


图 6-7 蜗杆蜗轮机构

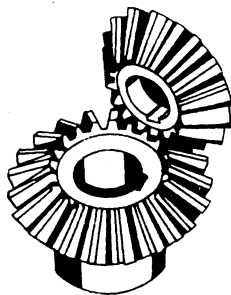


图 6-8 直齿圆锥齿轮机构

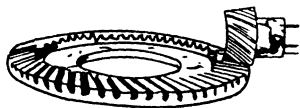


图 6-9 斜齿圆锥齿轮机构



图 6-10 曲齿圆锥齿轮机构

第二节 平面齿轮机构啮合的基本定律

在齿轮机构中,主动轮的齿廓推动从动轮的齿廓来实现运动和动力的传递。两轮的瞬时角速度之比称为传动比,用 i_{12} 表示,则 $i_{12} = \omega_1 / \omega_2$ 。

图 6-11 所示为主动轮的齿廓 E_1 和从动轮的齿廓 E_2 在 K 点相接触。接触点的公法线与两轮连心线 $\overline{O_1O_2}$ 相交于 P 点,根据三心定理知 P 点为两轮的同速点(即相对瞬心)。则 $v_{P1} = v_{P2}$, 即 $\overline{O_1P} \cdot \omega_1 = \overline{O_2P} \cdot \omega_2$, 因而传动比为

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\overline{O_2P}}{\overline{O_1P}}$$

上式表明:传动比等于两轮连心线被齿廓接触点的公法线所分成两段的反比。这一规律称为齿廓啮合基本定律。

由于两轮的轴心均为固定点,则连心线 $\overline{O_1O_2}$ 为一定长,若要使 $i_{12} = \overline{O_2P} / \overline{O_1P} = \text{常数}$, 必须使 P 点为一定点。因此,对于定传动比传动的齿轮机构其齿廓必须满足的条件是:在啮合传动的任一瞬时,两轮齿廓曲线在相应接触点的公法线必须与两齿轮的连心线相交于一定点 P 。

定点 P 称为节点,分别以 O_1 、 O_2 为圆心, $\overline{O_1P}$ 、 $\overline{O_2P}$ 为半径所作的圆称为节圆,且节点 P 是两轮上速度相等的同速点,即 $v_{P1} = v_{P2}$ 。满足定传动比传动的一对齿轮为圆形齿轮,其啮合相当于一对节圆作纯滚动。

如果要求传动比按一定规律变化,则 P 点就不是一个点,而是沿连心线按一定规律移动,工程中应用的非圆齿轮机构,例如椭圆齿轮机构传动, P 点即为一动点。

凡满足齿廓啮合基本定律的一对齿廓称为共轭齿廓。共轭齿廓的曲线称为共轭曲线。

从理论上讲,共轭齿廓有许多种,但考虑到制造、安装和强度等条件,常用的齿廓曲线只有渐开线、摆线、变态摆线、抛物线和圆弧线等。渐开线齿廓以其设计、制造和安装、使用等方面的优越性而被广泛采用。本章主要讨论渐开线齿轮机构。

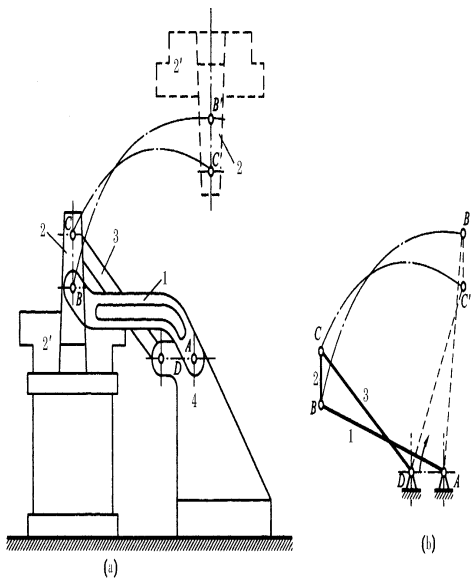


图 6-11 齿廓曲线与齿轮传动比的关系

第三节 渐开线齿廓的啮合及其特性

一、渐开线的形成、性质及参数方程

1. 渐开线的形成

如图 6-12 所示,当一直线 NK 沿一圆周作纯滚动时,直线上任意一点 K 的轨迹 AK 就是该圆的渐开线。这个圆称为渐开线的基圆,它的半径用 r_b 表示,称为基圆半径;直线 NK 称为渐开线的发生线。渐开线齿轮轮齿两侧的齿廓就是由两段对称的渐开线组成的。

2. 渐开线的性质

(1)当发生线从位置 I 在基圆上纯滚动到任意位置 II 时,它在基圆上滚动的线段长度与基圆上被滚过的圆弧长度相等,即 $\overline{NK} = \widehat{NA}$ 。

(2)因发生线沿基圆滚动时, N 是其瞬时转动中心,故发生线 \overline{NK} 是渐开线上 K 点的法线。且线段 \overline{NK} 为 K 点的曲率半径 ρ_K , N 为其曲率中心。又因发生线始终与基圆相切,所以渐开线上任意一点的法线必与基圆相切,即基圆的切线必为渐开线上某一点的法线。

(3)渐开线上离基圆愈远的部分,其曲率半径愈大,即渐开线愈平直;反之,渐开线上离基圆愈近的部分,其曲率半径愈小,即渐开线愈弯曲。渐开线在基圆上的 A 点,其曲率半径为零。

(4)渐开线的形状与基圆半径的大小有关,如图 6-13 所示,基圆半径愈小,渐开线愈弯曲;基圆半径增大时,渐开线趋于平直。当基圆半径为无穷大时,其渐开线将变成直线。齿条的齿廓即为变成直线的渐开线。

(5)渐开线是从基圆开始向外逐渐展开的,故基圆以内无渐开线。

3. 渐开线方程

渐开线可以用直角坐标方程式或极坐标方程式表示。在研究渐开线齿轮的啮合原理和几何尺寸计算时采用极坐标方程式比较方便,所以在此只介绍渐开线的极坐标方程式。

如图 6-12 所示,取 O 点为极坐标原点, OA 为极轴。渐开线上任意一点 K 的向径大小为 $OK = r_k$,它与极轴 OA 的夹角 θ_k 称为展角。 K 点的极坐标为 (r_k, θ_k) 。

若将此渐开线作为一齿轮的齿廓曲线,它与另一齿轮在啮合于 K 点时受到一力 F_n 的作用,使该齿轮沿逆时针方向转动。不计摩擦时,力 F_n 沿着齿廓 K 点的公法线方向。力 F_n 与 K 点速度 v_k 所夹的锐角 α_k ,称为渐开线上 k 点的压力角。因为 $\cos\alpha_k = r_b/r_k$,所以渐开线上各点的压力角是不相同的,基圆上压力角为零,而离基圆越远的点压力角越大。

连接 ON ,由图上几何关系得 $\angle KON = \alpha_k$,由 $\triangle KON$ 及渐开线性质的可得

$$r_k = r_b / \cos\alpha_k \quad (a)$$

及 $r_b = KN / \tan\alpha_k = \widehat{AN} / \tan\alpha_k = r_b(\alpha_k + \theta_k) / \tan\alpha_k$

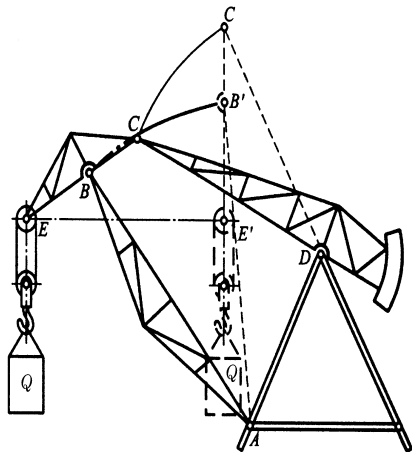


图 6-12 渐开线的形成

即 $\theta_K = \tan\alpha_K - \alpha_K$ (b)

上式表示渐开线上 K 点的展角 θ_K 是随该点压力角 α_K 的大小而变化的,故将 θ_K 称为压力角 α_K 的渐开线函数,并用 $\text{inv}\alpha_K$ 表示(“inv”为 involute 的缩写),由式(a)及(b)联立即得渐开线的极坐标方程:

$$\left. \begin{aligned} r_K &= r_b / \cos\alpha_K \\ \text{inv}\alpha_K &= \tan\alpha_K - \alpha_K \end{aligned} \right\} \quad (6-1)$$

工程上为了便于应用,将压力角 α_K 的渐开线函数列表格,见表 6-1,以便查用。

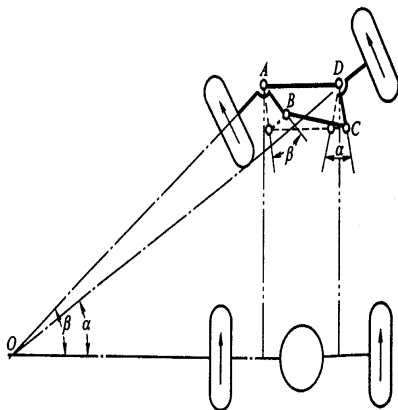


图 6-13 渐开线的形状与基圆大小的关系

二、渐开线齿廓的啮合特性

1. 渐开线齿廓可保证定传动比传动

根据渐开线的形成和性质可证明渐开线作为齿廓符合啮合基本定律并能保证定传动比传动。

如图 6-14 所示,设两渐开线齿廓 E_1 、 E_2 在任意点 K 相啮合。 $\overline{N_1N_2}$ 是 K 点的公法线,它与两轮的连心线交于 P 。根据渐开线的性质 2 可知,公法线 $\overline{N_1N_2}$ 必与两基圆相切,即 $\overline{N_1N_2}$ 为两基圆的内公切线。在传动过程中两基圆的大小和位置都不变,则两基圆为定圆。又两定圆在同一方向的内公切线只有一条,所以两齿廓不论在何处接触(例如在 K' 点啮合),过接触点的公法线 $\overline{N_1N_2}$ 均为一条固定直线,该直线与连心线的交点 P 必为一定点。由于有 $\triangle O_1N_1P \sim \triangle O_2N_2P$ 则

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = \overline{O_2P} / \overline{O_1P} = r'_2 / r'_1 = r_{b_2} / r_{b_1} = \text{常数} \quad (6-2)$$

式(6-2)表明两轮的传动比为一定值,并等于两轮的基圆半径的反比。

2. 渐开线齿廓的中心距可分性

根据渐开线齿廓传动比的表达式

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = r'_2 / r'_1 = r_{b_2} / r_{b_1}$$

知传动比等于两轮的基圆半径的反比。因为两轮的基圆半径不变,所以当两轮实际中心距相对于设计的理论中心距略有误差时(由于制造和安装造成的误差),传动比仍保持不变。渐开线齿轮传动的这个性质,称为中心距可分性。由于渐开线的这个特有的优点,给齿轮的制造和安装带来很大方便。

3. 渐开线齿廓间的正压力方向不变

一对渐开线齿廓啮合时,若不考虑齿廓间的摩擦,则它们之间的正压力沿其接触点的公法线方向作用。而一对渐开线齿廓在任何位置啮合时,接触点的公法线都是同一条直线 N_1N_2 ,故两啮合齿廓间的正压力方向始终不变。当齿轮传动的转矩一定时,渐开线齿廓间作用力的大小不变。这对于齿轮传动的平稳性是很有利的。

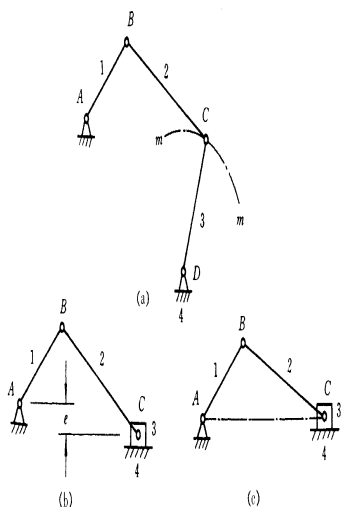


图 6-14 渐开线齿廓的啮合

表 6-1 渐开线函数 ($\text{inv}\alpha_K = \tan\alpha_k - \alpha_k$)

$\alpha_K / (^\circ)$	次	0'	5'	10'	15'	20'	25'	30'	35'	40'	45'	50'	55'
11	0.00	23941	24495	25057	25628	26208	26797	27394	28001	28616	29241	29875	30518
12	0.00	31171	31832	32504	33185	33875	34575	35285	36005	36735	37474	38224	38984
13	0.00	39754	40534	41325	42126	42938	43760	44593	45437	46291	47157	48033	48921
14	0.00	49819	50729	51650	52582	53526	54482	55448	56427	57417	58420	59434	60460
15	0.00	61498	62548	63611	64686	65773	66873	67985	69110	70248	71398	72561	73738
16	0.0	07493	07613	07735	07857	07982	08107	08234	08362	08492	08623	08756	08889
17	0.0	09025	09161	09299	09439	09580	09722	09866	10012	10158	10307	10456	10608
18	0.0	10760	10915	11071	11228	11387	11547	11709	11873	12038	12205	12373	12543
19	0.0	12715	12888	13063	13240	13418	13598	13779	13963	14148	14334	14523	14713
20	0.0	14904	15098	15293	15490	15689	15890	16092	16296	16502	16710	16920	17132
21	0.0	17345	17560	17777	17996	18217	18440	18665	18891	19120	19350	19583	19817
22	0.0	20054	20292	20533	20775	21019	21266	21514	21765	22018	22272	22529	22788
23	0.0	23049	23312	23577	23845	24114	24886	24660	24936	25214	25495	25778	26062
24	0.0	26350	26639	26931	27225	27521	27820	28121	28424	28729	29037	29348	29660
25	0.0	29975	30293	30613	30935	31260	31587	31917	32249	32583	32920	33260	33602
26	0.0	33947	34294	34644	34997	35352	35709	36069	36432	36798	37166	37537	37910
27	0.0	38287	38666	39047	39432	39819	40209	40602	40997	41395	41797	42201	42607
28	0.0	43017	43430	43845	44264	44685	45110	45537	45967	46400	46837	47276	47718
29	0.0	48164	48612	49064	49 518	49976	50437	50901	51368	51838	52312	52788	53268
30	0.0	53751	54238	54728	55221	55717	56217	56720	57226	57736	58249	58765	59285

注:用法举例

1. 找出 $\alpha = 14^\circ 30'$ 的渐开线函数值。

由表中“ α_K ”这一栏向下查到 14° ，再沿横行向右查到“ $30'$ ”这一栏得“55448”，前面的次数为“0.00”故得 $14^\circ 30'$ 的渐开线函数为 $\text{inv}14^\circ 30' = 0.0055448$ 。

2. 找出 $\alpha = 22^\circ 18' 25''$ 的渐开线函数值。

$\text{inv}22^\circ 18' 25''$ 在表中直接查不出，只能查出 $\text{inv}22^\circ 15'$ 及 $\text{inv}22^\circ 20'$ 的数值，而 $\text{inv}22^\circ 18' 25''$ 在这两个数值之间，可用比例插值法近似求出。

先在表中找出 $\text{inv}22^\circ 15' = 0.020775$ 、 $\text{inv}22^\circ 20' = 0.021019$ 。表中 $5' = 300''$ 的差值为 0.000244，而角度 $22^\circ 18' 25''$ 比 $22^\circ 15'$ 多 $205''$ ， $\text{inv}205'' = \frac{0.000244 \times 205}{300} = 0.000167$ ，因此得 $\text{inv}22^\circ 18' 25'' = \text{inv}22^\circ 15' + \text{inv}205'' = 0.020775 + 0.000167 = 0.020942$ 。

第四节 渐开线标准直齿圆柱齿轮的参数与计算

一、外齿轮

图 6-15 所示为标准直齿圆柱外齿轮的一部分。

1. 齿数

在齿轮整个圆周上轮齿的总数称为齿数,用 z 表示。

2. 齿顶圆、齿根圆

齿顶圆:过齿轮各齿顶端的圆称为齿顶圆,其直径和半径分别用 d_a 和 r_a 表示。

齿根圆:轮齿齿槽底部所在的圆周称为齿根圆,用 r_f 表示齿根圆半径、 d_f 表示直径。

3. 齿厚、齿槽宽、齿距

齿厚:在任意半径 r_K 的圆周上,一个轮齿两侧齿廓间的弧长称为该圆上的齿厚,以 s_K 表示。

齿槽宽:在 r_K 的圆周上一个齿槽两侧齿廓间的弧长称为该圆上的齿槽宽,以 e_K 表示。

齿距:在 r_K 的圆周上相邻两齿同侧齿廓间的弧长称为该圆上的齿距,以 p_K 表示。由图 6-15 知

$$p_K = s_K + e_K \quad (6-3)$$

4. 分度圆

在计算齿轮各部分的尺寸时,需要选择一个圆作为计算基准,于是在齿顶圆与齿根圆之间规定一个直径为 d ,半径为 r 的圆,并把这个圆称为分度圆。分度圆上的齿距、齿厚和齿槽宽分别用 p 、 s 和 e 表示,则有

$$p = s + e \quad (6-4)$$

5. 模数

齿轮分度圆是计算齿轮各部分尺寸的基础,而齿轮分度圆的周长为 $\pi d = zp$,于是可得分度圆的直径 $d = zp/\pi$ 。由于式中的 π 为无理数,将给计算、制造和检验等带来不便。为了便于计算、制造和检验,将比值 p/π 人为地规定为一些简单的数值,并称其为模数,用 m 表示,则

$$m = p/\pi \quad (6-5)$$

其单位为 mm。于是有

$$d = mz \quad (6-6)$$

模数是计算齿轮尺寸的一个基本参数。模数越大,轮齿越大,承载能力越强。

齿轮的模数已标准化,表 6-2 为 GB1357-87 规定的标准模数系列的一部分。

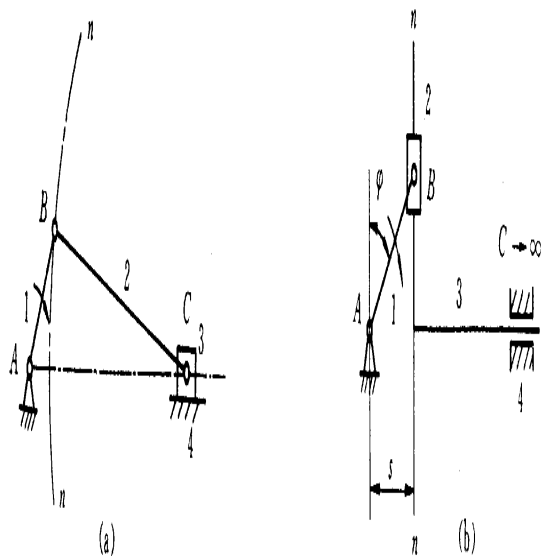


图 6-15 外齿轮的各部分名称

表 6-2 标准模数系列表

第一系列	1	1.25	1.5	2	2.5	3	4	5	6	8	10	12	16	20	25	32	40	50	
第二系列	1.75	2.25	2.75	(3.25)	3.5	(3.75)	4.5	5.5	(6.5)	7	9	(11)	14	18	22	28	(30)	36	45

注:1. 本表适用于渐开线圆柱齿轮。对斜齿圆柱齿轮是指法向模数。

2. 选用模数时,应优先采用第一系列,其次是第二系列,括号内的模数尽可能不用。

英美等国采用径节制。设齿轮的分度圆直径为 d ,其单位为英寸(in),齿数为 z ,则径节为

$$P = z/d \quad (6-7)$$

径节 P 的单位为 1/英寸(1/in)。由上式知 P 与 m 互为倒数,因 $1\text{in}=25.4\text{mm}$,故

$$m = 25.4/P \quad (6-8)$$

6. 压力角和基圆直径

由第三节已知渐开线齿廓(不包括齿条)上各点的压力角值是不相等的。因此,选用哪一段渐开线为轮齿齿廓曲线,将会影响齿轮的工作性能。考虑齿轮的传力性能及设计、制造的方便并使其具有互换性,规定分度圆上的压力角 α 为标准值。在我国规定标准压力角为 20° ,在其他国家,们常用压力角除 20° 外,还有 $14\frac{1}{2}^\circ$ 、 15° 、 $22\frac{1}{2}^\circ$ 等。压力角是齿轮计算中又一基本参数。

至此,分度圆可定义为:齿轮上具有标准模数和标准压力角的圆。

由式(6-1)可得基圆直径 d_b (及半径 r_b)的计算公式为

$$d_b = d\cos\alpha \text{ (或 } r_b = r\cos\alpha) \quad (6-9)$$

7. 齿顶高、齿根高、全齿高

齿顶高:轮齿介于分度圆与齿顶圆间的部分称为齿顶,其径向高度称为齿顶高,用 h_a 表示。

齿根高:轮齿介于分度圆与齿根圆间的部分称为齿根,其径向高度称为齿根高,用 h_f 表示。

全齿高:齿顶圆到齿根圆之间的径向距离即齿顶高与齿根高之和,称为全齿高,用 h 表示, $h = h_a + h_f$ 。如以模数为基本参数,则

$$\left. \begin{aligned} h_a &= h_a^* m \\ h_f &= (h_a^* + c^*) m \\ h &= (2h_a^* + c^*) m \end{aligned} \right\} \quad (6-10)$$

式中 h_a^* 称为齿顶高系数; c^* 称为顶隙系数。这两个系数在我国已标准化,其数值为: $h_a^* = 1, c^* = 0.25$ 。

至此,可得齿顶圆直径、齿根圆直径的计算公式

$$\left. \begin{aligned} d_a &= d + 2h_a = (z + 2h_a^*) m \\ d_f &= d - 2h_f = (z - 2h_a^* - 2c^*) m \end{aligned} \right\} \quad (6-11)$$

8. 法向齿距

如图 6-15 所示,在齿轮相邻两齿同侧齿廓间沿公法线所量得的距离 p_n 称为齿轮的法向齿距。根据渐开线的性质(1)可知,它与基圆齿距 p_b 相等,即

$$p_n = p_b = \pi d_b/z = \pi m\cos\alpha = p\cos\alpha \quad (6-12)$$

由以上分析可知,当已知齿轮的齿数、模数、压力角、齿顶高系数和顶隙系数时,其他几何尺寸全部可求,故这五个参数是渐开线直齿圆柱齿轮的基本参数。

为了便于设计和计算,将渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸计算公式列于表 6-3 中,这里说的标准齿轮是指 m 、 α 、 h_a^* 、 c^* 均为标准值,且 $e=s$ 的齿轮。

表 6-3 渐开线标准直齿圆柱齿轮传动几何尺寸计算公式

名称	代号	计算公式	
		小 齿 轮	大 齿 轮
模数	m	(根据齿轮受力情况和结构需要确定,选取标准值)	
压力角	α	选取标准值	
分度圆直径	d	$d_1 = mz_1$	$d_2 = mz_2$
齿顶高	h_a	$h_{a_1} = h_{a_2} = h_a^* m$	
齿根高	h_f	$h_{f_1} = h_{f_2} = (h_a^* + c^*) m$	
全齿高	h	$h_1 = h_2 = (2h_a^* + c^*) m$	
齿顶圆直径	d_a	$d_{a_1} = (z_1 + 2h_a^*) m$	$d_{a_2} = (z_2 + 2h_a^*) m$
齿根圆直径	d_f	$d_{f_1} = (z_1 - 2h_a^* - 2c^*) m$	$d_{f_2} = (z_2 - 2h_a^* - 2c^*) m$
基圆直径	d_b	$d_{b_1} = d_1 \cos \alpha$	$d_{b_2} = d_2 \cos \alpha$
齿距	p	$p = \pi m$	
基圆齿距	p_b	$p_b = p \cos \alpha$	
齿厚	s	$s = \pi m / 2$	
齿槽宽	e	$e = \pi m / 2$	
顶隙	c	$c = c^* m$	
标准中心距	a	$a = m(z_1 + z_2) / 2$	
节圆直径	d'	(当中心距为标准中心距 a 时) $d' = d$	
传动比	i	$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = z_2 / z_1 = d_2 / d_1 = d'_2 / d'_1 = d_{b_2} / d_{b_1}$	

二、内齿轮

图 6-16 为一内齿轮。内齿轮的轮齿分布在空心圆柱的内表面上。相同基圆的内、外齿轮的齿廓曲线为完全相同的渐开线,但轮齿的形状不同,有以下不同点:

(1) 外齿轮的轮齿是外凸的,而内齿轮的轮齿是内凹的。所以内齿轮的齿厚相当于外齿轮的齿槽宽,内齿轮的齿槽宽相当于外齿轮的齿厚。

(2) 内齿轮的齿顶圆小于齿根圆,而外齿轮的齿顶圆大于齿根圆。

(3) 为保证内齿轮的齿顶部分都是渐开线,齿顶圆必须大于基圆。

基于上述特点,内齿轮的某些几何尺寸计算,就不同于外齿轮。例如:

$$\text{齿顶圆直径 } d_a = d - 2h_a = (z - 2h_a^*) m \quad (6-13)$$

$$\text{齿根圆直径 } d_f = d + 2h_f = (z + 2h_a^* + 2c^*) m \quad (6-14)$$

三、齿条

图 6-17 所示为一齿条。齿条是圆柱齿轮的特殊形式,当齿轮的齿数增大到无穷多时,其圆心位于无穷远处,渐开线齿廓曲线变为直线,同时,齿顶圆、齿根圆、分度圆也变为相应的齿顶线、齿根线、分度线(也称为齿条中线)。齿条与齿轮相比有以下两点不同:

(1) 由于齿条的齿廓为直线,所以齿廓上各点的法线都是相互平行的,且在传动时齿条作平动,齿廓上的各点速度的方向都相同。为此,齿条齿廓上各点的压力角都相等,其大小为标准值,即 $\alpha = 20^\circ$ 。齿条齿廓的倾角称为齿形角,由图可知,其值等于压力角。

(2) 由于齿条的各同侧齿廓都是平行的,所以在与分度线相平行的任一直线上的齿距都相等,即 $p_K = p$ ($p_b = p \cos \alpha$ 例外),但齿厚与齿槽宽只有在分度线上相等,即 $s = e$ 。在与分度线相平行的其他各直线上的齿厚与齿槽宽均不相等。

齿条的几何尺寸如 h_a 、 h_f 、 s 、 e ,可参照外齿轮的几何尺寸计算公式进行计算。

四、渐开线齿轮任意圆上的齿厚

当设计和检验齿轮时,常需知道某些圆上的齿厚。例如为检查轮齿齿顶的强度需计算齿顶圆齿厚;为了确定齿侧间隙需计算节圆齿厚等。下面介绍齿轮任意圆上齿厚的计算方法。

图 6-18 所示为外齿轮的一个齿。图中 r 、 s 、 α 、 θ 分别为分度圆的半径、齿厚、压力角、展角, r_K 、 s_K 、 α_K 、 θ_K 则分别表示任意圆的半径、齿厚、压力角和展角, β 为 s_K 所对的圆心角。

经推导可得任意圆上的齿厚公式为

$$s_K = sr_K/r - 2r_K(\text{inv}\alpha_K - \text{inv}\alpha) \quad (6-15)$$

齿顶圆上的齿厚为

$$s_a = sr_a/r - 2r_a(\text{inv}\alpha_a - \text{inv}\alpha) \quad (6-16)$$

基圆上的压力角 $\alpha_b = 0$,所以 $\text{inv}\alpha_b = 0$,基圆上的齿厚为

$$s_b = sr_b/r - 2r_b(\text{inv}\alpha_b - \text{inv}\alpha) = s\cos\alpha + 2r\cos\alpha\text{inv}\alpha$$

则

$$s_b = \cos\alpha(s + 2r\text{inv}\alpha) \quad (6-17a)$$

对于标准齿轮, $s = \pi m/2$, 则

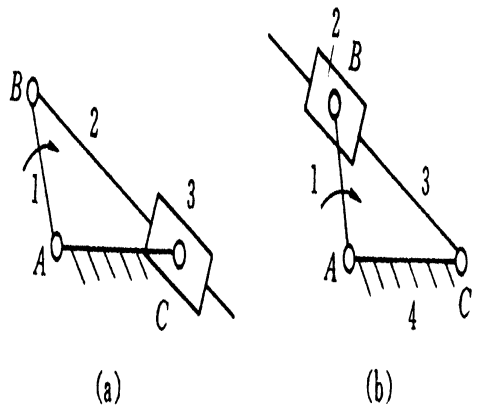


图 6-16 内齿轮的各部分名称

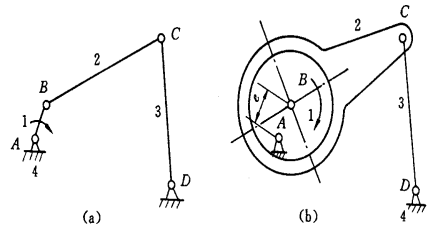


图 6-17 齿条的各部分名称

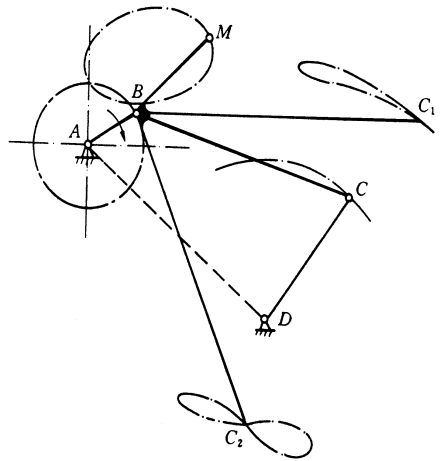


图 6-18 任意圆周上的齿厚

五、公法线长度和固定弦齿厚

在加工齿轮和检验齿轮时,通常要测量公法线长度或固定弦齿厚

1. 公法线长度

如图 6-19 所示,卡尺的卡脚与齿廓相切于 A 、 B 两点(图中卡脚跨三个齿),设跨测齿数为 k ,卡脚与齿廓切点 A 、 B 间的距离 AB 即为所测得的公法线长度,用 W_k 表示。由图知

$$W_k = (k-1)p_b + s_b \quad (6-18)$$

式中, p_b 为基圆齿距(mm), s_b 为基圆齿厚(mm)。

$$\text{且 } W_{k+1} - W_k = p_b = \pi m \cos \alpha \quad (6-19)$$

式(6-19)可用于齿轮参数测定。

将 p_b 、 s_b 公式代入式(6-18)可得 W_k 的计算公式如下:

$$W_k = m \cos \alpha [(k-0.5)\pi + z \operatorname{inv} \alpha] \quad (6-20a)$$

对于标准齿轮,当 $\alpha = 20^\circ$, $\operatorname{inv} \alpha = 0.0149044$, 公法线长度公式为

$$W_k = m [2.9521(k-0.5) + 0.014z] \quad (6-20b)$$

在计算和测量公法线长度时,必须先确定跨测齿数 k 。如果卡尺的卡脚跨测的齿数太多,则卡脚的平面可能与齿顶尖角接触而不是与齿廓相切;如果跨测的齿数太少,则卡脚的尖端可能与齿廓根部接触而卡脚的平面也不与齿廓相切,这两种情况都不能正确测量公法线长度。只有选择适当的跨测齿数,才能使卡脚平面恰好切于分度圆附近。

设卡尺的卡脚与齿廓的切点 A 、 B 在分度圆上(图 6-19),公法线长度 W_k 所对应的圆心角为 $\angle AOB = 2\alpha$, 则弧 $\widehat{AB} = 2r\alpha = (k-0.5)p$ 。以 $r = mz/2$ 和 $p = \pi m$ 代入上式,得

$$k = \alpha z / \pi + 0.5 \quad (6-21a)$$

对于标准齿轮, $\alpha = 20^\circ$, 则上式简化为

$$k = z/9 + 0.5 = 0.111z + 0.5 \quad (6-21b)$$

由上式计算得到 k 值多为小数,应把它按四舍五入法取整数,然后再代入式(6-20b)计算公法线长度 W_k 。

为了减少计算,工程上已将模数 $m = 1\text{mm}$, 压力角 $\alpha = 20^\circ$ 的标准直齿圆柱齿轮的公法线长度

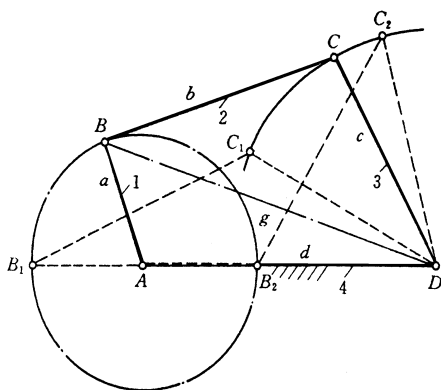


图 6-19 公法线长度与基圆齿距、齿厚的关系

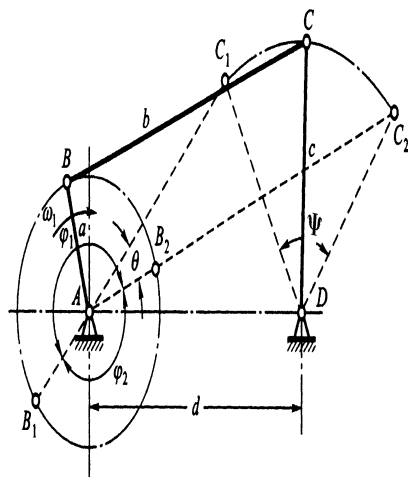


图 6-20 轮齿的固定弦齿厚与固定弦齿高