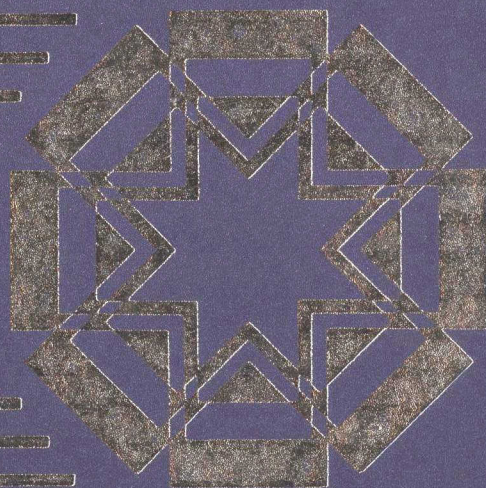




现代工程数学及应用

丘昌涛 主编



中国电力出版社



现代工程数学及应用

丘昌涛 主编

电力科技专著出版资金资助项目



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

内 容 简 介

本书讲述当前世界工程技术中已经或将要广泛应用的八个重要科技前沿的数学分支：建模方法论、混沌现象、非线性控制系统理论、模糊数学、排队论、计算几何学、神经网络、线段集合代数。全书阐述深入浅出，简洁明了；既保持了理论的严密性、系统性，又注意了通俗性、可用性。各篇自成体系，自为独立，便于读者选择自学和掌握。各篇均有应用的例子，书末附有参考文献，供读者进一步学习之参考。

本书主要读者对象是研究生、大学或专科毕业后从事电力、电机、电子工程的工程师和广大科技人员及其他领域工作的工程科技人员，也可供理工院校高年级学生、研究生、教师和科研人员参考。

图书在版编目 (CIP) 数据

现代工程数学及应用/丘昌涛主编.-北京：中国电力出版社，2000

ISBN 7-5083-0421-7

I. 现… II. 丘… III. 工程数学 IV. TB11

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2000) 第 47799 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://www.cepp.com.cn>)

三河实验小学印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2001 年 1 月第一版 2001 年 1 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 37 印张 836 千字

印数 0001—1000 册 定价 72.00 元

版权专有 翻印必究

(本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换)

编委会名单

主 编	丘昌涛			
编 委	王平洋	方正湖	卢 强	石钟慈
	刘美轮	刘祥南	孙茂相	肖达川
	吴中习	苏运霖	余贻鑫	陈章潮
	罗承忠	杨善社	周克定	赵凤浩
	廖可人	熊晚农	谭邦定	
审 校	高景德	韩英铎		

序 言

中国电机工程学会电工数学专委会在多年的学术讨论中，有一个共同的认识，就是要充分发挥科学技术第一生产力的作用，一个非常重要的工作是大力普及现代工程数学，把最新发展的数学方法、计算机技术与工程实际结合起来。在我国，当前亟需一部介绍现代工程实践中有重要应用价值，已经或将要广泛应用的最新数学分支的读物，供广大工程师及其他科技人员学习。通过自学，就能基本上了解和掌握这些数学知识，以扩大眼界和思路，使能在各自的生产和研究工作中应用这些数学方法，促进生产，产生实际的生产效益，加速我国社会主义经济的发展和提高全民族的文化科学素质。经过专委会讨论，组织国内有关专家写了这部专著。书中选入的内容包括当前世界上工程技术中已经或将要广泛应用的八个科技前沿的数学分支，分成八篇，其中：

第一篇，建模方法论（作者：中国科学院赵凤治研究员、东北电力学院丘昌涛教授）。介绍在实践中如何首先建立起该问题的模型，这是在使用计算机解决问题过程中的关键性步骤。此篇讲述一系列建模原则和方法，并有许多应用实例。

第二篇，非线性系统的混沌现象（作者：清华大学肖达川教授）。介绍混沌现象，由倍周期分岔出混沌，由拟周期分岔出混沌，由阵发混沌到混沌。介绍了李雅普诺夫指数和分维的概念。

第三篇，电力系统非线性控制理论（作者：中科院院士、清华大学卢强教授）。这是多年来作者研究成果的一部分。讲述了当代控制理论发展前沿分支之一的非线性控制系统微分几何结构理论在工业控制系统中应用的核心部分。讲述了基本概念，单输入单输出非线性控制系统设计原理、方法及算法，进一步阐述了在多输入多输出非线性控制系统的设计原理和方法。配有应用实例。

第四篇，模糊数学及其应用（作者：北京师范大学罗承忠教授）。讲述了模糊数学的基本知识，模糊逻辑，模糊数学在工业控制、聚类分析、模式识别、诊断专家系统及系统规划中的应用。

第五篇，排队论及在计算机中的应用（作者：暨南大学苏运霖教授）。首先介绍排队论的基本概念和研究的基本方法，给出若干排队论的模型。最后讲述在计算机中的应用。

第六篇，计算几何学（作者：天津大学刘美轮教授）。主要讲述计算几何的基本概念和基本方法，包括凸包和多边形问题、相交和几何查找、势力圈图及计算几何的一些新方法。举有应用实例。

第七篇，神经网络（作者：暨南大学苏运霖教授）。讲述神经网络的基本概念，神经处理模型，神经网络在图像压缩、传感器处理、旅行商问题、计算神经语言学、知识处理及信息处理中的应用。

第八篇，线段集合代数及其应用（作者：厦门大学刘祥南教授）。这是作者首创的数学方法，讲述了线段集合代数的基本概念、基本公理证明、推理坐标系、推理图论、集合微商及其算法和用来解决一些世界难题中的应用。

各篇写得简洁明了，深入浅出；既讲了理论，又介绍实际应用；既保持严密性、系统性，又注意了通俗性、可用性。各篇自成体系，自为独立，便于读者选择自学和掌握；各篇所用的符号也各自独立。书末附有参考文献，供读者进一步学习之参考。

本书各篇的作者都是在该领域中作出重要成果的学者，许多内容是作者们的研究成果。为了使理论和方法写得通俗易懂，使本书具有明显的理论结合实际应用的工程特色，便于工程技术人员阅读，在写作的过程中，作者们付出了辛勤的劳动。在组织出版的过程中，得到清华大学原校长高景德教授和已故的陈丕璋教授的支持和鼓励；高景德教授亲自参加了全书的讨论；得到中国电机工程学会曾庆禹副秘书长及中国电力出版社丰兴庆编辑的支持与帮助；还得到科学出版社范铁夫同志的大力支持；中科院院士、清华大学校长高景德教授和中国工程院院士、清华大学韩英铎教授审校了全书。对上述各位学者和专家的帮助与支持，对电工数学专委会全体委员的热情帮助和关心，我在此表示衷心的感谢。

本书的出版得到电力出版专著资金的资助；也得到东北电力学院、辽宁省电机工程学会，以及苏运霖、卢强、刘祥南各位教授的资助，对此，我表示深深的感谢。

我们编辑出版这类读物是第一次，不论在内容取材或叙述方面，难免有不当之处，请读者批评指正。

丘昌涛谨识

1995年10月4日于深圳

目 录

序言

第一篇 建模方法论

第一章 什么是数学模型	1
第一节 引言.....	1
第二节 模型的功用与评价.....	5
第三节 模型的建成与分类.....	6
第四节 模型的描述	10
第五节 机理模型	13
第六节 经验模型	16
第七节 模拟模型	21
第二章 数据技术	25
第一节 引言	25
第二节 数字化技术	25
第三节 函数拟合技术	28
第四节 离散化技术	34
第五节 数据的存贮与调用	37
第三章 建模技术	40
第一节 引言	40
第二节 分解与组装	41
第三节 分析与综合	45
第四节 类比与反推	47
第五节 内推与外延	49
第六节 归纳与演绎	51
第七节 抽象与舍象	53

第四章 几个建模实例	56
第一节 同步发电机的空载特性模型	56
第二节 电机设计的优化模型	57
第三节 同步发电机参数识别模型	58
第四节 电力系统励磁控制优化设计模型	60
第五节 线性网络的几何模型	62
第六节 电机的高维弯曲几何模型	63
第七节 电力系统稳定性的几何模型	66

第二篇 非线性系统中的混沌现象

第五章 关于非线性系统的一些基本知识	67
第一节 引言	67
第二节 状态方程	69
第三节 状态方程的向量写法	71
第四节 几何表示方法·轨线	72
第五节 流	74
第六节 平衡点	75
第七节 二维自治系统	76
第八节 单机系统方程的相图	80
第九节 极限环	82
第十节 耗散系统	83
第十一节 拟周期运动	85
第十二节 迭代映射	86
第十三节 线性迭代映射	88
第十四节 二维耗散系统	91
第六章 混沌现象	93
第一节 Lorenz 吸引子	93
第二节 逻辑斯蒂映射	94
第三节 符号动力学举例	99
第四节 逻辑斯蒂映射 (续)	100
第五节 Curry-York 映射	103
第六节 Rössler 吸引子	106
第七节 庞加莱映射	108

第八节 RLC 电路中的混沌现象	110
第九节 圆周映射	111
第十节 阵发混沌	115
第十一节 关于电力系统方程的混沌	119
第七章 描述吸引子特征的两个量	121
第一节 李雅普诺夫指数	121
第二节 分维	123

第三篇 电力系统非线性控制理论

第八章 非线性系统中的一些基本概念	126
第一节 引言	126
第二节 控制理论发展概述	127
第三节 线性控制系统与非线性控制系统	134
第四节 非线性系统近似线性化建模方法及其局限性	137
第五节 非线性系统稳定与不稳定平衡点	139
第六节 非线性系统的混沌现象与电力系统非线性振荡	141
第九章 非线性控制理论中的一些基本概念	146
第一节 引言	146
第二节 非线性系统的坐标变换	146
第三节 仿射非线性系统	151
第四节 向量场	153
第五节 向量场的导出映射	154
第六节 李导数与李括号	156
第七节 向量场集合的对合性	162
第八节 控制系统的关系度	164
第九节 非线性系统的线性化标准型	167
第十节 小结	172
第十章 单输入单输出非线性控制系统设计原理	174
第一节 引言	174
第二节 状态反馈精确线性化的设计原理	174
第三节 零动态设计原理与方法	200
第四节 线性系统零动态设计方法	211

第五节	输出对干扰解耦的控制系统设计原理	216
-----	------------------	-----

第四篇 模糊数学及其应用

第十一章	模糊数学的基本知识	226
第一节	模糊集合	226
第二节	模糊关系	231
第三节	扩展原理	234
第四节	模糊映射与模糊变换	241
第五节	模糊关系方程	250
第十二章	模糊逻辑	255
第一节	命题与逻辑演算	255
第二节	演绎推理	257
第三节	似然推理	260
第十三章	几个实用的数学模型	267
第一节	模糊控制	267
第二节	聚类分析	277
第三节	模式识别	286
第四节	两个诊断专家系统的数学模型	292
第五节	模糊规划	301

第五篇 排队论及其在计算机中的应用

第十四章	概述	312
第一节	基本概念	312
第二节	研究拥挤现象的目的	313
第三节	抵达模式	313
第四节	服务机制	321
第五节	排队规则	324
第六节	拥挤性的测量	324
第七节	对排队系统的研究	325
第八节	对系统的修改	327
第九节	排队系统及其表示	328

第十节	一般结果	330
第十五章	一些排队模型	334
第一节	马尔科夫过程、生与死过程和泊松过程	334
第二节	$M/M/1$ 排队模型	346
第三节	$M/M/m$ 排队模型	351
第四节	马尔科夫排队网络	353
第五节	$M/G/1$ 排队模型	356
第六节	$G/M/1$ 排队模型	382
第七节	$G/M/m$ 排队模型	382
第八节	$G/G/1$ 排队模型	384
第十六章	排队论在计算机中的应用	387
第一节	计算机分时系统和多路存取系统	387
第二节	计算机通信网络的分析和设计	399
第三节	定义、模型和问题的表达	405
第四节	容量选定问题	412
第五节	交通流量选定问题	416
第六节	容量和流动选定问题	419
第七节	某些拓扑的考虑——对于 ARPANET 的应用	421

第六篇 计算几何学

第十七章	绪论	424
第一节	引言	424
第二节	基本概念	425
第三节	基本的几何查找问题	428
第四节	算法复杂性的概念	429
第五节	数据结构	430
第六节	基本的算法设计技术	435
第十八章	凸包和多边形	439
第一节	引言	439
第二节	求凸包算法	440
第三节	形包	443
第四节	多边形的分割	445

第十九章 相交和几何查找	449
第一节 引言.....	449
第二节 线段的相交.....	449
第三节 矩形的相交.....	451
第四节 其他相交问题.....	453
第五节 点位问题.....	454
第六节 范围查找问题.....	457
第二十章 势力圈图	459
第一节 引言.....	459
第二节 求 Voronoi 图的算法.....	461
第三节 Voronoi 图的应用.....	463
第四节 广义的 Voronoi 图.....	466
第二十一章 计算几何学的一些解题方法	469
第一节 引言.....	469
第二节 星形法.....	469
第三节 几何变换法.....	471
第四节 过滤查找法.....	477
第五节 分区法.....	479

第七篇 神经网络

第二十二章 神经网络导论	485
第一节 为什么要研究神经网络.....	485
第二节 神经网络的特征.....	486
第三节 神经网络的历史和现状.....	487
第四节 神经网络的发展展望.....	490
第五节 小结.....	492
第二十三章 神经网络基础	493
第一节 生物神经元原型.....	493
第二节 人工神经元.....	495
第三节 单层人工神经网络.....	497
第四节 多层人工神经网络.....	497

第五节	神经网络和神经计算	498
第六节	对人工神经网络的训练	499
第七节	小结	500
第二十四章	神经处理模型	501
第一节	感知器	501
第二节	网络结构	506
第三节	霍普菲尔德的模型	507
第四节	适配共振理论	510
第五节	向后传播	513
第六节	值传送系统	515
第七节	波兹曼机器	516
第八节	模糊认知映像	516
第九节	双向联想记忆	517
第十节	数学基础	518
第十一节	小结	519
第二十五章	神经网络的应用	520
第一节	应用概述	521
第二节	图像压缩应用	522
第三节	传感器处理应用	523
第四节	旅行商问题的求解	523
第五节	计算神经语言学	525
第六节	知识处理应用	525
第七节	通用信息处理操作	525
第八节	小结	526

第八篇 线段集合代数及其应用

第二十六章	线段集合代数	527
第一节	引言	527
第二节	中国九龙环解法	527
第三节	九龙环的数学模型及其性质	529
第四节	线段集合代数	530
第五节	线段集合代数的公理证明	533
第六节	线段集合代数公式的演证	534

第二十七章 推理坐标	539
第一节 N划分定义.....	539
第二节 一维坐标系.....	539
第三节 坐标性质.....	539
第四节 坐标上命题和映射的运算.....	541
第五节 二维坐标系.....	542
第六节 三维坐标系.....	542
第七节 高维坐标系.....	542
第八节 对偶坐标系.....	543
第九节 容斥原理在坐标上的表示和运算.....	543
第十节 小结.....	544
第二十八章 推理图论	545
第一节 图形推理公理与推理证明.....	545
第二节 推理证明图解方法.....	547
第三节 推理微商与推理容错.....	551
第四节 讨论.....	552
第二十九章 集合微商及其算法	553
第一节 微商集定义.....	553
第二节 微商集等价定义及图论算法.....	553
第三十章 高阶微商集及其算法	557
第一节 高阶微商集.....	557
第二节 多交微商集.....	558
第三节 多导微商集.....	559
第四节 多并微商集.....	560
第五节 集合微商的计算机算法.....	560
第六节 集合微商的应用.....	560
附录 A 变量变换.....	562
附录 B 状态空间中面积、体积增加率公式的推导.....	564
附录 C 逻辑斯蒂方程中 μ_∞ 值的估计.....	567
附录 D 计算迭代映射的框图.....	569
附录 E 马蹄映射.....	570
参考文献.....	573

第一章 什么是数学模型

第一节 引言

人类的历史，就是人们认识客观世界，利用客观规律改造客观环境谋求自身生存的历史。人们对于客观世界的认识每前进一步，人类的文明也就随之向前跨越一步。人类文明每发展一步，人们就会对客观世界的认识提出更进一步的要求，同时也给人类更准确地认识客观世界提供了一些新的手段，使认识更加准确。人类就是靠这种反复的认识过程，逐渐从必然王国向自由王国靠近。

认识客观世界，主要的就是认识客观世界事物的运动规律。应该看到，任何客观事物都不可能脱离量而存在，因而认识客观事物的数量关系及空间存在形式乃是认识客观事物运动规律的重要侧面。为了认识客观事物的数量变化关系及空间存在形式，数学已经成了人类认识客观世界不可一日或缺的工具，而且是否能用数学精确地刻画客观事物的运动规律，这几乎成了大家公认的一个学科发展是否成熟的标志。天文，如果它摒弃数学，它就会一片混乱！物理，如果不用精确的数学语言来描述，就不能称之为近代物理！化学，如果离开了精确的数学手段，又能讨论多少化学问题呢？工程技术，如果取消数学的作用也是不堪设想的！……

近几十年来，由于电子计算机的出现及其高速发展，使数学与各科学分支、工程技术领域乃至文化教育、日常生活各方面的关系更加紧密起来。有些看来似乎与数学无缘的领域，诸如文学艺术、音乐、美术、体育，也与数学密不可分。但也应该指出，由于计算机的发展及其软件的进步，使一些使用者误认为工程技术中数学问题的解决似乎只是在计算机上敲动几个按键，因而工程技术人员与数学工作者之间出现了一条鸿沟。这是一种不正常的现象！这种现象的存在对于人类文明的发展是不利的。我们的任务是填平这条鸿沟，数学工作者要与各领域的专门人才相互沟通，使计算机为人类做出更多贡献！

事实上，为了在现实生活中更加广泛地使用计算机，要求人们必须付出种种新的努力。这些努力中，对于数学的再学习是主要内容之一。试想在计算机使用中，如果离开了数学那将是什么景象！另一方面，数学也不应该再是古老的面孔。除了纯粹数学、应用数学之外，计算数学也以其令人十分亲切的形象出现在东方地平线上。在不太长的时间内，它又超出数学范畴被称为科学与工程计算，它甚至已发展成与“推理”、“试验”平起平坐的科学研究手段。其实，计算机的出现与发展对于纯数学的发展也带来了很大的影响，对

此许多著名的纯数学专家都有过精彩的论述。至于计算机对应用数学的重要性那就更加明显了！

数学来源于实际。人们把源于实际的概念体系，应用逻辑推理方法得出了一些理论，这便形成了数学本身的一些机制。于是数学便可以按自身的机制向前发展。但是，用数学于实践总是检验数学有效性的一种重要手段。用数学解决实际问题，大凡有以下三个方面的工作：

(1) 所要研究的实际问题总是特定事物的特定方面。把所要研究事物的有关方面的各种量之间的变化关系用数学的语言描述出来，这是用数学方法解决实际问题的先决条件。这一工作便被称为形成数学模型的工作，简称建模工作。

其实，自然数 1, 2, 3, …就是数学模型，它是对所研究事物的其他方面都不考虑，而只考虑数目这一侧面所用的数学。再如集合、群、环、线性空间、拓扑空间等等也都是数学模型，它们也都是从实际中抽象出来的，描写某些事物量的关系的数学描述。但是，目前生活中所要讨论的对象，往往不是用某一个单一的数学分支的语言就可以全面描绘得了的。换言之，那些较为经典的，譬如用某一单一的数学物理方程标准型就能描绘的客观事物的建模问题是较为容易实现的，对此人们已经有了较为成熟、较为丰富的经验。现在在我们所要研究所要求得解决的问题往往是比较复杂的，而且今天数学所能提供的描绘客观事物的语言也丰富多了，因此描绘我们所研究事物所得出的数学模型也就更丰富多彩了。自然，建立数学模型的工作也不那么轻而易举了。另一方面，人们在如何建立数学模型方面也积累了一定的经验。所以讨论建立数学模型的方法，不但有迫切的要求，而且也成为可能。

自然，凡是真正科学的东西，往往具有无限的生命力。那些标准的数学物理方程，如牛顿运动方程、欧拉方程、纳维尔—斯托克斯方程、麦克斯威尔方程、波尔兹曼方程、薛定谔方程等，对于工程技术问题的描述仍然很有价值。它们对于建立数学模型仍不失为重要的工具。但是到了今天诸如运筹学、应用概率的出现只知道这几个方程就太不够了。

(2) 对于所形成的数学模型进行数学加工，制定计算方案并求出数值解。这一阶段的主要工作被称为科学与工程计算。

以往人们常用计算数学一词来称谓这项工作，但是目前总觉得用计算数学这一词似乎不能反映问题的实质了。由于计算机广泛而有效的使用，使很多科学与工程技术领域都发生了深刻的变化，于是出现了很多新的学科分支，如计算地质、计算气象、计算生物、计算化学等等。人们把它们统称为科学与工程计算。现在谈起计算数学来，无论从内容还是从其作用以及其重要性上，都已远远地超出了往时计算数学所表达的意义了。

事实上，现在进行算法研究通常必须与所计算的实际问题密切的结合起来才能收到好的实际效果。有这样一个例子，要用

$$R(\theta) = \sum_{m=0}^{n-1} A e^{u \cdot m} + \sum_{m=0}^{q-1} B e^{j(u_1 m + a_1)} + \sum_{m=0}^{p-1} C e^{j(u_2 m + a_2)}$$

来逼近

$$S(\theta) = \begin{cases} \{\tilde{R}(\theta)/\tilde{R}(\theta_m)\}^{\frac{1}{2}}, & \text{当 } 0^\circ \leq \theta \leq \theta_m. \\ e^{-0.07194(\theta-\theta_m)}, & \text{当 } \theta_m < \theta \leq 180^\circ \end{cases}$$

把其中的设计变量记为 $x = (A, B, C, n, q, p, \dots)^T$ 。不妨用如下的数学模型来描述它

$$\min_x \max_{\theta} \{ ||R(\theta) - S(\theta)|| \}$$

如果不依据问题的实际背景来求解，那么困难是非常大的。由问题的实际意义，对 θ 只取为数不多的离散值，使计算量得到了大量的降低。

完全脱离实际地进行计算方法的研究，有时得到的方法用于实际其效果很差。诚然并不反对针对数学问题进行的算法研究，但是它不能完全代替为解决实际问题所进行的算法研究。而且很多成熟的算法，用于实际时进行改造也是习以为常的事。一个算法不做任何改动就会成功地解决许许多多实际问题倒是很难有的。有人认为应从应用数学观点出发，以应用数学类型为对象进行方法研究。应该承认，这样研究得出的方法一方面为实用方法的研究打下了很好的基础；另一方面也往往提供了很好的研究思路。但也应该注意到，目前所要解决的科学与工程中的计算问题往往不象动力革命时代所提出的问题那样单纯了，故而我们也应该看到这种研究的局限性。有人从纯粹数学的观点出发，以研究纯粹数学的方式研究计算数学，他们认为这样得出的方法才是最严谨的。但是，这种研究得出的研究成果有时根本没有实用价值，只能当一个欣赏品！

由此可见，一个好的科学与工程计算工作者，对于模型有较为透彻的了解也是很必要的。事实上，有很多有效的计算方法，它们最基本的思路确实是从实践中产生的。

(3) 对于所求得的数值解进行数学分析。解的数学特征，不仅有数学意义，且更有实用价值，如解的单一性、稳定性、对于参数的依赖性等等。解的实用效果分析更是十分重要的！我们研究问题的目的是解决问题，所以得出能够用于实际问题的答案是我们的首要任务。如有可能更进一步得出用于实际后的效果则更为稳妥。这项工作我们不妨称之为数值模拟。

我们所研究的问题是从实际中提出来的，数学模型是某实际问题的数学描述，因而求得的解应该接受实践的检验。这就是从实际中来到实际中去的过程。

更要看到，我们用数学方法解决实际问题，所得出的结果一般是很丰富的。如果我们只看到解本身，而忽略了其它很多有价值的结果那将是十分可惜的。

例如，我们要用线性规划研究某单位的生产计划，如数学形式表示则为

$$\max \quad s = c^T x$$

满足于

$$Ax = b$$

$$x \geq 0$$

得出最优解 x^* 固然很重要，而其单纯形乘子 y^* 一般被称为“影子价格”，也是很重要的。如果对于技术水平矩阵 A 的各系数 a_{ij} 进行摄动分析，这对指导技术革新是十分有益的。