

中等职业教育国家规划教材

全国中等职业教育教材审定委员会审定

土木工程力学

主 编 宋小壮
责任主审 范钦珊
审 稿 刘 燕

高等教育出版社

内容提要

本书以分析简单结构和构件承载力为主线,力求用较少的学时使学生学会用基本的定性和定量分析方法解决结构和构件的强度、刚度和稳定性问题。本书主要内容包括:力和力偶、受力分析基础、物体的平衡问题、物体平衡时的内力、构件失效分析基础、构件的应力与强度计算、构件的变形与刚度计算、压杆稳定、工程结构的组成规律。本书内容简明扼要,突出了工程实用性,加强了定性分析,降低了理论和推导计算难度,增加了思考、实验等实践性教学内容,并强调了基础知识的掌握和基本能力的训练。

本书是中等职业学校土木工程非结构类各专业教材,也可作为自学者和有关技术人员的学习用书。

图书在版编目(CIP)数据

土木工程力学/宋小壮主编.—北京:高等教育出版社,
2001.7

中等职业学校教材

ISBN 7 - 04 - 009792 - 3

土... 宋... 土木工程—结构力学—专
业学校—教材 .TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 036714 号

责任编辑 李 澈 封面设计 王 睢 责任绘图 朱 静

责任校对 陈 荣 责任印制

土木工程力学

宋小壮 主编

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号

邮政编码 100009

电 话 010 - 64054588

传 真 010 - 64014048

网 址 <http://www.gedup.com.cn>

p: www.gedup.com.cn

经 销 新华书店北京发行所

印 刷

开 本 787 × 1092 1/16

版 次 年 月第 版

印 张 11

印 次 年 月第 次印刷

字 数 260 000

定 价 11.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻

《21世纪教育振兴行动计划》

《国家规划教材申报、立项及管理意见》

职业教育和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写，从2001年秋季开学起，国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的，并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想，从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发，注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本，努力为教材选用提供比较和选择，满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材，并在使用过程中，注意总结经验，及时提出修改意见和建议，使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

二〇〇一年五月

前 言

为培养新一代高素质的生产第一线的中初级技术人员和劳动者，适应中等职业教育的教学改革的需要，我们根据教育部 2000 年颁发的基本精神和基本要求，在认真总结近年来中等职业教育工程力学教学经验的基础上，编写了中等职业学校给排水、装修等非结构类专业土木工程力学课程的教材。

在编写过程中，力求理论联系实际、循序渐进、深入浅出和简明扼要，降低难度，避免教学内容与其他课程内容重复，使学生能在较少的学时数内，学会运用力学的基本原理和基本方法分析、判断和解决简单的工程力学问题。并在学习土木工程力学课程的同时，提高各方面的素质和能力。

本教材采用了新的结构体系，以新大纲的基础模块力学基本原理，主要包括：力及力偶的概念和性质、受力分析基础、物体平衡时的力学计算、构件的失效分析、构件承载能力的计算以及工程结构的受力特征等。在此基础上，以分析和研究构件和结构的承载能力为主要目的，精选教材内容。同时，在理论的阐述和公式的推演中突出力学本质，尽量减少数学推导，具体教学内容的选择力求做到少而精，确保在较少的学时内完成教学任务并达到既定目标。本书只要求学习者具备初中毕业的数学和物理知识。书中带“*”的部分系选学内容，选学内容选自教学大纲的基础模块

教学大纲中包含了扭转时的应力分布和抗扭截面系数等概念，为了知识的完整性和不同专业的需要，本教材增加了圆轴扭转强度的概念，使用者可根据不同专业的需要决定取舍。

本书第 1、2 章是工程力学的基础知识。第 3、4 章主要是静定结构的平衡问题，教学中应定性分析和定量计算并重，注意培养学习者分析问题和解决问题的能力。第 5 至第 8 章是对构件承载能力的讨论，教学中应突出理论联系实际和正确地使用公式。第 9 章是对工程结构组成的讨论，通过这章的教学，学习者应了解结构的组成规律，合理地选择结构的构成，并对常见结构的受力特点有一定的认识。

每章后附有小结、思考题、小实验和习题，书末附有部分习题答案，其中思考题和小实验中有部分问题需要学习者自己动手和动脑，很难在书本中找到现成的答案，目的是通过这些生动有趣的思考和实践，培养和训练学生理论联系实际的学习能力和工作方法，并激发学生的创新意识和创新能力。

有条件的学校在教学中应尽量采用现代化教学手段，可选择与本教材配套的计算机教学课件和软件，以提高教学效率。

本书的力学名词、单位和符号均采用现行国家标准。

本书由南京职业教育中心宋小壮主编；江苏省城镇建设学校袁春树、北京水力水电学校何力参加了编写工作。

本教材能顺利编写并能有一定的改革力度，得益于多年来全国各地广大热心力学教学改革的力学教师对力学教学的真知灼见，在此谨向他们表示感谢和敬意。

经全国中等职业教育教材审定委员会审定，由清华大学范钦珊教授担任责任主审，北京建筑工程学院刘燕审稿；高等教育出版社另聘请南京河海大学徐道远教授、南京建筑工程学校王耀礼审阅了全稿，在此一并表示感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在一些不足之处，欢迎广大读者批评指正。

本教材各章参考学时如下表

参考学时分配表

章次	教学内容	学时数			
		讲课	习题课	实验课	合计
	引言	0.5			0.5
第 1 章	力和力偶	4.5	1		5.5
第 2 章	受力分析基础	4	2		6
第 3 章	物体的平衡问题	6	4		10
第 4 章	物体平衡时的内力	17	4		21
第 5 章	构件失效分析基础	1		2	3
第 6 章	杆件的应力与强度计算	15	3	2	20
第 7 章	杆件的变形与刚度计算	3	1		4
第 8 章	压杆稳定	5	1		6
第 9 章	工程结构的组成规律	4			4
总计		60	16	4	80

编 者
2000 年 12 月

目 录

引 言	1	思 考	67
第 1 章 力和力偶	2	小实验	68
§ 1 - 1 力	2	小实验	69
§ 1 - 2 力在直角坐标轴上的投影	3	习 题	69
§ 1 - 3 力对点的矩	5	第 5 章 构件失效分析基础	74
§ 1 - 4 力偶	6	§ 5 - 1 应力、应变、胡克定律	74
小 结	8	§ 5 - 2 材料拉伸和压缩时的力学性能	76
思 考	8	§ 5 - 3 构件的失效及其分类	79
小实验	9	小 结	79
习 题	10	思 考	80
第 2 章 受力分析基础	12	小实验	80
§ 2 - 1 荷载的简化与分类	12	小实验	80
§ 2 - 2 约束与约束反力	13	习 题	81
§ 2 - 3 计算简图	17	第 6 章 构件的应力与强度计算	83
§ 2 - 4 受力分析与受力图	19	§ 6 - 1 强度失效和强度条件	83
小 结	20	§ 6 - 2 截面图形的几何性质	84
思 考	21	§ 6 - 3 轴向拉压杆的应力与强度	89
小实验	21	§ 6 - 4 连接件的实用计算	91
习 题	21	* § 6 - 5 圆轴扭转时的应力与强度	95
第 3 章 物体的平衡问题	24	§ 6 - 6 梁弯曲时的应力和强度	98
§ 3 - 1 平面力系的简化	24	* § 6 - 7 组合变形杆件的强度计算方法	105
§ 3 - 2 平面力系的平衡	27	小 结	107
* § 3 - 3 物体系统的平衡	32	思 考	108
小 结	33	小实验	109
思 考	34	习 题	110
小实验	35	第 7 章 杆件的变形与刚度计算	114
习 题	35	§ 7 - 1 轴向拉	114
第 4 章 物体平衡时的内力	38	§ 7 - 2 单跨静定梁的变形	116
§ 4 - 1 内力计算基础	38	小 结	124
§ 4 - 2 轴向拉	39	思 考	124
§ 4 - 3 扭转杆件的内力	42	小实验	125
§ 4 - 4 单跨静定梁的内力	43	小实验	125
* § 4 - 5 简单静定结构的内力分析	57	习 题	125
§ 4 - 6 平面静定桁架的内力分析	62	第 8 章 压杆稳定	128
* § 4 - 7 三铰拱简介	66	§ 8 - 1 压杆的稳定失效	128
小 结	67	§ 8 - 2 压杆的稳定安全条件	131

小 结	135	* § 9 - 4 超静定结构的内力特征	145
思 考	136	小 结	150
小实验	136	思 考	150
小实验	136	小实验	151
习 题	136	习 题	151
第 9 章 工程结构的组成规律	139	附 录 型钢规格表	154
§ 9 - 1 结构组成的几何规律	139	习题答案	162
§ 9 - 2 结构组成分析方法简介	141	主要参考书目	168
* § 9 - 3 超静定结构的受力分析方法介绍	142		

引 言

土木工程力学是关于力学的基础知识及其在土木工程中应用的一门课程。

工程中各种各样的建筑物、机械等都是由若干构件

这些建筑物和机械可以统称为结构。结构和构件就是工程力学的研究对象。

物体在空间的位置随时间而改变，称为机械运动，例如车辆的行驶、机器的运转等。在绝大多数工程问题中，都把地球作为参考体。若物体相对于地球静止或作匀速直线运动，则称物体是平衡的。平衡是机械运动的特殊状态。探求平衡规律是工程力学的一项任务。

工程结构和构件在外力作用下丧失正常功能的现象，称为失效。在工程中，要求构件和结构必须安全正常地工作，决不能发生失效现象，同时又要求构件和结构造价低，经济实用，外形美观。二者如何统一，是工程力学的另一项任务。

理论分析、试验分析和计算分析是工程力学中三种主要的研究方法。理论分析是以基本概念和定理为基础，经过数学推演，得到问题的解答，它是广泛使用的一种分析方法。构件的失效与所选材料的力学性能有关。材料的力学性能是材料在力的作用下抵抗变形和破坏的能力，它必须通过材料试验才能测定。另外，对于现有的理论还不能解决的某些复杂的工程力学问题，有时也要依靠试验的方法加以解决。因此，试验在工程力学中占有重要的地位。随着计算机技术的飞速发展，工程力学的计算手段发生了根本性变化，计算机技术与数值分析方法相结合，使计算过程大大简化。例如，几十层的高层建筑的结构计算，现在仅用几小时便得到全部结果。不仅如此，在理论分析中，可以利用计算机进行复杂的公式推导或计算；在试验分析中，计算机可以整理数据、绘制试验曲线、选用最优参数甚至可以模拟试验，得出试验结果，包括在试验室无法进行的试验等。计算机分析已成为一种独特的研究方法，其地位将越来越重要。应该指出，上述工程力学的三种研究方法是相辅相成、互为补充、互相促进的。学习工程力学，首先应掌握好最基本的力学概念、原理和分析方法，因为这些都是进一步学习工程力学其他内容以及掌握计算机分析方法的基础。

工程实际以及日常生活中都有与工程力学有关的问题。在学习土木工程力学时，如能联系工程以及生活中的实际问题，不仅容易掌握课程的内容，而且对于将来在工作中应用力学概念、原理和方法分析和处理实际问题也是非常有益的。同时，学习工程力学还应重视工程基本运算能力的培养和提高，因为，正确的计算结果对任何工程问题都是非常重要的，因而运算能力是一名工程技术人员应具备的重要素质之一。

第 1 章 力和力偶

§ 1 - 1 力

一、力的概念

人们对力的认识是在长期劳动和生活实践中逐步形成的。比如，用手提起重物时，手臂的肌肉会感紧张，我们说手臂正在用力。而手臂所起的作用也可以用其他物体来代替，比如，手可以拿住重物，绳子也可以拴住重物，这说明不仅人能对物体有力的作用，物体之间也有力的作用。力作用在物体上会产生什么样的效果？用力推静止的小车，小车就会运动起来；用力拉弹簧，弹簧就会变形，那么，工程力学中所讲的力又是什么？

力是物体之间的相互机械作用，这种作用使物体的运动状态发生变化
物体的形状发生改变

力对物体的作用产生两种效应：运动效应和变形效应。

实践表明，力对物体作用的效应取决于力的大小、方向和作用点三个要素，称为力的三要素。

在国际单位制

中也用牛顿的倍数单位千牛 ^3N 。

作用于一个物体上的两个或两个以上的力所组成的系统，称为力系。对物体作用效果相同的力系，称为等效力系。如果一个力和一个力系等效，则该力为此力系的合力，而力系中的各个力称为这一合力的分力。

二、力的性质

力是一个有大小和方向的量，所以力是矢量，可以用一段带箭头的线段来表示，线段的长短代表大小，箭头表示力的指向

\boldsymbol{F} 表示力矢量，而用普通字母 F 表示力的大小。通过力的作用点并沿着力的方向作一条直线，这条直线称为力的作用线。

作用于物体上同一点的两个力可以合成为一个合力，合力也作用于该点，合力的大小、方向由这两个力为邻边所构成的平行四边形的对角线表示（图 1 - 2）。力

的平行四边形法则，可用矢量式

图 1 - 1 力矢量

图 1 - 2 力矢量的合成

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$$

表示。即两个交于一点力的合力，等于这两个力的矢量和；反过来，一个力也可以依照力的平行四边形法则，按指定方向分解成两个分力。

同理，作用于物体上同一点的 n 个力组成的力系，采用两两合成的方法，最终可合成为一个合力 \mathbf{F}_R ，它等于这个力系中所有力的矢量和。

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \dots + \mathbf{F}_n = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i \quad (1-1)$$

即 n 个力交于一点，则可以合成为一个合力，合力作用线通过原力系的交点。

两物体间相互作用的力，总是大小相等、方向相反、沿同一直线，分别作用在这两个物体上。这一性质也称为力的作用与反作用定律。

如作用在同一物体上的两个力大小相等、方向相反、沿同一直线，那么这两个力对物体的运动效应没有影响，这两个力的合力为零；反过来，一物体上只作用了两个力，而物体是平衡的，那么这两个力必然大小相等、方向相反、沿同一直线。

物体在一个力系作用下处于平衡状态，则称这个力系为平衡力系，在平衡力系作用下物体不产生运动效应。

§ 1 - 2 力在直角坐标轴上的投影

为了便于计算，在力学计算中常常通过力在坐标轴上的投影将矢量运算转化为代数运算。

一、力在直角坐标轴上的投影

如图 1 - 3 所示，在力 \mathbf{F} 作用的平面内建立直角坐标系 Oxy 。由力 \mathbf{F} 的起点 A 和终点 B 分别向 x 轴引垂线，垂足分别为 x 轴上的两点 A' 、 B' ，则线段 $A'B'$ 称为力 \mathbf{F} 在 x 轴上的投影，用 F_x 表示，即

$$F_x = \pm A'B'$$

投影的正负号规定如下：若从 A 到 B 的方向与轴正向一致，投影取正号；反之，取负号。力在坐标轴上的投影是代数量。同样，力 \mathbf{F} 在 y 轴上的投影 F_y 为

$$F_y = \pm A'B''$$

由图 1 - 3 可得

$$\begin{aligned} F_x &= \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \quad (1-2)$$

式中 α 为力与 x 轴所夹的锐角，图 1 - 2 中 \mathbf{F}_x 、 \mathbf{F}_y 是力 \mathbf{F} 沿坐标轴方向的两个分力，是矢量。它们的大小与在轴上投影的绝对值相等，而投影的正

指向一致

了，从而将矢量运算转化成了代数运算。

图 1 - 3 力在直角坐标轴上的投影

为了计算方便，往往先根据力与某坐标轴所夹的锐角来计

算力在该轴上投影的绝对值，再根据力的方向确定投影的正负号。

[例 1 - 1] 已知 $F_1 = 100 \text{ N}$, $F_2 = 150 \text{ N}$, $F_3 = F_4 = 200 \text{ N}$, 各力的方向如图 1 - 4 所示。试分别求出各力在 x 轴和 y 轴上的投影。

[解] 由式 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{aligned} F_{x1} &= F_1 \cos 45^\circ = 0.707 \times 100 \text{ N} = 70.7 \text{ N} \\ F_{y1} &= F_1 \sin 45^\circ = 0.707 \times 100 \text{ N} = 70.7 \text{ N} \\ F_{x2} &= - F_2 \sin \\ F_{y2} &= - F_2 \cos 60^\circ = - 0.5 \times 150 \text{ N} = - 75 \text{ N} \\ F_{x3} &= F_3 \cos 90^\circ = 0 \\ F_{y3} &= - F_3 \sin 90^\circ = - 1 \times 200 \text{ N} = - 200 \text{ N} \\ F_{x4} &= F_4 \sin 30^\circ = 0.5 \times 200 \text{ N} = 100 \text{ N} \\ F_{y4} &= - F_4 \cos 30^\circ = - 0.866 \times 200 \text{ N} = - 173.2 \text{ N} \end{aligned}$$

图 1 - 4

二、合力投影定理

由于力的投影是代数量，所以各力在同一轴上的投影可以进行代数运算，因此可得合力投影定理：

合力在坐标轴上的投影(F_{Rx} , F_{Ry})等于各分力在同一轴上投影的代数和。即

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= F_{x1} + F_{x2} + \dots + F_{xn} = \sum_{i=1}^n F_{xi} \\ F_{Ry} &= F_{y1} + F_{y2} + \dots + F_{yn} = \sum_{i=1}^n F_{yi} \end{aligned} \quad (1 - 3)$$

如果将各个分力沿坐标轴方向进行分解，再对平行于同一坐标轴的分力进行合成

以得到合力在该坐标轴方向上的分力 (F_{Rx} , F_{Ry})

合力在直角坐标系坐标轴上的投影 (F_{Rx} , F_{Ry})

轴方向上的分力 (F_{Rx} , F_{Ry})

了分力的指向和坐标轴的指向一致

[例 1 - 2] 已知 $F_1 = 20 \text{ kN}$, $F_2 = 40 \text{ kN}$, $F_3 = 50 \text{ kN}$, 各力方向如图 1 - 5 所示。试分别求出图中各力的合力在 x 轴和 y 轴上的投影。

图 1 - 5

[解] 由式 x 、 y 轴上的投影为

$$\begin{aligned} F_{Rx} = F_x &= F_1 \cos 90^\circ - F_2 \cos 0^\circ + F_3 \times \frac{3}{3^2 + 4^2} \\ &= 0 - 40 \text{ kN} + 50 \text{ kN} \times \frac{3}{5} = - 10 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{Ry} = F_y &= F_1 \sin 90^\circ - F_2 \sin 0^\circ - F_3 \times \frac{4}{3^2 + 4^2} \\
 &= 20 \text{ kN} - 0 - 50 \text{ kN} \times \frac{4}{5} = -20 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

§ 1 - 3 力对点的矩

一、力对点的矩

如图 1 - 6 所示, 用扳手拧紧螺母时, 作用于扳手上的力 \boldsymbol{F} 使扳手绕 O 点转动, 其转动效应不仅与力的大小和方向有关, 而且与 O 点到力作用线的垂直距离 d 有关。将乘积 $F \cdot d$ 再冠以适当的正、负号, 称为力 \boldsymbol{F} 对 O 点的矩, 简称力矩, 它是力 \boldsymbol{F} 使物体绕 O 点转动效应的度量, 用 $M_O(\boldsymbol{F})$

$$M_O(\boldsymbol{F}) = F \cdot d \quad (1 - 4)$$

O 点称为矩心, d 称为力臂。式中的正负号用来区别力 \boldsymbol{F} 使物体绕 O 点转动的方向, 规定力 \boldsymbol{F} 使物体绕矩心 O 点逆时针转动时取正号, 反之取负号。

图 1 - 6 扳手

图 1 - 7

力矩在下列两种情况下等于零: 力等于零或力的作用线通过矩心

当力沿作用线移动时, 不会改变它对矩心的力矩。这是由于力的大小、方向及力臂的大小均未改变的缘故。

力矩的单位用 $\text{N} \cdot \text{m}$ 或 $\text{kN} \cdot \text{m}$ 表示, 有时为运算方便也用 $\text{N} \cdot \text{mm}$ 表示。其中 $1 \text{ kN} \cdot \text{m} = 10^3 \text{ N} \cdot \text{m} = 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm}$ 。

[例 1 - 3] 扳手分别受到 \boldsymbol{F}_1 、 \boldsymbol{F}_2 、 \boldsymbol{F}_3 作用, 如图 1 - 7 所示。求各力分别对螺帽中心 O 点的力矩。已知 $F_1 = F_2 = F_3 = 100 \text{ N}$ 。

[解] 根据力矩的定义可知

$$M_O(\boldsymbol{F}_1) = F_1 \cdot d_1 = -100 \text{ N} \times 0.2 \text{ m} = -20 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_O(\boldsymbol{F}_2) = F_2 \cdot d_2 = 100 \text{ N} \times 0.2 \text{ m} \cos 30^\circ = 23.1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_O(\boldsymbol{F}_3) = F_3 \cdot d_3 = 100 \text{ N} \times 0 = 0$$

二、合力矩定理

由于一个力系的合力产生的效应与力系中各个分力产生的总效应相同。因此, 合力对平面

上任一点的矩等于各分力对同一点的矩的代数和，这就是合力矩定理。即

$$M_o(\mathbf{F}_R) = M_o(\mathbf{F}_1) + M_o(\mathbf{F}_2) + \dots + M_o(\mathbf{F}_n) = \sum_{i=1}^n M_o(\mathbf{F}_i) \quad (1-5)$$

[例 1-4] 图 1-8 所示 \mathbf{F}_R 为每 1 m 长挡土墙所受土压力的合力， $F_R = 150 \text{ kN}$ ，方向如图所示。求土压力使墙倾覆的力矩。

[解] 土压力 \mathbf{F}_R 可使挡土墙绕 A 点倾覆，故求土压力 \mathbf{F}_R 使墙倾覆的力矩，就是求 \mathbf{F}_R 对 A 点的力矩。由已知尺寸求力臂 d 不方便，但如果将 \mathbf{F}_R 分解为两分力 \mathbf{F}_1 和 \mathbf{F}_2 ，则两分力的力臂是已知的，故由式

$$\begin{aligned} M_o(\mathbf{F}_R) &= M_o(\mathbf{F}_1) - M_o(\mathbf{F}_2) \\ &= F_1 \cdot h/3 - F_2 \cdot b \\ &= 150 \text{ kN} \times \cos 30^\circ \times 1.5 \text{ m} - 150 \text{ kN} \times \\ &\quad \sin 30^\circ \times 1.5 \text{ m} \\ &= 82.4 \text{ kN} \cdot \text{m} \end{aligned}$$

图 1-8

§ 1-4 力 偶

一、力偶的概念

在日常生活和工程中，经常会遇到物体受大小相等、方向相反、作用线互相平行的两个力作用的情形。例如，汽车司机用双手转动方向盘以及用拇指和食指拧开水龙头或钢笔帽等。实践证明，这样的两个力 \mathbf{F} 、 \mathbf{F} 组成的力系对物体只产生转动效应，而不产生移动效应，这种力系称为力偶，用符号 (\mathbf{F}, \mathbf{F})

图 1-9 力偶实例

组成力偶的两个力 \mathbf{F} 、 \mathbf{F} 所在的平面称为力偶的作用面，力偶的两个力的作用线之间的垂直距离称为力偶臂，用 d 表示。

在力偶作用面内任取一点 O 为矩心，如图 1-10 所示。设点 O 与力 \mathbf{F} 作用线之间的垂直距离为 x ，力偶臂为 d ，则力偶的两个力对 O 点之矩的和为

$$- F(x + F(x + d)) = F \cdot d$$

这一结果表明，力偶对作用面内任意一点的矩与点的位置无关。因此，将力偶的力 F 与力偶臂 d 的乘积冠以适当的正负号，作为力偶对物体转动效应的度量，称为力偶矩，用 M 表示，即

$$M = \pm F \cdot d \quad (1 - 6)$$

其中规定力偶的转向是逆时针时为正；反之，为负。

力偶矩的单位与力矩的单位相同。

图 1 - 10 力偶矩

二、力偶的性质

力偶作为一种特殊力系，具有如下性质：

性质 1. 力偶对物体只产生转动效应，而不产生移动效应，因此，力偶没有合力，或合力为零。一个力偶既不能用一个力代替，也不能和一个力平衡。力与力偶是表示物体间相互机械作用的两个基本量。

性质 2. 力偶对物体的转动效应用力偶矩来度量，与矩心的位置无关。

如果在同一平面内的两个力偶，它们的力偶矩彼此相等，则二力偶互为等效。

性质 3. 在保持力偶矩大小和力偶转向不变的情况下，力偶可在其作用面内任意搬移，或者可任意改变力偶中力的大小和力偶臂的长短，力偶对物体的转动效应不变。

根据这一性质，可在力偶作用面内用 M 或 M 表示力偶，其中箭头表示力偶的转向， M 则表示力偶矩的大小。

必须指出，力偶在其作用平面内移动或用等效力偶替代，对物体的运动效应没有影响，但会影响变形效应。

三、平面力偶系的合成

设在物体某平面内作用两个力偶 M_1 和 M_2 (图 1 - 11a) $AB = d$ 作为公共力偶臂，将力偶 M_1 、 M_2 移动，并把力偶中的力分别改变为

$$F_1 = F_1 = M_1 / d, \quad F_2 = F_2 = M_2 / d$$

如图 1 - 11b 所示。根据性质 3，图 1 - 11a 与图 1 - 11b 中，力偶作用是等效的。于是，力偶 M_1 与 M_2 可合成为一个合力偶

图 1 - 11 力偶的合成

$$M = F_R \cdot d = (F_1 - F_2) d = M_1 + M_2$$

若有 n 个力偶作用于物体的某一平面内，这种力系称为平面力偶系。在同一个平面内的力偶可以进行代数运算，合成为一个合力偶。合力偶矩等于各分力偶矩的代数和，即

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_n = \sum_{i=1}^n M_i \quad (1-7)$$

[例 1-5] 如图 1-12 所示，物体在某平面内受到三个力偶的作用。设 $F_1 = 200 \text{ N}$ ， $F_2 = 600 \text{ N}$ ， $M = 100 \text{ N}\cdot\text{m}$ ，求其合力偶。

[解] 各分力偶矩为

$$M_1 = F_1 d_1 = 200 \text{ N} \times 1 \text{ m} = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_2 = F_2 d_2 = 600 \text{ N} \times 0.25 \text{ m} / \sin 30^\circ = 300 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_3 = -M = -100 \text{ N}\cdot\text{m}$$

由式

图 1-12

$$\begin{aligned} M &= M_1 + M_2 + M_3 \\ &= 200 \text{ N}\cdot\text{m} + 300 \text{ N}\cdot\text{m} - 100 \text{ N}\cdot\text{m} = 400 \text{ N}\cdot\text{m} \end{aligned}$$

即合力偶矩的大小等于 $400 \text{ N}\cdot\text{m}$ ，转向为逆时针方向，与原力偶系共面。

- 一、本章介绍了力、力矩和力偶等基本概念及其性质。
- 二、引入了力运算中的代数量——力的投影。
- 三、合力投影定理：合力在坐标轴上的投影 (F_{Rx}, F_{Ry})

代数和。

$$F_{Rx} = \sum_{i=1}^n F_{xi}, F_{Ry} = \sum_{i=1}^n F_{yi}$$

- 四、合力矩定理：合力对平面上任一点的矩等于各分力对同一点的矩的代数和。

$$M_O(\mathbf{F}_R) = \sum M_O(\mathbf{F}_i)$$

- 五、力偶系的合成：平面力偶系可合成为一合力偶，合力偶的矩等于各分力偶矩的代数和。

$$M = \sum M_i$$

1. 将身体吊悬在单杠上，两手臂成什么角度握住单杠最省力？为什么吊环运动中的十字支承是高难度动作？
2. 在日常生活中我们通常是应用力对物体的何种效应来测量力的大小，请举两三例。

3. 力在直角坐标轴上投影的大小和坐标原点有无关系？和坐标轴的方向有无关系？如果两个力在同一轴上的投影相等，这两个力的大小是否一定相等？

4. 在什么情况下，力在一个轴上的投影等于力本身的大小？在什么情况下，力在一个轴上的投影等于零？

5. 当力沿着作用线移动时，力对一定点的矩会不会改变？为什么？

6. 用手拔钉子拔不出来，为什么用羊角锤一下子就能拔出来？手握钢丝钳，为什么不用很大的握力即可将钢丝剪断？

7. 骑自行车刚上车时，脚蹬子放在什么位置最省力？这与哪一力学原理有关？

8. 试比较力偶矩和力矩的相同点和不同点。

图 1 - 13

9. 要使一 $a = 4 \text{ m}$ 、 $b = 2 \text{ m}$ 的矩形钢板转动，需加力 $F = F = 200 \text{ N}$ ，如图 1 - 13 所示。试问力应如何加法才能最省力？求这最小的力。

10. 为什么骑自行车双手握住车把要比一只手握车把安全？

11. 为什么用钥匙开锁需要用两个指头？

[图 1 - 14a 表示橡皮条 GE 在两个力的共同作用下，沿着直线 GC 伸长的长度为 EO ，图 1 - 14b 表示撤去 F_1 和 F_2 用一个力 F 作用在橡皮条上，使橡皮条沿着相同的直线伸长相同的长度。力 F 对橡皮条产生的效应跟力 F_1 和 F_2 共同作用产生的效应相同，所以力 F 等于 F_1 和 F_2 的合力。

合力 F 与力 F_1 和 F_2 有什么关系呢？在力 F_1 和 F_2 的方向上各作线段 OA 和 OB ，根据选定的砝码，使它们的长度分别表示力 F_1 和 F_2 的大小

14c)。 OA 和 OB 为邻边作平行四边形 $OACB$ 。量出这个平行四边形的对角线 OC 的长度，可以看出，根据同样的砝码量度，合力 F 的大小和方向可以用对角线 OC 表示出来。

改变力 F_1 和 F_2 的大小和方向，重做上述实验，可以得到同样的结论。

图 1 - 14 小实验图

1 - 1 力沿坐标轴方向上的分力是_____量，力在轴上的投影是_____量。分力的大小和力在轴上投影的_____相等，而投影的正负_____和坐标轴的_____一致

1 - 2 交于一点的力所组成的力系，可以合成为一个合力，合力在坐标轴上的投影_____各分力在同一轴上投影的_____。

1 - 3 力对矩心的矩，是力使物体绕矩心_____效应的度量。

1 - 4 力偶对物体的转动效应，用_____度量而与_____的位置无关。

1 - 5 力偶的作用面是组成力偶的两个力所在的_____。

1 - 6 已知 $F_1 = F_2 = 200 \text{ N}$ ， $F_3 = F_4 = 100 \text{ N}$ ，各力的方向如图所示。试求各力在 x 轴和 y 轴上的投影。

习题 1 - 6 图

习题 1 - 7 图

1 - 7 图示钢板在孔 A 、 B 和 C 处分别受到 F_1 、 F_2 和 F_3 三个力作用，其中 $F_1 = 160 \text{ N}$ ， $F_2 = 100 \text{ N}$ ， $F_3 = 70 \text{ N}$ 。试求这三个力的合力在 x 轴和 y 轴上的投影。

1 - 8 试计算下列各图中力 F 对点 O 的矩。

习题 1 - 8 图