

新一代信息通信规划教材

# 通信原理基本教程

王秉钧 王少勇 王彦杰 编著

北京邮电大学出版社  
·北京·

## 内 容 简 介

本书系统扼要地讲述现代通信系统的基本原理、基本性能、基本分析方法和应用。对于近年来出现的新技术、新发展也给予了充分的重视。全书共分9章,包括绪论、模拟调制系统、模拟信号的编码传输、数字信号的基带传输、数字信号的载波传输、随机信号与噪声分析、通信系统的抗噪声性能、多路复用和多址技术、信道编码等。为了便于学习,各章均有小结和习题,并附有习题答案。

本书可用作高等学校工科电子信息类相关专业本科生教材,也可供专科生选作教材,并可供科技工作者、工程技术人员参考或用作培训教材。

### 图书在版编目(CIP)数据

通信原理基本教程/王秉钧等编著.—北京:北京邮电大学出版社,2005

ISBN 7-5635-1053-2

I.通... II.王... III.通信理论—高等学校—教材 IV.TN911

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第120048号

---

出 版 者:北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路10号) 邮编:100876

发行部电话:(010)62282185 62283578(传真)

电子信箱:publish@bupt.edu.cn

经 销:各地新华书店

印 刷:北京源海印刷厂

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:19.25

字 数:479千字

印 数:1—3000册

版 次:2006年1月第1版 2006年1月第1次印刷

---

ISBN 7-5635-1053-2/TN·371

定价:28.00元

·如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系·

# 前 言

当前,通信技术的发展日新月异,门类众多,要对通信系统进行深入研究,首先需要掌握最基本的通信理论,理解通信系统的基本原理,弄清其内在的机理。“通信原理”是通信与信息类专业的一门重要的专业基础课。该课程的基本任务是讲述通信系统的基本原理、基本性能和基本分析方法。其中心内容是讲解各种调制方式和编码方式的基本原理、基本性能以及如何可靠而有效地实现信息传输,以便为研究设计新的通信系统,掌握通信系统的发展方向 and 具体技术奠定基础。该课程既要为后续专业课提供必要的基础知识和理论依据,又要为提高学生的专业素质和将来继续学习、更新知识打好基础。

近些年来,现代通信技术有了许多新的重大发展,尤其在移动通信和接入网等领域出现了很多新的调制、编码和信息传输方式,例如,网格编码调制(TCM)、正交频分复用调制(OFDM)、无载波幅相调制(CAP)、多址技术、扩频调制技术和 Turbo 码等。本书在取材上充分注意了这些新发展,充实了新内容。

“通信原理”这门课普遍存在着理论性强、信息量大、内容抽象、教材越来越厚,不能适应当前高校课程门类增多、课时压缩的教学特点等问题。因此,如何突出重点,既通俗易懂又兼顾理论的系统性和完整性是编写本教材时认真考虑的问题。所以本教材在内容选取上力求基本理论、基本概念、基本方法和技术应用相结合,简化了部分繁琐的理论推导,突出了对知识的理解和应用。结合本课程的基本任务,信道、同步、最佳接收等内容不单独列章,而是将其基本内容分散在有关章节介绍,以便精简教材内容。在内容编排上进行优化组合,目的是体现教学的科学性、适应性、可接受性和循序渐进性,以先易后难、先简后繁的次序安排各章的先后顺序。

本教材参考学时数为 60 学时,为了适应不同专业、不同层次、不同教学要求和在职读者的需要,各章保持相对独立性,每章讨论一个课题,例如,将原理和性能分析分别列章,这样可以根据不同学校课程设置的具体情况和教学要求的侧重点不同进行取舍,选学其中部分章节,同样也能构成一门完整的课程,也适合在职人员作为参考书选读所需内容。

由于作者水平所限,书中难免存在疏漏和错误,恳请读者批评指正。

作者

2006 年 1 月

# 目 录

第 1 章 绪论		
1.1 通信与通信系统	1	
1.1.1 通信的基本含义	1	
1.1.2 通信系统模型	1	
1.1.3 通信系统的分类	3	
1.2 信息及其度量	6	
1.3 信道	7	
1.3.1 信道的分类	7	
1.3.2 有线信道和无线信道	7	
1.3.3 信道模型	10	
1.3.4 恒参信道和变参信道特征	12	
1.4 信道容量	17	
1.5 通信系统的主要性能指标	20	
1.5.1 通信系统的有效性	21	
1.5.2 通信系统的可靠性	22	
1.6 小结	23	
1.7 习题	23	
第 2 章 模拟调制系统		
2.1 调制的作用与分类	25	
2.1.1 调制在通信系统中的作用	25	
2.1.2 调制的分类	26	
2.2 调幅	27	
2.2.1 调幅的波形及频谱	27	
2.2.2 调幅波(AM)的产生	29	
2.2.3 调幅波(AM)的功率分布和效率	30	
2.3 抑制载波双边带调幅(DSB)	31	
2.3.1 DSB 的波形及其频谱	31	
2.3.2 DSB 调幅波的产生	32	
2.4 单边带调幅(SSB)	32	
2.4.1 滤波法产生单边带信号	33	
2.4.2 相移法产生单边带信号	34	
2.5 残留边带调幅(VSB)	35	
2.6 调幅信号的相干解调	37	
2.6.1 调幅和双边带信号的解调	37	
2.6.2 单边带和残留边带信号的解调	38	
2.7 调幅信号的非相干解调	39	
2.7.1 调幅(AM)信号的包络检波	39	
2.7.2 具有大载波单边带和残留边带信号的非相干解调	40	
2.7.3 载波插入法解调抑制载波信号	40	
2.8 载波同步	41	
2.8.1 直接提取法	41	
2.8.2 插入导频法	41	
2.8.3 非线性变换——滤波法	42	
2.8.4 同相正交环法(科斯塔斯环)	43	
2.9 角度调制	44	
2.9.1 角度调制的一般概念	44	
2.9.2 频率调制(FM)	47	
2.9.3 宽带调频波的产生	52	
2.9.4 调频信号的解调	54	
2.10 小结	57	
2.11 习题	58	
2.12 附录	60	
第 3 章 模拟信号的编码传输		
3.1 抽样定理	63	
3.1.1 低通信号的抽样定理	63	
3.1.2 带通信号的抽样	66	
3.1.3 模拟脉冲调制	67	
3.2 脉冲编码调制(PCM)	68	
3.2.1 脉码调制的基本原理	68	
3.2.2 量化	70	
3.2.3 压缩与扩张	72	
3.2.4 编码	77	
3.2.5 逐次比较型编译码原理	78	
3.3 增量调制( $\Delta M$ 或 $DM$ )	81	
3.3.1 预测编码的概念	81	
3.3.2 增量调制	82	
3.3.3 $\Delta M$ 与 PCM 系统的比较	85	
3.4 差分脉码调制(DPCM)	86	
3.5 自适应差分脉码调制(ADPCM)	87	

3.6 小结 .....	89	5.5.1 交错正交相移键控(OQPSK) .....	145
3.7 习题 .....	89	5.5.2 $\pi/4$ 差分正交相移键控 ( $\pi/4$ DQPSK) .....	146
<b>第4章 数字信号的基带传输</b>		5.5.3 最小频移键控(MSK) .....	148
4.1 数字基带信号的常用码型 .....	92	5.5.4 高斯最小频移键控(GMSK) .....	150
4.2 数字基带信号的功率谱分析 .....	98	5.6 正交频分复用(OFDM) .....	151
4.3 无码间串扰的基带传输特性 .....	101	5.7 扩频调制 .....	154
4.4 部分响应系统 .....	106	5.7.1 直接序列扩频(DS) .....	154
4.4.1 部分响应波形 .....	106	5.7.2 跳频(FH) .....	156
4.4.2 差错传播 .....	107	5.8 小结 .....	157
4.4.3 部分相应基带传输系统的 相关编码和预编码 .....	108	5.9 习题 .....	158
4.5 眼图 .....	110	5.10 附录 .....	159
4.6 均衡 .....	111	<b>第6章 随机信号与噪声分析</b>	
4.6.1 时域均衡原理 .....	111	6.1 概率与随机变量 .....	161
4.6.2 时域均衡器的实现 .....	112	6.1.1 概率 .....	161
4.7 位同步 .....	114	6.1.2 随机变量 .....	162
4.7.1 插入导频法 .....	114	6.1.3 通信系统中常见的概率分布 .....	163
4.7.2 自同步法 .....	115	6.2 随机过程 .....	165
4.8 小结 .....	116	6.2.1 随机过程的概念 .....	165
4.9 习题 .....	117	6.2.2 随机过程的分布函数 和概率密度 .....	165
<b>第5章 数字信号的载波传输</b>		6.2.3 平稳随机过程 .....	166
5.1 二进制数字振幅键控(2ASK) .....	121	6.2.4 随机过程的数字特征 .....	166
5.1.1 2ASK 信号的产生 .....	121	6.2.5 平稳随机过程的 遍历性(ergodicity) .....	168
5.1.2 2ASK 信号的频谱特性 .....	122	6.2.6 平稳随机过程的功率谱密度 和自相关函数 .....	169
5.1.3 2ASK 信号的解调 .....	123	6.3 通信系统中的噪声 .....	171
5.2 二进制频移键控(2FSK) .....	124	6.3.1 噪声及其分类 .....	171
5.2.1 2FSK 信号的产生 .....	124	6.3.2 白噪声 .....	172
5.2.2 2FSK 信号的频谱特性 .....	125	6.4 窄带噪声 .....	173
5.2.3 2FSK 信号的解调 .....	126	6.5 正弦波加窄带高斯噪声 .....	174
5.3 二进制相移键控 .....	128	6.6 噪声通过乘法器的响应 .....	177
5.3.1 二进制相移键控 (2PSK 或 BPSK) .....	128	6.7 小结 .....	178
5.3.2 二进制差分相移键控(2DPSK) ...	129	6.8 习题 .....	178
5.3.3 2PSK 及 2DPSK 信号的 频谱特性 .....	131	6.9 附录 .....	180
5.4 多进制数字调制系统 .....	132	<b>第7章 通信系统的抗噪声性能</b>	
5.4.1 MASK 系统 .....	132	7.1 调幅系统的抗噪声性能 .....	183
5.4.2 MFSK 系统 .....	134	7.1.1 相干解调的抗噪声性能 .....	183
5.4.3 MPSK /MDPSK 系统 .....	136	7.1.2 AM 系统包络检波的抗噪声 性能 .....	186
5.4.4 MQAM 系统 .....	141	7.2 调频系统的抗噪声性能 .....	189
5.4.5 CAP 调制系统 .....	142		
5.5 恒包络调制系统 .....	144		

7.2.1 宽带调频系统的抗噪声性能 .....	189	8.5 卫星通信中的多址技术 .....	240
7.2.2 调频(FM)的门限效应 .....	193	8.5.1 频分多址(FDMA)方式 .....	241
7.2.3 环路解调器 .....	194	8.5.2 时分多址(TDMA)方式 .....	242
7.2.4 调频中的预加重和去加重 .....	195	8.5.3 码分多址(CDMA)方式 .....	243
7.3 二进制 PCM 系统的抗噪声性能 .....	197	8.5.4 ALOHA 方式 .....	244
7.4 无码间串扰基带传输系统的抗噪声性能 .....	198	8.6 蜂窝移动通信中的多址技术 .....	246
7.5 二进制数字调制系统的抗噪声性能 ...	201	8.7 光纤接入网中的多址技术和双向传输技术 .....	247
7.5.1 二进制振幅键控(2ASK)系统 .....	201	8.8 局域网中的多址技术 .....	251
7.5.2 二进制频移键控(2FSK)系统 .....	203	8.8.1 载波侦听多路访问(CSMA)方法 .....	251
7.5.3 二进制相移键控(2PSK)和差分相移键控(2DPSK) .....	205	8.8.2 带冲突检测的载波侦听多路访问(CSMA/CD)方法 .....	251
7.5.4 二进制频带传输系统的简单比较 .....	206	8.8.3 令牌环(Token Ring)介质访问方式 .....	252
7.6 多进制数字调制系统的抗噪声性能 ...	208	8.9 小结 .....	253
7.7 数字信号的最佳接收 .....	209	8.10 习题 .....	253
7.7.1 最佳接收的一般概念和最佳接收准则 .....	209	<b>第 9 章 信道编码</b>	
7.7.2 匹配滤波器与相关器 .....	211	9.1 差错控制的基本概念 .....	255
7.8 二进制最佳接收的误码性能 .....	215	9.1.1 差错控制方式 .....	255
7.8.1 二进制最佳接收的误码性能分析 .....	215	9.1.2 差错控制编码的分类 .....	256
7.8.2 二进制确知信号最佳接收的误码性能 .....	217	9.1.3 码长、码重、码距、码率和编码增益 .....	257
7.9 最佳基带传输系统 .....	220	9.1.4 检/纠错能力与最小码距的关系 .....	258
7.10 小结 .....	221	9.2 常用检错码 .....	258
7.11 习题 .....	223	9.3 线性分组码 .....	259
7.12 附录 .....	225	9.3.1 基本概念 .....	259
<b>第 8 章 多路复用和多址技术</b>		9.3.2 监督矩阵 $H$ .....	261
8.1 多路复用和多址技术的基本概念 .....	227	9.3.3 生成矩阵 $G$ .....	262
8.2 频分多路复用 .....	228	9.3.4 伴随式 .....	262
8.2.1 频分多路复用系统基本原理 .....	228	9.3.5 汉明码 .....	264
8.2.2 光纤通信系统中的波分复用 .....	230	9.4 循环码 .....	265
8.3 时分复用 .....	231	9.4.1 生成多项式 .....	265
8.3.1 时分复用基本原理 .....	231	9.4.2 生成矩阵 .....	267
8.3.2 准同步数字系列(PDH) .....	233	9.4.3 监督多项式与监督矩阵 .....	268
8.3.3 PCM 基群帧结构 .....	234	9.4.4 伴随式的计算 .....	268
8.3.4 帧同步 .....	235	9.4.5 系统循环码的编译码方法 .....	268
8.3.5 同步数字系列(SDH) .....	236	9.4.6 截短循环码 .....	271
8.3.6 异步转移模式(ATM)的概念 .....	239	9.4.7 CRC 码 .....	273
8.4 码分复用和空分复用 .....	239	9.4.8 BCH 码 .....	273
		9.4.9 RS 码 .....	275
		9.5 卷积码 .....	275

9.5.1 卷积码的编码 .....	276	9.7 Turbo 码 .....	282
9.5.2 卷积码的表示方法 .....	277	9.8 网格编码调制(TCM) .....	284
9.5.3 卷积码的译码 .....	279	9.9 小结 .....	287
9.6 交织码与级联码 .....	279	9.10 习题 .....	288
9.6.1 交织码 .....	279	部分习题参考答案 .....	291
9.6.2 级联码 .....	282	参考文献 .....	299

## 7.6 多进制数字调制系统的抗噪声性能

多进制数字调制系统的性能通常低于二进制系统的抗噪声性能。多进制系统的性能推导较繁琐, 仅以 MPSK 为例加以讨论。有兴趣的读者可参考有关文献。现将各种多进制系统的误码率公式列于表 7.6.1 以供读者参考。

表 7.6.1 多进制数字调制误码率公式

调制方式	解调方式	误码率 $P_e$
单极性 MASK	非相干	$P_e \approx \left(1 - \frac{3}{2M}\right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3r}{2(M-1)(2M-1)}}\right) + \frac{1}{M} e^{-\frac{3r}{2(M-1)(2M-1)}}$
	相干	$P_e = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{3r}{2(M-1)(2M-1)}}\right)$
双极性 MASK	相干	$P_e = \frac{M-1}{M} \operatorname{erfc}\sqrt{\frac{3r}{M^2-1}}$
MFSK	非相干	$P_e \approx \frac{M-1}{2} e^{-\frac{r}{2}}$
	相干	$P_e \approx \frac{M-1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right)$
MPSK	相干	$P_e \approx -\operatorname{erfc}\left(\sqrt{r} \sin \frac{\pi}{M}\right)$
MDPSK	差分	$P_e \approx \operatorname{erfc}\left(\sqrt{2r} \sin \frac{\pi}{2M}\right)$

注 极性判决  $r \gg 1 \quad M \geq 4$

注 式中  $r$  为平均信噪功率比。对幅移键控即是各电平等概时的信号平均功率与噪声平均功率之比。

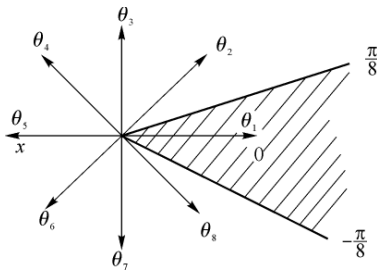


图 7.6.1 8PSK 系统相位图

在 MPSK 系统中, 可认为  $M$  个信号把相位平面分成  $M$  等份, 每一等份的相位间隔代表一个信号。由于信道噪声的影响, 会使合成波形相位随机变化。若发送信号的基准相位为 0, 则合成波形的相位  $\theta$  在  $-\pi/M \sim \pi/M$  范围内变化, 不会发生错误判决。为了易于理解, 将  $M=8$  的情况示于图 7.6.1 中。

在大信噪比( $r \gg 1$ )的情况下  $\theta$  的概率密度函数

$$p(\theta) = \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos\theta e^{-r \sin^2\theta} \quad (7.6.1)$$

正确判决的概率为

$$P_{CM} = \int_{-\pi/M}^{\pi/M} p(\theta) d\theta = \int_{-\pi/M}^{\pi/M} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos\theta e^{-r \sin^2\theta} d\theta \quad (7.6.2)$$

因此, 系统的误码率

$$P_{eM} = 1 - P_{cM} \quad (7.6.3)$$

将式(7.6.2)代入式(7.6.3)并计算得

$$P_{eM} = 1 - \operatorname{erf}\left(\sqrt{r} \sin \frac{\pi}{M}\right) = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{r} \sin \frac{\pi}{M}\right) \quad (7.6.4)$$

当  $M$  很大时,  $\sin \frac{\pi}{M} \approx \frac{\pi}{M}$ , 于是式(7.6.4)可变为

$$P_{eM} = \operatorname{erfc}\left(\sqrt{r} \frac{\pi}{M}\right) \quad (7.6.5)$$

可见,  $r = A^2 / 2\sigma_n^2$  增加,  $P_e$  减小, 而当  $M$  增加时,  $P_e$  增大。这表明多进制系统的抗噪声性能低于二进制系统。注意, 式(7.6.4)的使用条件是  $r \gg 1$ ,  $M > 2$ , 对于  $M=2$  不适用。

当  $M=4$  时, 式(7.6.4)变为

$$P_e \approx \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r}{2}}\right) \quad (7.6.6)$$

## 7.7 数字信号的最佳接收

### 7.7.1 最佳接收的一般概念和最佳接收准则

#### 1. 最佳接收的一般概念

在数字通信系统中, 无论是数字基带传输还是数字载波传输, 都存在着“最佳接收”的问题。所谓“最佳接收”就是着眼于接收机本身的结构, 研究当存在噪声干扰时, 如何以某种最佳方式来处理有用信号或信号载荷的消息, 同时给出所需的解答。这些解答可以分为三类: 判决确知信号是否出现(统计假设检验), 信号参量的测量(参数估值), 波形的复现(滤波)。

为了给出所需的解答, 必须对输入接收机的信号加噪声混合波形进行运算, 这种运算称为检测方式, 可用输入波形的某种函数来描述。最佳接收机是采用抗干扰能力最强的检测方式的接收机。

“最佳”是个相对概念, 是指在相同噪声条件下以某一准则为尺度的“最佳”。不同的准则导出不同的最佳接收机, 当然它们之间是有内在联系的。

在数字通信系统中, 最常用的准则有最大输出信噪比准则, 最小均方误差准则、最小错误概率准则和最大后验概率准则等。

#### 2. 最佳接收(Optimum Signal Reception)准则

##### (1) 最大输出信噪比准则

因为在数字通信系统中传输的是数字信号, 所以人们所关心的并不是接收机输出的信号波形与原来的信号波形相比较有没有失真, 或者是想知道误差有多大, 而是希望从噪声影响中正确地接收和识别发送的信号是否存在, 并将它们恢复成原来的信号波形。例如, 在二进制数字传输系统中, 接收机只要正确地判决出信号 1 和 0 来, 再将它们生成原脉冲波形, 就可以得到原来信号的复制品。如果在输入信噪比相同的情况下, 希望接收机输出信噪比最大, 从而可以得到最小误码率。这就是最大输出信噪比准则(maximum output signal-to-noise ratio criterion)。为此可以在接收机内采用一种滤波器, 当某一时刻  $t_0$  使输出的瞬时功率与噪声平均功率之比达到最大, 这种滤波器称为匹配滤波器(matched filter), 并由此可以构成在最大输出信噪比准则下的最佳接收机。

##### (2) 最小均方误差准则

所谓最小均方误差准则(Least-mean-square error criterion)是指接收信号误差均方值

$\overline{e^2(t)}$ 为最小,这里是将信号误差定义为

$$e(t) = x(t) - s(t) \quad (7.7.1)$$

式中  $x(t)$  为所接收到的信号和噪声的混合波形,它已不能单独分成  $s(t)$  和  $n(t)$  两部分; $s(t)$  为接收机内提供的信号样品,原则上它应与发送的信号波形相同。

根据式(7.7.1)可求出均方误差为

$$\overline{e^2(t)} = \overline{[x(t) - s(t)]^2} = R_x(0) - 2R_{xs}(\tau) + R_s(0) \quad (7.7.2)$$

式中  $R_x(0)$  和  $R_s(0)$  分别为  $x(t)$  和  $s(t)$  的平均功率; $R_{xs}(\tau)$  为  $x(t)$  和  $s(t)$  的互相关函数。

由此可见,互相关函数  $R_{xs}(\tau)$  越大,信号均方误差就越小。根据最小均方误差准则建立起来的最佳接收机可提供最大的互相关函数,因此将它们称为相关接收机。

由于通信系统主要考虑高斯白噪声的加性干扰,即混合波形  $x(t)$  是发送信号  $s(t)$  与白噪声  $n(t)$  相加的结果。所接收到的混合波形  $x(t)$  与信号样本  $s(t)$  越相像,则互相关函数也就越大,说明噪声干扰越小,因此误码的概率就越小。假定在理想的无噪声信道中传输,则由于  $x(t) = s(t)$ ,因此信号误差就等于零。

### (3) 最小错误概率准则

在数字通信中,最直观和最合理的准则就是最小错误概率准则(minimum probability of error criterion)。在通信中,噪声和畸变的作用使接收发生错误,人们总希望错误接收的概率越小越好。

对于二进制数字通信系统,在有噪声干扰的背景下,若发送信号  $s_1$  和  $s_2$  的先验概率(priori probability)分别为  $P(s_1)$  和  $P(s_2)$ ,则总误码率为

$$P_e = P(s_1) \int_{-V_T}^{V_T} p(x/s_1) dx + P(s_2) \int_{V_T}^{\infty} p(x/s_2) dx \quad (7.7.3)$$

式中  $V_T$  为判决门限。条件概率密度函数  $p(x/s_1)$  和  $p(x/s_2)$  分别称为  $s_1$  和  $s_2$  的似然函数(likelihood function),其曲线表示见图 7.7.1。

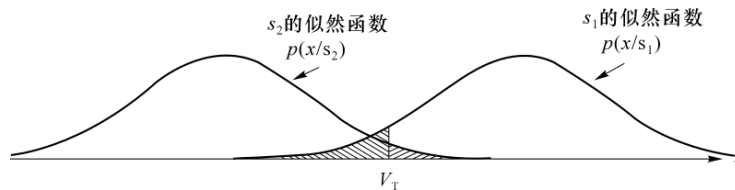


图 7.7.1 条件概率密度曲线及判决电平

当发送信号  $s_1, s_2$  波形确定,先验概率确定,信道噪声为高斯白噪声,则  $P_e$  完全由判决门限决定,令  $\frac{\partial P_e}{\partial V_T} = 0$  则必然找到一个最佳判决门限(Optimum Threshold)使  $P_e$  最小,这时得到最小错误概率准则(Minimum Error Criterion)表达式如下:

$$\frac{p(x/s_1)}{p(x/s_2)} \underset{s_2}{\overset{s_1}{>}} \frac{P(s_2)}{P(s_1)} \quad (7.7.4)$$

由于

$$\Lambda(x) = \frac{p(x/s_1)}{p(x/s_2)} \quad (7.7.5)$$

称为似然比(likelihood ratio),所以式(7.7.4)又称为似然比判决准则(likelihood ratio test)。

当  $P(s_1) = P(s_2)$  时得到最大似然比准则为

$$p(x/s_1) > p(x/s_2) \text{ 判为 } s_1$$

$$p(x/s_1) < p(x/s_2) \text{ 判为 } s_2$$

#### (4) 最大后验概率准则

最大后验概率准则是指在接收到混合波形  $x(t)$  后,判断出发送信号  $s(t)$  的条件概率密度  $p(s/x)$  最大。由于它是在收到  $x(t)$  后才具备的,故称为后验概率(posteriori probability)或后验概率密度。根据最大后验概率准则建立起来的最佳接收机称为理想接收机。它首先要计算后验概率(密度),然后再根据其中最大的后验概率(密度)来做出正确的判断,这就是信号检测中常用的“后检测概率择大准则”。

必须指出,对于高斯白噪声按最大输出信噪比准则、最小均方误差准则、最小错误概率准则和最大后验概率准则等构成的接收机结构是相同的,它们的性能也应该相同,即4种准则对高斯白噪声是等价的。因此可以视方便选择任一准则来分析通信系统的性能。

### 7.7.2 匹配滤波器与相关器

前几节讨论了在信道噪声的干扰下接收端产生错误判决的概率,得出了误码率只与信噪比有关的结论。因此要想减小误码率必须设法提高信噪比。如果让信号加噪声通过一个线性滤波器(如图7.7.2所示),若能使有用信号加强,而同时使噪声衰减,使得抽样判决器在抽样时刻得到最大的信噪比,则可使得以最低的误码率,最佳地判断信号的出现,从而提高了系统的检测性能。能实现上述功能的线性滤波器称之为匹配滤波器。下面将讨论匹配滤波器的特性。

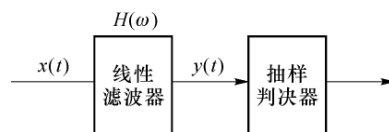


图 7.7.2 线性滤波器接收机简图

设线性滤波器输入端的信号加噪声之和为

$$x(t) = s_i(t) + n_i(t) \quad (7.7.6)$$

并认为噪声为白噪声,其功率谱  $S_n(\omega) = \frac{n_0}{2}$ 。已知  $S_i(t)$  的频谱为  $S_i(\omega)$ ,即

$$S_i(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (7.7.7)$$

根据线性滤波器线性叠加原理,滤波器输出  $y(t)$  包括信号和噪声两部分

$$y(t) = S_o(t) + n_0(t) \quad (7.7.8)$$

若线性滤波器传输函数为  $H(\omega)$  则

$$S_o(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S_i(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (7.7.9)$$

而输出噪声平均功率为

$$\overline{n_o^2(t)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 \cdot \frac{n_0}{2} d\omega = \frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \quad (7.7.10)$$

令  $t_0$  为某一指定时刻(如抽样时刻) 则线性滤波器在  $t_0$  时刻输出信号的瞬时功率为

$$|g_o(t)|^2 = \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S_i(\omega) e^{j\omega t_0} d\omega \right|^2 \quad (7.7.11)$$

于是线性滤波器输出信号瞬时功率与噪声平均功率之比(信噪比)

$$r_o = \frac{|S_o(t)|^2}{n_o^2(t)} = \frac{\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) S_i(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right|^2}{\frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega} \quad (7.7.12)$$

由式(7.7.12)便可求出在  $t = t_0$  时刻,使输出信噪比  $r_o$  达最大值的最佳线性滤波器的传输函数  $H(\omega)$ 。

根据施瓦茨不等式,如是  $A(\omega)$ 和  $B(\omega)$ 是实变量  $\omega$  的复函数,则

$$\left| \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega) B(\omega) d\omega \right|^2 \leq \int_{-\infty}^{\infty} |A(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |B(\omega)|^2 d\omega \quad (7.7.13)$$

只有在

$$A(\omega) = kB^*(\omega) \quad (7.7.14)$$

时等号才成立。其中  $k$  为任意实常数。

若令  $A(\omega) = H(\omega)$ ,  $B(\omega) = S_i(\omega) e^{j\omega t_0}$ 代入式(7.7.13) 则由式(7.7.14)得到

$$\begin{aligned} r_o &\leq \frac{\frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} |S_i(\omega)|^2 d\omega}{\frac{n_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 d\omega} \\ &= \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S_i(\omega)|^2 d\omega}{\frac{n_0}{2}} \\ &= \frac{2E}{n_o} \end{aligned} \quad (7.7.15)$$

式中,  $E$  为输入信号的总能量,

$$E = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S_i(\omega)|^2 d\omega,$$

式(7.7.15)说明 滤波器输出最大瞬时功率信噪比为

$$r_{\max} = \frac{2E}{n_0} \quad (7.7.16)$$

它出现于式(7.7.14)成立的时候,即这时要求

$$H(\omega) = kS_i(\omega) e^{-j\omega t_0} = kS_i(-\omega) e^{-j\omega t_0} \quad (7.7.17)$$

其中  $k$  为任意常数,  $S_i^*(\omega)$  为  $S_i(\omega)$  的共轭复数。式(7.7.12)说明,当线性滤波器的传输函数为输入信号频谱的共轭复数时,它可以在白噪声干扰背景下得到最大输出信噪比,这种滤波器就是匹配滤波器。“匹配”指滤波器传输函数与信号频谱之间的匹配,使输出信噪比最大。由式(7.7.16)可见,匹配滤波器的输出功率信噪比只与输入信号能量及白噪声的功率谱密度有关,而与输入信号的形状及噪声分布无关。在噪声条件相同的情况下,增加输入信号能量便可提高匹配滤波器的输出信噪比。

匹配滤波器的传输特性  $H(\omega)$  用冲激响应  $h(t)$  来表示时

$$\begin{aligned}
h(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) e^{j\omega t} d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} k S_i^*(\omega) e^{-j\omega t_0} e^{j\omega t} d\omega \\
&= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau \right]^* e^{-j\omega(t_0-t)} d\omega \\
&= k \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(\tau-t_0+t)} d\omega \right] S_i(\tau) d\tau \\
&= k \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\tau) \delta(\tau-t_0+t) d\tau \\
&= k S_i(t_0-t) \tag{7.7.18}
\end{aligned}$$

可见,匹配滤波器的冲激响应是信号  $S_i(t)$  的镜像函数  $g_i(-t)$  在时间上再向右平移  $t_0$ 。

为了保证匹配滤波器是物理可实现的,则要求

$$h(t) = \begin{cases} k S_i(t_0-t) & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases} \tag{7.7.19}$$

为此,必须有

$$S_i(t_0-t) = 0 \quad t < 0$$

即  $S_i(t) = 0 \quad t > t_0$  (7.7.20)

条件(7.7.20)表明,物理可实现的匹配滤波器,其输入信号  $S_i(t)$  必须在它输出最大信噪比的时刻  $t_0$  之前消失。换言之,若输入信号在  $T_s$  瞬间消失,则只有当  $t_0 \geq T_s$  时滤波器才是物理可实现的。实际中希望  $t_0$  尽量小些,以便迅速判决。因此通常选择  $t_0 = T_s$ ,如图 7.7.3 所示。

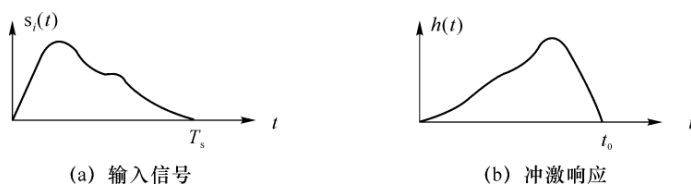


图 7.7.3 匹配滤波器输入信号和冲激响应

由线性系统理论可知,一个线性滤波器的输出信号是输入信号与滤波器冲激响应的卷积,因此匹配滤波器的输出信号为

$$\begin{aligned}
S_o(t) &= S_i(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\tau) h(t-\tau) d\tau \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\tau) \cdot k S_i[t_0-(t-\tau)] d\tau \\
&= k \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\tau) S_i(t_0-t+\tau) d\tau
\end{aligned}$$

令  $\tau' = t_0 - t + \tau$  则

$$S_o(t) = k \int_{-\infty}^{\infty} S_i(\tau') S_i(t-t_0+\tau') d\tau' = k R(t-t_0) \tag{7.7.21}$$

式中  $R(\cdot)$  表示输入信号的相关函数(correlation function)。因此,匹配滤波器的输出信号在

形式上与输入信号的自相关函数相同, 仅差一个常数因子  $k$ , 以及在时间上延迟  $t_0$ 。这是一个重要的概念, 因此常常把匹配滤波器看成是一个时间相关器。至于常数  $k$ , 实际上它可以任意选取, 因为它对结果毫无影响 ( $\gamma_{\max}$  与  $k$  无关), 故为简便起见, 可令  $k=1$ 。

由于自相关函数的最大值是  $R(0)$ , 因而从式(7.7.16)可得, 匹配滤波器的输出信号在  $t=t_0$  时达到最大值, 即

$$S_o(t_0) = R(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_i^2(t) dt = E \quad (7.7.22)$$

由此可知, 匹配滤波器输出信号分量的最大振幅仅与输入信号的能量有关, 而与输入信号波形无关。信噪比  $\gamma_o$  也是在  $t_0$  时刻最大, 该时刻也就是整个信号进入匹配滤波器的时刻。

例 7.7.1 设输入信号为宽度为  $\tau_0$ , 高度为 1 的矩形脉冲, 如图 7.7.4 所示, 即

$$S_i(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \tau_0 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

试求与之对应的匹配滤波器特性。

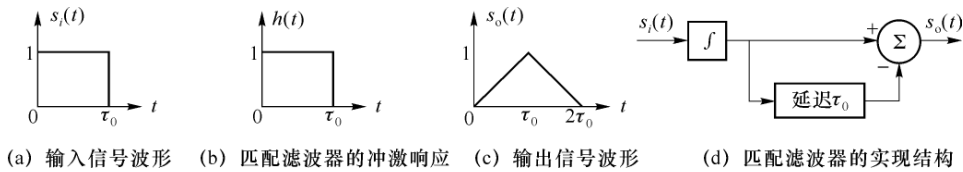


图 7.7.4 对单矩形脉冲匹配的波形及匹配滤波器的结构

解 信号  $S_i(t)$  的频谱:

$$S_i(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_i(t) e^{-j\omega t} dt = (1 \int \omega)(1 - e^{-j\omega\tau_0}) \quad (7.7.23)$$

由式(7.7.17), 可求得匹配滤波器的  $H(\omega)$  为

$$H(\omega) = (1 \int \omega)(e^{j\omega\tau_0} - 1) e^{-j\omega t_0} \quad (7.7.24)$$

式中已设  $k=1$ 。

根据式(7.7.18), 可求得匹配滤波器的冲激响应

$$h(t) = S_i(t_0 - t) \quad (7.7.25)$$

若选  $t_0 = \tau_0$ , 则最终得

$$H(\omega) = (1 \int \omega)(1 - e^{-j\omega\tau_0}) \quad (7.7.26)$$

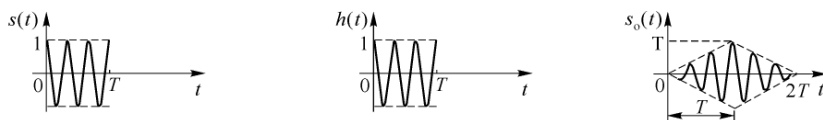
$$h(t) = S_i(\tau_0 - t) \quad (7.7.27)$$

式(7.7.27)图形如图 7.7.4(b)所示。由  $h(t)$  与  $S_i(t)$  的卷积即可求得输出信号波形  $S_o(t)$ , 如图 7.7.4(c)所示。与(7.7.26)式对应的匹配滤波器可用图 7.7.4(d)来实现。这是因为  $(1 \int \omega)$  是理想积分器传输特性, 而  $e^{-j\omega\tau_0}$  是延迟  $\tau_0$  网络的传输特性。

用上述方法能够得到图 7.7.5(a)所示的 ASK 信号的匹配滤波器冲激响应和输出信号, 如图 7.7.5(b)和图 7.7.5(c)所示。这时取  $\tau_0 = T$ 。

通过上述分析可以看出, 利用匹配滤波器, 可使  $t=t_0$  时刻的输出信噪比最大, 而且对于  $t=t_0$  时刻而言, 匹配滤波器与时间相关器是完全等效的。由式(7.7.21), 令  $t=t_0$ , 可得

相关器的原理如图 7.7.6 所示。它可以代替匹配滤波器实现最佳接收。实质上,匹配滤波器法是建立在信号和噪声具有不同的频谱(或功率谱)特性基础上提出的“频谱匹配”的检测方法。而相关接收法则是利用了信号与噪声具有不同的时间特性(波形),采用“波形匹配”的方法检测信号。两者可以达到同样的效果。



(a) 匹配滤波器的输入信号波形 (b) 匹配滤波器冲激响应的波形 (c) 匹配滤波器输出信号的波形

图 7.7.5 与单个射频脉冲匹配的波形

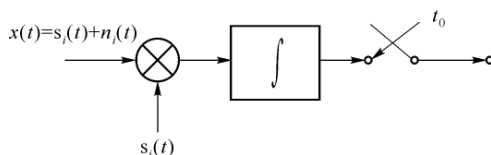


图 7.7.6 时间相关器数学模型

## 7.8 二进制最佳接收的误码性能

### 7.8.1 二进制最佳接收的误码性能分析

前已指出,对于高斯白噪声,4种最佳接收准则是等价的。下面仅从匹配滤波器接收机的角度来讨论二进制最佳接收机的接收性能。

匹配滤波器最佳接收机如图 7.8.1 所示。接收端收到的信号为  $x(t) = s_i(t) + n(t)$ ,  $i = 1, 2$ , 其中  $s_i(t)$  ( $i = 1, 2$ ) 是发送信号,  $n(t)$  是信道上产生的加性零均值高斯白噪声。单边功率谱密度为  $n_0$ 。匹配滤波器的单位冲激响应为  $h(t) \leftrightarrow H(\omega)$ 。

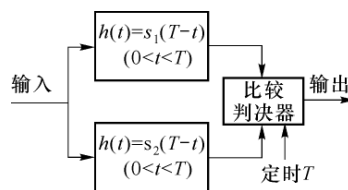


图 7.8.1 匹配滤波器最佳接收机结构框图

显然,抽样判决的最佳时刻为  $t_0 = T$ ,  $T$  是码元周期。此时的抽样值为

$$y_o(T) = \int_0^{\infty} h(\tau) s_i(T - \tau) d\tau + \int_0^{\infty} h(\tau) n(T - \tau) d\tau \quad i = 1, 2 \quad (7.8.1)$$

由高斯过程的性质可知,  $y_o(T)$  是一高斯随机变量,均值为

$$m_1 = \int_0^{\infty} h(\tau) s_1(T - \tau) d\tau, \quad \text{发送 } s_1(t) \quad (7.8.2)$$

$$m_2 = \int_0^{\infty} h(\tau) s_2(T - \tau) d\tau, \quad \text{发送 } s_2(t) \quad (7.8.3)$$

方差为

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(\omega)|^2 \cdot \frac{n_0}{2} d\omega = \frac{n_0}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} h^2(t) dt = \frac{n_0}{2} \int_0^{+\infty} h^2(t) dt \quad (7.8.4)$$

接收电路依据  $y_0(T)$  判决, 它等效于依据最大似然函数判决(设发送端等概率发送信号  $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$ , 即  $P(s_1) = P(s_2)$ ), 因此有

$$p(y_0 | s_1) \underset{s_2}{\overset{s_1}{\geq}} p(y_0 | s_2) \quad (7.8.5)$$

其中, 似然函数分别为

$$\begin{aligned} p(y_0 | s_1) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left\{-\frac{[y_0(T) - m_1]^2}{2\sigma_0^2}\right\} \\ p(y_0 | s_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} \exp\left\{-\frac{[y_0(T) - m_2]^2}{2\sigma_0^2}\right\} \end{aligned} \quad (7.8.6)$$

将式(7.8.6)代入式(7.8.5), 且设  $m_2 > m_1$ , 经整理可得

$$y_0(T) \leq \frac{m_1 + m_2}{2}, \text{ 小于号判 } s_1, \text{ 大于号判 } s_2 \quad (7.8.7)$$

因此, 二进制最佳接收的平均误码率为

$$\begin{aligned} P_e &= P(s_1)P(s_2 | s_1) + P(s_2)P(s_1 | s_2) \\ &= P(s_1) \int_{\frac{m_1+m_2}{2}}^{\infty} p(y_0 | s_1) dy_0 + P(s_2) \int_{-\infty}^{\frac{m_1+m_2}{2}} p(y_0 | s_2) dy_0 \end{aligned} \quad (7.8.8)$$

将  $P(s_1) = P(s_2) = 1/2$  代入式(7.8.8), 同时将式(7.8.6)代入式(7.8.8), 经推导有

$$P_e = \frac{1}{2} Q \left[ \frac{\frac{m_1 + m_2}{2} - m_1}{\sigma_0} \right] + \frac{1}{2} \left\{ 1 - Q \left[ \frac{\frac{m_1 + m_2}{2} - m_2}{\sigma_0} \right] \right\} \quad (7.8.9)$$

其中,  $Q$  函数的定义如下(见附录 A7.1):

$$Q(x) = \int_x^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} dy \quad (7.8.10)$$

整理式(7.8.9)得

$$P_e = Q \left[ \frac{|m_2 - m_1|}{2\sigma_0} \right] = Q[d] \quad (7.8.11)$$

式(7.8.11)说明, 二进制最佳接收的平均误码率  $P_e$  取决于归一化距离

$$d = \frac{|m_2 - m_1|}{2\sigma_0} \quad (7.8.12)$$

$d$  越大, 平均误码率  $P_e$  越大。

将式(7.8.2)、(7.8.3)和(7.8.4)代入式(7.8.12), 再平方得

$$d^2 = \frac{\left| \int_0^{\infty} h(\tau) [s_2(T - \tau) - s_1(T - t)] d\tau \right|^2}{2n_0 \int_0^{\infty} h^2(t) dt} \quad (7.8.13)$$

利用施瓦兹不等式, 当

$$h(t) = s_2(T-t) - s_1(T-t) \quad 0 \leq t \leq T \quad (7.8.14)$$

时  $d^2$  达到最大, 为

$$d_{\max}^2 = \frac{\int_0^T [s_2(T-t) - s_1(T-t)]^2 dt}{2n_0} \quad (7.8.15)$$

整理式(7.8.15)的分子, 得

$$\begin{aligned} & \int_0^T [s_2(T-t) - s_1(T-t)]^2 dt \\ &= \int_0^T [s_2^2(T-t) - 2s_2(T-t)s_1(T-t) + s_1^2(T-t)] dt \\ &= E_1 + E_2 - 2\rho\sqrt{E_1E_2} \end{aligned} \quad (7.8.16)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \int_0^T s_1^2(T-t) dt = \int_0^T s_1^2(t) dt && s_1(t) \text{ 在 } (0, T) \text{ 上的能量} \\ E_2 &= \int_0^T s_2^2(T-t) dt = \int_0^T s_2^2(t) dt && s_2(t) \text{ 在 } (0, T) \text{ 上的能量} \\ \rho &= \frac{\int_0^T s_1(t)s_2(t) dt}{\sqrt{E_1E_2}} \end{aligned} \right\} \quad (7.8.17)$$

式中  $\rho$  称为  $s_1(t)$ 、 $s_2(t)$  两波形的波形系数或相关系数 (correlation coefficient), 在  $[-1, 1]$  上取值, 它反映了这两个波形的相似程度。

先将式(7.8.16)代入式(7.8.15), 然后再将式(7.8.15)代入式(7.8.11), 由此得到二进制最佳接收的平均错误概率为

$$\begin{aligned} P_e &= Q \left[ \left( \frac{E_1 + E_2 - 2\rho\sqrt{E_1E_2}}{2n_0} \right)^{1/2} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{E_1 + E_2 - 2\rho\sqrt{E_1E_2}}{4n_0}} \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{E_1 + E_2 - 2\rho\sqrt{E_1E_2}}{4n_0}} \right) \end{aligned} \quad (7.8.18)$$

当  $E_1 = E_2 = E$  时, 式(7.8.18)可以简化为

$$P_e = Q \left[ \sqrt{\frac{E(1-\rho)}{n_0}} \right] = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \sqrt{\frac{E(1-\rho)}{2n_0}} \right) \right] = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[ \sqrt{\frac{E(1-\rho)}{2n_0}} \right] \quad (7.8.19)$$

式(7.8.19)说明, 错误概率  $P_e$  与信号的能量  $E$ 、噪声  $n_0$  和信号的相关系数  $\rho$  有关, 当信号的能量  $E$  和噪声  $n_0$  一定时, 错误概率  $P_e$  随信号的相关系数  $\rho$  增大而增大。 $\rho$  的取值范围是  $[-1, 1]$ , 因此,  $\rho = -1$  时,  $P_e$  最小;  $\rho = 1$  时,  $P_e = 1/2$  最大, 此时, 系统无法正常工作。

## 7.8.2 二进制确知信号最佳接收的误码性能

由上面的分析可知, 当信号的码速率、发射功率和信道一定时, 错误概率  $P_e$  随信号的