

损伤土力学

DAMAGE SOIL MECHANICS

赵锡宏 孙 红 罗冠威 著

Xi Hong Zhao Hong Sun Kwang Wei Lo

同济大学出版社
Tongji University Press

图书在版编目 (C I P) 数据

损伤土力学/赵锡宏著. —上海:同济大学出版社,
2000. 7
ISBN 7 - 5608 - 2188 - X

I. 损... II. 赵... III. 损伤(力学) - 土力学
IV. TU43

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 36440 号

损伤土力学

赵锡宏 孙 红 罗冠威 著

责任编辑 吴味隆 责任校对 徐春莲 装帧设计 李志云

出 版	同济大学出版社
发 行	(上海四平路 1239 号 邮编 200092 电话 021 - 65985622)
经 销	全国各地新华书店
印 刷	上海市印刷七厂印刷
开 本	787mm × 1092mm 1/16
印 张	15.25
字 数	390000
印 数	501 - 2500
版 次	2000 年 7 月第 1 版 2002 年 5 月第 2 次印刷
书 号	ISBN 7 - 5608 - 2188 - X/TU · 370
定 价	33.00 元

本书若有印装质量问题, 请向本社发行部调换

前 言

“土的损伤模型及其在土力学的应用”课题是中国同济大学赵锡宏教授和新加坡国立大学罗冠威 (Kwang Wei Lo) 教授合作科研课题 “Fracture Applications in Civil Engineering” (1997.6~2001.6) 中的一个部分, 其中损伤理论部分主要由赵锡宏教授负责, 经费自筹。

损伤理论, 是将固体物理学、材料强度理论和连续介质力学统一起来研究受损材料的本构关系, 解释材料的破坏机理, 建立损伤的演变方程和计算构件的损伤程度, 从而达到预估其剩余寿命的目的。它是经典的固体力学理论的发展和补充。因此, 用损伤理论导得的结果, 既反映材料微观结构的变化, 又能说明材料宏观力学性能的实际变化状况; 而且计算的参数还应是宏观可测的, 在一定程度上弥补微观研究和断裂力学研究的不足, 为这些学科的发展和相互结合开拓新的前景。

在国外, 土的损伤理论研究的报导较少; 在我国, 土的损伤理论的先驱者沈珠江院士已发表一系列重要的论文。

现在, “土的损伤模型及其在土力学的应用”课题的研究是基于损伤理论和弹塑性理论, 巧妙地结合赵锡宏教授等长期来对土力学的系列模型的研究和试验成果, 提出土的系列损伤模型, 比较全面地应用于土力学, 即:

1. 土的系列损伤模型

- (1) 横观各向同性土的弹性损伤模型;
- (2) 横观各向同性土的弹性非线性损伤模型;
- (3) 小应变的土的弹塑性各向异性损伤模型;
- (4) 有限应变的土的弹塑性各向异性损伤模型。

2. 在土力学的应用

- (1) 地基变形(沉降);
- (2) 固结理论和边坡稳定性;
- (3) 浅基础极限承载力;
- (4) 深基础极限承载力;
- (5) 土压力;
- (6) 土的各向异性损伤对剪切带形成的影响。

作者在该课题的研究成果基础上, 吸收有关专家和教授们的意见, 自 1999 年 4 月 20 日上海市科学技术委员会组织专家组对该课题进行鉴定后, 经过六个月的反复修改与补充, 为便于读者阅读与研究, 还增加一些附录和推导。本书取名为《损伤土力学》, 以中英文合并出版。

本书内容共分三部分: 1. 土的试验研究; 2. 土的系列损伤模型; 3. 损伤模型在土力学的应用。

本书具有三个特点: 1. 把损伤理论有机地与古典土力学相结合构成损伤土力学; 2. 以损伤土力学理论阐述一些古典土力学未能解释的工程实践问题; 3. 以推导阐明有关理论。

显然, 建立的新学科——“损伤土力学”仅仅是一个雏型, 作者还将继续进一步深入研究, 同时, 殷切期望同行加以指教, 提出宝贵意见, 以便在再版中加以充实和完善。

该课题的研究成果由上海市科学技术委员会组织的专家组：孙更生、许惟阳、叶可明、丁万太、李培根、黄绍铭和施履祥进行鉴定，评为在理论上处于国际领先水平，并指出该成果在实践上有着广阔的应用前景。同时，同济大学高大钊和魏道垞两教授对该课题的研究提出宝贵的意见。特别是，得到上海市人大常委会主任陈铁迪对课题研究的关怀与支持。更高兴的是，得到土的损伤理论的先驱者、南京水利科学研究院沈珠江院士在百忙中为本书的第三章进行审查，提出宝贵意见。在此，作者特向他们表示深切感谢。

在课题的研究过程中，有效地引入太田-关口（Ohta-Sekiguchi）模型，在此，第一作者对在日本曾经共事过的太田（H. Ohta）教授赠予著作《Ground Response to Engineering Activities—From Modelling to Practice》和软件表示诚挚的谢意。

最后，作者对上海新华国际岩土技术有限公司董事长赵敏敏博士对该课题的研究和本书的出版给予经济上的支持以及对课题的进一步研究提出意见，表示诚挚谢意。同时，该书的出版，得到上海市教委研究生专项经费和同济大学研究生院的资助，也表示衷心的感谢。

总之，本书的问世，深得作者的同事和海内外亲友的关怀与支持，谨此一并致谢。

作者

1999年国庆节前夕

目 录

前言

第一章 损伤基本理论简介(1)

1.1 引言(1)

1.2 损伤理论的研究内容、意义和研究方法(1)

1.3 损伤能量理论的基本知识(2)

1.4 结束语(5)

第二章 土的试验研究.....(6)

2.1 引言(6)

2.2 微结构形态变化的研究(6)

2.3 室内常规试验(7)

2.4 真三轴的试验研究(9)

2.5 结束语(12)

第三章 土的系列损伤模型(19)

3.1 引言(19)

3.2 等效应力概念与等效弹性余能概念(19)

3.3 横观各向同性土的弹性损伤本构关系(21)

3.4 横观各向同性土的弹性非线性损伤本构关系(22)

3.5 小应变的土的弹塑性损伤本构关系(24)

3.6 有限应变土的弹塑性损伤本构关系(28)

3.7 室内试验(30)

3.8 结束语(33)

附录 3.1 有限应变耦合损伤的应力-应变关系矩阵的各项表达式(34)

附录 3.2 损伤门槛值 $\tilde{\tau}_{\sigma_0}$ 和 $\tilde{\tau}_0$ 的确定(36)

附录 3.3 损伤伤势函数(应变空间)的确定(38)

第四章 结构性软土的损伤及其对地基沉降的影响.....(39)

4.1 引言(39)

4.2 室内试验(39)

4.3 损伤对地基沉降的影响(40)

4.4 结束语(42)

附录 4.1 地基内矩形面积上均布竖向荷载作用下角点附加应力面积(明德林解)(43)

附录 4.2 地基内矩形面积上三角形分布竖向荷载作用下角点竖向附加应力面积
(明德林解)(45)

第五章 各向异性损伤模型在地基平面应变问题的应用

——理论部分—— (47)

5.1 引言(47)

5.2 等效应力概念及损伤演化方程(47)

5.3	考虑各向异性损伤的平面应变问题应力场的滑移线解	(49)
5.4	考虑各向异性损伤的平面应变问题的速度滑移线解	(53)
5.5	考虑各向异性损伤的平顶钝角楔体极限荷载的滑移线场解	(54)
5.6	结束语	(58)
附录 5.1	式 (5.26) 的推导	(59)
附录 5.2	式 (5.35b) 的推导	(60)
第六章	各向异性损伤模型在地基平面应变问题的应用	
	——应用部分——	(61)
6.1	引言	(61)
6.2	各向异性损伤对浅基础极限荷载的影响	(61)
6.3	各向异性损伤对深基础极限荷载的影响	(64)
6.4	各向异性损伤对挡土墙上土压力的影响	(67)
6.5	结束语	(72)
第七章	软土的弹塑性损伤模型在比奥 (Biot) 固结有限元分析中应用	(74)
7.1	引言	(74)
7.2	弹塑性损伤本构关系及损伤演化方程	(74)
7.3	比奥固结理论耦合弹塑性损伤本构关系的有限元方程	(77)
7.4	损伤模型与弹塑性模型的固结有限元计算比较	(81)
7.5	结束语	(84)
第八章	软土的各向异性损伤对剪切带形成的影响	(85)
8.1	引言	(85)
8.2	小应变的弹塑性损伤本构关系及损伤演化方程	(85)
8.3	有限应变的弹塑性损伤本构关系	(89)
8.4	各向异性损伤对剪切带的影响	(91)
8.5	结束语	(95)
附录 8.1	式 (8.39) 的推导	(96)
附录 8.2	式 (8.45) 的推导	(97)
附录 8.3	式 (8.46) 的推导	(98)
后记		(99)
附录		(101)
附录 1	太田-关口模型的简介	(101)
附录 2	张量分析基础	(105)
参考文献		(108)
符号		(110)

第一章 损伤基本理论简介

1.1 引言

损伤土力学是损伤理论与古典土力学有机结合而成的一门刚刚创立的新学科,也是一种新的尝试。但是,一般来说,岩土工程界对损伤理论接触较少,故有必要对损伤的基本理论作一简介。

1.2 损伤理论的研究内容、意义和研究方法

材料内部有许多孔隙和微裂缝,在一定外部荷载下,微裂缝会不断地扩展,使材料的强度和刚度等力学性能下降,这些导致材料和结构力学性能劣化的微观结构的变化称为损伤。损伤理论是研究材料或构件从原生缺陷到形成宏观裂纹直至断裂的全过程,也就是通常所指的微裂纹的萌生、扩展或演变,体积元的破裂,宏观裂纹形成,裂纹的稳定扩展和失稳扩展的全过程。国内外许多学者将材料中存在的微裂纹理解为连续的变量场(损伤场),用连续介质力学的概念和方法研究微裂纹的发展及其对材料力学性能的影响,从而形成连续介质损伤力学。

长期以来,人们对材料和构件宏观力学性能的劣化直至破坏全过程的机理、本构关系、力学模型和计算方法都非常重视,并且用各种理论和方法进行研究。材料和物理学家从微观的角度研究微缺陷产生和扩展的机理,但是所得结果不易与宏观力学量相联系。力学工作者则着眼于宏观分析,其中最常用的是断裂力学的理论和方法。断裂力学主要研究裂纹尖端附近的应力场和应变场、能量释放率等,以建立宏观裂纹的起裂、裂纹的稳定扩展和失稳扩展的判据。但是断裂力学无法分析宏观裂纹出现以前材料中的微缺陷或微裂纹的形成及其发展对材料力学性能的影响,而且微缺陷的存在并不能简化为宏观裂纹,这是断裂力学的局限性。经典的固体力学理论虽然完备地描述无损材料的力学性能(弹性、粘弹性、塑性、粘塑性等),然而,材料或构件的工作过程就是不断损伤的过程,用无损材料的本构关系描述受损材料的力学性能显然是不合理的。损伤理论旨在建立受损材料的本构关系、解释材料的破坏机理、建立损伤的演变方程、计算构件的损伤程度,从而达到预估其剩余寿命的目的。因此,它是经典的固体力学理论的发展和补充。

现今的结构计算方法可用图 1.1^[1]所示的框图表述,它将损伤耦合到本构方程中进行分析 and 计算较为合理。严格地说,每一时刻损伤对材料的力学性能参数都有影响,因此,用损伤本构方程取代没有考虑损伤的本构方程,同时采用耦合计算方法,是使计算结果更加接近实际情况的有效途径。由于本构方程中 将有关的力学参数与损伤进行耦合,所以分析和计算更复杂;即使对弹性材料,本构方程也是非线性方程。

损伤理论,是将固体物理学、材料强度理论和连续介质力学统一起来进行研究的。因此,用损伤理论导得的结果,既反映材料微观结构的变化,又能说明材料宏观力学性能的实际变化状况,而且计算的参数还应是宏观可测的,这在一定程度上弥补微观研究和断裂力学研究的不足,也为这些学科的发展和相互结合开拓新的前景。

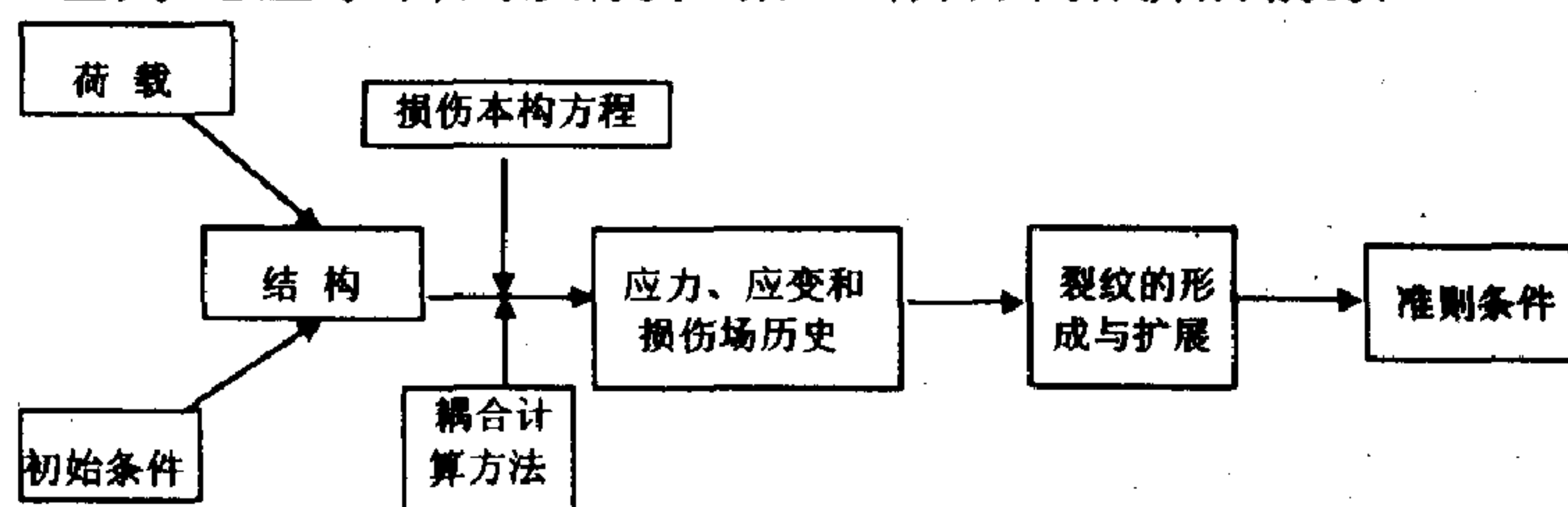


图 1.1 结构计算框图

物体内存在的损伤（微裂纹），可以理解为一种连续的变量场（损伤场），它和应力-应变场以及温度场的概念相类似。所以在分析时首先应在物体内某点处选取“体积元”，并假定该体积元内的应力-应变以及损伤都是均匀分布的，这样，就能在连续介质力学的框架内对损伤及其对材料力学性能的影响作系统的处理，其过程可分为如下四个阶段：

1.选择合适的损伤变量

描述材料中损伤状态的变量场称为损伤变量，它属于本构理论中的内变量，从力学意义上说，损伤变量的选取应考虑到如何与宏观力学量建立联系并易于测量。不同的损伤过程，可以选取不同的损伤变量，即使同一损伤过程，也可以选取不同的损伤变量。

2.建立损伤演变方程

材料内部的损伤是随外界因素（如载荷、温度变化及腐蚀等）作用的变化而变化，为描述损伤的发展，需建立描述损伤发展的方程，即损伤演变方程。选取不同的损伤变量，损伤演变方程也就不同，但它们都必须反映材料真实的损伤状态。

3.建立考虑材料损伤的本构关系

这种包含损伤变量的本构关系或损伤本构方程在图 1.1 中起着关键作用。

4.求解材料各点的应力应变和损伤值

根据初始条件（包含初始损伤）和边界条件求解材料各点的应力应变和损伤值，由计算所得的损伤值，可以判断各点的损伤状态。在损伤达到临界值时，可以认为该点（体积元）破裂，然后根据新的损伤分布状态和新的边界条件，再作类似的反复计算，直至达到构件的破坏准则而终止。

就损伤理论的研究方法而言，损伤理论可以分为能量损伤理论和几何损伤理论。由勒梅特(J.Lemaitre)等创立的能量损伤理论是以连续介质力学和热力学为基础，将损伤过程视为能量转换过程，而且这种转换是不可逆的。由自由能和耗散势导出损伤本构方程和损伤演变方程。能量损伤理论在金属和非金属材料的损伤、断裂研究中已得到广泛的应用，由村上澄男(Sumio Murakami)等创立的几何损伤理论认为材料的损伤也是由材料中的微裂纹所造成的，但损伤变量的大小和损伤的演变与材料中微裂纹的尺寸、形状、密度及其分布有关。损伤的几何描述（张量表示）和等价应力的概念相结合，构成几何损伤理论的核心。几何损伤理论已经有效地应用于岩石和混凝土结构的计算中。

1.3 损伤能量理论的基本知识

1.3.1 基本概念

1.损伤变量

用损伤理论分析材料受力后的力学状态时，首先要选择恰当的损伤变量以描述材料的损伤状态。由于材料的损伤引起材料微观结构和某些宏观物理性能的变化，因此，可以从微观和宏观两方面选择度量损伤的基准^[2]。从微观方面，可以选用空隙的数目、长度、面积和体积；从宏观方面，可以选用弹性系数、屈服应力、拉伸强度、伸长率、密度、电阻、超声波速和声辐射等。在这两类基准中，最常用的是：（1）空隙的数目、长度、面积和体积；（2）由空隙的形状、排列和取向决定的有效面积；（3）弹性系数（弹性模量和泊松比）；（4）密度等。

根据以上两类基准，可以用直接法和间接法测量材料的损伤。例如，对微观方面的基准，可采用直接测定的方法以判定材料的损伤状态；而对宏观方面的基准，可用机械法或物理法测定，然后间接推算材料的损伤。至于实际采用哪种方法，应根据损伤变量如何定义以及损伤类型而定。

在不同的情况下，可将损伤变量定义为标量、矢量或张量。例如对于短小无规律的空隙分布或者各向分布相同的球形空洞，损伤变量可采用标量；对于微小的分布平面裂纹，可用与它垂直的矢量表示损伤，但矢量表示的损伤变量，不能简单地相加以表示不同方向平面裂缝的集合；而用张量表示损伤，尽管其数学表达比较复杂，但有可能比较准确地表示微观空隙的排列状态及其力学特性，因此，在各向异性损伤理论中常用张量表示损伤。

从热力学的观点看，损伤变量是一种内部状态变量，它能反映物质结构的不可逆变化过程。

2. 有效应力的概念

现用直杆受单轴拉伸的例子说明有效应力的概念。图 1.2 (a) 为一初始无损伤的杆，假设该杆受 F 力到一定大小后产生均匀的损伤，见图 1.2 (b)。若杆的初始横截面积为 A ，受损后其损伤面积（包括微裂隙和空隙）为 A^* ，则杆的净面积或有效面积为 $\tilde{A} = A - A^*$ 。在均匀损伤状态下，损伤变量取为标量。卡钱诺夫 (Kachanov) 在研究金属的蠕变断裂时，第一次提出用连续性变量 ψ 描述材料的损伤状态^[3]，定义 ψ 为

$$\psi = \frac{\tilde{A}}{A} \quad (1.1)$$

拉博诺夫 (Rabotnov) 在研究金属蠕变时引入一个与连续性变量相对应的变量 D ，称为损伤变量^[4]

$$D = \frac{A^*}{A} = \frac{A - \tilde{A}}{A} \quad (1.2)$$

式中 $D=0$ ，对应于无损伤状态； $D=1$ ，对应于完全损伤（断裂）状态； $0 < D < 1$ ，对应于不同程度的损伤状态。

令 $\sigma = F/A$ 为横截面上的名义应力； $\tilde{\sigma} = F/\tilde{A}$ 为净截面或有效截面上的应力，称为净应力或有效应力，则利用式 (1.2) 并由

$$\sigma \cdot A = \tilde{\sigma} \cdot \tilde{A} \quad (1.3)$$

得

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (1.4)$$

当材料发生非均匀损伤时，可在物体内一点处取一体元，用相似的方法仍可得到式 (1.4)。

3. 应变等价原理

在受损材料中，测定有效面积是比较困难的。为了能间接地测定损伤，勒梅特提出应变等价原理^[5]。这一假设认为，应力 σ 作用在受损材料上引起的应变与有效应力作用在无损伤材料上引起的应变等价，如图 1.3。根据这一原理，受损材料的本构关系可通过无损伤材料中的名义应力得到，即

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{\tilde{E}} = \frac{\tilde{\sigma}}{E} = \frac{\sigma}{(1-D)E} \quad (1.5)$$

$$\text{或} \quad \sigma = E(1-D)\varepsilon \quad (1.6)$$

式 (1.5) 或 (1.6) 表示一维问题中受损材料的本构关系。 $\tilde{E} = E(1-D)$ 为受损材料的弹性模量，称为有效弹性模量，由此得到

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (1.7)$$

布罗伯格 (Broberg) 建议损伤变量为^[6]

$$D = \ln\left(\frac{A}{\tilde{A}}\right) \quad (1.8)$$

由应变等价原理得到

$$D = \ln \frac{E}{\tilde{E}} \quad (1.9)$$

由式 (1.3) 和式 (1.8) 得

$$\tilde{\sigma} = \sigma \cdot e^D \quad (1.10)$$

该定义使损伤具有可加性。

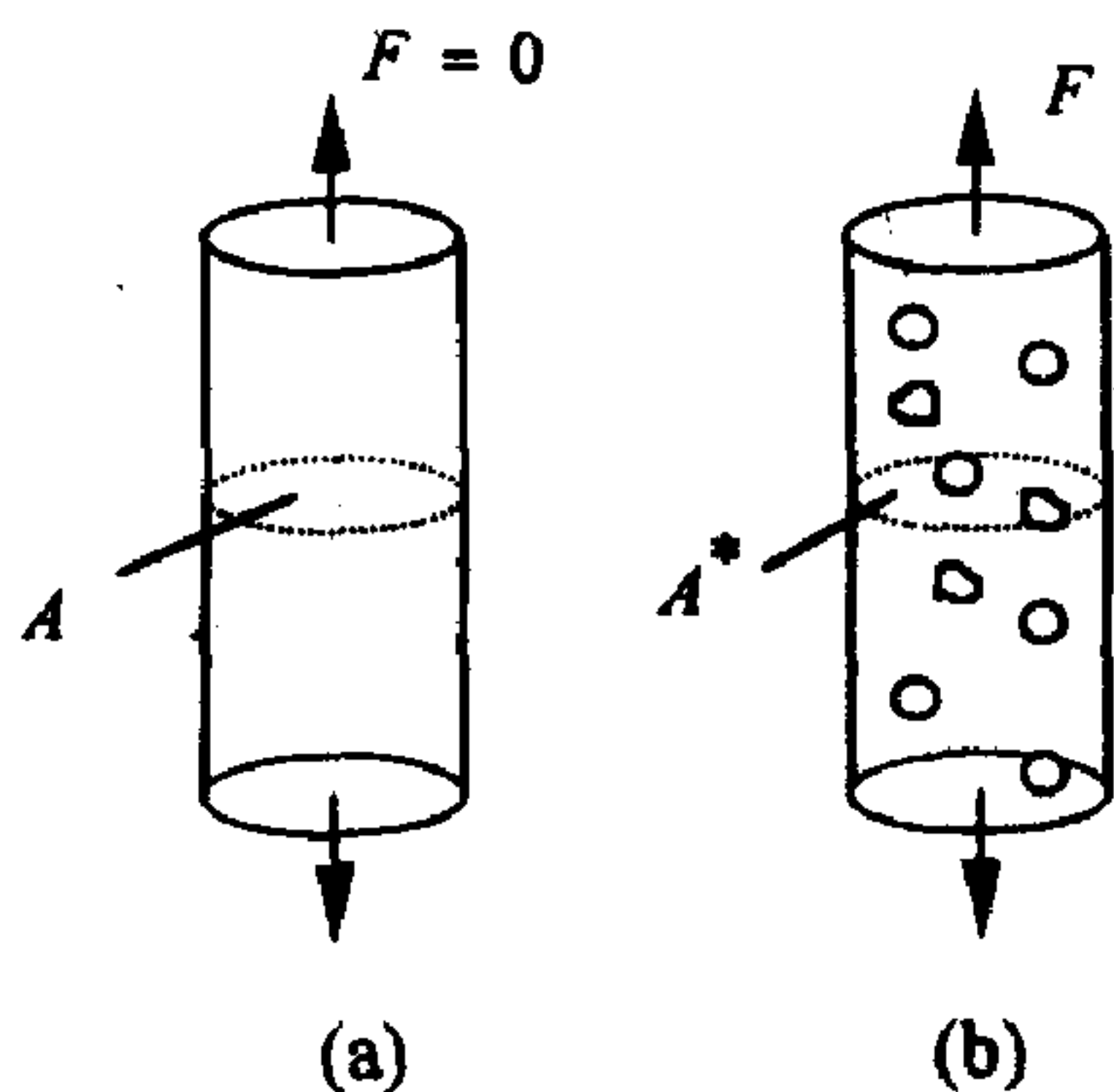


图 1.2 直杆受轴向拉伸

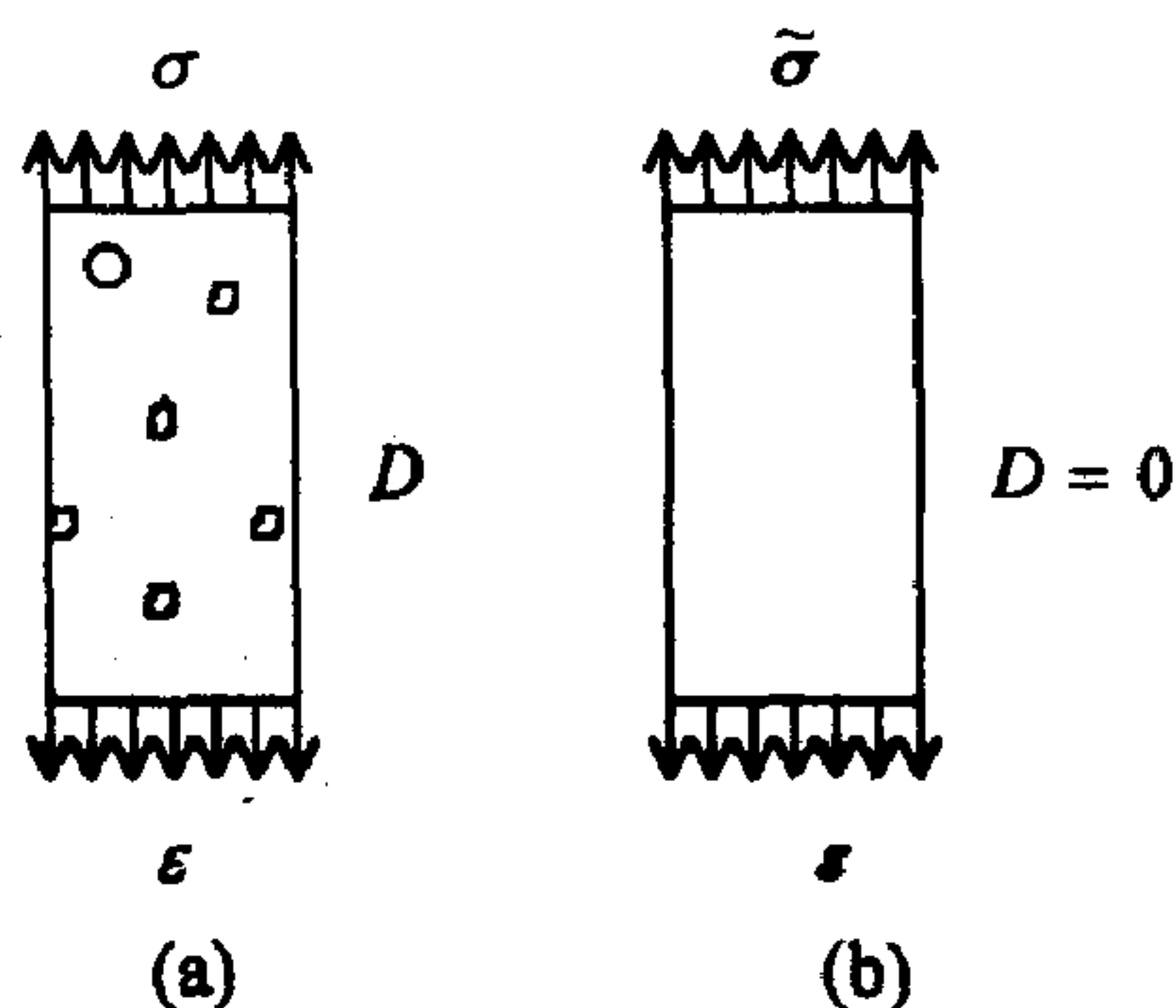


图 1.3 应变等价的概念

4. 有效应力张量

在多轴应力作用下，如认为损伤是各向同性的，则可将单轴应力下的有效应力推广表示为张量，即

$$\sigma = \frac{\sigma}{1-D} \quad (1.11)$$

式中， σ 为柯西(Cauchy)应力张量。

实际上，材料的损伤往往是各向异性的，在这种情况下，损伤变量就不能采用标量，而要用张量度量。设在物体内取一体元，该体元任一方向的截面为 A ，该截面的法向单位矢量为 n ，则截面的面积矢量为

$$\mathbf{A} = An = A_i \mathbf{e}_i \quad (1.12)$$

式中， $\mathbf{e}_i$ 为沿直角坐标系的单位矢量； A_i 为面积 A 在三个坐标平面内的投影面积。

必须注意：式 (1.12) 中 $\mathbf{A}$ 以黑体字表示面积矢量，而 A 以一般字体表示面积。在以后阐述中，也以黑体字表示矢量。

当材料损伤后，设有一虚构的体元，其法线为 $\tilde{n}$ 的面积矢量为

$$\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{A}\tilde{n} = (1 - D_i)A_i \mathbf{e}_i \quad (1.13)$$

式中， D_i 为 A_i 面法线方向的损伤变量。

现定义二阶对称张量 $\psi = (I - D)$ ， I 为单位张量，使

$$\tilde{\mathbf{A}} = \psi \cdot \mathbf{A} \quad (1.14)$$

由式 (1.13) 和式 (1.14) 得

$$\psi = \psi_i \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i = (1 - D_i) \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_i \quad (1.15)$$

可见， ψ 是一对称张量。

设有效应力张量为 $\tilde{\sigma}$ ，柯西应力张量为 σ ，则

$$\mathbf{P} = \sigma \cdot \mathbf{A} = \tilde{\sigma} \cdot \tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\sigma} \cdot \psi \cdot \mathbf{A} = \tilde{\sigma} \cdot (I - D) \cdot \mathbf{A} \quad (1.16)$$

因为上式对任意的 $\mathbf{A}$ 都成立，故有

$$\sigma = \tilde{\sigma} \cdot \psi = \tilde{\sigma} \cdot (I - D) \quad (1.17)$$

从而有

$$\tilde{\sigma} = (I - D)^{-1} \cdot \sigma \quad (1.18)$$

在一般情况下，式 (1.18) 表示的有效应力张量不是对称张量，这给数值计算带来很大不便。以下两式是常用的将有效应力张量对称化的方法：

$$\tilde{\sigma} = \frac{1}{2} \left[\sigma \cdot (I - D)^{-1} + (I - D)^{-1} \cdot \sigma \right] \quad (1.19)$$

$$\tilde{\sigma} = (I - D)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sigma \cdot (I - D)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.20)$$

有关张量的基本知识参阅本书末的附录。

1.3.2 耗散功与损伤

连续介质的力学过程可以等价于一个热力学过程，损伤过程实质上是能量耗散过程或不可逆热力学过程。

今用单轴拉伸的力学过程作简明分析^[1]。在应变 $\delta \epsilon$ 的过程中，作用在体元上每单位质量的外力的功 $\delta W = \sigma \delta \epsilon$ 的耗散与贮存情况，如图 1.4(a) 所示，外力的功转化为三部分：第一部分是可恢复的弹性应变能 δW^e ，第二部分是塑性功 δW^p ，有导致加工硬化的作用，这些能量以内能的形式贮存于介质之中，第三部分是不可恢复的损伤耗散能 δW^D 。图 1.4(b) 是余天庆等^[1]对勒梅特所提出的修正，表明弹性应变能、塑性流动和损伤扩展的耗散分析。外力功可划分为四部分：(1) 以三角形 DCF 表示的弹性应变能；(2) 平行四边形 $OAHF$ 表示的塑性流动功；(3) 半弧三角形 AHB 表示的塑性变形导致加工硬化的耗散功，是在超过屈服极限后外力所作的功；(4) 损伤耗散功。

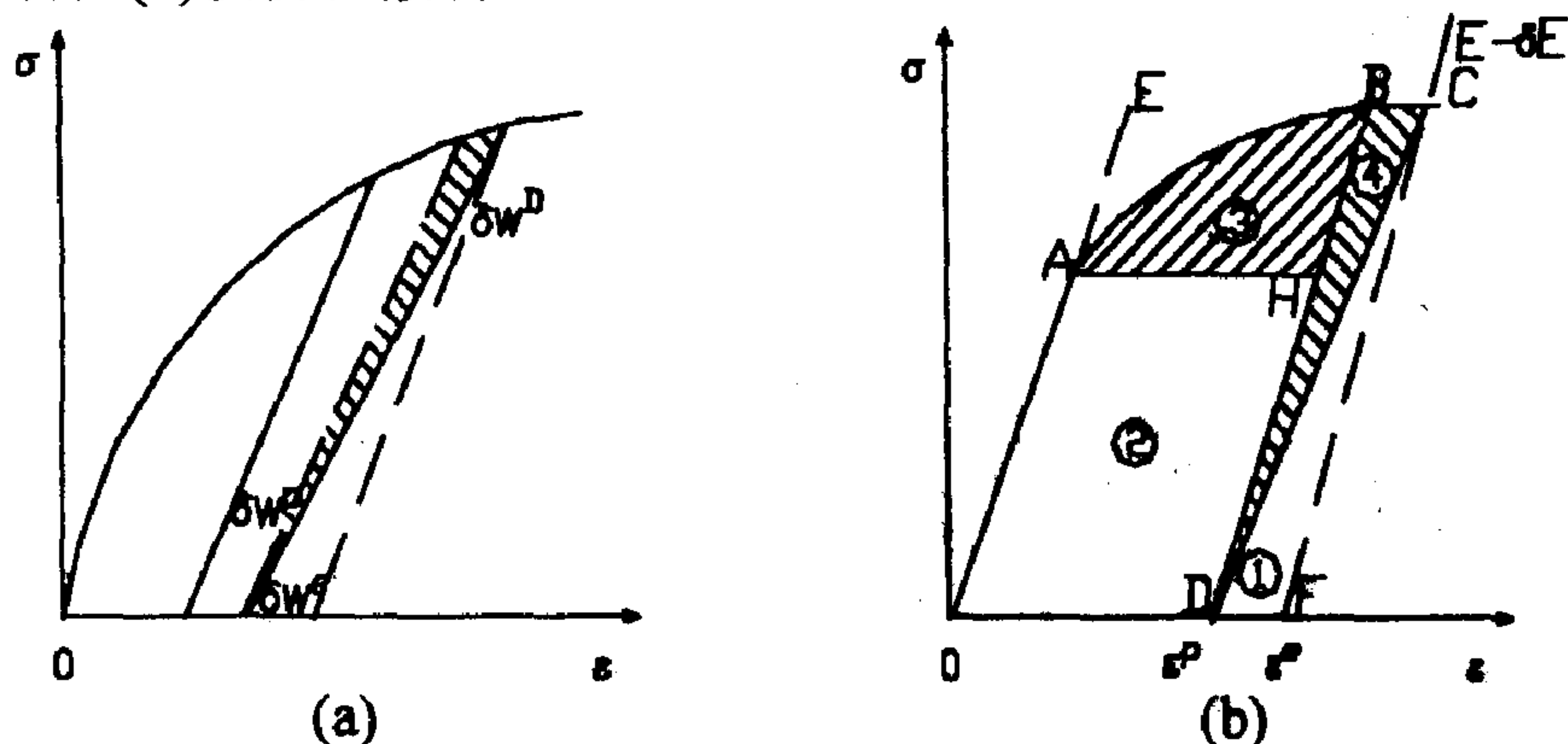


图 1.4 单轴拉伸力学过程的功与耗散分析

1.3.3 应变类型

总应变增量 $\{d\epsilon_{ij}\}$ 分为弹性应变 $\{d\epsilon_{ij}^e\}$ 、塑性应变 $\{d\epsilon_{ij}^p\}$ 和损伤应变 $\{d\epsilon_{ij}^D\}$ 三部分：

$$\{d\epsilon_{ij}\} = \{d\epsilon_{ij}^e\} + \{d\epsilon_{ij}^p\} + \{d\epsilon_{ij}^D\} \quad (1.21)$$

图 1.5 为考虑弹性应变、塑性应变和损伤应变的三轴压缩试验曲线，表示当固结压力 σ_3 为一定时，偏差应力 $\sigma_1 - \sigma_3$ 与最大主应变的关系。弹性应变、塑性应变和损伤应变在加荷初期产生，应力-应变关系是非线性的，小应力水平时，弹性变形占主要的，随着应力增大，塑性变形和损伤变形占优势。

1.4 结束语

本章只是对损伤基本理论作一概念性的简介，详细论述请参阅有关参考文献[1~8]，其中文献[1]和[8]堪称两本好书。

在本书中是以勒梅特等创立的能量损伤理论为基础，有机地结合古典土力学尝试建立“损伤土力学”新学科。

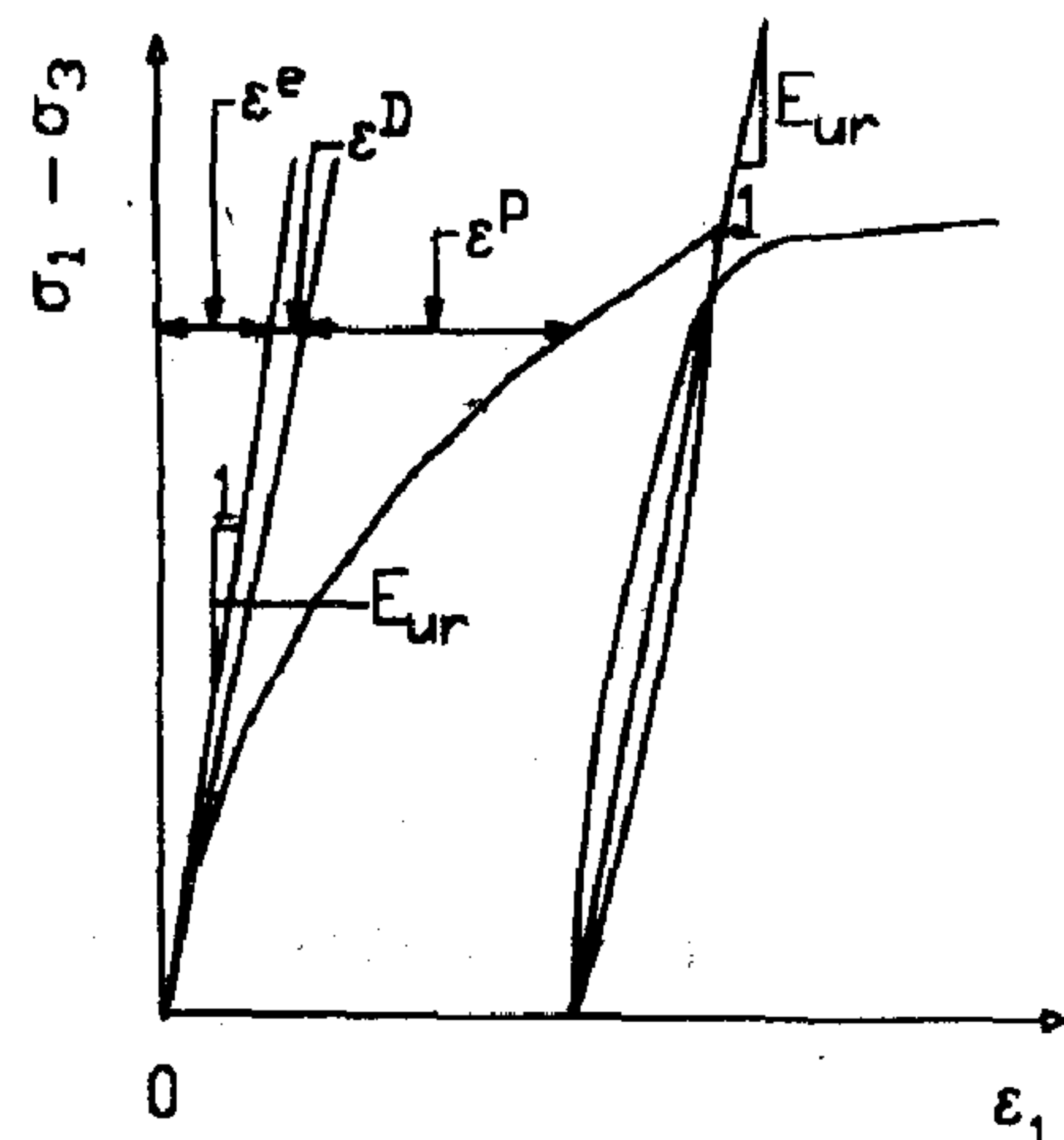


图 1.5 三轴压缩试验曲线的应变类型

第二章 土的试验研究

2.1 引言

土的应力-应变关系是岩土工程界所关心的问题，传统的土力学把土体作为无损材料进行考虑，本章用损伤观点来分析土的试验资料，从微观和宏观两方面研究土的结构性和损伤特性。最后，进行真三轴试验，研究土在三维应力状态下的应力-应变关系，也研究中主应力和固结压力对邓肯-张（Duncan-Chang）模型的切线模量和强度的影响。

2.2 微结构形态变化的研究

胡瑞林等(1995)^[9]采用微结构图像信息处理技术和非线性科学——分形理论对粘性土微结构进行研究。研究表明，粘性土的微结构不存在固定不变的模式，一定的结构状态是与特定的工程环境相适应的，随着环境的变化，土的工程性质也将发生相应的变化，这种变化是通过其结构状态的调整来实现。

2.2.1 压缩过程中微结构形态变化规律

许多学者(Bolt, 1956; Olson, 1970, 1971 等)普遍承认，在粘土压密过程中起主要作用的不仅有力学因素，而且还有物理-化学因素，在低荷重压密时尤其如此，其表现形式为微结构再造，从而提高结构要素在垂直于荷重平面上的定向程度，减小孔隙的大小和总孔隙度。

胡瑞林等采用图像分析系统(MIPS)，分别对黄土和厦门软土进行结构试验和分析，采取常规压缩试验，选择的压力序列为 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.8, 1.6MPa。颗粒形态、粒度分维、颗粒扁圆度、颗粒表面起伏分维、颗粒排列、孔隙性和接触带等在压力作用下均发生调整，而粘性土的宏观变形在微观层次上主要表现在孔隙的调整和颗粒形状改变两方面，其他结构要素的变化（如方向性和粒径等）对其变形量的影响并不大(见图 2.1 (a)~图 2.1 (d))。在整个变形过程中，微结构调整分为三个阶段：

1. 结构恢复阶段

其出现在加荷初期，压力一般在 0.1MPa 以内，该阶段尽管变形量不大，但结构调整却较明显，多表现为结构参数值的线性骤变，以颗粒的单纯性崩解或聚合为主，结构调整的幅度是显著的，从整个变形的过程看，本阶段的历程最短，它对土的变形特性影响不大。

2. 结构再造阶段

出现于变形过程的中期，其压力范围一般为 0.1~0.4MPa，该阶段的结构调整十分复杂，以结构参数的波状变化为主。实际上，它是一个天然状态下形成的旧的结构体系被逐渐打破和适应于变化的压力环境的新的结构体系逐渐形成的过渡阶段，在这两种体系的交互制约下，出现结构调整复杂化的情况。

3. 结构固化阶段

其出现于变形过程的后期，压力值一般大于 0.4MPa 或 0.8MPa。此时，结构的差异性调整已不明显，结构参数的变化大多趋向于平缓，新的结构要素已基本形成，在压力进一步作用下，新体系的结构要素仅作适当的调整以求得更加巩固的平衡结构。土的宏观变形的进一步发展，主要靠结构要素的整体性变化和部分结构参数的微观调整加以实现。

2.2.2 固结过程中粘性土微结构形态变化规律

所谓固结是指饱和土体或部分饱和土体在应力状态改变时，土体积逐渐压缩，同时，部分水量从土体中排出，外加压力相应地从孔隙水或（气）传递到土骨架上，直到变形达到稳定为止的全过程（黄文熙，1983）。胡瑞林以黄陵扰动黄土和厦门原状软土为范例进行相应的结构试验和分析。固结试验采用单轴双面排水方式，固结压力为 0.1MPa，时间序列设置为 1'，9'，25'，64'，400'，1440'。

根据微结构参数随时间的延长而表现出的变化特征，可将其结构状态调整过程大致分为三个阶段：快速调整阶段、剧烈调整阶段和稳定调整阶段（见图 2.2 (a)~图 2.2 (d)）。

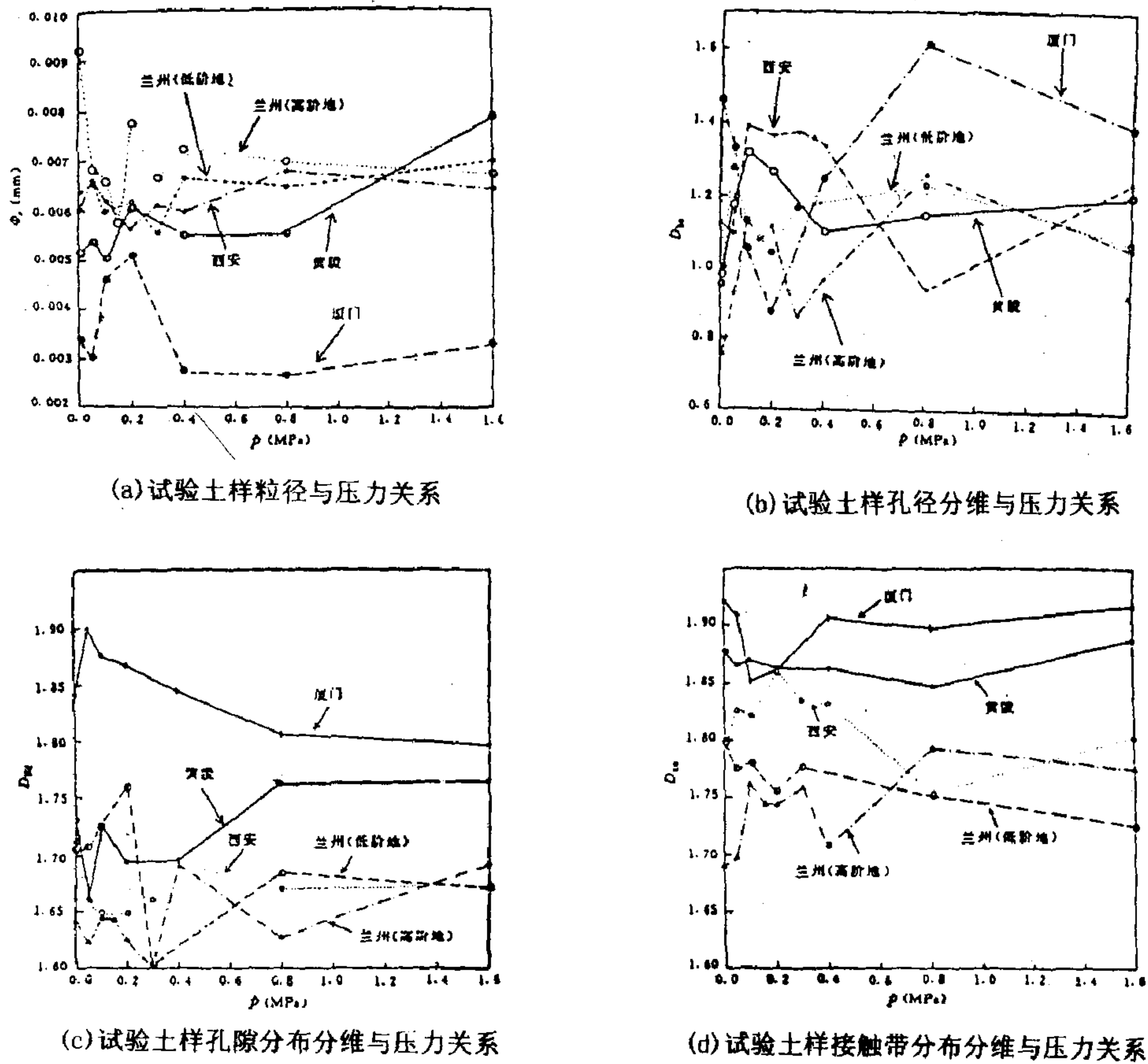


图 2.1 压缩试验中土样微结构要素与压力关系

1.快速调整阶段

快速调整阶段是指加压以后，结构立即调整，其持续时间约 1' ~2'。结构的调整以消除土体内部部分非饱和空间为主，颗粒将发生瞬间崩解或聚合，粒间位移迅速。

2.剧烈调整阶段

随着压缩量的增大，孔隙水作用将增强。孔隙水在抵抗外界压力的同时，将向体外渗透排放。该时期大致出现于 2' ~100' 之间。在该期间内有效应力是不断增大的。在这种应力条件下，颗粒状态的调整方式以聚合和崩解交替出现的形式为主，颗粒之间的位移和转动幅度较大。因此，结构参数的变化曲线表现为大起大落，其趋势为波动幅度逐渐减小。

3.稳定调整阶段

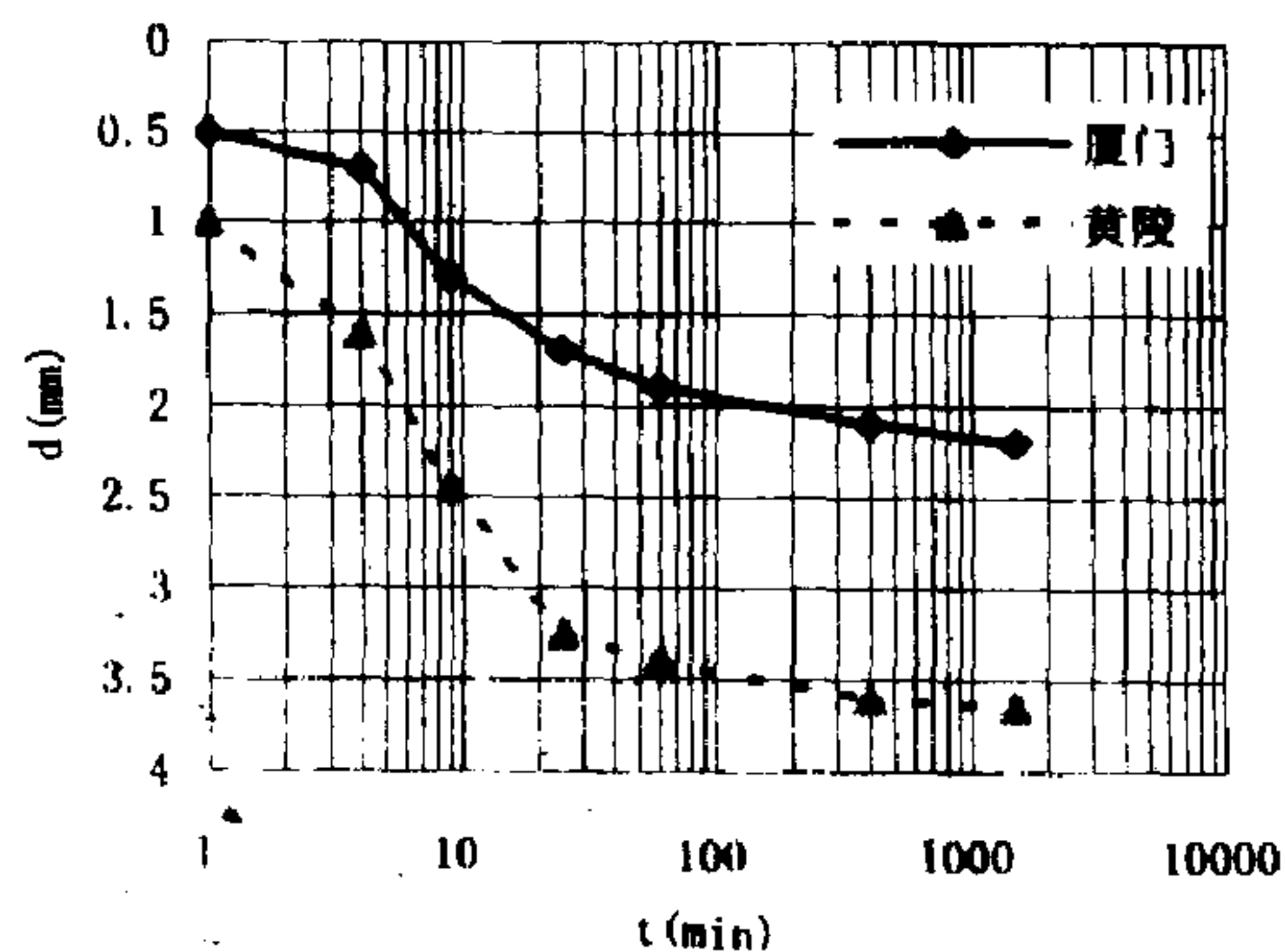
当固结时间超过 60' 以后，结构的调整逐步进入稳定调整阶段。调整速度缓慢，持续时间长，结构参数表现为持续的上升或下降。这主要是因为孔隙水压力消散至尽，有效应力基本达到恒定状态，颗粒之间作用加强，使土体总体结构向垂直于压力的方向进行调整。

综上所述，胡瑞林等所提出的微观变形的第一阶段，实际上是损伤发生的阶段，第二阶段，是损伤发展的阶段，结构发生大幅度的损伤变化，最后，损伤量趋向于一个最大值。

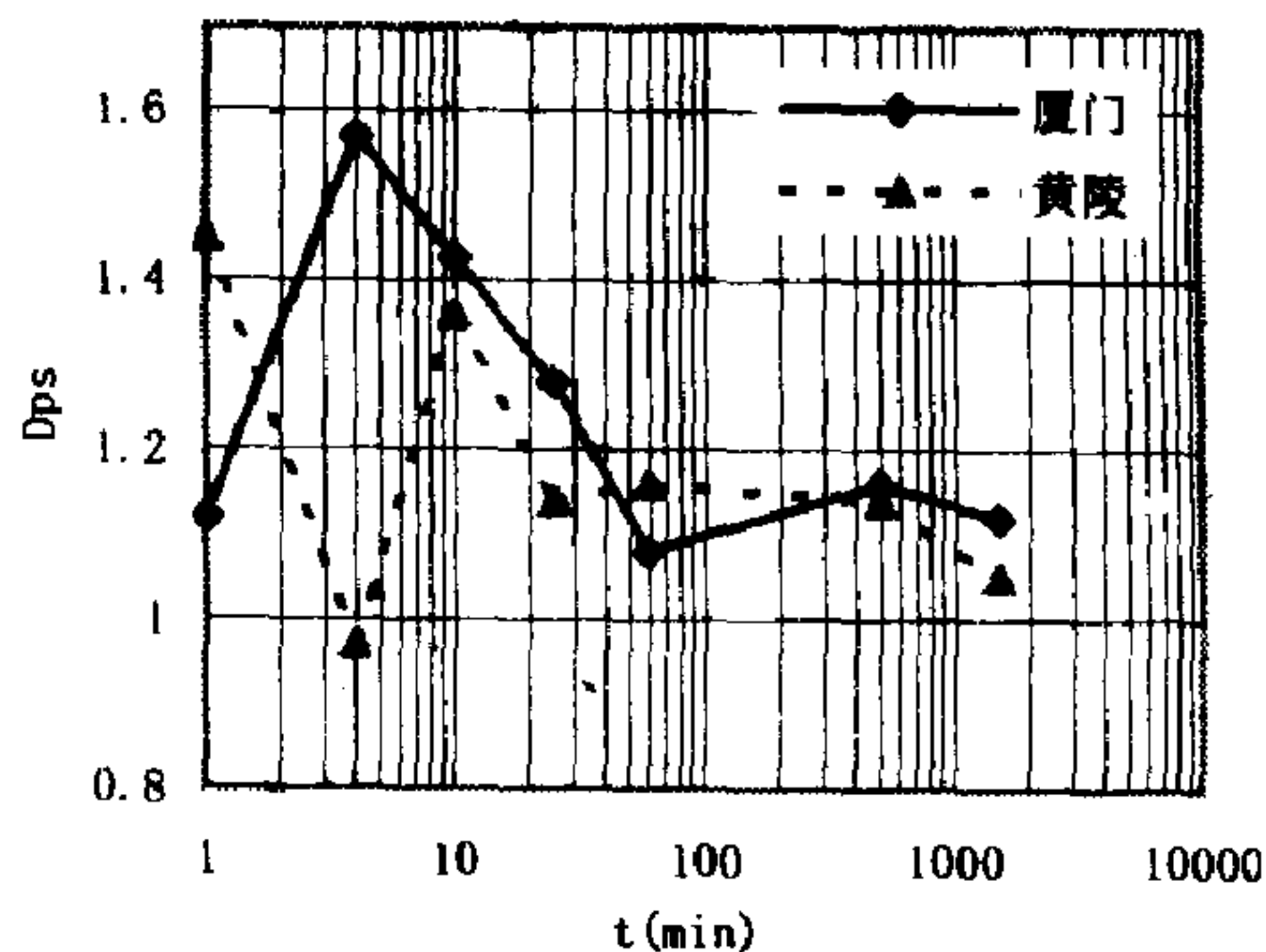
2.3 室内常规试验

采用原状土进行三轴不排水剪切试验和固结试验，土样为淤泥质粘土，试验曲线见图 2.3~图 2.5。

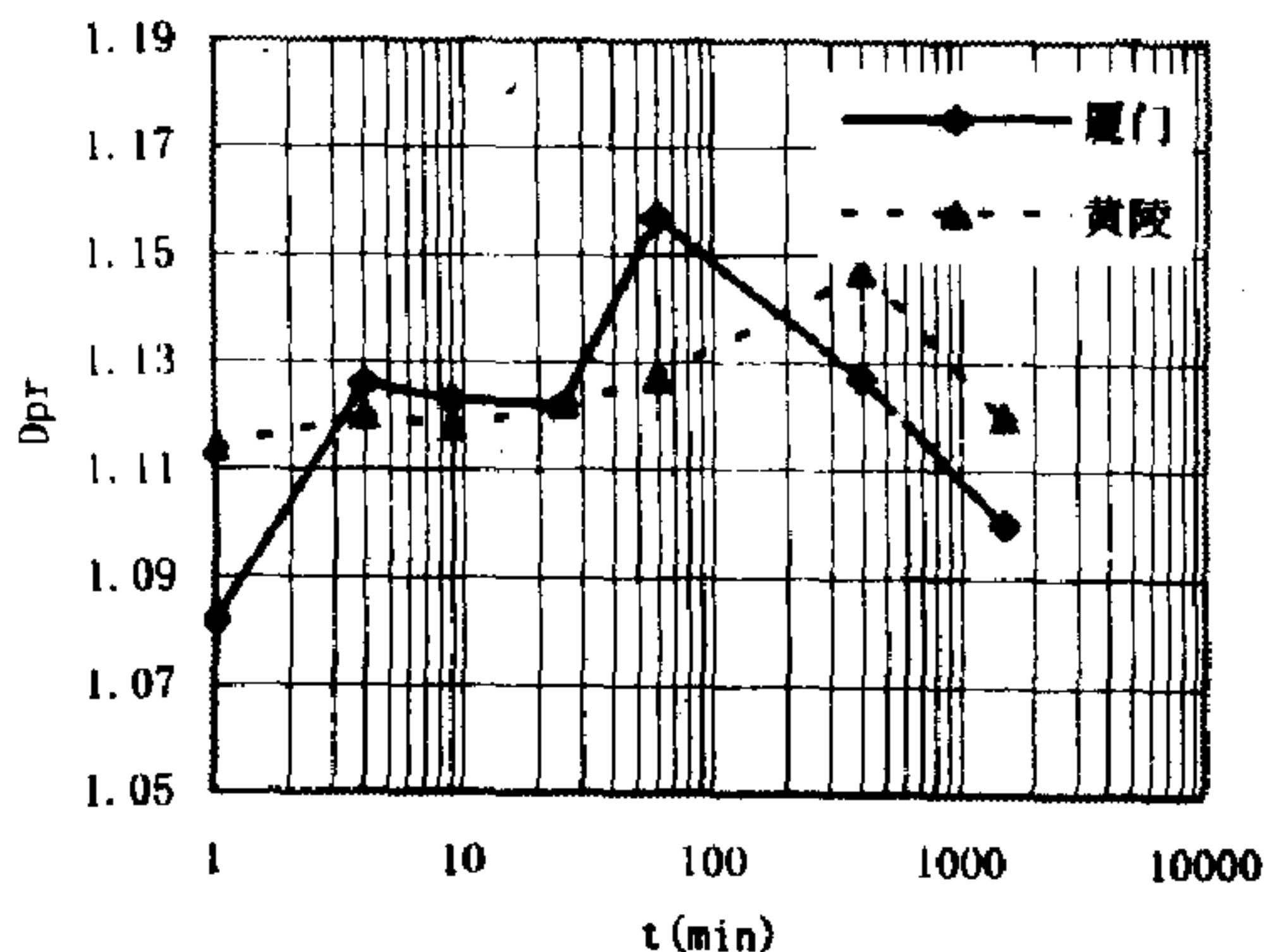
2.3.1 应力-应变曲线



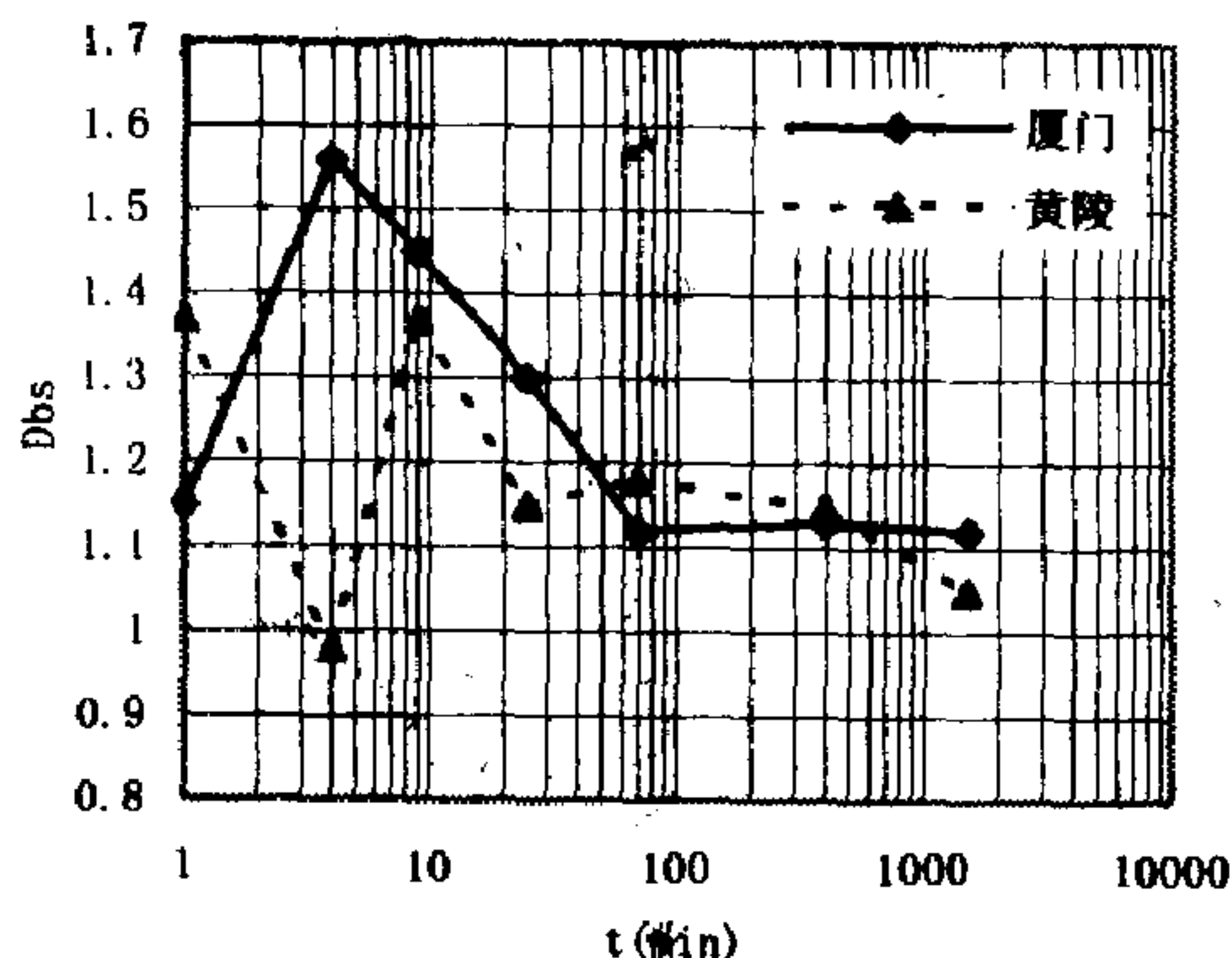
(a) 试验土样固结曲线



(b) 试验土样粒度分维与时间关系



(c) 试验土样颗粒起伏分维与时间关系



(d) 试验土样孔径分维与时间关系

图 2.2 固结试验中土样的变化规律

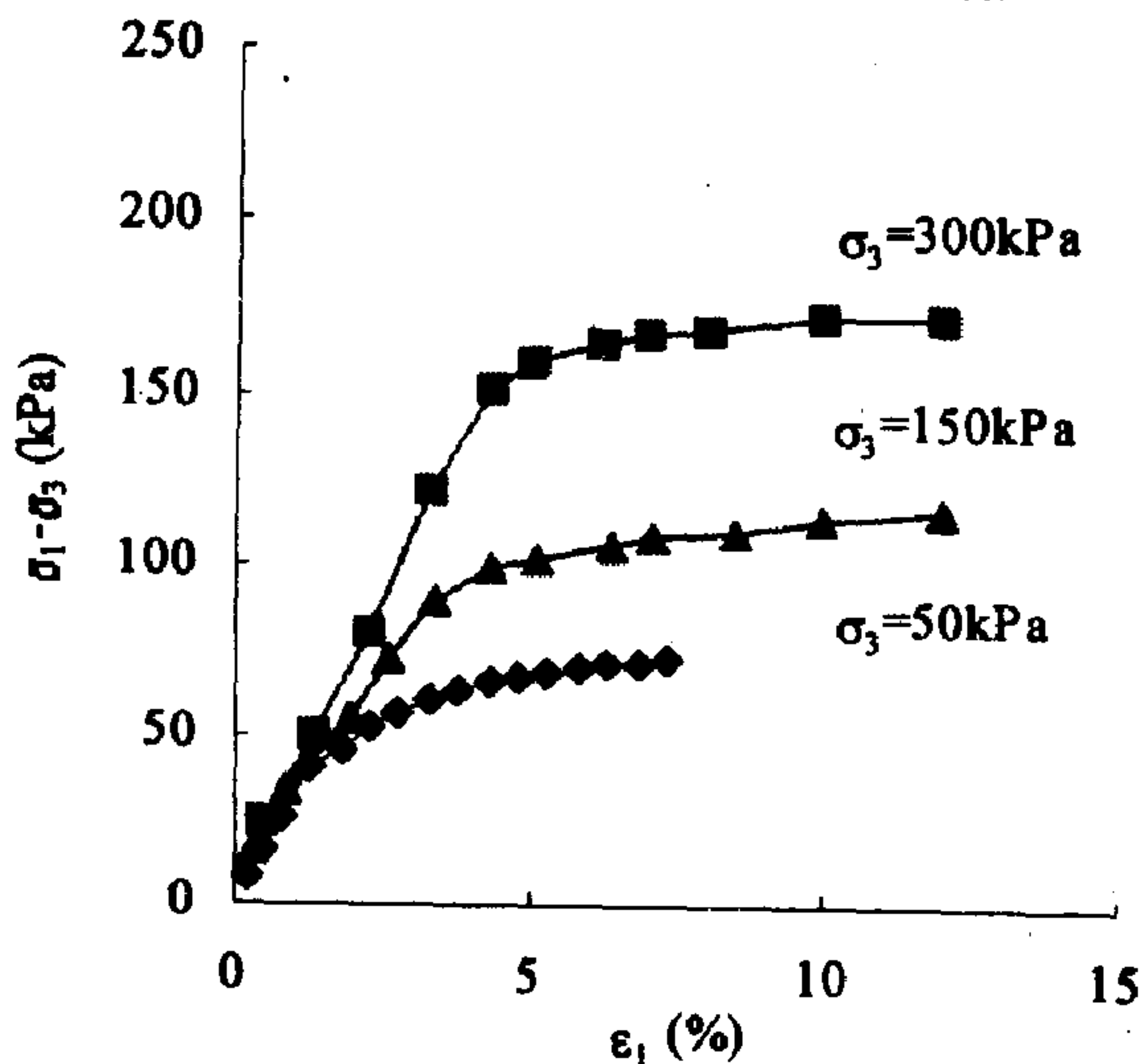


图 2.3 应力与应变关系图

淤泥质粘土的应力—应变呈双曲线关系如图 2.3 所示。从图 2.3 可见，应变随应力的增大而增大，当应力超过一定值时，应变值增大较快，而弹性模量随应变增大不断减小。

2.3.2 孔隙水压力特性

从图 2.4 可见，加荷初期，孔隙水压力增长较快，随着应变增大，孔隙水压力增长较慢，最后，缓慢增大到稳定。

2.3.3 固结特性

淤泥质粘土的单向固结曲线均具有一个明显的拐点，在应力低于先期固结压力 P_c 范围内，曲线平缓，土的压缩指数较小，即压缩性较小；当应力超过先期固结压力时，结构发生损伤，曲线变陡，土的压缩指数增大很快（见图 2.5）。

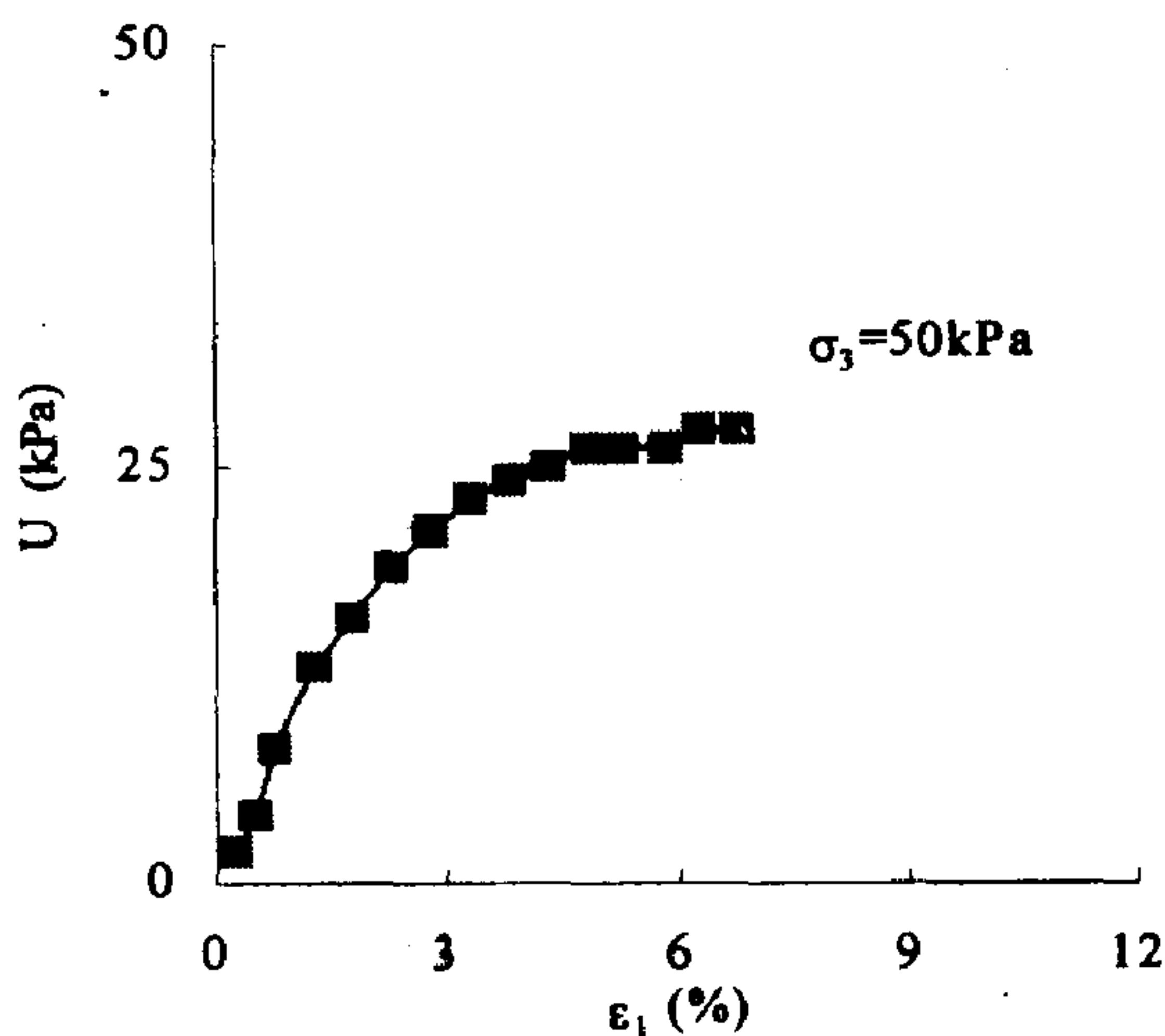


图 2.4 孔隙水压力与应变关系

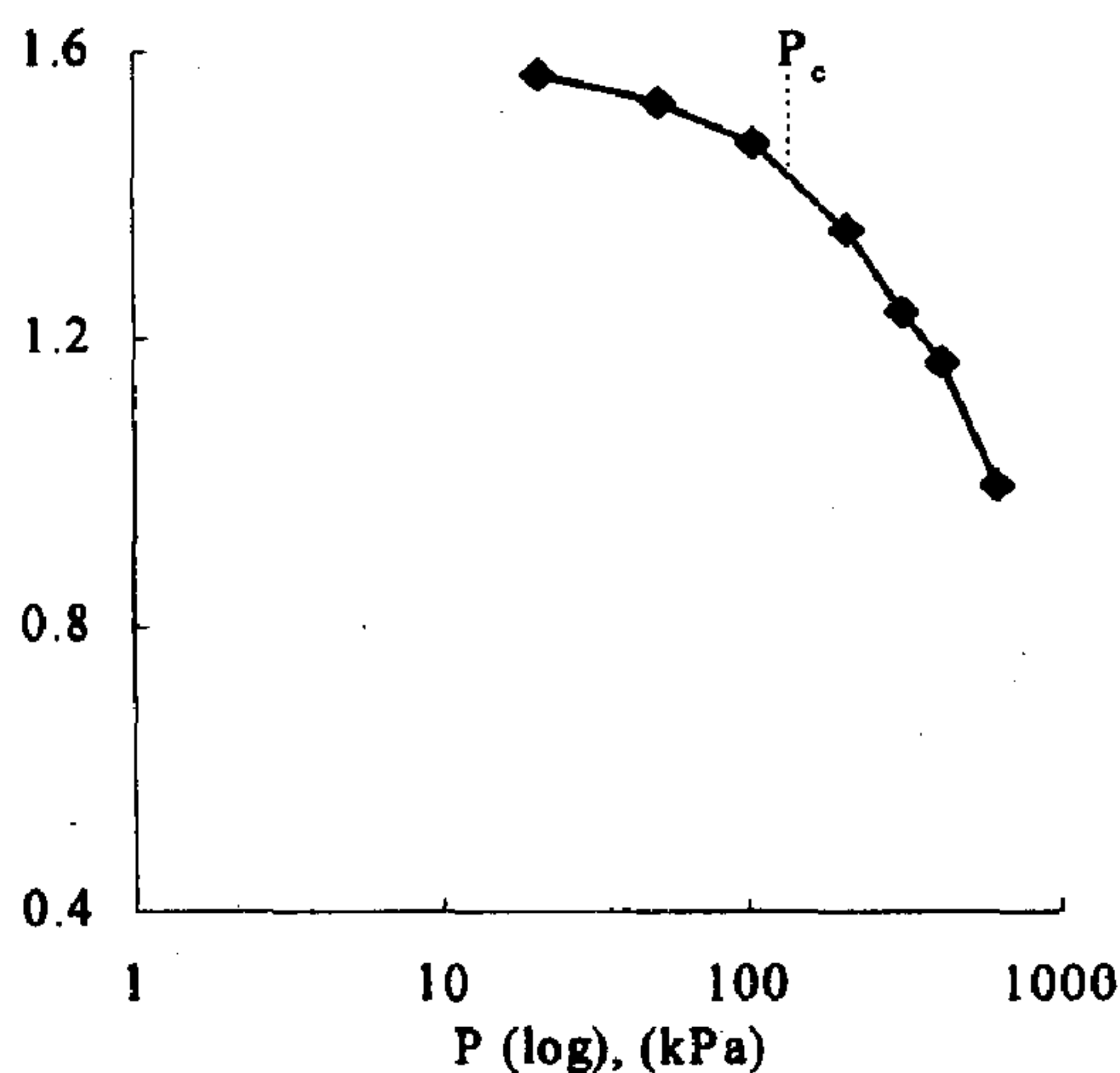


图 2.5 压缩曲线图

2.4 真三轴的试验研究

长期以来，常规三轴试验成为研究土的性质及指标的主要试验手段，包括研究土的各向异性性能。常规三轴的主要缺点是它只能对土体施加两个方向的主应力，从而使土体处于轴对称的应力状态，只能反映轴对称应力状态下的强度和变形规律，而忽略中主应力的影响，不能代表土体在实际三维复杂应力状态下的性能。为弥补常规三轴的缺陷，发展能够独立施加三向不等主应力的真三轴仪。

为探讨软土在复杂应力状态下的强度与变形规律，采用由赵锡宏教授主持研制成功的同济大学真三轴仪（见照片 2.1）进行不排水剪切试验，对软土的强度与变形规律进行详细研究。

2.4.1 真三轴仪及其特性

1986 年同济大学真三轴仪在我国首创研制成功。该仪器为刚柔混合型，主要由压力室、中主应力压力腔、加压系统、排水系统和量测系统组成。压力室由外筒、盖板和底板等组成。外筒为有机玻璃圆筒，盖板和底板为铝合金，放置立方体试样的顶板和底座为有机玻璃。中主应力压力腔由柔性加压囊、刚性框架和盖板组成，如图 2.6 所示。柔性加压囊为中主应力压力腔的主要部分，是由乳胶膜和双层的的确凉布胶合而成的乳胶加筋膜，以保证中主应力均匀地施加于试样（70mm×70mm×70mm 立方体）的表面，垂直于试样面的方向上有足够的变形量，而平行于试样的方向上没有变形。加压系统中，小主应力由空气压缩机提供，大主应力由加压支架通过传压活塞施加，采用等应变速率控制，中主应力由中主应力腔提供，由液压系统控制。三向主应力可独立控制。排水系统可以控制排水与不排水，固结时采用上下双面排水测量排水量，进行不排水试验时，可将排水管连接到孔压传感器，以测量孔隙压力。量测系统是自动采集系统，即通过拉压传感器、孔压传感器、位移传感器由计算机自动采集。工作原理见图 2.7。

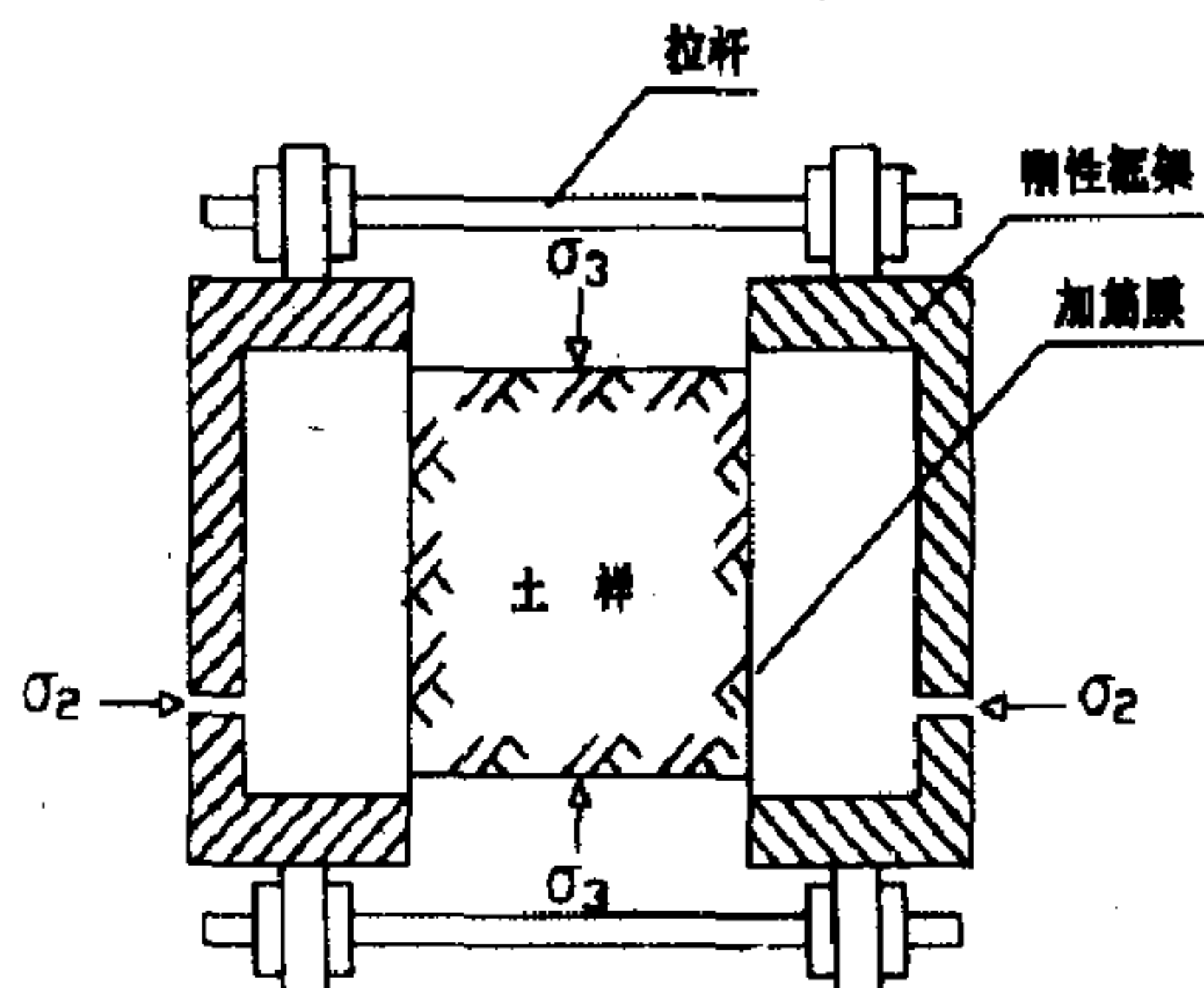


图 2.6 中主应力压力腔

同济大学真三轴仪，结构简单，加工方便，试验操作简易，数据自动采集。仪器能够提供足够的三向应力，小主应力可达 1000kPa，中主应力可达 2000kPa，大主应力可达 3000kPa，最大侧向变形能达试样尺寸的±15%。三向主应力能够独立和均匀地施加于试样的六个面，适合砂土和粘土。

2.4.2 试验土样及制备

试验土样为上海淤泥质粉质粘土，土样取自上海有机溶剂厂，土层埋深为 5—10m，土样直径为 108mm，基本物理力学指标见表 2.1。

表 2.1

试验土样的基本物理力学指标

土样名称	含水量 w (%)	重度 γ (kN/m^3)	孔隙比 e	饱和度 S_r (%)	比重 G	塑性指数 I_p	液性指数 I_L
淤泥质粉质粘土	40.8	17.9	1.162	99	2.73	14.5	1.24

用内壁尺寸为 $70\text{mm} \times 70\text{mm} \times 70\text{mm}$ 的特制方形环刀, 在环刀内壁涂上硅油后, 垂直徐徐切入土样, 并切掉环刀上下两端多余的土, 使土样成为完整的立方体试样, 用推土器从环刀中缓缓推出试样, 六面贴上滤纸, 然后, 套上特制的橡胶膜, 排除试样与橡胶膜间的气泡, 扎紧。最后, 在压力室内固结 24h 左右。

2.4.3 试验方法

本章试验所采用的是真三轴固结不排水试验, 试样固结 24h 左右后, 进行真三轴不排水剪切试验, 剪切采用等应变速率控制, 轴向应变速率为 0.08mm/min 。固结压力取 50kPa , 100kPa 和 150kPa , 在三种固结压力下分别取不同的中主应力比率 b 进行试验。 b 与偏应力与中主应力的关系为 $b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$, 式中, b 为中主应力比率; σ_1 为最大主应力; σ_2 为中主应力; σ_3 为固结压力(最小主应力)。

中主应力比率 b 表明中主应力的相对大小。当三轴压缩 $\sigma_2 = \sigma_3$ 时, b 为 0。每个试验中, 中主应力比率 b 在整个剪切过程中保持不变。

2.4.4 试验结果及分析

图 2.8~图 2.31 为上海淤泥质粉质粘土的各向等压固结的真三轴不排水剪切试验结果。在试验过程中, 试验数据是采用计算机数据采集系统进行连续自动采集, 在整理试验数据时, 根据体积变化进行面积修正。因此, 中主应力比率 b 值在整理时难于达到一个相同值, 例如, 1 组的 b 值等于 0.79, 0.76 和 0.75; 2 组的 b 值等于 0.68 和 0.65; 3 组的 b 值等于 0.58, 0.57 和 0.56; 4 组的 b 值等于 0.28 和 0.27 等等, 为简便阐述起见, 称为“相近值”, 见以下各图。

下面论述本章所研究的软土在三维应力状态下的性质。

2.4.4.1 应力-应变关系

图 2.8~图 2.11 为真三轴试验在不同 b 条件下的应力-应变关系曲线, 试验结果表明:

1. 固结压力 σ_3 一定时, 偏差应力和应变关系曲线的初始斜率随着中主应力比率 b 值的增加而连续增大, 这表明在低应力水平, 中主应力对应力-应变曲线是有影响的, 可用虎克定律作定量解释。

2. 在各相近 b 值时, 曲线的斜率随着固结压力的增加而增大。

3. 在加荷初期, 应变变化较缓, 随着应力增大, 应变变化较快。

2.4.4.2 孔隙压力特性

图 2.12~图 2.14 为孔压与最大主应变关系。试验结果表明, 各向等压固结压力一定时, 孔隙压力随着 b 值增加而增大, 相近 b 值时, 孔隙压力随着固结压力增加而增大。在加荷初期, 孔隙压力增长较快, 随着应变的增大, 孔隙压力增长较缓慢, 最后, 孔隙压力趋于一极限值。

2.4.4.3 主应变间的关系

图 2.15~图 2.20 是中主应变、小主应变与大主应变的关系曲线。小主应变 ε_3 在任意条件下始终是膨胀的, 设为负值, 随着 b 值的增大而降低; 相近 b 值时, 小主应变 ε_3 随着固结压力的增大而增大, 应变关系曲线斜率增大。在小应力阶段, ε_1 - ε_3 关系曲线的斜率较小, ε_3 增大较缓, 随着偏差应力增大, ε_3 增大较快, 关系曲线斜率增大。

中主应力方向在低 b 值时膨胀, 设为负值, 在高 b 值时压缩。固结压力一定时, 在高 b 值范围内, b 值增大, 中主应力方向压缩增加; 在低 b 值范围内, b 值增大, 中主应变膨胀量减小。固结压力越高, 决定中主应力方向压缩的最小 b 值越小。相近 b 值, 固结压

力越大，中主应变膨胀量越小，而很快转为压缩。对于膨胀曲线，加荷初期， ε_2 变化较缓，随着应力增大，变化较快。

$b=0.00$ 时，在不同的固结压力下，中主应变 ε_2 与小主应变 ε_3 不同，证明变形为各向异性的。

2.4.4.4 强度特性

图 2.21、图 2.22 和图 2.23 为应变为 4%、10% 和 15% 时的偏差应力与中主应力比率的关系，结果表明，固结压力一定时，强度随着 b 值增大而增高，当 b 小于 0.6 时，强度增高较缓， b 大于 0.6 时，强度增高很快。相近 b 值时，强度随着固结压力增大而增高。

根据试验资料，可把邓肯-张模型发展为考虑中主应力影响的模型，同时考虑中主应力对强度指标的影响。其表达式如下：

1. 初始切线模量

$$E_t = K_i P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \exp(m_i b) \quad (2.1)$$

2. 切线模量

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin \varphi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 K_p a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \exp(m_i b) \quad (2.2)$$

3. 强度指标

$$\begin{aligned} c &= (A_1 b + B_1) P_a \\ \varphi &= A_2 b + B_2 \end{aligned} \quad (2.3)$$

4. 有效强度指标

$$\begin{aligned} c' &= (A'_1 b + B'_1) P_a \\ \varphi' &= A'_2 b + B'_2 \end{aligned} \quad (2.4)$$

对试验数据进行回归统计，可得 $m_i, A_1, B_1, A_2, B_2, A'_1, B'_1, A'_2, B'_2$ 。这样，可为第三章考虑建立损伤势函数创造有利条件。

2.4.5 初始损伤应力和应变门槛值的确定

在上述的应力-应变曲线中，存在转折点。加荷初期，应变变化较缓，随着应力增大，到达转折点后，应变变化较快，在半对数坐标中尤其明显，见图 2.24~图 2.27。曲线的转折点出现表明损伤的开始，即初始损伤点。固结压力一定时， b 值增大，变化的转折点对应的最大的主应变值减少； b 值相近，固结压力增加，转折点对应的最大主应变值增加。对于上海软土，曲线转折点对应的最大主应变在 4% 以下。

首先确定初始损伤点。将三轴试验结果绘成 $\varepsilon_1 - \lg(\sigma_1 - \sigma_3)$ 曲线，它由一段缓变的曲线和一条陡降直线组成。在缓变的曲线上找出曲率半径最小的点 O ，过 O 点作切线与直线段的延长线交于 C 点，作 $\angle OCB$ 的角平分线 CD ， D 点为初始损伤点，相应的应力和应变称初始损伤应力、应变门槛值（图 2.28）。

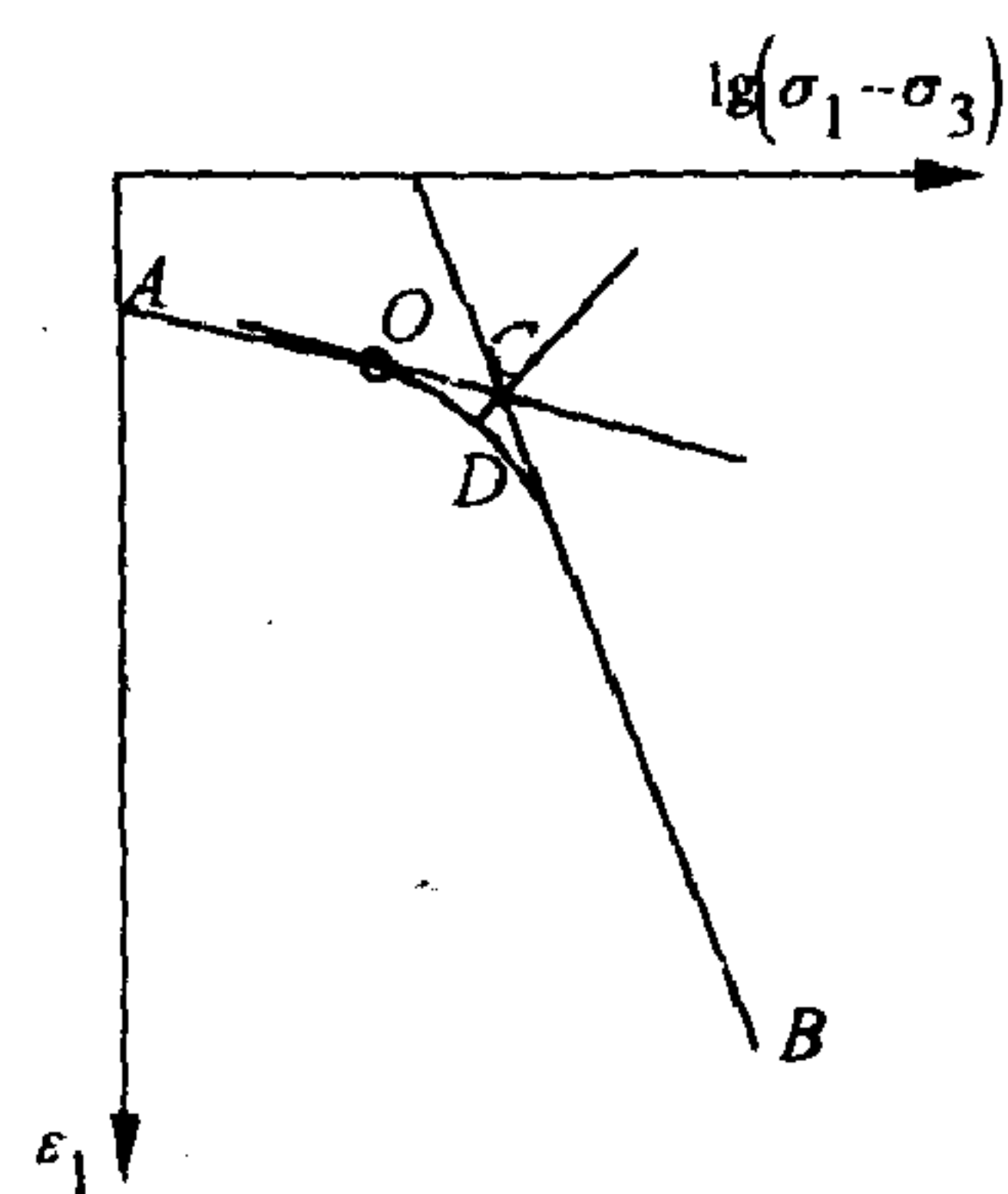


图 2.28 初始损伤点的确定

真三轴试验表明，初始损伤偏差应力门槛值 $(\sigma_1 - \sigma_3)_0$ 与固结压力值 σ_3 和中主应力比 b 有关，初始应变门槛值 $(\varepsilon_1)_0$ 与中主应力比 b 和固结压力 σ_3 有关。

1. 初始损伤偏差应力门槛值 $(\sigma_1 - \sigma_3)_0$ 的确定

初始损伤偏差应力门槛值 $(\sigma_1 - \sigma_3)_0$ 与中主应力比 b 的关系为（图 2.29，图 2.30）