

第 1 章 绪论

1.1 桩基的应用与发展

与浅基础相比，桩基础具有承载力高、沉降小、沉降速率缓慢、更适合机械化施工的特点；桩的长度与设置方法以及桩的工作方式可以有很大变化，很容易适应基础工程的不同要求，因此在土木工程中得到了广泛应用。在深水软基上，它几乎是基础的主要型式。桩基础简称为桩基，而作为基础的桩也称为基桩。桩基础可以是一根单桩，也可以由一组桩组成，后者通常称为桩群；当桩群中桩与桩之间的相互影响不可忽略时，桩群则可称为群桩。

桩基础是一种古老的基础形式。1982年在智利发掘的文化遗址中所见到的桩距今1.2万年~1.4万年，我国的历史文物考古也表明，新石器时代的河姆渡（今浙江余姚），曾采用圆木桩、方木桩和板桩这三种形式木桩组成的桩基础。自有文字记载以来，桩基础在我国古代许多著名的桥梁、塔、殿等建筑物中得到了成功的应用。一百多年来，随着桩材、成桩工艺的发展，桩基工程得到了充分的发展。自1894年发明预制混凝土桩开始，1906年出现了配螺旋筋的混凝土桩，1915年澳大利亚的休姆（Hume）发明了用离心密实混凝土的成型方法，至今桩型已层出不穷。即使不考虑水泥土桩、CFG桩、石灰桩、碎石桩等柔性桩，传统的桩也已形成了一个桩型体系（见图1-1-1）。

桩有多种功能，一是承受轴向荷载的抗压功能，二是承受轴向荷载的抗拔功能，三是承受水平荷载（弯矩）的抗弯功能，四是承受上述两种荷载叠加产生的组合作用。20世纪50年代以前，桩基主要起抗压作用，作用在建筑物上的水平力一般由斜桩来承受，直桩不考虑承受水平力的作用。实际上直桩也是有一定水平承载能力的，20世纪50年代之后采用了灌注桩，因多为竖直桩，考虑桩的水平承载力已势在必行。此外，大直径的灌注桩、钢筋混凝土大管桩和钢管桩的抗弯刚度大，本身具有较大的水平承载能力，因此由全直桩组成的码头等建筑物也逐步修建起来。近几十年来，随着开敞式码头、跨海大桥、海洋石油平台的建设，波浪荷载成为建筑物的一项重要水平设计荷载，波浪荷载的循环作用和动力作用也对桩的设计计算提出了更高的要求。对于巨大的水平荷载，也出现了柔性靠船桩（或簇桩）等结构，充分利用钢管桩的水平位移来吸收水平荷载产生

的巨大能量。在滑坡防治工程中，国内外也广泛采用抗滑桩，利用抗滑桩来抵抗横向力作用，取得了良好的工程效果。

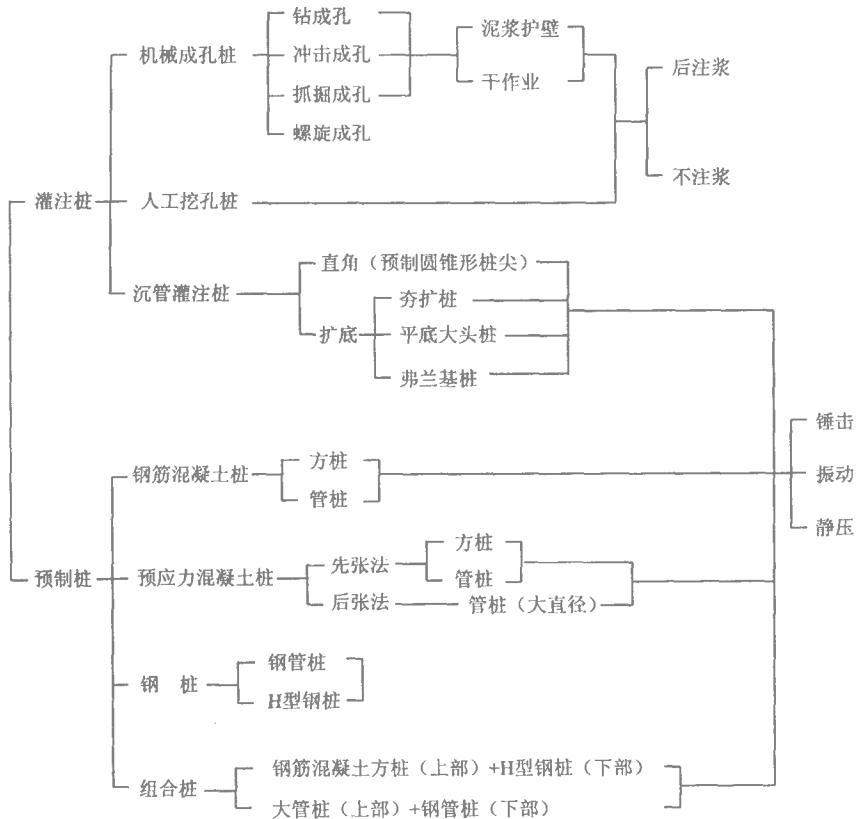


图 1-1-1 我国传统的桩型体系

水平承载桩主要承受水平力或力矩，工程实践中常遇到的水平承载桩如图 1-1-2 所示。图 1-1-2(a) 为仅承受水平力的桩，如承受系在地面处缆索的水平力的锚桩；图 1-1-2(b) 为同时承受水平力和力矩的桩；图 1-1-2(c) 为承受水平力且在地面处固定不转动的桩；图 1-1-2(d) 为向上伸展且成为柔性上部结构一部分的桩。在这几种典型情况中，桩还可能承受竖向荷载。

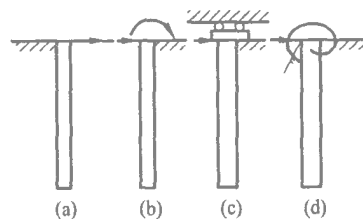


图 1-1-2 典型的水平承载桩

水平承载桩的应用日益广泛,但水平荷载作用下桩和桩基设计计算还有不少问题尚未解决。进行现场荷载试验确定水平承载桩的承载力、水平地基系数、桩顶水平位移和桩身内力是最为可靠的方法。但试桩不仅耗时费力,而且费用昂贵,尤其是桩群的试验更为困难。因此有必要对水平承载桩的计算方法进行研究,以满足实际工程的需要。为使计算结果更为可靠,计算中往往仍需要通过试验取得必要的计算参数。

1.2 水平承载桩计算方法的发展与现状

水平承载桩的应用促进了水平力作用下桩和桩基的研究,而研究的成果又进一步推进了水平承载桩的发展。水平承载桩的计算方法根据地基的不同状态分为极限地基反力法、弹性理论法(包含弹性地基反力法)、弹塑性地基反力法;根据得到的途径可分为经验法、理论法,理论法又可分为解析法、半解析法、数值分析法等。

雷斯(Rase)(1936)^[1]首先假定桩侧土地基反力为线性分布,根据作用在桩上的外力及其平衡条件求解桩的水平抗力,此即为极限地基反力法。冈部(1951)^[2]、布罗姆斯(Broms,1964、1965)^[3,4,5]、斯奈特科(Snitko)^[6]相继提出了不同的地基反力线性分布形式。物部(1952)^[7]和恩格尔则提出了地基反力假定为2次曲线分布的极限地基反力法。《日本港湾构造物设计标准》(1968)^[8]则假定地基反力为任意分布(部分近似为直线),提出挠度曲线法。

上述方法适用于刚性桩的计算,对于实际工程中应用较多的弹性桩并不合适。将桩作为竖放在弹性地基上的梁按文克尔(E. Winkler)假设进行求解是最早提出、也是研究最多的方法。中国学者张有龄(1937)^[9]假定水平地基系数沿深度为常数,求出了弹性长桩内力和位移分析的解析解,通常称为常数法,也有称为张氏法或C法。该法曾流行过一段时间,但假设的条件不够合理,现逐渐不用。Д. В. 安盖尔斯基 1937 提出 K 法 假定地面处水平地基系数为零 沿深度逐渐增大(增大的规律未给出,一般按凹形抛物线考虑),到桩身第一弹性零点处增大到 K,再往下则为常数。该法也曾在我国广泛应用,目前也因其存在不足而逐渐不用。K. C. 西林(1962)提出了水平地基系数由地面处为零沿深度线性增加的 m 法,是目前应用较广的方法。久保(1964)^[10]假定水平地基系数随深度的 0.5 次方(呈凸抛物线形)增加,1974 年我国交通部组织的钻孔桩研究协作组^[11]根据桩基实测结果分析 推荐采用该法 称为 C 值法,但此法未得到推广。横山幸满(1977)^[12]和王伯惠(1978)^[13]分别给出了水平荷载下基桩挠曲微分方程的通解,可以考虑水平地基系数随深度变化的指数为任意数值的情况。吴恒立

(2000)^[14]提出综合刚度原理和双参数法,将水平地基系数随深度变化的指数也作为待定参数,通过两个待定系数的调整使计算结果更好地符合实际情况。

对于非线性地基,采用文克尔地基难以正确表达。日本港湾研究所的久保(1964)和林一宫(1963)假设土抗力与水平位移的 0.5 次方成正比提出了分别适用于 S 型地基和 C 型地基的计算方法,统称为港研法^[8]。马特洛克 Matlock)(1970)^[15]与里斯-考克斯(Reese-cox)等人(1974)^[16]在试验和麦克莱伦特(Moclelland)的研究基础上,提出了根据土工指标求得桩的实际应力-应变关系的 $P-Y$ 曲线法。此法目前已成为流行的计算方法。作者(1999)^[17]根据国内众多的现场试桩资料进一步完善了 $P-Y$ 曲线的土抗力分布形式,采用相似理论的计算方法提出了 NL 法,该法已纳入《港口工程桩基规范》(JTJ250-98)局部修订^[18],在本书第三章给予介绍。

水平荷载作用下群桩的工作性状与单桩有较大不同,其计算方法的研究也较多。波洛斯(Poulos)^[19]利用弹性理论的明德林解来求得群桩中各桩的相互影响系数。福奇特(Focht)^[20]将 $P-Y$ 曲线与弹性理论结合起来,利用 $P-Y$ 曲线法计算单桩的水平位移来考虑桩土体系荷载位移关系的非线性性质,利用弹性理论考虑群桩中各桩的相互作用。布朗(Brown D. A)^[21]和杨克己^[22]则用 $P-Y$ 曲线折减系数法考虑群桩效应的影响。采用群桩效率法考虑群桩效应的研究也比较多。玉置修(1971)^[23]、宫本^[24]、明纳斯基(Znamensky)^[25]、刘金砺(1990)^[26]等分别提出了效率系数的计算方法。作者(1984、1986)^[27,28]利用极限平衡条件推求出水平承载力的群桩效率,2000年又提出了利用水平地基系数的折减系数计算群桩的地基系数折减法^[29,30],该法也已纳入《港口工程桩基规范》局部修订,本书第五章给予介绍。

关于成层土中的水平承载桩,早在 20 世纪 60 年代戴维逊(Davisson)和基尔(Gill)^[31]就采用模拟计算机做了探讨。鲍尔斯(Bowles,1974)^[32]给出了多层地基水平承载桩的有限单元解。竹下淳(1969)^[33]和王伯惠(1978)^[13]各自采用幂级数求解联立方程,给出了多层地基水平承载桩内力和位移计算的解析解。此外,波洛斯(1980)^[19]、皮斯(Pise,1982、1983、1984)^[34,35,36]、周铭(1982)^[37]、宰金璋(1987)^[38]、鲁子爱(1988)^[39]和赵明华(1986、1994)^[40,41]都分别进行了较深入的探讨。但为了工程实用方便,我国现行行业标准^[42,43,44]均采用地基系数换算法,即将多层地基的地基系数(或比例系数)换算成一个相当于均质土层时的地基系数(或比例系数),但其计算误差较大。

水平承载桩同时承受竖向荷载(或直桩承受倾斜荷载)时,作用较为复杂。早在 20 世纪 70 年代横山幸满(1977)^[12]就给出了地基系数为常数时基桩在倾斜荷载作用下的解答。范文田(1986)^[45]在上述解答的基础上,进行了理论分

状的进一步探索。在对水平承载桩进行深入的计算前，用此法已有的参数解做初步分析，可由参数解较方便地查得桩的尺寸、刚度和土的压缩性等因素对水平承载桩的影响。另一种情况是采用文克尔地基模型，把桩周土离散为一个个单独作用的弹簧，然后根据弹性地基上梁的挠曲微分方程求解桩的位移和内力，一般又称为弹性地基反力法，以区别于前一种由波洛斯提出的弹性理论法。虽然弹性地基反力法把地基视为非连续介质，而且假定水平地基反力系数（简称为水平地基系数）在整个位移过程中均为常数，与实际情况不相符合。但从工程实际应用来看，只要选取合适的水平地基系数，可以得到接近实际的桩性状。因此，弹性地基反力法是目前较为广泛应用的一种计算水平承载桩的方法，它又可分为线弹性地基反力法和非线弹性地基反力法，前者只适用于水平位移较小的桩的计算。

第三类是复合地基反力法，又称为弹塑性分析法，适用于桩侧土体上部为塑性区、下部为弹性区的情况。在塑性区采用极限地基反力法，在弹性区采用弹性地基反力法。根据弹性区和塑性区边界上的连续条件求桩的水平抗力。目前流行的 $P-Y$ 曲线法就是该法的一种，它可以用于大位移水平承载桩的非线性分析。

由于桩土相互作用的复杂性，具体求解水平承载桩时采用了多种多样的方法。解析法是最常用的求解方法，通过数学运算求得解析解。但为了得到解析解，往往需要作出许多与实际情况不尽符合的假设，而且有时计算十分复杂，在使用上受到局限。此外，不少情况下还无法用解析法求得结果。因此随着计算技术和微机的发展，数值计算方法也得到了发展。数值计算方法灵活方便，可考虑比较复杂的情况，且计算精度可任意控制，日益为工程界所接受。数值计算方法也很多，但用得较多的是有限差分法和有限单元法。有限差分法是将桩分成若干单元，用差分式代替桩身挠曲微分方程中的导数式，它属于数学上的近似。有限单元法也是将桩划分为具有若干单元的离散体，然后根据力的平衡和位移协调条件解得桩的各部分内力和位移，它属于物理上的近似。如果划分的单元越多，所得的结果也就越精确。但有限单元法要求桩的刚度确定准确，否则也就失去了应用价值。近些年来，将有限单元法与其他数值方法相结合的联合解法（例如有限元与边界元的结合），有限元与解析法或半解析法的结合以及通过调整各土层的物理参数来近似考虑地基非线性的有限元——有限层方法等，也引起了许多研究者和工程师的兴趣。

从理论上讲，有限单元法等数值计算方法能考虑影响桩基工作性能的众多因素，解决桩基计算中的一系列问题。但从桩基设计的实际需要来看，工程技术人员一般更喜欢采用简便而又可行的计算方法，包括经验法和半解析法。从这个角度而言，近似理论和计算方法的研究和完善，也应给予充分的重视。

第 2 章 水平承载单桩的工作性状和计算

2.1 水平承载单桩的工作性状

2.1.1 斜桩、叉桩、竖直桩在水平荷载作用下的工作特点

过去在设计高桩码头等港口水工建筑物时，水平力一般由斜桩或叉桩承受，直桩只考虑用来承受垂直力。随着码头吨位的增大和向外海的发展，加上地震力的考虑，水平力和桩长越来越大，要求直桩承受一定的水平力。事实上，只要直桩有一定的入土深度，保证地基土对桩产生一定的弹性抗力和嵌固作用，直桩也能够承受一定的水平力。国内外已建成了一批全部采用直桩的码头，水平力全部由直桩承受。

铁路和公路部门也是如此。随着桥梁跨度的加大，作用在桥梁桩基上的荷载也越来越大，要求人们采用直径较大的桩去代替过去的小直径桩。但大直径斜桩的施工技术和施工机具都存在困难，也迫切要求人们研究水平荷载作用下的直桩工作性能。

直桩、斜桩、叉桩在承受水平力时具有不同的工作特点。

(1) 直桩对水平荷载的抵抗力只是垂直桩轴方向上的阻力，轴向阻力不起作用，此时也可将抵抗水平荷载的阻力称为桩的横向阻力〔图 2-1-1(a)〕。本章主要介绍直桩在水平荷载作用下的性状和计算。

(2) 斜桩承受水平力时，承载力分为垂直桩轴方向和轴向两部分。两个方向上分担的阻力之比取决于桩的倾斜角。根据桩轴与水平力作用线之间的关系，斜桩又可分为正斜桩和反斜桩两种〔图 2-1-1(b)〕。前苏联在砂土中进行的试验表明，正斜桩的水平承载力最大，直桩次之，反斜桩最小〔图 2-1-2〕^[57]，我国交通部公路科研所和东南大学在镇江进行的原型试验以及作者在亚粘土中进行的模型试验得到了类似的结果。由于对斜桩水平承载力的研究还远远不够，目前当桩的斜度 $n:1$ 等于或大于 $5:1$ 时，一般近似按直桩计算。

(3) 叉桩由两根以上桩轴方向不同的桩组合而成，其最简单的形式如图 2-1-1(c) 所示。日本后藤尚男的试验表明，当桩轴与铅垂线的夹角从零增加到

45°时，叉桩中的桩从受弯作用逐步过渡到轴向拉、压作用^[58]。一般情况下，叉桩所受的水平力大部分由桩的轴向力承担，确定桩的水平承载力时，忽略垂直桩轴方向的阻力，只考虑轴向承载力。

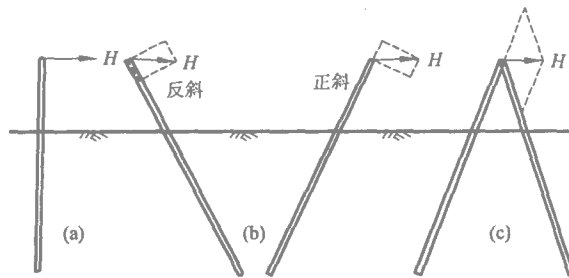


图 2-1-1 承受水平力的桩

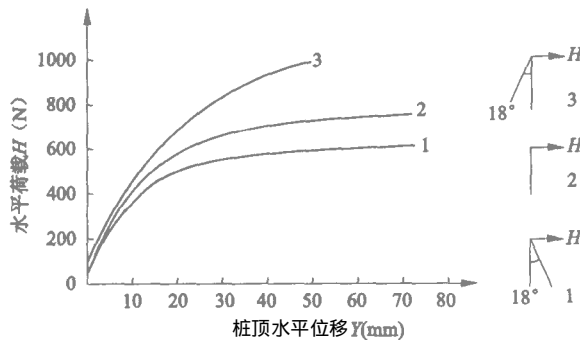


图 2-1-2 斜桩与直桩的荷载 - 位移曲线比较

2.1.2 水平荷载作用下单桩的工作性状

1. 荷载 - 位移关系

从试验实测到的结果分析，单桩从承担水平荷载开始到破坏，一般可认为是三个阶段（图 2-1-3）：

(1) 第一阶段为直线变形阶段。桩在一定的水平荷载范围内，经受任一级水平荷载的反复作用时，桩身变位逐渐趋于某一稳定值；卸荷后，变形大部分可以恢复，桩土处于弹性状态。对应于该阶段终点的荷载称为临界荷载，记作 H_{cr} 。

(2) 第二阶段为弹性变形阶段。当水平荷载超过临界荷载 H_{cr} 后，在相同的增量荷载条件下，桩的水平位移增量比前一级明显增大；而且在同一级荷载

下，桩的水平位移随着加荷循环次数的增加而逐渐增大，而每次循环引起的位移增量仍呈减小的趋势。对应于该阶段终点的荷载称为极限荷载，记作 H_u 。

(3) 第三阶段为破坏阶段。当水平荷载大于极限荷载后，桩的水平位移和位移曲线曲率突然增大，连续加荷情况或同一级荷载的每次循环都使位移增量加大。同时桩周土出现裂缝，明显破坏。

实际上，由于土的非线性，即使在水平荷载较小、水平位移不大的情况下，第一阶段也不完全是直线。对于水平承载力分别由桩身强度控制的桩和由地基强度控制的桩，桩的荷载 - 位移曲线也存在差别。前者达极限荷载后，桩顶水平位移很快增大，在荷载 - 位移曲线上有明显拐点。后者由于土体受桩的挤压逐步进入塑性状态，在出现被动破裂面之前，塑性区是逐步发展的，因此荷载 - 位移曲线上拐点一般不明显。

2. 刚性桩和弹性桩

入土深度、桩身和地基刚度不同，桩在水平力作用下的工作性状也不相同，通常分为下列两种情况：

(1) 桩径较大、桩的入土深度较小、土质较差时，桩的抗弯刚度大大超过地基刚度，桩的相对刚度较大。在水平力的作用下，桩身如刚体一样围绕桩轴上某点转动 [图 2-1-4(a)]；若桩顶嵌固，桩与桩台将呈刚体平移 [图 2-1-4(a')]。此时可将桩视为刚性桩，其水平承载力一般由桩侧土的强度控制。当桩径大时，同时要考虑桩底土偏心受压时的承载力。

(2) 桩径较小、桩的入土深度较大、地基较密实时，桩的抗弯刚度与地基刚度相比，一般柔性较大，桩的相对刚度较小，桩犹如竖放在地基中的弹性地基梁一样工作。在水平荷载及两侧土压力的作用下，桩的变形呈波状曲线，并沿着桩长向深处逐渐消失 [图 2-1-4(b)]；若桩顶嵌固，位移情况与桩顶自由时类

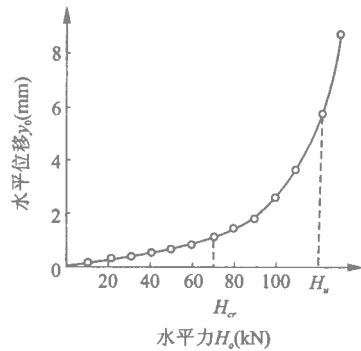


图 2-1-3 水平力 - 位移曲线

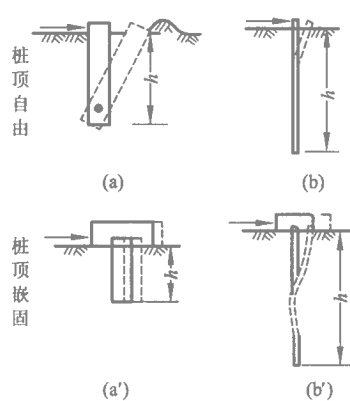


图 2-1-4 桩身变形和位移

似，但桩顶端部轴线保持竖直，桩与承台也呈刚性平移 [图 2-1-4(b')]。此时将桩视为弹性桩，其水平承载力由桩身材料的抗弯强度和侧向土抗力所控制。根据桩底边界条件的不同，弹性桩又有中长桩和长桩之分。中长桩的计算与桩底的支承情况有密切关系；长桩有足够的入土深度，桩底均按固定端考虑，其计算与桩底的支承情况无关。

2.1.3 桩的相对刚度

桩的相对刚度的直接反映桩的刚性特征与土的刚性特征之间的相对关系，它又间接地反映着土反力模量 E_s 随深度变化的性质。桩的相对刚度的引入给桩的计算带来了很大方便。以我国工程部门普遍采用的 m 法为例 水平地基系数随深度线性增加，桩的相对刚度系数 T 为

$$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{mb_0}} \quad (2-1-1)$$

式中： m ——水平地基系数随深度增长的比例系数 (N/cm^4)；

$E、I$ ——桩的弹性模量 (N/cm^2) 和截面惯性矩 (cm^4)；

b_0 ——考虑桩周土空间受力的计算宽度 (cm)。

刚性桩还是弹性桩，可以根据桩的相对刚度系数 T 与入土深度 L_i 的关系来划分，各个国家和各个部门的划分方法不尽相同。表 2-1-1 是我国《港口工程桩基规范》的规定。我国铁路和公路部门^[59]规定，自地面或冲刷线算起的实际埋置深度 $h \leq 2.5T$ 时为刚性桩， $h > 2.5T$ 时为弹性桩。

表 2-1-1 弹性长桩、中长桩和刚性桩划分标准

桩类 计算方法	弹性长桩	弹性桩(中长桩)	刚性桩
m 法	$L_i \geq 4T$	$4T > L_i \geq 2.5T$	$L_i < 2.5T$

注 表中 L_i 为桩的入土深度。

2.2 水平荷载下弹性桩的计算

2.2.1 基桩的挠曲微分方程

假定竖直桩全部埋入土中，在断面主平面内，地表面桩顶处作用垂直桩轴线

的水平力 H_0 和外力矩 M_0 。选坐标原点和坐标轴方向，规定图示方向为 H_0 和 M_0 的正方向 [图 2-2-1(a)] 在桩上取微段 dx ，规定图示方向为弯矩 M 和剪力 Q 的正方向 [图 2-2-1(b)]。通过分析，导得挠曲微分方程为：

$$\left. \begin{aligned} EI \frac{d^4 y}{dx^4} + b_0 p(x, y) &= 0 \\ p(x, y) &= m(x_0 + x)^i y^n = k(x) y^n \end{aligned} \right\} \quad (2-2-1)$$

式中 $p(x, y)$ ——单位面积上的桩侧土抗力；

y ——水平变位；

x ——地面以下深度；

b_0 ——桩的计算宽度；

x_0, m, i, n ——待定常数或指数。

无论地基是弹性的还是非弹性的，上述挠曲微分方程式总能成立。

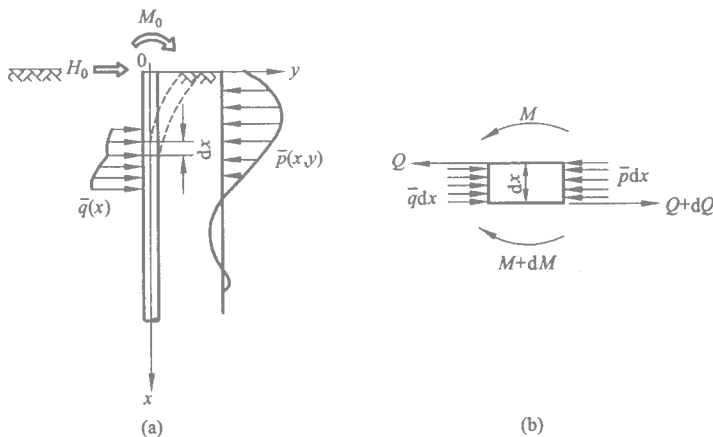


图 2-2-1 土中部分桩的坐标系与力的正方向

2.2.2 线弹性地基反力法

线弹性地基反力法的通解

当式 (2-2-1) 中的 $n=1$ 时 属于线弹性地基 此时可通过符号变换 将式 (2-2-1) 简化为：

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + mb_0 x^i y = 0 \quad (2-2-2)$$

设微分方程 (2-2-2) 的解为：

$$y = f(x) \quad (2-2-3)$$

将上式展开为麦克-劳林级数：

$$\begin{aligned}
 y &= f(x) \\
 &= f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f^{(3)}(0)}{3!}x^3 + \frac{f^{(4)}(0)}{4!}x^4 + \cdots + \frac{f^{(r)}(0)}{r!}x^r + \cdots
 \end{aligned} \quad (2-2-4)$$

由材料力学可知：

$$\left. \begin{aligned}
 f'(x) &= \frac{dy}{dx} = \varphi_x & f''(x) &= \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M_x}{EI} \\
 f^{(3)}(x) &= \frac{d^3y}{dx^3} = \frac{Q_x}{EI} & f^{(4)}(x) &= \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{q_x}{EI}
 \end{aligned} \right\} \quad (2-2-5)$$

故

$$\left. \begin{aligned}
 f'(0) &= \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = \varphi_0 & f''(0) &= \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0} = \frac{M_0}{EI} \\
 f^{(3)}(0) &= \frac{d^3y}{dx^3} \Big|_{x=0} = \frac{Q_0}{EI} & f^{(4)}(0) &= \frac{d^4y}{dx^4} \Big|_{x=0} = \frac{q_0}{EI}
 \end{aligned} \right\} \quad (2-2-6)$$

将式 2-2-6) 代入式 2-2-4) 并进一步推导 (详见参考文献 [13]) 得到式 2-2-2) 的通解：

$$\left. \begin{aligned}
 y &= A_1 y_0 + B_1 \frac{\varphi_0}{\alpha} + C_1 \frac{M_0}{\alpha^2 EI} + D_1 \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \\
 \varphi &= A_2 \alpha y_0 + B_2 \varphi_0 + C_2 \frac{M_0}{\alpha EI} + D_2 \frac{Q_0}{\alpha^2 EI} \\
 M &= A_3 \alpha^2 EI y_0 + B_3 \alpha EI \varphi_0 + C_3 M_0 + D_3 \frac{Q_0}{\alpha} \\
 Q &= A_4 \alpha^3 EI y_0 + B_4 \alpha^2 EI \varphi_0 + C_4 \alpha M_0 + D_4 Q_0
 \end{aligned} \right\} \quad (2-2-7)$$

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{b_0 m}{EI}}$$

式中 y_0, φ_0, M_0, Q_0 分别为桩身泥面处的位移、转角、弯矩和剪力，系数 $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2, A_3, B_3, C_3, D_3, A_4, B_4, C_4, D_4$ 是无因次长度 αx 的函数，以级数形式给出，详见文献 [13]。有了通解，就可以明了，现行的一些常用方法仅是基桩挠曲方程 2-2-2) 的特解，但根据所取参数多少又分为单参数法和双参数法。

2. 单参数法

将式 2-2-2) 中的 i 取为某一值 此时 $K(x)$ 中仅有一个待定参数 m 由此求解的方法为单参数法。当 i 取为不同值时，分别形成了常数法 [图 2-2-2(a)]、 m 法 [图 2-2-2(b)]、 K 法 [图 2-2-2(c)]、 C 值法 [图 2-2-2(d)]。

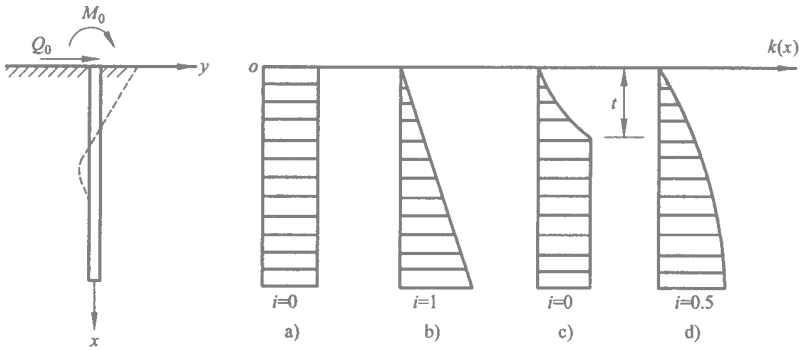


图 2-2-2 单参数法

上述 $K(x)$ 变化的规律可以分为两类。常数法为一类，其水平地基系数沿深度不变，所以适用于超固结粘性土和表面密实的砂土。 m 法、 K 法和 C 值法为另一类，其水平地基系数沿深度而增加，适用于正常固结的粘土和一般的砂性土。从理论上很难说明这三种方法中哪一种更为合理。分析水平地基系数沿深度变化的这三种规律，尽管它们采用的指数 i 不相同，但在地面以下 3~5 倍桩径范围内的变化彼此相当接近，算得的结果也相差不多。根据试验和计算的结果分析，一般认为对计算桩的水平位移 K 法最小， m 法和 C 值法依次增大。计算桩在土中的最大弯矩， C 值法、 m 法、 K 法依次增大 10% 左右，而以 m 法和 K 法较接近实测值。由于 m 法的图式简单，因此在国内外的各个部门得到了广泛应用。现简单介绍如下：

对于 m 法方程 2-2-2 中的 $i=1$ 可求得与式 2-2-7 形式一样的解，只是 $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2, A_3, B_3, C_3, D_3, A_4, B_4, C_4, D_4$ 的表达式不同。并可求得桩顶仅作用单位水平力 $H_0=1$ 时桩身地面处的水平位移 δ_{QQ} 和转角 δ_{MQ} ，桩顶作用单位力矩 $M_0=1$ 时桩身地面处的水平位移 δ_{QM} 和转角 δ_{MM} (图 2-2-3)。对于桩埋置于非岩石地基中的情况：

$$\left. \begin{aligned} \delta_{QQ} &= \frac{1}{\alpha^3 EI} \frac{(B_3 D_4 - B_4 D_3) + K_h (B_2 D_4 - B_4 D_2)}{(A_3 B_4 - A_4 B_3) + K_h (A_2 B_4 - A_4 B_2)} \\ \delta_{MQ} &= \frac{1}{\alpha^2 EI} \frac{(A_3 D_4 - A_4 D_3) + K_h (A_2 D_4 - A_4 D_2)}{(A_3 B_4 - A_4 B_3) + K_h (A_2 B_4 - A_4 B_2)} \\ \delta_{QM} &= \frac{1}{\alpha^2 EI} \frac{(B_3 C_4 - B_4 C_3) + K_h (B_2 C_4 - B_4 C_2)}{(A_3 B_4 - A_4 B_3) + K_h (A_2 B_4 - A_4 B_2)} \\ \delta_{MM} &= \frac{1}{\alpha EI} \frac{(A_3 C_4 - A_4 C_3) + K_h (A_2 C_4 - A_4 C_2)}{(A_3 B_4 - A_4 B_3) + K_h (A_2 B_4 - A_4 B_2)} \end{aligned} \right\} (2-2-8)$$

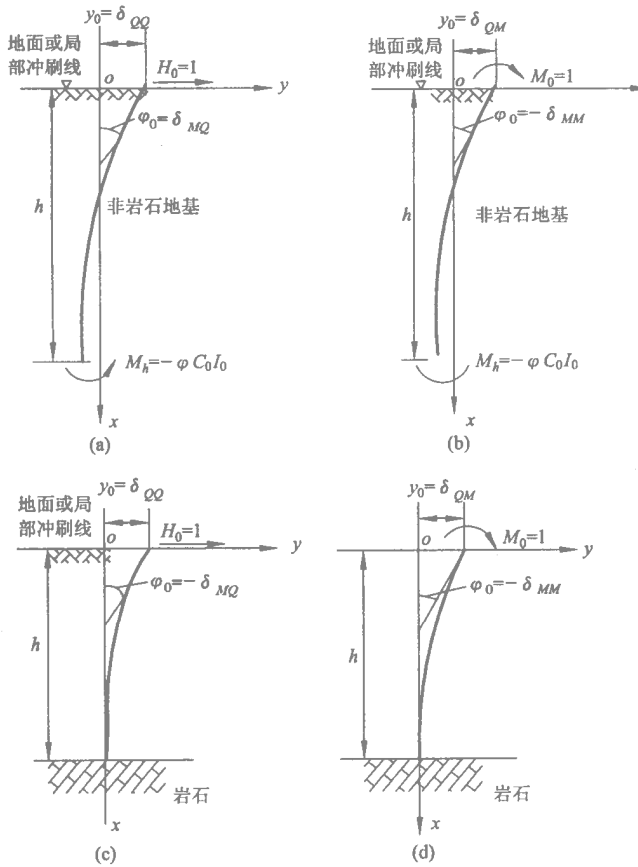


图 2-2-3 δ_{QQ} 、 δ_{MQ} 、 δ_{QM} 、 δ_{MM} 示意图

对于嵌固于岩石的桩，同样可导得：

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{QQ} &= \frac{1}{\alpha^3 EI} \frac{B_2 D_1 - B_1 D_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \\
 \delta_{MQ} &= \frac{1}{\alpha^2 EI} \frac{A_2 D_1 - A_1 D_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \\
 \delta_{QM} &= \frac{1}{\alpha^2 EI} \frac{B_2 C_1 - B_1 C_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \\
 \delta_{MM} &= \frac{1}{\alpha EI} \frac{A_2 C_1 - A_1 C_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2}
 \end{aligned} \right\} \quad (2-2-9)$$

式中的 $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, \dots, C_4, D_4$ 等系数 以及 $B_3D_4 - B_4D_3, B_2D_4 - B_4D_2, \dots, A_3B_4 - A_4B_3, A_2B_4 - A_4B_2, \dots$ 等值均可查文献[42]; $K_h = \frac{C_0}{\alpha E} \frac{I_0}{I}$ 其中 C_0 为桩底土的竖向地基系数, I_0 为桩底全面积对截面重心的惯性矩, I 为桩的平均截面惯性矩 $\alpha = \frac{1}{T} = \sqrt{\frac{mb_0}{EI}}$, 式中 b_0 为桩侧土抗力的计算宽度, 当桩的直径 D 或宽度 B 大于 1 m 时 矩形桩的 $b_0 = B + 1$ 圆形桩的 $b_0 = 0.9 \times (D + 1)$ 当桩的直径 D 或宽度 B 小于 1 m 时 矩形桩的 $b_0 = 1.5B + 0.5$ 圆形桩的 $b_0 = 0.9 \times (1.5D + 0.5)$ 其他符号意义同前。

当 H_0, M_0 已知时, 即可求得地面处的水平位移 γ_0 和转角 φ_0 :

$$\left. \begin{aligned} \gamma_0 &= H_0 + M_0 \delta_{QM} \\ \varphi_0 &= -(H_0 \delta_{MQ} + M_0 \delta_{MM}) \end{aligned} \right\} \quad (2-2-10)$$

然后可求得地面下任意深度 x 处桩身的侧向位移 y 、转角 φ 、桩身截面上的弯矩 M 和剪力 Q 。

当桩身有足够的埋入深度成为弹性长桩时, 可不考虑桩底土的竖向抗力作用, 桩底的边界条件是弯矩为零和剪力为零, 计算方法可进一步得到简化。

1) 桩顶可自由转动 [图 2-2-4(a)]

在水平力 H_0 和力矩 M_0 作用下, 桩身水平位移和弯矩可按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{H_0 T^3}{EI} A_y + \frac{M_0 T^2}{EI} B_y \\ M &= H_0 T A_m + M_0 B_m \end{aligned} \right\} \quad (2-2-11)$$

桩身最大弯矩的位置 x_m 和最大弯矩 M_{\max} 可按下式计算:

$$\left. \begin{aligned} x_m &= \bar{h} T \\ M_{\max} &= M_0 C_2 \text{ 或 } M_{\max} = H_0 T D_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-2-12)$$

式中 A_y, B_y, A_m, B_m ——位移和弯矩的无量纲系数, 由附录附表 1 查得;

\bar{h} ——换算深度, 根据 $C_1 = \frac{M_0}{H_0 T}$ 或 $D_1 = \frac{H_0 T}{M_0}$, 由附录附表 1 查得;

C_2, D_2 ——无量纲系数, 根据最大弯矩位置的换算深度 $\bar{h} = \frac{x_m}{T}$ 由附录附表 1 查得。

其他符号意义同前。

2) 桩顶嵌固 [如地面上的刚性低桩台, 图 2-2-4(b)]

当桩顶嵌固时, 桩顶转角为零 (即 $\varphi_0 = \frac{dy}{dx} = 0$):

$$\varphi = A_{\varphi} \frac{H_0 T^2}{EI} + B_{\varphi} \frac{M_0 T}{EI} = 0$$

故 $\frac{M_0}{H_0 T} = \frac{A_{\varphi}}{B_{\varphi}} = -0.93$, 式(2-2-8)可改为

$$\left. \begin{aligned} y &= (A_y - 0.93B_y) \frac{H_0 T^3}{EI} \\ M &= (A_m - 0.93B_m) H_0 T \end{aligned} \right\} \quad (2-2-13)$$

式中 A_{φ} 、 B_{φ} ——转角的无量纲系数, 见附录附表 1。

3) 桩顶受约束而不能完全自由转动 [如刚性高桩台 图 2-2-4(c)]

在水平力 H_0 作用下考虑上部结构与地基的协调作用:

$$\varphi_2 = \varphi_1 \quad (2-2-14)$$

式中 φ_2 、 φ_1 ——上部结构和桩在泥面处的转角。

根据式(2-2-14)通过反复迭代, 可推求出桩身水平位移和弯矩。

m 法计算中, 水平地基系数随深度增长的比例系数 m 的取值对计算的影响较大, 一般通过水平荷载试验确定。但 m 值随着桩地面处水平位移 γ_0 增大近似呈双曲线减小, 因此, 计算时需要选择合适的 m 值。考虑采用 m 法时需满足桩长范围内的土大部分仍处于弹性工作状态和桩身裂缝宽度不超过钢筋混凝土结构容许的开裂限度两个条件, 通常取水平位移值 6~10 mm 时的实测 m 值作为计算依据。 m 值可根据试验结果按下列公式计算:

$$m = \frac{(H_0 / \gamma_0 \cdot A_y^{(0)})^{5/3}}{b_0 (EI)^{2/3}} \quad (2-2-15)$$

式中 γ_0 ——桩在泥面处的实测水平位移 (m);

H_0 ——与实测泥面水平位移相对应的水平力 (kN);

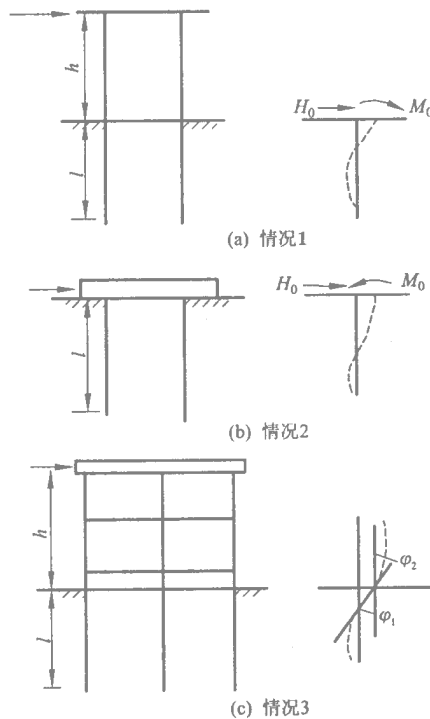


图 2-2-4 桩顶情况

$A_y^{(0)}$ ——泥面处的位移无量纲系数，桩顶铰接或自由时为 2.441；

b_0 ——桩的计算宽度 (m)；

EI ——桩的抗弯刚度 $\text{kN} \cdot \text{m}^2$ 。

实际工程中，考虑试桩时桩和土的受力情况与工程实际情况有所差别，所以在应用试验得到的 m 值时，可考虑乘以一个工作条件系数进行折减，文献[73]建议该系数采用 0.4。

无试验资料时， m 值按表 2-2-1 选用^[43]。当地基土成层时， m 值采用地面以下 $1.8T$ 深度范围内各土层 m 值的加权平均值，详见第六章。

表 2-2-1 土的 m 值

序号	地基土类别	预制桩、钢桩		灌注桩	
		m (MN/m^4)	相应单桩 在地面处 水平位移(mm)	m (MN/m^4)	相应单桩 在地面处 水平位移(mm)
1	淤泥、淤泥质土、饱和湿陷性黄土	2~4.5	10	2.5~6.0	6~12
2	流塑 ($I_L > 1.0$) 软塑 ($0.75 < I_L \leq 1.0$) 状粘土, $e > 0.9$ 粉土, 松散粉细砂, 松散、稍密填土	4.5~6.0	10	6~14	4~8
3	可塑 ($0.25 < I_L < 0.75$) 状粘土, $e = 0.7 \sim 0.9$ 粉土, 湿陷性黄土, 稍密细砂	6.0~10.0	10	14~35	3~6
4	硬塑 ($0 \leq I_L < 0.25$) 坚硬 ($I_L \leq 0$) 状粘土, 湿陷黄性土, $e < 0.7$ 粉土, 中密中粗砂, 密实老粘土	10~22	10	35~100	2~5
5	中密、密实的砾砂、碎石类土			100~300	1.5~3.0