

数字逻辑电路设计

鲍可进 赵念强 赵不贿 等编著

清华大学出版社
北京

数字逻辑电路设计是电子信息类专业必修的技术基础课。本书主要讲述数字系统的基础知识及用数字电路进行数字系统的分析与设计的基本理论和方法。

20 世纪 90 年代末以来,信息技术飞速发展。电子器件从小规模集成芯片到中、大规模集成芯片,从复杂可编程器件到高密度可编程器件。设计方法从经典的手工设计到电子设计自动化(EDA)。EDA 使得几乎硬件电子电路的所有设计过程都可以通过计算机来完成,这种方法大大缩短了专用集成电路的设计周期,使得生产厂商的产品能够迅速上市,提高了产品的竞争力。

电子设计自动化技术是 20 世纪 90 年代以后发展起来的,它打破了传统的由固定集成芯片组成数字系统的模式,给数字系统设计带来了革命性的变化,电子信息类的学生掌握这个新技术十分必要。因此我们在编写本书时除保留数字逻辑最基本的内容外,还增加了对硬件描述语言 ABEL 及 VHDL 的介绍,在介绍逻辑电路传统设计方法的同时,插入了对硬件描述语言的描述,以便为学生掌握 EDA 技术打下良好的基础。本书还用相当的篇幅介绍了近年来发展迅速的高密度可编程器件,以美国 Lattice 公司在系统可编程芯片(ISP 芯片)为模型讲述了在系统可编程技术,同时介绍了 ALTERA XINLINX 公司的 FPGA 芯片的基本结构及原理。

为适应教学改革的需求,我们总结了多年教学与科研的经验,对书中的内容做了合理安排。本书共分 8 章,按循序渐进的原则,前面 5 章主要讲述数字电路的基础知识及逻辑电路设计的基本方法,介绍了硬件描述语言的描述方法。硬件描述语言是学习数字逻辑电路课程必需的知识,也是学习可编程器件及 EDA 技术的基础。第 6 章、第 7 章、第 8 章主要讨论了可编程逻辑器件(PLD)、高密度可编程器件(HDPLD)、在系统可编程技术(ISP)和现场可编程门阵列(FPGA)等,重点讲述这些器件的基本结构及利用它们设计电路及系统的基本原理和方法。同时给出一些通俗易懂的设计实例。特别在第 8 章介绍了较复杂的数字系统设计的实例,列出的 VHDL 语言的源程序,可帮助读者更好地掌握数字系统设计的方法,供设计数字系统时参考。受篇幅限制,有关 HDPLD 器件开发软件的使用放到与该书配套的实验指导书中讲解。为方便读者学习,每章附有小结与思考题。整个内容建议安排 50~70 学时,并配以一定学时的实验课及课程设计,以加深对基本理论的理解和对新技术的掌握。

本书由鲍可进担任主编。书中第 1、5、7 章由鲍可进编写;第 3 章由鲍可进、赵念强编写;第 6、8 章由赵念强编写;第 2、4 章由赵不贿编写;袁晓云编写了第 3、5、7 章中部分内容;邹婷婷编写了第 8 章中的部分内容。由于水平有限,加之时间较仓促,书中难免有一些缺点和错误,殷切希望广大读者批评指正。

编摇者

圆园零年 零月

目 录

CONTENTS

第 1 章 数字系统与编码	1
1.1 数字系统中的进位制	1
1.1.1 数制	1
1.1.2 数制转换	1
1.2 数字系统中的编码	1
1.2.1 带符号数的代码表示	1
1.2.2 十进制数的二进制编码	1
1.2.3 可靠性编码	1
1.2.4 字符编码	1
小结	1
习题与思考题	1
第 2 章 数字电路	2
2.1 数字信号基础	2
2.1.1 脉冲信号	2
2.1.2 逻辑电平与正、负逻辑	2
2.2 半导体器件的开关特性	2
2.2.1 二极管的开关特性	2
2.2.2 三极管的开关特性	2
2.2.3 功率管的开关特性	2
2.3 基本逻辑门电路	2
2.3.1 与门、或门和非门	2
2.3.2 复合门	2
2.3.3 三态门与传输门	2
2.4 集成门电路	2
2.4.1 数字集成电路的分类	2
2.4.2 与非门	2
2.4.3 集电极开路的与非门	2
2.4.4 使用集成门电路的注意事项	2
2.5 功率管集成门电路	2
2.5.1 功率管非门	2

圆缘圆瑶 慎谔杂三态门	猿怨
圆缘猿瑶 慎谔杂门电路的特点与使用注意事项	猿怨
圆缘源瑶 栽稳电路与 慎谔杂电路之间的接口电路	源圆
圆缘缘瑶 三极管组成的接口电路	源圆
圆缘园瑶 其他接口电路	源圆
小结	源圆
习题与思考题	源圆
第 猿章瑶 组合逻辑设计	源源
猿猿猿瑶 逻辑代数基础	源源
猿猿源瑶 逻辑变量及基本逻辑运算	源源
猿猿缘瑶 逻辑代数的基本公式、定理与规则	源远
猿猿陆瑶 逻辑函数及其表达式	源怨
猿猿园瑶 逻辑函数的化简	缘猿
猿猿员瑶 代数化简法	缘猿
猿猿圆瑶 卡诺图化简法	缘猿
猿猿猿瑶 列表化简法	缘怨
猿猿源瑶 逻辑函数化简中的两个实际问题	远圆
猿猿缘瑶 组合逻辑电路的分析	远远
猿猿陆瑶 组合逻辑电路分析的一般方法	远远
猿猿园瑶 组合逻辑电路分析举例	远苑
猿猿源瑶 组合逻辑电路的设计	远怨
猿猿缘瑶 组合逻辑电路设计的一般方法	远怨
猿猿陆瑶 组合逻辑电路设计中应考虑的问题	苑猿
猿猿缘瑶 粤芋兹硬件描述语言	苑苑
猿猿陆瑶 粤芋兹语言程序结构	苑苑
猿猿园瑶 方程描述	愿圆
猿猿猿瑶 真值表描述	愿员
猿猿源瑶 测试向量	愿圆
猿猿陆瑶 灾匀兹硬件描述语言	愿猿
猿猿园瑶 灾匀兹的模型结构	愿猿
猿猿猿瑶 灾匀兹语言要素	愿苑
猿猿陆瑶 灾匀兹语言的基本描述方法	愿怨
猿猿源瑶 灾匀兹程序设计深入	怨猿
猿猿苑瑶 基本组合逻辑电路的设计举例	怨远
猿猿愿瑶 半加器和全加器的设计	怨苑
猿猿园瑶 月润码编码器和七段显示译码器的设计	员圆
猿猿猿瑶 代码转换电路的设计	员源

组合逻辑电路中的竞争与险象	158
竞争现象与险象的产生	158
险象的分类	159
险象的判断	160
险象的消除	161
小结	162
习题与思考题	163
第 9 章 触 发 器	164
双稳态触发器	164
基本 RS 触发器	164
同步 RS 触发器	165
JK 触发器	166
D 触发器	168
触发器的时间参数	168
单稳态触发器	170
多谐振荡器	171
石英晶体多谐振荡器	171
石英晶体多谐振荡器	172
施密特触发器	173
小结	174
习题与思考题	174
第 10 章 时 序 逻辑电路的分析与设计	175
时序逻辑电路的结构与类型	175
同步型电路	175
异步型电路	176
同步时序逻辑电路的分析	177
同步时序逻辑电路的分析方法	177
常用同步时序逻辑电路	178
同步时序逻辑电路的设计	179
建立原始状态表	179
状态表的化简	180
状态分配	181
求激励函数和输出函数	182
异步语言时序电路的设计特点	183
寄存器的描述	183
状态图描述	184

第 4.1 节 状态图中输出信号的表示方法	102
第 4.2 节 同步时序电路的设计特点	103
第 4.3 节 电路的时钟控制	103
第 4.4 节 状态图的 灾灾描述	104
第 4.5 节 同步时序逻辑电路设计举例	105
小结	106
习题与思考题	106
第 4 章 集成电路的逻辑设计与可编程逻辑器件	107
第 4.1 节 常用中规模通用集成电路	107
4.1.1 二进制并行加法器	108
4.1.2 译码器和编码器	109
4.1.3 多路选择器和多路分配器	110
4.1.4 数值比较器	111
4.1.5 奇偶发生 较验器	112
第 4.2 节 半导体存储器	113
4.2.1 概述	113
4.2.2 随机读写存储器	114
4.2.3 只读存储器 确	115
第 4.3 节 可编程逻辑器件	116
4.3.1 孕 概述	116
4.3.2 作为可编程逻辑器件的 确	117
4.3.3 可编程逻辑阵列 孕	118
4.3.4 可编程阵列逻辑 孕	119
4.3.5 通用阵列逻辑 孕	120
小结	121
习题与思考题	121
第 4 章 高密度可编程器件	122
第 4.1 节 在系统可编程技术	122
4.1.1 孕 技术的数字系统设计	123
4.1.2 孕 技术的数字系统生产	124
第 4.2 节 孕 逻辑器件	125
4.2.1 孕 系列	126
4.2.2 孕 粤 系列	127
4.2.3 孕 孕 系列	128
4.2.4 孕 孕 系列	129
第 4.3 节 孕 器件的结构与原理	130

第 1 章 8051 单片机的结构	1
第 2 章 8051 单片机的结构简介	2
第 3 章 在系统编程原理	3
第 4 章 8051 单片机的物理布局	4
第 5 章 8051 单片机的编程接口	5
第 6 章 8051 单片机的编程方式	6
第 7 章 8051 单片机的开发	7
第 8 章 8051 单片机的开发工具	8
第 9 章 8051 单片机的设计流程	9
第 10 章 云测器	10
第 11 章 8051 单片机的云测器系列器件	11
第 12 章 8051 单片机的云测器系列器件	12
小结	13
习题与思考题	14
第 4 章 数字系统设计基础及设计举例	15
第 13 章 数字系统的基本概念及设计方法	16
第 14 章 数字系统的基本模型	17
第 15 章 数字系统设计的描述工具	18
第 16 章 数字系统设计方法	19
第 17 章 综合设计举例	20
第 18 章 多功能电子钟的设计	21
第 19 章 电子密码锁的设计	22
小结	23
习题与思考题	24
参考文献	25

数字系统与编码

在数字系统中,信息的离散元素是以称为信号的物理量来表示的,电压和电流就是最常用的电信号。通常,数字系统的信号只有两个量“有”或“无”,称为二进制信号。具有导通和截止两种工作状态的电子器件能十分可靠地反映两个离散量,且在工程上较容易实现,加上人类的逻辑思维方式也倾向于二值,所以,数字系统常采用二进制信号,即“0”和“1”两个数值。

本章主要围绕数字系统中的二进制信号,讨论数字系统中数的表示方法、数字系统中的编码等基础知识。这些编码不仅在数字系统中使用,在计算机系统中也得到广泛的应用。

数字系统中的进位制

数制

数制是人们对数量计数的一种统计规律,也就是按进位方式实现计数的一种规则。在日常生活中常用的数制是十进制、十二进制、六十进制等。

对于任何一个数,可以用不同的进位制来表示。先从熟悉的十进制开始,分析各种进位制的特点和表示方法。

十进制有 10 个数字符号,即 0、1、2、3、4、5、6、7、8、9。将若干个这样的符号并列在一起可以表示一个进制数,每位不超过“9”,由低位向高位进位是“逢十进一”,这是十进制的特点。这里要引入两个术语:一个叫“基数”,它表示某种进位制所具有的数字符号的个数,例如十进制的基数为“10”。另一个叫“位权”或“权”,它表示某种进位制的数中不同位置上数字的单位数值,例如十进制数 1234.567,最左位为百位(1 代表 100),权为 100;第二位为十位(2 代表 10),权为 10;第三位为个位(3 代表 1),权为 1;小数点左边第一位为十分位(5 代表 0.1),权为 0.1;第二位为百分位(6 代表 0.01),权为 0.01。

基数和权是进位制的两个要素,根据基数和权的概念,可以将任何一个数表示成多项式的形式。

例如:

$$1234.567 = 1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 7 \times 10^{-3}$$

对于一个一般的十进制数 N ,它可表示成

$$N = (a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0 \times 10^0 + a_{-1} \times 10^{-1} + \dots + a_{-m} \times 10^{-m})_{10} \quad (1.1)$$

或

$$\begin{aligned}
 & (\text{晕})_{\text{圆}} \text{越} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}} \text{垣} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}} \text{垣} \dots \text{垣} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}} \text{垣} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}} \\
 & \text{摇} \text{垣} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}} \text{垣} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}} \text{垣} \dots \text{垣} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}} \\
 & \text{越} \sum_{\text{苗}=0}^{\text{灶}-1} \text{苗} (\text{员})_{\text{圆}}^{\text{苗}} \quad (\text{员圆})
 \end{aligned}$$

式中,灶表示整数部分的位数;皂表示小数部分的位数;圆表示基数,(员)^皂为第皂位的权;苗表示各个数字符号,在十进制中有

$$\text{苗} \in \{\text{园员圆猿源缘远苑愿怨}\}$$

通常,把式(员)称为并列表示法,把式(员)称为多项式表示法或按权展开式。

一般地,对于任意进制数可表示为

$$\begin{aligned}
 & (\text{晕})_{\text{圆}} \text{越} (\text{则} \text{则} \dots \text{则} \text{则} \cdot \text{则} \text{则} \dots \text{则})_{\text{圆}} \\
 & \text{越} \text{则} \text{则} \text{则} \text{垣} \text{则} \text{则} \text{则} \text{垣} \dots \text{垣} \text{则} \text{则} \text{则} \text{垣} \text{则} \text{则} \text{则} \text{垣} \dots \text{垣} \text{则} \text{则} \text{则} \text{越} \sum_{\text{则}=0}^{\text{灶}-1} \text{则} \text{则}
 \end{aligned}$$

式中,灶表示整数的位数,皂表示小数的位数;圆为基数,在十进制中圆应写成“员”;则是圆进制中各个数字符号,即有

$$\text{则} \in \{\text{园员圆} \dots \text{圆原员}\}$$

圆在数字系统中,常用二进制来表示数并进行运算。这时圆写成“园”,则 ∈ {园员}。

二进制算术运算十分简单,规则如下:

加法规则 园垣园越园,园垣员越员垣园越员,员垣员越园;

乘法规则 园伊园越园,园伊员越员伊园越园,员伊员越员

下面举几个二进制数四则运算的例子,从中领会其运算规则。

例 员 圆 摇两个二进制数相加,采用“逢二进一”的法则。

解:

$$\begin{array}{r}
 1101 \\
 +) 1001 \\
 \hline
 10110
 \end{array}$$

例 员 圆 摇两个二进制数相减,采用“借一当二”的法则。

解:

$$\begin{array}{r}
 1101 \\
 -) 0110 \\
 \hline
 0111
 \end{array}$$

例 员 圆 摇两个二进制数相乘,其方法与十进制乘法运算相似,但采用二进制运算规则。

解：

$$\begin{array}{r}
 1011 \\
 \times) 1101 \\
 \hline
 1011 \\
 0000 \\
 1011 \\
 1011 \\
 \hline
 10001111
 \end{array}$$

例 1.10 两个二进制数相除，其方法与十进制除法运算相似，但采用二进制运算规则。

解：

$$\begin{array}{r}
 1010 \cdots \text{商} \\
 1101 \overline{) 10001001} \\
 \underline{1101} \\
 10000 \\
 \underline{1101} \\
 111 \cdots \text{余数}
 \end{array}$$

虽然数字系统广泛采用二进制，但当二进制数的位数很多时，书写和阅读很不方便，容易出错。为此，人们通常采用二进制的缩写形式——八进制和十六进制。

八进制的基数为 8，每位可取 8 个不同的数字符号（即 0~7），其进位规则是“逢八进一”。

由于 8 位二进制的 8 个数字符号正好对应于 3 位二进制数的 8 种不同组合，所以，八进制与二进制之间有简单的对应关系：

八进制 0 1 2 3 4 5 6 7

二进制 000 001 010 011 100 101 110 111

这样，八进制与二进制之间数的转换就极为方便。

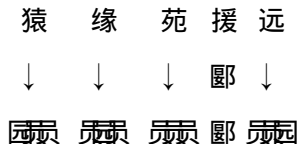
例如，将二进制数 101101101 转换为八进制数，按八进制对应关系，有

011 011 011
猿 猿 猿

所以 (101101101)₂ = (猿猿猿)₈。

由上述可知，二进制数转换成八进制数的方法是：以小数点为界，将二进制数的整数部分从低位开始，小数部分从高位开始，每 3 位分成一组，头尾不足 3 位的补 0；然后将每组的 3 位二进制数转换为 1 位八进制数。同理，由八进制数转换成二进制数同样很方便。

例如,将八进制数猿缘苑援远转换为二进制数,按八进制对应关系,有



所以(猿缘苑援远)_八越(园园园员员员圆园)_二

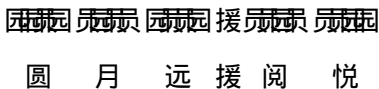
十六进制的基数是16,每位可取16个不同的数字符号(即园员圆猿源缘远苑愿怨,粤,月,悦,阅,耘,云),其进位规则是“逢十六进一”。

同理,由于16进制的16个数字符号正好对应于16位二进制数的16种不同的组合,所以,十六进制与二进制之间有简单的对应关系:

十六进制	园	员	圆	猿	源	缘	远	苑
	愿	怨	粤	月	悦	阅	耘	云
二进制	园园园园	园园园员	园园园圆	园园园猿	园园园源	园园园缘	园园园远	园园园苑
	园园园愿	园园园怨	园园园粤	园园园月	园园园悦	园园园阅	园园园耘	园园园云

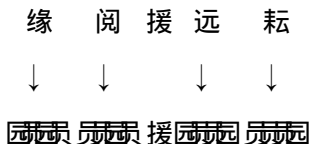
这样,十六进制与二进制之间数的转换也很方便。

例如,将二进制数园园园园园园园园园园园园园园转换为十六进制数,按十六进制对应关系,有



所以(园园园园园园园园园园园园园园)_二越(圆月远援阅悦)_{十六}

例如,将十六进制数缘阅援远耘转换为二进制数,按十六进制对应关系,有



所以(缘阅援远耘)_{十六}越(园园园园园园园园园园园园)_二

由此可见,采用八进制和十六进制要比用二进制书写简短,易读易记,而且转换也方便。因此,计算机工作者普遍采用八进制或十六进制来书写和表达。

二进制数制转换

在计算机和其他数字系统中普遍采用二进制,采用二进制的数字系统只能处理二进制数或用二进制编码形式表示的其他进制数。由于人们习惯于使用十进制数,所以在用计算机进行信息处理时,首先必须把十进制数转换成二进制数以便计算机接受;然后进行运算;最后必须把二进制数的运算结果转换成人们习惯的十进制数。

1.1 二进制数和十进制数的转换

二进制数转换成十进制数是很方便的,只要将二进制数写成按权展开式,并将式中各乘积项的积算出来,然后各项相加,即可得到与该二进制数相对应的十进制数。

例如:

$$\begin{aligned} & (10110101)_2 = 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 \\ & = 128 + 0 + 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 \\ & = 179 \end{aligned}$$

将十进制数转换成二进制数时,需将待转换的数分成整数部分和小数部分,并分别加以转换。将一个十进制数写成

$$(N)_{10} = \langle \text{整数部分} \rangle + \langle \text{小数部分} \rangle$$

转换时,首先将 $\langle \text{整数部分} \rangle$ 转换成 $\langle \text{整数部分} \rangle_2$,然后再将 $\langle \text{小数部分} \rangle_{10}$ 转换成 $\langle \text{小数部分} \rangle_2$ 。待整数部分和小数部分确定后,就可写成 $(N)_{10} = \langle \text{整数部分} \rangle_2 + \langle \text{小数部分} \rangle_2$ 。

1.1.1 整数转换

十进制数的整数部分采用“除 2 取余”法进行转换,即把十进制整数除以 2,取出余数 0 或 1 作为相应二进制数的最低位,把得到的商再除以 2,再取余数 0 或 1 作为二进制的次低位,依次类推,继续上述过程,直至商为 0,所得余数为最高位。

例如,要将十进制整数 58 转换为二进制整数,就要把它写成如下形式:

$$\begin{aligned} (58)_{10} &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + \text{余数} \\ &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + 0 \\ &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + 1 \\ &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + 0 \\ &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + 1 \\ &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + 0 \\ &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + 1 \\ &= (\dots \text{商} \dots)_2 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

只要要求出等式中的各个系数 $a_5, a_4, \dots, a_1, a_0$,便得到二进制数。将上式两边除以 2 得

$$(29)_{10} = (\dots \text{商} \dots)_2 + \frac{a_0}{2}$$

两数相等,整数部分和小数部分必须对应相等,等式左边余数为 0,则取 a_0 为 0,因而得

$$(29)_{10} = (\dots \text{商} \dots)_2 + \frac{a_1}{2}$$

将等式两边再除以 2 得

$$(14)_{10} = (\dots \text{商} \dots)_2 + \frac{a_2}{2}$$

比较等式两边,等式左边余数为 0,则取 a_2 为 0,依次类推,可得系数 $a_5, a_4, \dots, a_1, a_0$ 。

根据上面讨论的方法,可用下列形式很方便地将十进制整数转换成二进制数。

$$\begin{array}{r|l} 2 & 58 \\ \hline 2 & 29 \quad \text{余数 } 0 (a_0) \text{ 最低位} \\ 2 & 14 \quad \text{余数 } 1 (a_1) \\ 2 & 7 \quad \text{余数 } 0 (a_2) \\ 2 & 3 \quad \text{余数 } 1 (a_3) \\ 2 & 1 \quad \text{余数 } 1 (a_4) \\ & 0 \quad \text{余数 } 1 (a_5) \text{ 最低位} \end{array}$$

因此 (缘)越员(园)。

(圆) 纯小数转换

十进制数的小数部分采用“乘圆取整”法进行转换,即先将十进制小数乘以圆,取其整数员或园作为二进制小数的最高位;然后将乘积的小数部分再乘以圆,并再取整数,作为次高位。重复上述过程,直到小数部分为园或达到所要求的精度。

例如,将十进制小数园(缘)转换为二进制小数,需把它写成如下形式:

$$(园(缘))_{(10)} \text{越} (园葬_{(10)}葬_{(10)}\dots葬_{(10)})_{(2)} \text{越} 葬_{(10)}伊_{(10)}垣葬_{(10)}伊_{(10)}垣\dots垣葬_{(10)}伊_{(10)} \\ \text{越} \frac{葬_{(10)}}{圆}垣\frac{葬_{(10)}}{圆}葬_{(10)}伊_{(10)}垣\dots垣葬_{(10)}伊_{(10)}^{\text{圆}^{\text{圆}}}$$

只要要求出各系数葬,葬,葬,便得到二进制小数。将上式两边乘圆得

$$(员(缘))_{(10)} \text{越} 葬_{(10)}垣葬_{(10)}伊_{(10)}垣\dots垣葬_{(10)}伊_{(10)}^{\text{圆}^{\text{圆}}}$$

根据两个数相等,其整数部分和小数部分必须分别相等的道理,葬等于左边的整数,则葬为员

等式右边括号内的数仍为小数,因而

$$(园(缘))_{(10)} \text{越} \frac{葬_{(10)}}{圆}垣\frac{员}{圆}葬_{(10)}伊_{(10)}垣\dots垣葬_{(10)}伊_{(10)}^{\text{圆}^{\text{圆}}}$$

再将等式两边乘圆得

$$(园(缘))_{(10)} \text{越} 葬_{(10)}垣葬_{(10)}伊_{(10)}垣\dots垣葬_{(10)}伊_{(10)}^{\text{圆}^{\text{圆}}}$$

比较等式两边的整数,又取葬为园。如此连续乘圆,直到小数部分等于园,即可求得系数葬,葬,葬。

根据上面讨论的方法,可很方便地将十进制小数转换成二进制数,即

$$\begin{array}{r} \text{园} \text{ 远 } \text{ 圆 } \text{ 缘} \\ \text{伊) } \qquad \qquad \text{圆} \\ \hline \text{[员 } \text{ 园 } \text{ 圆 } \text{ 缘 } \text{ 园 } \text{ 整数 } \text{ 员 } \text{ 葬}_{(10)} \text{)最高小数位} \\ \text{伊) } \qquad \qquad \text{圆} \\ \hline \text{园} \text{ 缘 } \text{ 园 } \text{ 园 } \text{ 整数 } \text{ 园 } \text{ 葬}_{(10)} \text{)} \\ \text{伊) } \qquad \qquad \text{圆} \\ \hline \text{[员 } \text{ 园 } \text{ 园 } \text{ 园 } \text{ 园 } \text{ 整数 } \text{ 员 } \text{ 葬}_{(10)} \text{)最低小数位} \end{array}$$

因此 (园(缘))越园(缘)。(园(缘))。必须指出:式中的整数不参加连乘。

在十进制的小数部分转换中,有时连续乘圆不一定能使小数部分等于园,这说明该十进制小数不能用有限位二进制小数表示。这时,只要取足够多的位数,使其误差达到所要求的精度就可以了。

例员(缘)将十进制数园(缘)转换成二进制数,精确到小数点后源位。

解：

$$\begin{array}{r}
 1011011 \\
 \times 10 \\
 \hline
 10110110 \\
 \text{[10110110 整数部分]} \\
 1011011 \\
 \times 10 \\
 \hline
 10110110 \\
 \text{[10110110 整数部分]} \\
 1011011 \\
 \times 10 \\
 \hline
 10110110 \\
 \text{[10110110 整数部分]} \\
 1011011 \\
 \times 10 \\
 \hline
 10110110 \\
 \text{[10110110 整数部分]} \\
 1011011 \\
 \times 10 \\
 \hline
 10110110 \\
 \text{[10110110 整数部分]}
 \end{array}$$

将十进制数 1011011 连续乘以 10 后, 其小数部分等于 1011011, 仍不为 0。由于要求精确到小数点后 4 位, 因此将 1011011 再乘一次 10, 小数点后第 5 位四舍五入后得 $(1011011)_{10} \approx (10110110)_{10}$ 。如果一个十进制数既有整数部分又有小数部分, 转换时, 整数部分采用“除 10 取余”法, 小数部分采用“乘 10 取整”法, 然后再把转换的结果合并起来。

例 1.1.1 将 $(1011011)_{10}$ 转换成二进制数。

解: $(1011011)_{10} = (10110110)_{2} = 10110110_2$

任意两种进制之间的转换

前面介绍的方法并不局限于十进制与二进制之间的转换, 可用于任意 α β 进制之间的转换。因为人们对十进制运算十分熟悉, 所以 α 进制 \rightarrow β 进制, 一种比较方便的方法是利用十进制作桥梁, 先把 α 进制转换为十进制数, 这时可以采用按权展开, 然后再将十进制数转换为 β 进制数, 这时可分为整数(除 β 取余)和小数(乘 β 取整)两部分进行。其示意图如图 1.1.1 所示。

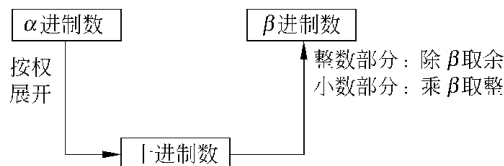


图 1.1.1 任意进制转换示意图

例 1.1.2 $(1011011)_{10}$ 转换为 $(?)_{16}$ 。

解: 先用按权展开的方法将数转换成十进制数:

$(1011011)_{10} = 1 \times 10^6 + 0 \times 10^5 + 1 \times 10^4 + 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 1 \times 10^0 = 1011011$

再将十进制数的整数部分、小数部分分别进行转换,即

$$\begin{array}{r}
 3 \overline{) 25} \quad \text{余数} \\
 3 \overline{) 1} \quad \text{1 低位} \\
 3 \overline{) 2} \quad \text{2} \\
 \quad \quad \quad 0 \quad \text{2 高位} \\
 0.125 \\
 \times) \quad \quad 3 \quad \text{整数} \\
 \hline
 [0].375 \quad \text{0 高位} \\
 \times) \quad \quad 3 \\
 \hline
 [1].125 \quad \text{1} \\
 \times) \quad \quad 3 \\
 \hline
 [0].375 \quad \text{0 低位} \\
 \vdots
 \end{array}$$

所以 ()

数字系统中的编码

带符号数的代码表示

真值与机器数

前面讨论的数都没有考虑符号,一般认为是正数,但在算术运算中总会出现负数。不带符号的数是数的绝对值,在绝对值前加上表示正负的符号就成了带符号数。一个带符号的数由两部分组成:一部分表示数的符号;另一部分表示数的数值。数的符号是一个具有正、负两种值的离散信息,它可以用一位二进制数来表示。习惯上以 1 表示正数;而以 0 表示负数。对于一个 n 位二进制数,如果数的第一位为符号位,则剩下的 (n-1) 位表示数的数值部分。一般直接用正号“+”和负号“-”来表示符号的二进制数,叫做符号数的真值。数的真值形式是一种原始形式,不能直接用于计算机中。但是,当符号被数值化以后,就可在计算机中使用。计算机中使用的符号数叫做机器数,而原始形式的数称为真值。

例如,二进制正数 1011 在机器中的表示如图 1.10(a) 所示;二进制负数 -1011 在机器中的表示如图 1.10(b) 所示。

由前面介绍的二进制数的加、减、乘、除四种运算可知,乘法运算实际上是做移位加法运算,而除法运算是做移位减法运算。这就是说,在机器中需要做加、减两种运算。但做

减法运算时,必须先比较两个数绝对值的大小,将绝对值大的数减绝对值小的数,最后在相减结果的前面加上正确的符号。虽然逻辑电路可以实现减法运算,但所需的电路复杂,运算时间较长。为了能使减法运算变成加法运算,人们提出了两种机器数的表示形式,即原码、反码和补码。



图 1-1 二进制数在机器中的表示

1.1 原码

原码又称为“符号数值表示”。在以原码形式表示的正数和负数中,第 1 位表示符号位,对于正数,符号位记作 0;对于负数,符号位记作 1,其余各位表示数值部分。

假如两个带符号的二进制数分别为 x_n 和 x_m ,其真值形式为

$$x_n = (-1)^{s_n} \times 2^{e_n} \times \text{数值}_n, \quad x_m = (-1)^{s_m} \times 2^{e_m} \times \text{数值}_m$$

则 x_n 和 x_m 的原码表示形式为

$$[x_n]_{\text{原}} = (-1)^{s_n} \times 2^{e_n} \times \text{数值}_n, \quad [x_m]_{\text{原}} = (-1)^{s_m} \times 2^{e_m} \times \text{数值}_m$$

根据上述原码形成规则,一个 n 位的整数 x (包括一位符号位)的原码一般表示式为

$$[x]_{\text{原}} = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 1 \oplus \text{原}x & \text{原}x \leq 0 \end{cases}$$

对于定点小数,通常小数点定在最高位的左边,这时,数值小于 1。定点小数原码一般表示式为

$$[x]_{\text{原}} = \begin{cases} x & 0 \leq x < 1 \\ 1 \oplus \text{原}x & \text{原}x \leq 0 \end{cases}$$

从原码的一般表示式中可以看出:

(1) 当 x 为正数时 $[x]_{\text{原}}$ 和 x 的区别只是增加一位用 0 表示的符号位。由于在数的左边增加一位 0 对该数的数值并无影响,所以 $[x]_{\text{原}}$ 就是 x 本身。

(2) 当 x 为负数时 $[x]_{\text{原}}$ 和 x 的区别是增加一位用 1 表示的符号位。

(3) 在原码表示中,有两种不同形式的 0,即

$$[+0]_{\text{原}} = 0 \dots 0, \quad [-0]_{\text{原}} = 1 \dots 0$$

例如: $x = +0.1011$, $x = -0.1011$, 则

$$[+0.1011]_{\text{原}} = 0.1011, \quad [-0.1011]_{\text{原}} = 1.1011$$

1.2 反码

反码又称为“对 1 的补数”。用反码表示时,左边第 1 位也为符号位,符号位为 0 代表正数,符号位为 1 代表负数。对于负数,反码的数值是将原码数值按位求反,即原码的某位为 1,反码的相应位就为 0;或者原码的某位为 0,反码的相应位就为 1。而对于正数,