

职业技术教育数控专业规划教材

数控原理与维修技术

主编 韩鸿鸾 荣维芝
参编 宋建国 王栋臣 罗国霞
郭士义 夏奇兵 刘辉峰
主审 雷学东



机械工业出版社

本书分为七章，内容包括数控系统的基本原理、可编程控制器在数控机床上的应用、数控装置的硬件、数控系统的软件、数控机床的伺服驱动、数控机床的检测系统、数控系统维修技术。在每一章的后面还编写了部分练习题以供读者选用。

本书是职业技术教育数控专业与机电专业的教材，亦可以作为其他专业师生用书，还可以作为工厂中数控机床操作与维修人员的参考书。

图书在版编目 (CIP) 数据

数控原理与维修技术/韩鸿鸾, 荣维芝主编. —北京: 机械工业出版社, 2004.4

职业技术教育数控专业规划教材

ISBN 7-111-14159-8

. 数... . 韩... 荣... . 数控机床 - 理论 - 专业学校 - 教材 数控机床 - 维修 - 专业学校 - 教材 .TG659

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 019320 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 汪光灿

责任编辑: 吴天培 版式设计: 霍永明 责任校对: 樊钟英

封面设计: 张 静 责任印制: 洪汉军

北京中加印刷有限公司印刷 · 新华书店北京发行所发行

2004 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

1000mm × 1400mm B5 · 8.5 印张 · 326 千字

定价: 22.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68993821、88379646

封面无防伪标均为盗版

前 言

随着社会的进步，科技的发展，数控机床在我国的应用越来越普遍了，数量也越来越多。在我国几乎所有的机床品种都有了数控机床，并且还发展了一些新的品种，这极大地推动了现代制造技术的发展。

由于机床数控系统技术复杂，种类繁多。现在数控机床的“使用难、维修难”问题，已经是影响数控机床有效利用的首要问题。职业学校培养数控机床使用、维修人员已成了当务之急。为此，我们应广大职业技术教育界的要求，编写了这套书，本套书包括《数控机床加工程序的编制》、《数控机床的机械结构与维修》与《数控原理与维修技术》。前两本已经出版。本书建议学时为 80 学时，其中实训为 30 学时。

本书由威海市技术学院韩鸿鸾、荣维芝主编，由南京工程学院雷学东主审。其中第一章由烟台技术学院宋建国、山东技术学院王栋臣编写；第二、第四章由江陵职工大学罗国霞编写；第三章由天津机电职业技术学院郭士义编写；第五章和附录由威海技术学院韩鸿鸾编写；第六章由上海市机电工业职工大学夏奇兵编写（其中第六节由韩鸿鸾编写）；第七章由威海技术学院荣维芝、邹城市技工学校刘辉峰编写。全书由韩鸿鸾统稿。本书在编写过程中得到了南京数控培训中心与南京工程学院的大力帮助，在此深表谢意。

由于时间仓促，编者水平有限，书中缺陷乃至错误在所难免，望广大读者给予批评、指正。

编 者

目 录

前言

第一章 数控系统的基本原理	1
第一节 概述	1
第二节 逐点比较法	4
第三节 数字积分法	11
第四节 数据采样法	20
第五节 刀具位置补偿	28
第六节 刀具半径补偿	30
第七节 进给速度和加减速控制	38
第八节 误差补偿原理	46
思考与练习	49
第二章 可编程控制器在数控机床上的应用	50
第一节 可编程控制器的结构和工作原理	50
第二节 PLC 在数控机床上的应用	58
第三节 FANUC PLC 的指令	61
第四节 PLC 在数控机床控制中的应用	77
思考与练习	92
第三章 数控装置的硬件	93
第一节 数控装置的硬件构成	93
第二节 数控装置的体系结构	103
第三节 典型数控系统的硬件介绍	111
思考与练习	118
第四章 数控系统的软件	119
第一节 数控系统的软硬界面	119
第二节 数控系统的软件技术	120
第三节 数控系统的软件结构	129

第四节	典型数控系统的软件介绍	140
思考与练习	145
第五章	数控机床的伺服驱动	146
第一节	概述	146
第二节	步进电动机驱动	150
第三节	直流驱动.....	162
第四节	交流驱动.....	171
第五节	驱动系统的故障及诊断.....	182
思考与练习	193
第六章	数控机床的检测系统	194
第一节	概述	194
第二节	码盘	195
第三节	光栅	200
第四节	旋转变压器和感应同步器	204
第五节	磁栅	208
第六节	检测装置的调整	211
思考与练习	221
第七章	数控系统维修技术	222
第一节	概述	222
第二节	FANUC 0 系统的维修	229
第三节	SINUMERIK 系统的故障维修	244
思考与练习	250
附录	FANUC 0 系统故障报警含义速查表	251
参考文献	262

第一章 数控系统的基本原理

第一节 概 述

数控，即数字控制（Numerical Control，缩写为 NC），在制造业指用数字化信号对机床运动及其加工过程进行控制的一种方法。

根据国家标准 GB/ T8129—1997 机床数字控制的定义：用数字数据的装置（简称数控装置），在运行过程中，不断地引入数字数据，从而对某一生产过程实现自动控制，叫数字控制，简称数控。用计算机控制加工功能，实现数字控制，称计算机数控（Computerized Numerical Control，缩写 CNC）。

一、数控系统的组成

数控机床即是采用了数控技术的机床，或者说是装备了数控系统的机床。现代数控机床都采用计算机（微型计算机）作为控制系统，其组成如图 1-1 所示。

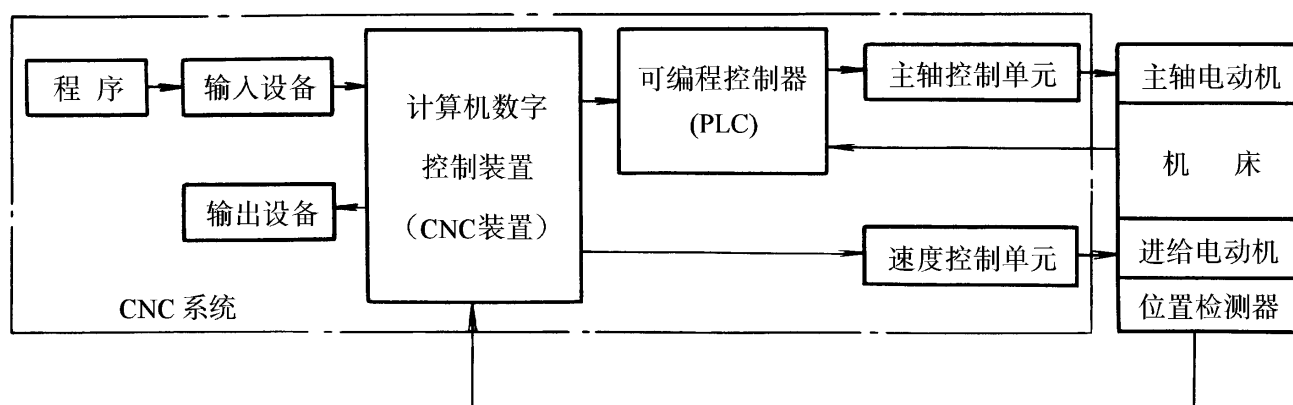


图 1-1 数控机床组成框图

数控系统由程序、输入/输出设备、计算机数控装置、可编程逻辑控制器及主轴、进给驱动装置组成。其核心部分是计算机数控装置。它由硬件和软件组成。硬件的主体是计算机，主要包括 CPU、存储器、键盘、CRT、输入/输出接口和位置控制等部分。高档计算机数控系统常采用多 CPU 计算机系统，各 CPU 间协调工作，共同完成数控功能。软件由管理软件和控制软件组成，管理软件主要包括输入/输出、显示、诊断等程序。控制软件包括译码、刀具补偿、速度控制、插补运算、位置控制等程序。

输入/输出设备主要用于零件程序的编制、存储、打印、显示等。简单的输入/输出设备除包括键盘和 CRT 外，还包括纸带、磁带或磁盘输入机、穿孔机和

电传机等。高级的输入/输出设备还包括自动编程机乃至 CAD/CAM 系统。

可编程逻辑控制器 (PLC-Programmable logical Controller) 处于 CNC 装置和机床之间,对 CNC 装置和机床的输入、输出信号进行处理,用 PLC 程序代替以往的继电器线路,实现 M、S、T 功能的控制和译码。即按照预先规定的逻辑顺序对诸如主轴的起停、转向、转数,刀具的更换,工件的夹紧、松开,液压、气动、冷却、润滑系统的运行等进行控制。

主轴驱动装置控制主轴的旋转运动,而进给驱动装置控制机床各坐标轴的切削进给运动。进给驱动装置由驱动部件(交、直流电动机及速度检测元件)和速度控制单元组成,用以提供切削过程中所需要的转矩和功率,并可任意调节转速。一些要求不高的数控机床,可采用功率步进电动机及其驱动器作为进给驱动装置。

二、数控系统的基本功能

数控系统是一种位置控制系统。进行零件加工时,总是先将编写好的零件程序输入到系统的内存中,然后系统根据输入的程序段插补出理想的轨迹,并控制执行部件加工出合格的零件。可见,输入、插补、伺服控制是数控系统的三个基本功能。位置数据处理,主轴驱动处理及机床开关功能控制是数控系统基本功能的核心。

1. 位置数据处理

位置数据处理用以控制数控机床的坐标轴伺服驱动电机,使刀具与被加工工件的相对运动符合零件加工程序中规定的轮廓运动和位置要求。

位置数据处理过程按顺序大致有以下三个阶段。

(1) 预处理。预处理为插补运算准备数据。将译码处理后的位置数据和 G、F 指令,进行预处理,转化为可进行插补坐标系的位置数据。预处理有数制变换(十进制数据转换成二进制数据)、坐标系变换(将零件加工程序的坐标系转换成插补坐标系)、进给速度预处理和刀具补偿处理等内容。

(2) 插补运算。其主要任务是对程序段给定的并经预处理后的刀具中心轨迹(轮廓的包络曲线)进行“数据点的密化”。在 CNC 中,通常按每一插补周期(例如 8ms)进行一次插补运算,计算出插补周期内应走过的曲线段长度,然后准确地将其分解至各坐标轴上,求出各坐标在插补周期内应走过的增量值 X 、 Y 、 Z 。插补运算的结果实时地输出给 CNC 的位置控制环节。

(3) 位置控制的处理。根据不同类型的伺服驱动进行不同的处理。对于伺服驱动为开环步进电动机系统,一般来说位置控制进行必要的螺距补偿、反向间隙补偿处理后,以程序规定的进给速度(经过速度处理后的值)的要求输出一定频率的脉冲串给步进驱动系统。这一脉冲串的脉冲频率对应于进给速度的要求,脉冲的数目相当于进给距离(位置)的大小。对于采用直流或交流电动机伺服驱动

的数控机床，其数控装置的位置控制，主要是完成每一采样周期（可以与插补周期一致，也可以取用不同的较小周期值）内插补运算计算出的理论位置值与位置反馈装置获得的实际位置值的差值，这一差值送到相应伺服驱动单元再进一步处理。位置控制输出的这一差值可以是模拟量也可以是数字量。此外，位置控制还要进行位置回路增益调整及螺距误差、反向间隙补偿的计算。

2. 主轴的驱动处理

主

另一种是两者有一定的同步要求(如 C 轴控制),常用于数控车床及车削中心。

最常见的是主轴驱动与坐标轴驱动无关。在这种情况下，主轴驱动应保证主轴电动机按 S 指令规定的转速运行。数控装置将 S 指令进行必要的变换，转化为输出给主轴驱动单元的速度指令（通常是模拟量）。

3. 机床开关功能控制

机床开关功能的控制是数控系统对零件加工程序中的辅助功能（M 功能）、刀具功能（T 功能）等进行处理。M 功能包括机床的开关控制功能。如主轴的正反转（M03、M04）、主轴准停（M19）、换刀（M06）、切削液开关打开（M07、M08）及切削液开关关闭（M09）等。有些机床开关控制有一定的动作顺序要求。在 CNC 中，这些功能的处理是通过可编程控制器来实现，保证各动作的相互协调及动作顺序要求。可编程控制器将译码处理后的 M、S、T 等指令进行必要的转换，然后通过输出/输入处理后输出给机床，用以控制机床的相应继电器、开关或其他执行器件。

三、数控系统的工作过程

CNC 装置工作过程如图 1-2 所示。

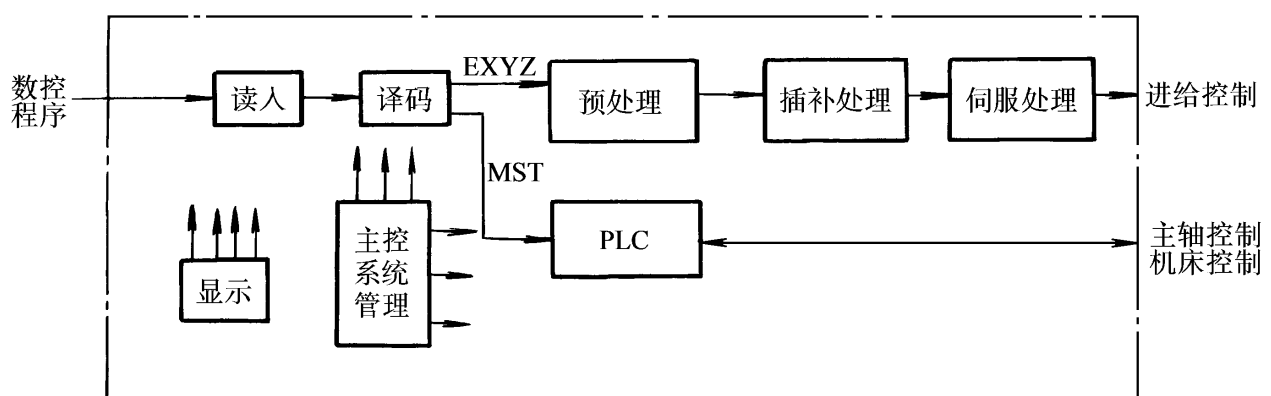


图 1-2 CNC 装置工作过程

1. 数据输入

输入给数控系统的数据有零件加工程序、控制参数和补偿数据等。

2. 译码

将零件程序以程序段为单位进行处理，把其中各种零件轮廓信息，加工速度

信息和其他辅助信息按照一定的语法规则解释成计算机能够识别的数据形式，并以一定的数据格式存放在指定的内存中。

3. 刀具补偿

包括刀具位置和刀具半径补偿，刀具补偿的作用是把零件轮廓轨迹转换成刀具中心轨迹。

4. 进给速度处理

根据编程的刀具移动速度来计算各运动坐标方向的分速度，并进行软件的自动加减速处理。

5. 插补

采用脉冲增量插补法时，每次插补运算产生一个行程增量，以脉冲方式输出。在连续的插补运算中不断向各坐标轴发出相互协调的进给脉冲，完成一个程序段的插补。当采用数字增量插补法时，插补运算在每个插补周期进行一次，根据指令进给速度计算出一个微小的直线数据段。经过若干个插补周期即可完成一个程序段的插补。

6. 位置控制

在闭环（或半闭环）控制系统中，在每个采样周期（可以和插补周期相等或为插补周期的若干分之一）内，将插补计算出的理论位置与实际反馈位置进行比较，用差值去控制进给电动机。在位置控制中，通常还要完成位置回路的增益调整，各坐标方向的螺距误差补偿和反向间隙补偿。在开环控制系统中，每进行一次插补运算都产生进给增量，并以脉冲的形式输出。在插补运算过程中，不断向各坐标轴发出互相协调的进给脉冲，控制步进电动机运行。

7. 输入输出（I/O）处理

主要处理计算机数控装置与机床之间的信号输入、输出与控制。

8. 显示

用以显示零件程序、机床参数、刀具位置、机床状态及报警等信息。

第二节 逐点比较法

逐点比较法的基本原理是：在刀具按要求轨迹运动加工零件轮廓的过程中，不断比较刀具与被加工零件轮廓之间的相对位置，并根据比较结果决定下一步的进给方向，使刀具向减小偏差的方向进给，且只有一个方向的进给。也就是说，逐点比较法每一步均要比较加工点瞬时坐标与规定零件轮廓之间的距离，依此决定下一步的走向。如果加工点走到轮廓外面去了，则下一步要朝着轮廓内部走；如果加工点处在轮廓的内部，则下一步要向轮廓外面走，以缩小偏差，周而复始，直至全部结束，从而获得一个非常接近于数控加工程序规定轮廓的轨迹。

一、逐点比较法直线插补

如图 1-3 所示，在 XY 平面第一象限内，假设待加工零件轮廓的某一段为直线，若该直线加工起点为坐标原点 O ，终点 A 的坐标为 (X_e, Y_e) 。设点 $P(X_i, Y_i)$ 为任一加工点，若点 P 正好处在直线 OA 上时，则下式成立

$$\frac{Y_i}{X_i} = \frac{Y_e}{X_e}$$

即 $X_e Y_i - X_i Y_e = 0$

若加工点 $P(X_i, Y_i)$ 在直线 OA 的上方 (严格地说，在直线 OA 与 Y 轴所成夹角区域内)，则下式成立

$$\frac{Y_i}{X_i} > \frac{Y_e}{X_e}$$

即 $X_e Y_i - X_i Y_e > 0$

若加工点 $P(X_i, Y_i)$ 在直线 OA 的下方 (严格地说，在直线 OA 与 X 轴所成夹角区域内)，则下式成立

$$\frac{Y_i}{X_i} < \frac{Y_e}{X_e}$$

即 $X_e Y_i - X_i Y_e < 0$

设偏差函数为 F ，则

$$F = X_e Y_i - X_i Y_e \quad (1-1)$$

于是有如下结论：

当 $F=0$ 时，点 $P(X_i, Y_i)$ 落在直线上。

当 $F>0$ 时，点 $P(X_i, Y_i)$ 落在直线的上方。

当 $F<0$ 时，点 $P(X_i, Y_i)$ 落在直线的下方。

式 (1-1) 称为“直线加工偏差判别式”，也称“偏差判别函数”，将 F 的数值称为“偏差”，根据偏差就可以判别点与直线的相对位置。

从图 1-4 可以看出，对于起点在原点，终点为 $A(5, 3)$ 的第一象限直线 OA 来说，当点 P 在直线上方 (即 $F>0$) 时，应该向 $+X$ 方向发一脉冲，使机床刀具向 $+X$ 方向前进一步，以接近该直线；当点 P 在直线下

(即 $F<0$) 时，应该向 $+Y$ 方

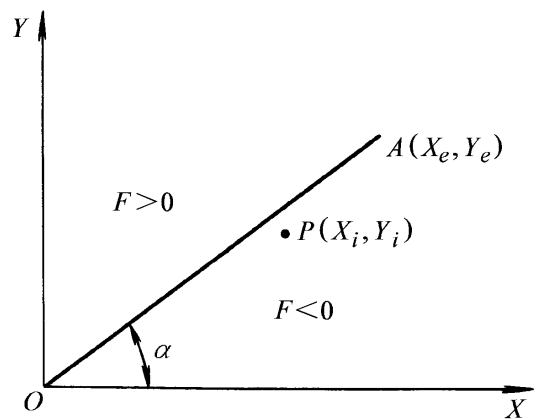


图 1-3 逐点比较法直线插补

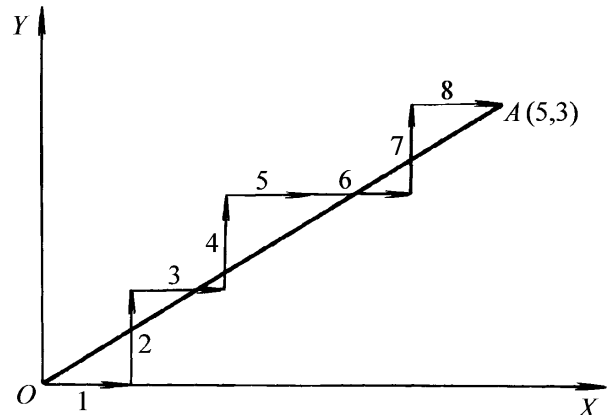


图 1-4 逐点比较法直线插补轨迹

+ Y 方向前进一步, 趋向该直线。当点 P 正好在直线上 (即 $F=0$) 时, 既可向 + X 方向, 又可向 + Y 方向发一脉冲, 但通常将 $F>0$ 和 $F=0$ 归于一类, 即 $F \geq 0$ 时向 + X 方向发一脉冲。这样从坐标原点开始, 走一步, 算一算, 判别 F , 逐点接近直线 OA 。当两个方向所走的步数和终点坐标 (X_e, Y_e) 值相等时, 发出终点到达信号, 停止插补。

按照上述法则进行偏差 F 运算时, 要作乘法和减法运算。通常采用的方法是迭代法, 或称递推法。即每走一步后, 新加工点的偏差用前一点的偏差递推出来。下面分两种情况导出递推公式。

(1) 当偏差值 $F \geq 0$ 时, 应向 X 轴正方向发出一进给脉冲, 刀具从现加工点 (X_i, Y_i) , 向 X 轴正方向前进一步, 到达新加工点 (X_{i+1}, Y_{i+1}) , 则新加工点的偏差值为

$$\begin{aligned} F_{i+1} &= X_e Y_i - X_{i+1} Y_e = X_i Y_e - (X_i + 1) Y_e \\ &= X_e Y_i - X_i Y_e - Y_e \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad F_{i+1} = F_i - Y_e \quad (1-2)$$

(2) 当偏差值 $F < 0$ 时, 应向 Y 轴正方向发出一个进给脉冲, 刀具从现加工点向 Y 轴正方向前进一步, 则新加工点 (X_{i+1}, Y_{i+1}) 的偏差值为

$$\begin{aligned} F_{i+1} &= X_e Y_{i+1} - X_i Y_e = X_e (Y_i + 1) - X_i Y_e \\ &= X_e Y_i + X_e - X_i Y_e \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad F_{i+1} = F_i + X_e \quad (1-3)$$

由式 (1-2) 和式 (1-3) 可以看出, 新加工点的偏差完全可以用前一加工点的偏差和 X_e, Y_e 递推出来。

综上所述, 逐点比较法的直线插补过程, 每走一步要进行以下四个节拍 (步骤), 其工作循环如图 1-5 所示。

1) 偏差判别。根据偏差值确定刀具相对加工直线的位置。
2) 坐标进给。根据偏差判别的结果, 决定控制沿哪个坐标 (X 或 Y) 移动一步。

3) 偏差计算。对新的加工点计算出能反映偏离加工直线位置情况的新偏差, 为下一步偏差判别提供依据。

4) 终点判别。在计算偏差的同时, 还要进行终点判别, 以确定是否到达终点。如果已经到达终点, 就不再进行运算, 并发出停机或转换程序段的信号; 如果未到终点, 则返回节拍 (1) 继续插补。逐点比较法第一象限直线插补流程如图 1-6 所示。

例 1-1 设欲加工直线 OA 如图 1-4 所示, 直线的起点坐标为坐标原点, 终点坐标为 $X_e = 5, Y_e = 3$ 。试用逐点比较法对该段直线进行插补, 并画出插补轨

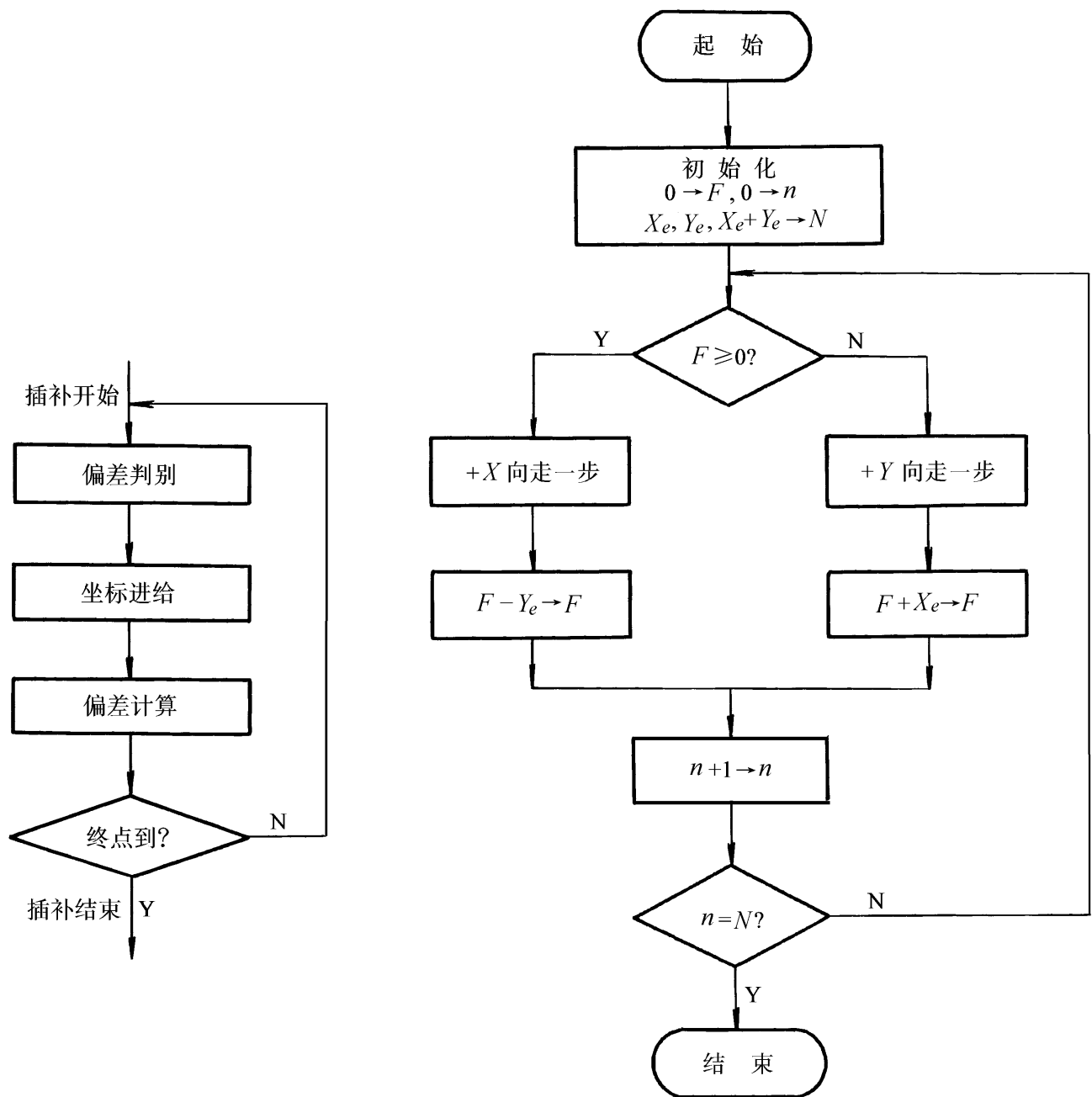


图 1-5 逐点比较法工作循环图

图 1-6 逐点比较法直线插补程序流程图

迹。

解 插补运算过程如表 1-1 所示，表示 X_e ， Y_e 是直线终点坐标， n 为插补循环次数， N 为刀具沿 X 轴和 Y 轴进给的总步数， F_i 是第 i 个插补循环时的偏差函数值，起始时 $F_0 = 0$ 。表中第一栏是插补时发出的脉冲个数。

表 1-1 逐点比较法直线插补运算过程

步数	偏差判别	坐标进给	偏差计算	终点判别
起点			$F_0 = 0$	$n = 0 \quad N = 8$
1	$F_0 = 0$	+ X	$F_1 = F_0 - Y_e = 0 - 3 = -3$	$n = 0 + 1 = 1 < N$
2	$F_1 = -3 < 0$	+ Y	$F_2 = F_1 + X_e = -3 + 5 = 2$	$n = 1 + 1 = 2 < N$
3	$F_2 = 2 > 0$	+ X	$F_3 = F_2 - Y_e = 2 - 3 = -1$	$n = 2 + 1 = 3 < N$

(续)

步数	偏差判别	坐标进给	偏差计算	终点判别
4	$F_3 = -1 < 0$	+ Y	$F_4 = F_3 + X_e = -1 + 5 = 4$	$n = 3 + 1 = 4 < N$
5	$F_4 = 4 > 0$	+ X	$F_5 = F_4 - Y_e = 4 - 3 = 1$	$n = 4 + 1 = 5 < N$
6	$F_5 = 1 > 0$	+ X	$F_6 = F_5 - Y_e = 1 - 3 = -2$	$n = 5 + 1 = 6 < N$
7	$F_6 = -2 < 0$	+ Y	$F_7 = F_6 + X_e = -2 + 5 = 3$	$n = 6 + 1 = 7 < N$
8	$F_7 = 3 > 0$	+ X	$F_8 = F_7 - Y_e = 3 - 3 = 0$	$n = 7 + 1 = 8 = N$

插补程序开始时，由于偏差值 $F_0 = 0$ ，刀具应该向 X 轴正方向走一步。插补时钟发出第 1 个脉冲，刀具沿 X 轴走一步后，偏差值 F_1 为 -3。第一个插补循环结束前，插补循环数 n 应增加到 1，由于它小于总脉冲数 N ，说明直线没有加工完毕，应继续进行下一个循环。

脉冲个数为 2 时，偏差函数的当前值 $F_1 = -3 < 0$ ，刀具应沿 Y 轴正方向走一步。刀具进给后偏差值 F_2 变为 2，插补循环数 n 增加到 2，仍小于 N ，因此应继续进行插补。

插补工作一直如此往下进行，直到插补时钟发出第 8 个脉冲，这时插补循环数为 8，与 N 相等，说明直线已加工完毕，插补过程结束。

刀具在整个加工过程中的运动轨迹如图 1-4 中的折线所示。这是第一象限的情况，其他的象限与此类似。

二、逐点比较法圆弧插补

加工一个圆弧，很容易联想到把加工点到圆心的距离和该圆弧的名义半径相比较来反映加工偏差。设要加工图 1-7 所示第一象限逆时针走向的圆弧 AB 半径为 R ，以原点为圆心，起点 A 坐标为 (X_0, Y_0) ，圆弧上任一加工点 P 的坐标为 (X_i, Y_i) ， P 点与圆心的距离 R_p 的平方为 $R_p^2 = X_i^2 + Y_i^2$ 。下面以第一象限逆时针圆弧插补为例导出逐点比较法偏差计算公式。

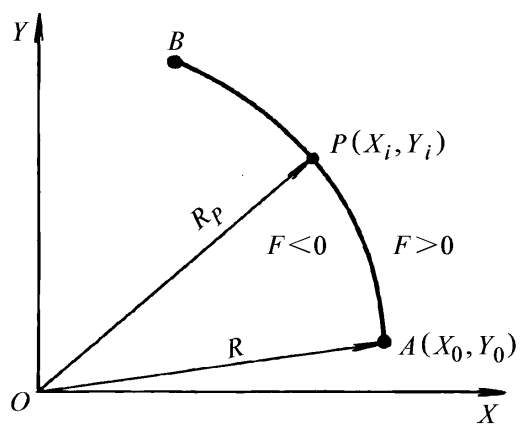


图 1-7 逐点比较法圆弧插补

若点 $P (X_i, Y_i)$ 正好落在圆弧上，则下式成立

$$X_i^2 + Y_i^2 = X_0^2 + Y_0^2 = R^2$$

若加工点 $P (X_i, Y_i)$ 在圆弧外侧，则 $R_p > R$

即

$$X_i^2 + Y_i^2 > X_0^2 + Y_0^2$$

若加工点 $P (X_i, Y_i)$ 在圆弧内侧，则 $R_p < R$ ，即

$$X_i^2 + Y_i^2 < X_0^2 + Y_0^2$$

将上面各式分别改写为下列形式

$$(X_i^2 - X_0^2) + (Y_i^2 - Y_0^2) = 0 \quad (\text{在圆弧上})$$

$$(X_i^2 - X_0^2) + (Y_i^2 - Y_0^2) > 0 \quad (\text{在圆弧外侧})$$

$$(X_i^2 - X_0^2) + (Y_i^2 - Y_0^2) < 0 \quad (\text{在圆弧内侧})$$

由

$$F = (X_i^2 - X_0^2) + (Y_i^2 - Y_0^2)$$

若点 $P (X_i, Y_i)$ 在圆弧外侧或圆弧上, 即满足 $F \geq 0$ 的条件时, 则向 X 轴发出一负方向运动的进给脉冲 ($- X$), 向圆内走一步; 若点 $P (X_i, Y_i)$ 在圆弧内侧, 即满足 $F < 0$ 的条件时, 则向 Y 轴发出一正方向进给脉冲 ($+ Y$), 向圆弧外走一步。为简化偏差判别式的运算, 仍用递推法算出下一步新的加工偏差。

设加工点 $P (X_i, Y_i)$ 在圆弧外侧或圆弧上, 则加工偏差 $F \geq 0$, 刀具需向 X 坐标负方向进给一步, 即移到新的加工点 $P (X_{i+1}, Y_{i+1})$ 。新加工点的加工偏差为

$$\begin{aligned} F_{i+1} &= (X_i - 1)^2 - X_0^2 + Y_i^2 - Y_0^2 \\ &= X_i^2 - 2X_i + 1 - X_0^2 + Y_i^2 - Y_0^2 \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad F_{i+1} = F_i - 2X_i + 1 \quad (1-4)$$

设加工点 $P (X_i, Y_i)$ 在圆弧内侧, 则加工偏差 $F < 0$, 刀具需向 Y 坐标正方向进给一步, 即移到新的加工点 $P (X_{i+1}, Y_{i+1})$ 。该点的加工偏差为

$$\begin{aligned} F_{i+1} &= X_i^2 - X_0^2 + (Y_i + 1)^2 - Y_0^2 \\ &= X_i^2 - X_0^2 + Y_i^2 + 2Y_i + 1 - Y_0^2 \end{aligned}$$

$$\text{即} \quad F_{i+1} = F_i + 2Y_i + 1 \quad (1-5)$$

综上所述, 逐点比较法第一象限逆圆弧插补时坐标进给方向和新偏差为:

当 $F \geq 0$ 时, 应走 $- X$, 新偏差 $F_{i+1} = F_i - 2X_i + 1$;

当 $F < 0$ 时, 应走 $+ Y$, 新偏差 $F_{i+1} = F_i + 2Y_i + 1$;

圆弧插补时由偏差递推公式 (1-4) 和式 (1-5) 可知, 除加、减运算外, 只有乘 2 运算, 算法比较简单。但在计算偏差的同时, 还要加工点的坐标 (X_i, Y_i) 进行加 1 或减 1 运算, 为下一点的偏差计算作好准备。和直线插补一样, 逐点比较法圆弧插补除偏差计算外, 还要进行终点判别。

逐点比较法第一象限逆圆插补流程图如图 1-8 所示。

例 1-2 设要加工图 1-9 所示逆圆弧 AB , 圆弧的起点为 $A (10, 0)$, 终点为 $B (6, 8)$ 。试对该段圆弧进行插补, 并画出插补轨迹。

解 加工图 1-9 所示圆弧, 终点判别值为

$$N = |X_B - X_A| + |Y_B - Y_A|$$

$$= |6 - 10| + |8 - 0| = 12$$

插补运算过程和刀具运动轨迹分别如表 1-2 和图 1-9 中折线所示。

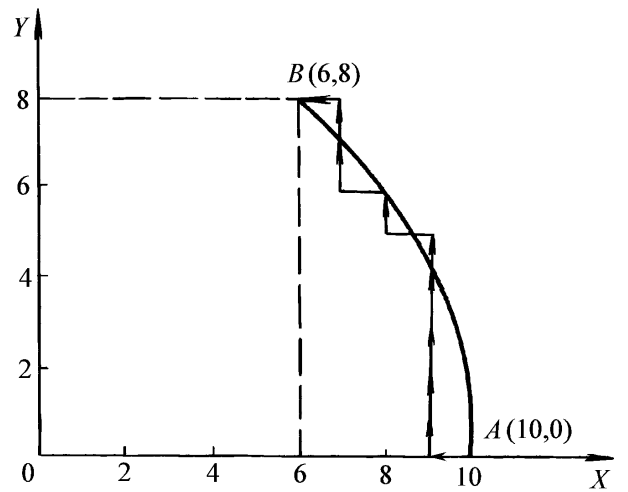
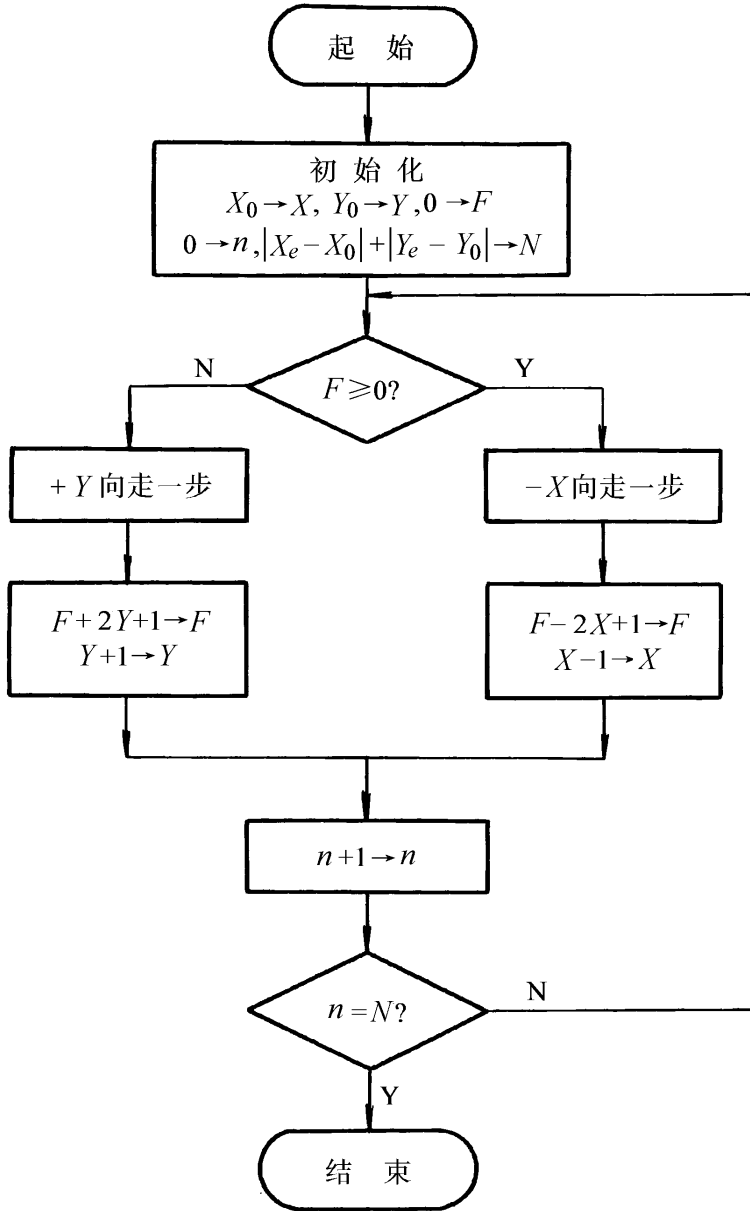


图 1-8 逐点比较法第一象限逆圆插补程序流程图

图 1-9 圆弧插补轨迹

表 1-2 逐点比较法逆圆插补运算过程

步数	偏差判别	进给方向	偏差计算	坐标计算	终点判别
起点			$F_0 = 0$	$X_0 = X_A = 10$ $Y_0 = Y_A = 0$	$n = 0$ $N = 12$
1	$F_0 = 0$	- X	$F_1 = F_0 - 2X_0 + 1$ $= 0 - 2 \times 10 + 1 = -19$	$X_1 = X_0 - 1 = 9$ $Y_1 = Y_0 = 0$	$n = 1 < N$
2	$F_1 = -19 < 0$	+ Y	$F_2 = F_1 + 2Y_1 + 1$ $= -19 + 2 \times 0 + 1 = -18$	$X_2 = X_1 = 9$ $Y_2 = Y_1 + 1 = 1$	$n = 2 < N$
3	$F_2 = -18 < 0$	+ Y	$F_3 = F_2 + 2Y_2 + 1$ $= -18 + 2 \times 1 + 1 = -15$	$X_3 = X_2 = 9$ $Y_3 = Y_2 + 1 = 2$	$n = 3 < N$

(续)

步数	偏差判别	进给方向	偏差计算	坐标计算	终点判别
4	$F_3 = -15 < 0$	+ Y	$F_4 = F_3 + 2 Y_3 + 1$ $= -15 + 2 \times 2 + 1 = -10$	$X_4 = X_3 = 9$ $Y_4 = Y_3 + 1 = 3$	$n = 4 < N$
5	$F_4 = -10 < 0$	+ Y	$F_5 = F_4 + 2 Y_4 + 1$ $= -10 + 2 \times 3 + 1 = -3$	$X_5 = X_4 = 9$ $Y_5 = Y_4 + 1 = 4$	$n = 5 < N$
6	$F_5 = -3 < 0$	+ Y	$F_6 = F_5 + 2 Y_5 + 1$ $= -3 + 2 \times 4 + 1 = 6$	$X_6 = X_5 = 9$ $Y_6 = Y_5 + 1 = 5$	$n = 6 < N$
7	$F_6 = 6 > 0$	- X	$F_7 = F_6 - 2 Y_6 + 1$ $= 6 - 2 \times 9 + 1 = -11$	$X_7 = X_6 - 1 = 8$ $Y_7 = Y_6 = 5$	$n = 7 < N$
8	$F_7 = -11 < 0$	+ Y	$F_8 = F_7 + 2 Y_7 + 1$ $= -11 + 2 \times 5 + 1 = 0$	$X_8 = X_7 = 8$ $Y_8 = Y_7 + 1 = 6$	$n = 8 < N$
9	$F_8 = 0$	- X	$F_9 = F_8 - 2 X_8 + 1$ $= 0 - 2 \times 8 + 1 = -15$	$X_9 = X_8 - 1 = 7$ $Y_9 = Y_8 = 6$	$n = 9 < N$
10	$F_9 = -15 < 0$	+ Y	$F_{10} = F_9 + 2 Y_9 + 1$ $= -15 + 2 \times 6 + 1 = -2$	$X_{10} = X_9 = 7$ $Y_{10} = Y_9 + 1 = 7$	$n = 10 < N$
11	$F_{10} = -2 < 0$	+ Y	$F_{11} = F_{10} + 2 Y_{10} + 1$ $= -2 + 2 \times 7 + 1 = 13$	$X_{11} = X_{10} = 7$ $Y_{11} = Y_{10} + 1 = 8$	$n = 11 < N$
12	$F_{11} = 13 > 0$	- X	$F_{12} = F_{11} - 2 X_{11} + 1$ $= 13 - 2 \times 7 + 1 = 0$	$X_{12} = X_{11} - 1 = 6$ $Y_{12} = Y_{11} = 8$	$n = 12 = N$ 到达终点

注：以上是第一象限逆时针圆弧插补的情况，其他情况可类似得到。

第三节 数字积分法

数字积分法是利用数字积分的方法，计算刀具沿各坐标轴的位移，使得刀具沿着所加工的曲线运动。

利用数字积分的原理构成的插补装置叫做数字积分器，又称数字微分分析器 (Digital Differential Analyzer)，简称 DDA。数字积分器具有运算速度快、脉冲分配均匀、易于实现多坐标联动，进行空间直线插补及描绘平面各种函数曲线的特点。因此，数字积分器在轮廓控制数控系统中有着广泛的应用。下面分别介绍数字积分原理、直线和圆弧插补原理。

一、数字积分原理

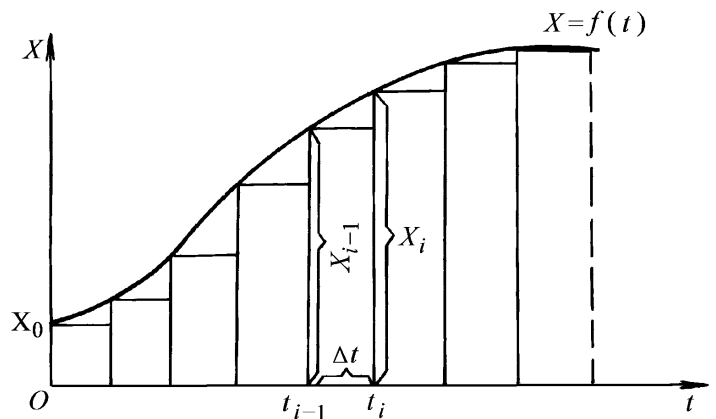
如图 1-10 所示，从时刻 $t=0$ 到 t 求函数 $X=f(t)$ 曲线所包围的面积时，可用积分公式

$$S = \int_0^t f(t) dt$$

如果将 $0 \sim t$ 的时间划分为间隔为 Δt 的子区间，当 Δt 足够小时，可得近似公式

$$S = \int_0^t f(t) dt = \sum_{i=1}^n X_{i-1} \Delta t \quad (1-6)$$

式 X_i 为 $t = t_i$ 时 $f(t)$ 值。此式说明, 求积分的过程可以用数的累加来近似。在几何上就是用一系列的微小矩形面积之和近似表示函数



$\int_0^t f(t) dt$ 以下 (1-6) 称为矩形公式。数字运算时, Δt 一般取最小的基本单位“1”, 则式 (1-6) 可简化为

$$S = \sum_{i=1}^n X_{i-1} \quad (1-7)$$

图 1-10 数字积分原理

为了进一步提高精度, 可以用梯形求和的方法来表示积分公式。设 t_{i-1} 、 t_i 时刻的 $f(t)$ 值 X_{i-1} 和 X_i , 则微小梯形面积为

$$S = \frac{X_i + X_{i-1}}{2} \Delta t$$

同样, 若取 $\Delta t = 1$ 时, 则梯形公式为

$$S = \int_0^t f(t) dt = \sum_{i=1}^n \frac{X_i + X_{i-1}}{2} \quad (1-8)$$

二、数字积分直线插补

设要对 XY 平面上的直线 OA 进行插补, 如图 1-11 所示, 直线起点在原点, 终点 A 的坐标为 (X_e, Y_e)

令 V 为动点沿直线 OA 方向的速度, V_X 、 V_Y 分别表示其在 X 轴和 Y 轴方向的速度, 根据积分公式 (1-6), 在 X 轴, Y 轴方向上的微小位移增量 ΔX , ΔY 应为

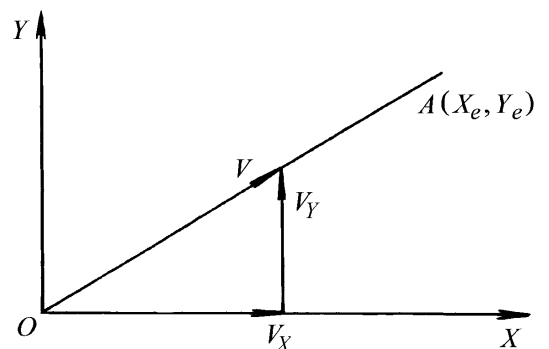
$$\Delta X = V_X \Delta t, \quad \Delta Y = V_Y \Delta t$$

设直线 OA 的长度为 L , 则 L 可表示为

$$L = \sqrt{X_e^2 + Y_e^2}$$

对于直线函数来说, V_X 、 V_Y 、 V 和 L 应满足下式

$$\frac{V_X}{V} = \frac{X_e}{L}, \quad \frac{V_Y}{V} = \frac{Y_e}{L}$$



从而有

图 1-11 数字积分直线插补原理