绪　论

一、课程性质

食品工业作为一个直接关系国计民生的支柱产业，近几十年来发展很快。我国传统的一直以家庭作坊式的食品加工生产，正逐渐被规模化、自动化、连续化生产线所替代。进入 21 世纪后，这种在食品工业上的革命将会继续进行下去。作为工程技术人员，了解和掌握现代化生产过程的设计、控制和操作是一项必备的技能。本课程就是培训学生运用各种技术手段，分析解决工程设计和生产操作中的各类实际工作问题的能力。

食品工程原理是食品工程专业的一门重要的技术基础课。它讲述的内容包括食品工程单元操作的基本原理、典型设备的结构原理、操作性能和设计计算。贯穿和联系本课程各章节间的基本理论是三传理论，即动量传递、热量传递和质量传递。

在食品加工生产中，存在着多种多样的物理加工过程，但就其操作原理而言，无论其原料和产品如何，可以归纳为若干基本的物理过程，如流体输送、传热、冷冻、干燥等。这些基本过程称为单元操作。若干个单元操作的组合，就构成一种食品的生产工艺过程。

二、基本概念和方法

本课程学习中除要了解掌握各单元操作的原理、设备和流程外，主要的学习方式是通过完成大量的工程计算来培养学生的分析问题和解决问题的能力。每章最后所精选的计算题，作为局部计算，可为将来的整体设计计算打下基础。在计算中，除需运用题给数据外，往往需要借助各类工程设计手册中的图表来获得相关数据。在查取数据、进行运算过程中应逐渐建立和养成严谨细致的工作作风。为计

算方便，本书附录中给出部分常用图表以备查取。

本教材中，对于各单元操作的工程计算，主要是为了解决两类基本问题：

（1） 物料衡算：即对进出系统的水、气、汽等工质及原料和产品的平衡计算。在计算中，依据质量守恒定律，进入一过程的所有总质量(或质量)必须等于离开过程所有总质量(或质量)加上过程中物质的积累（或消耗）的总质量。对多数的稳定操作的连续过程，则无过程的积累或消耗，进入量就等于输出量。

（2） 能量衡算：本课程涉及的能量衡算主要包括机械能衡算和热能衡算。能量衡算的基础是能量守恒和转换定律。机械能衡算是指操作中几种能量的相互转化而建立的平衡关系；而热能衡算是食品工程中最常见的能量衡算的形式。同物料衡算相似，对于稳态操作的热量衡算，同样也满足进入量等于输出量这个关系，一般对过程产生的散热量，可并入输出量考虑。

具体的物料衡算和能量衡算过程及计算方法，在本书各章中分析和讨论，各章的运算参数和过程一般相互独立（本书各章都可作为独立学科来讨论研究），但也有一定渗透，在学习中要适当注意。

三、单位制与单位换算

由于各国使用的单位制不同，给国际间的科技交流与贸易往来带来不便。1960 年 10 月第十一届国际计量大会制定了一种新的单位制,称为国际单位制,符号 SI。

国际单位制目前正被世界各国广泛采用。以国际单位制为基础，国务院制定了中华人民共和国法定计量单位现已正式实施。所以本课程采用的是法定计量单位。法定计量单位分基本单位和导出单位，具体情况可见本书的附录一。

由于历史原因和各国国情所限，目前在工程技术领域和市场流通上仍大量存在和使用如工程单位制、厘米克秒单位制（ CGS 制）、英制和市制等单位。因此，了解并掌握这些单位制间的换算，以及与法定计量单位间的换算关系，是工程计算上常遇到的问题。尤其在

本课程学习初期，发生的错误经常是在单位换算中产生的。故本教材在附录二中给出了常用单位的换算，已备查取。需强调的是，在完成本课程规定的计算中，除特殊说明，一定要将其他单位制先换算成法定计量单位再进行运算。

最后需提及的是，对运算中各步骤以及最后计算结果所获得的数据，除系数、指数和无因次准数外，都应注明数据后面的单位。计算数据的处理一般采用四舍五入的原则。无特指，数据精确至小数点后两位，并最好以指数形式表示。

练　　习题

1．通用气体常数 $R=82.06(\mathrm{atm\cdot cm^3})/(\mathrm{mol\cdot K})$，将其换算成国际单位 $\mathrm{kJ/(kmol\cdot K)}$。

2．试将下列物理量换算成指定的单位

密度：$13.6\mathrm{g/cm^3}=$________ $\mathrm{kg/m^3}$；

压强：$35\mathrm{kgf/cm^2}=$________ Pa；

$4.7\mathrm{atm}=$________ Pa；

$670\mathrm{mmHg}=$________ Pa；

功率：10 马力＝________ kW；

比热容：$2\mathrm{Btu/(lb\cdot{}^\circ F)}=$________ $\mathrm{J/(kg\cdot K)}$；

$3\mathrm{kcal/(kg\cdot{}^\circ C)}=$________ $\mathrm{J/(kg\cdot K)}$；

流量：$2.5\mathrm{L/s}=$________ $\mathrm{m^3/h}$；

温度：25℃＝________ ℉；

100℉＝________ ℃。

第一章 流体流动

基础理论和知识

流速、流量、牛顿流体、非牛顿流体、雷诺数、沿程阻力、局部阻力等的概念。

基本技能和要求

1. 熟练地掌握流体流动中其物理性质的变化规律以及能量、质量平衡计算的方法。
2. 能设计一般的管路输送系统。

在食品工业生产中，流体(液体、气体)的流动是各种单元操作中普遍涉及的现象。工业生产过程中，常需按照工艺要求，将某种液体或气体依次输送到某些设备或使用地。一般情况下，这类输送需借助于管路系统和输送设备（如泵或风机等）才能完成。

本章主要是讨论流体流动过程的基本原理和流体在管内流动的规律，从而解决流体输送和管路及辅件的设计选择问题。

第一节 流体流动中的作用力

一、流体的物理性质与内摩擦力

对于某种特定流体，衡量其在某状况下具有的特征的状态参数，称做这种流体的物理性质。如水和干空气的物理性质可参见本书附录三。从表中可以看出，影响流体物理性质变化的主要因素，一是温度，二是压力。一般认为，气体的分子间密度很稀，在外力作用下，体积很容易被压缩，故称做可压缩流体；而液体内部分子间间距较小，外力作用下，体积改变很少，故称做不可压缩流体。所以查取流体的物理性质参数时，气体要注意受压力和温度的共同影响。而液体压力作用较弱，主要考虑温度影响。

以下对流体的主要物理性质进行说明：

（一）密 度

单位体积流体的质量，称做流体的密度 ρ，其表达式为：

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1-1}$$

式中 m——流体的质量，kg；

V——流体的体积，m^3。

密度的法定计量单位为 kg/m^3，有关资料查阅到的流体密度数据常用 g/cm^3 表示。

有时资料中会出现相对密度概念，它是指某种流体的密度与纯水在 4℃ 时密度的比值。纯水在 4℃ 时的密度值为 1 000kg/m^3（常压）。相对密度在数值上和物理学中的相对密度相同，同时它们都是量纲为 1 的纯数。

另外，有时会遇到比体积的概念，比体积即密度的倒数，其表达式为：

$$v = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m} \tag{1-2}$$

v 单位为 m^3/kg，即单位质量流体所具有的体积。

在生产过程中，经常遇到各种混合物，在无直接实测数据时，混合物的密度可以用以下近似公式进行计算。

对于液体，混合物组成常用组分的质量分数表示。故液体混合物密度 ρ_m 的计算式为：

$$\rho_m = \sum_{i=1}^{n} w_i \rho_i \tag{1-3}$$

式中 ρ_i——液体混合物中 i 组分的密度，kg/m^3；

w_i——液体混合物中 i 组分的质量分数。

对于气体，混合物组成常用体积分数(或摩尔分数)表示，故其密度 ρ_m 的计算式为：

$$\rho_m = \sum_{i=1}^{n} \rho_i \varphi_i \tag{1-4}$$

式中 φ_i——气体混合物中 i 组分的体积分数。

（二）体膨胀系数

流体的体积在外界温度和压力发生改变时，会发生一定变化。如前所述，一般温度影响较压力影响导致体积变化更常见（尤以气体为甚）。故附表中列出的体膨胀系数 α_v 值均指温度变化引起体积的相对变化。即：

$$\alpha_v = \frac{\partial V}{\partial T} / V \qquad (1-5)$$

α_v 单位为 1/K。体膨胀系数又称热或温度膨胀系数。

（三）比热容和焓

1. 比热容

比热容指单位流体，在无化学反应和相变时，温度升高 1K 时所需要的热量。一般过程常在定压下进行，故用定压比热容 c_p 表示。由于衡量单位基准不同，工程上有：

质量比热容，单位：kJ/(kg·K)(用得最多)；体积比热容，单位：kJ/(m^3·K)；摩尔比热容，单位：kJ/(kmol·K)。

在定压下进行的加热或冷却过程，流体吸收或放出的热量等于其比热容、质量和温升(或温降)的乘积，即：

$$\Delta Q_p = m c_p \Delta T \qquad (1-6)$$

注意上式应用在无相变的场合。

2. 焓

又称热含量，其值反映流体在某状态下所包含的热量。由附表中查得的是单位流体具有的焓，又称做比焓，单位：kJ/kg。利用焓差可直接计算流体热量的变化。

（四）内摩擦力与黏度

日常生活中我们会直观地感到某种流体黏与不黏，这实际反映出流体流动性的好坏，又称做流体的黏性。而黏度是对流体黏性的度量参数。

黏性的大小是流体流动时内部存在的内摩擦力起作用。内摩擦力是存在于流体内部层与层之间及质点与质点间的一种黏性阻力，它对流体流动起阻滞作用。如图 1－1 所示，设有两块平行平

板，其间距甚小且充满流体。下板固定，上板施加一平行于平板的外力，使此平板以速度 v 做匀速运动。十分明显，紧贴在运动板上的一层流体应以同一速 度流动。而紧贴在固定板上的一层流体则仍处于静止状态。两块平行板间各层流体的速度不同，可以将其看成由下板至上板速度不同的流体层组合而成，其速度分布如图 1－1 所示。

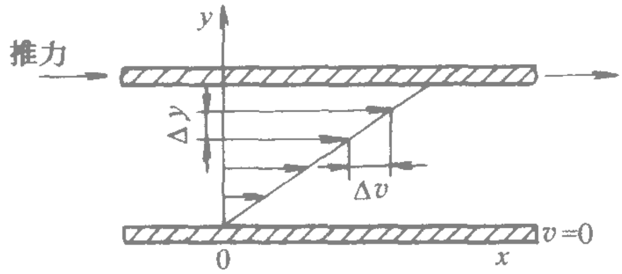

图 1－1　平板间液体速度变化图

这样，各流体层之间存在速度差，亦即存在相对运动。流体层间，运动较快的拖动运动较慢的向前运动，运动较慢的则曳制运动较快的流动。这种运动着的流体内部相邻两流体层间的相互作用力就称做流体的内摩擦力或黏滞力。单位面积上的内摩擦力就是剪应力。

实验证明，对于大多数流体，剪应力 τ 服从下述牛顿摩擦定律：

$$\tau = \frac{F}{S} = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \qquad (1-7)$$

式中　τ——剪应力，N/m^2；

$\frac{dv}{dy}$——法向速度梯度，L/s；

μ——比例系数，称为黏 性系数或动力黏 度，N·S/m^2。

凡是剪应力与速度梯度的一次方成正比的流体，即服从牛顿摩擦定律的流体，称做牛顿流体。凡是反映的特性与牛顿摩擦定律不相符合的流体，统称为非牛顿流体。关于非牛顿流体的特性以后做专门讨论。

式(1－7)可以导出黏 度 μ 的法定计量单位为 N·s/m^2，即 Pa·s。一般查得黏度数据常为 CGS 制单位 泊(P)，即 dyn·s/cm^2，换算关系：

1 厘泊(cP)＝10^{-2}泊(P)＝10^{-3}帕 ·秒(Pa·s)

另外，工程上有时以运动黏度表示流体黏性大小。运动黏度是动力黏度与密度之比，用符号 ν 表示，即：

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \tag{1-8}$$

运动黏度的法定计量单位为 m^2/s，CGS 制单位为 St，简称斯。

$$1St = 10^{-4} m^2/s$$

流体的黏度可由黏度计或流变仪测定，可以从本书附录中或有关手册中查取。图 1-2 给出几种液体食品的黏度与温度的关系。图 1-3 表示某些食品的黏度受组分含量和悬浮粒子大小影响的关系。

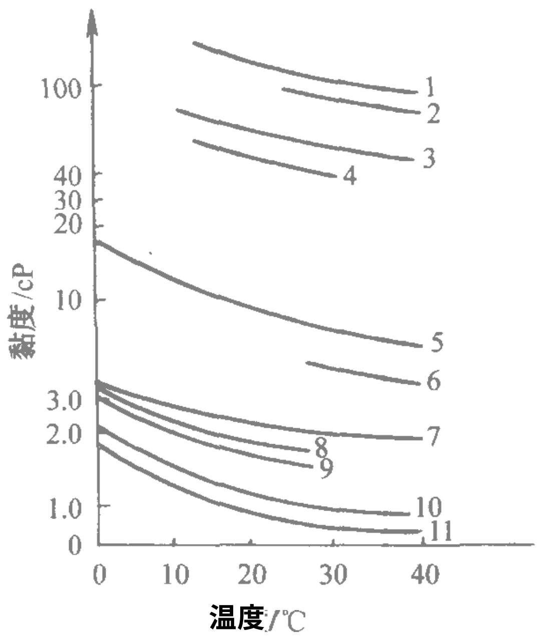

图 1-2 液体食品的黏度与温度的关系

1—菜子油 2—猪油 3—椰子油 4—沙丁鱼油、鲸鱼油

5—40% 蔗糖溶液 6—50%葡萄糖溶液 7—20%蔗糖溶液

8—20%葡萄糖溶液 9—牛奶 10—10%盐水 11—水（$1cP = 10^{-3} Pa \cdot s$）

例 1-1 当速度梯度为 $100s^{-1}$时，求牛奶在室温下的剪应力。假设 20℃时牛奶的黏度 $\mu = 2cP$。

解：$\mu = 2cP = 2 \times 10^{-3} Pa \cdot s$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} = 2 \times 10^{-3} \times 100 = 0.2(Pa)$$

所以当速度梯度为 $100s^{-1}$时，牛奶在室温下的剪应力为 0.2Pa。

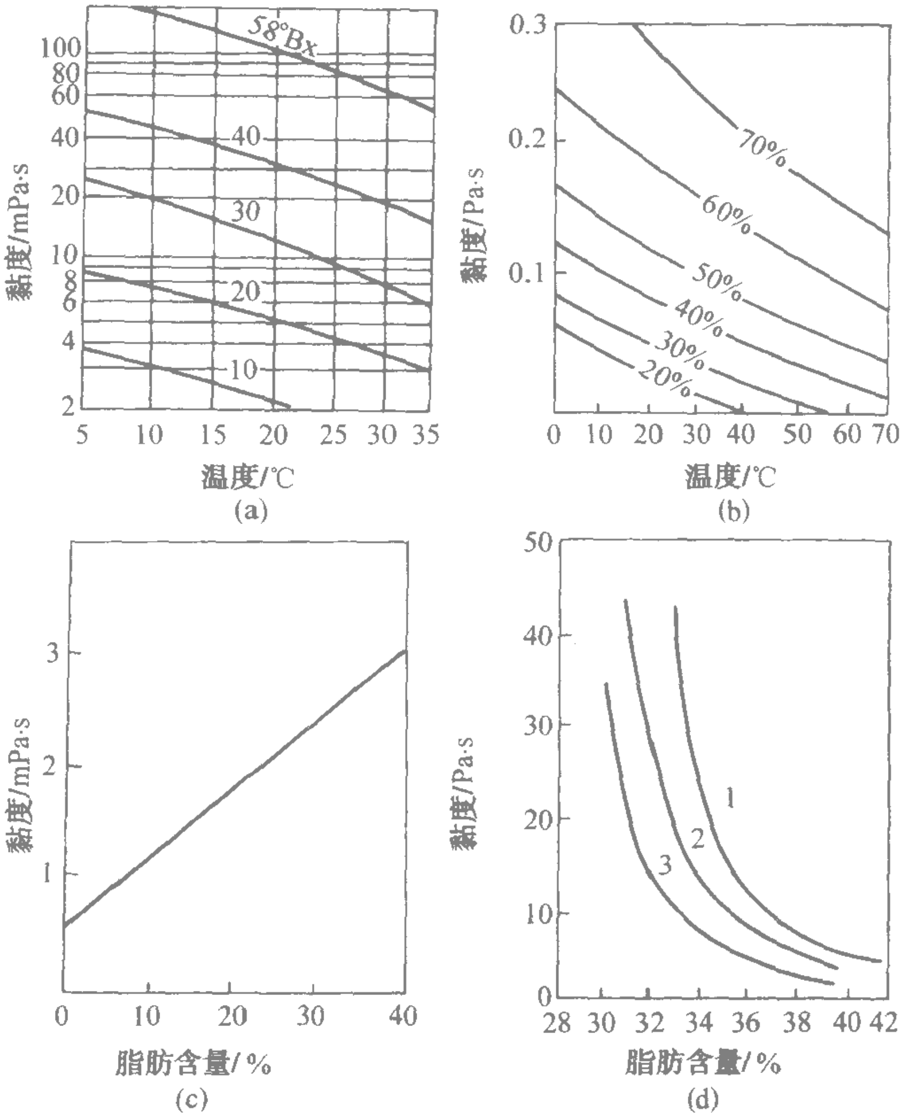

图 1－3 组分含量和悬浮粒子大小对食品黏度的影响

(a) 橘 汁 (b) 蔗糖溶液 (c) 牛奶 (d) 巧克力

1—细粒 2—中粒 3—粗粒

二、压力和静压强

垂直作用于任意流体微元表面的力称做压力。对静止的流体其单位面积上所受的力称做静压强，用 p 表示，即：

$$p = \frac{F}{S} \tag{1-9}$$

式中 p——流体的静压强，N/m^2 或 Pa;

F——垂直作用于流体表面的力，N；

S——作用面的表面积，m^2。

压强的法定计量单位是 N/m^2,即 Pa，叫做帕。由于过去用的压强单位很多，如标准大气压（atm）、工程大气压（at)、毫米汞柱(mmHg)、米水柱(mH_2O)、巴(bar）等，因此正确掌握它们之间的换算关系十分重要：

$$1atm = 1.033kgf/cm^2 = 760mmHg = 10.33mH_2O$$

$$= 1.013bar = 1.0133 \times 10^5Pa$$

$$1at = 1kgf/cm^2 = 735.6mmHg$$

$$= 10mH_2O = 0.987bar = 9.807 \times 10^4Pa$$

以上关系最好记住，更详细的换算请参见附录。

按度量压强的基准(即零点)的不同,压强有 3 种不同的名称，即绝对压强、表压强和真空度。

绝对压强是以绝对真空为基准，在工程计算中常用此压强。

表压强是以大气压为基准，即绝对压强高于大气压的数值，一般压强表所测得压强值都是表压强。表压强 p_g、绝对压强 p_{ab} 和大气压 p_a 三者有下列关系：

$$p_g = p_{ab} - p_a \qquad (1-10)$$

当被测流体体系的压强小于外界大气压时，使用真空度进行测量。真空表的读数称做真空度，设真空度为 p_{vm} 则有：

$$p_{vm} = p_a - p_{ab} \qquad (1-11)$$

即真空度表示被测流体的绝对压强低于当地大气压的数值。不难看出真空度实际上是流体表压强的负值。例如体系的真空度为 5.0×10^3Pa,则其表压强为 -5.0×10^3Pa。

为了避免差错，在用表压或真空度表示流体的压强时，必须在压强单位后面加括号注明，如 $p = 2.5 \times 10^5Pa$(表压)，$p = 66.7kPa$(真空度）等。如果不注明，即为绝对压强。

例 1－2　压缩机进口处真空表的读数是 66.7kPa(真空度),出口处压强表的读数是 196kPa，求气体在压缩机进、出口处的压强差。设当地大气压为 1.013×10^5Pa。

解：气体在压缩机进口处的绝对压强：

$$p_1 = 1.013\times10^5 - 6.67\times10^4 = 3.46\times10^4(\mathrm{Pa})$$

气体在压缩机出口处的绝对压强：

$$p_2 = 1.013\times10^5 + 1.96\times10^5 = 2.973\times10^5(\mathrm{Pa})$$

故气体在压缩机进、出口处的压强差：

$$p_2 - p_1 = 2.973\times10^5 - 3.48\times10^4 = 2.63\times10^5(\mathrm{Pa})$$

又解：

$$p_2 - p_1 = (1.013\times10^5 + 1.96\times10^5) - (1.013\times10^5 - 6.67\times10^4)$$
$$= 1.96\times10^5 + 6.67\times10^4 = 2.63\times10^5(\mathrm{Pa})$$

由上例可看出，当已知一处的表压和另一处的真空度时，两处的压强差就等于其表压和真空度之和，不必先通过当地大气压换算成绝对压强。但计算时需注意单位必须统一。

第二节　流体力学的基本方程

一、流体静力学基本方程

描述静止流体内部压力变化规律的数学表达式 ,称做流体静力学基本方程。如图 1－4 所示，容器内盛有密度为 ρ 的静止液体，从中任意取一段上、下底面积为 S 的垂直液柱，任意选定一水平基准面，如容器的底部做水平基准平面。液柱上、下两面与基准面的垂直距离分别为 Z_1 和 Z_2，作用在上、下底面的压强分别为 p_1 和 p_2。现分析液柱的受力情况：

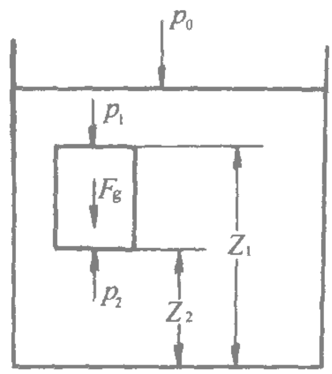

图 1－4　静力学基本方程式的推导

作用于液柱上面的压力 $= p_1S$；

液柱自身的重力 $F_g = \rho gS(Z_1 - Z_2)$；

作用于液柱底面的压力 $= p_2S$；

液柱处于平衡状态，上述三力之合力应等于零，即：

$$p_1S + \rho gS(Z_1 - Z_2) - p_2S = 0$$

以 ρS 除上式各项，并移项得：

$$gZ_1 + \frac{p_1}{\rho} = gZ_2 + \frac{p_2}{\rho} \qquad (1-12a)$$

此方程式称为流体静力学基本方程式，也可写成以下形式：

$$p_2 = p_1 + \rho g(Z_1 - Z_2) \qquad (1-12b)$$

如果将液柱的上底面放在液面上，设液面上方的压强为 p_0 ,液柱高 $Z_1 - Z_2 = h$,则上式改写为：

$$p_2 = p_0 + \rho gh \qquad (1-12c)$$

由上式可看出：

(1) 在静止液体内任一点压强的大小，与液体的密度及该点的深度有关。

(2) 在静止液体内同一水平面上的各点，则因其深度相同，其压强亦相等。此压力相等的水平面，称做等压面。

(3) 当液体上方的压强 p_0 发生变化时，必将引起液体内部各点发生同样大小的变化。

例 1－3　罐头厂为使高压杀菌连续化，采用如图 1－5所示的静水压密封连续杀菌装置。杀菌室内通人高压蒸汽。若蒸汽的压强为 2×10^5Pa(绝对),试求水封室的高度。

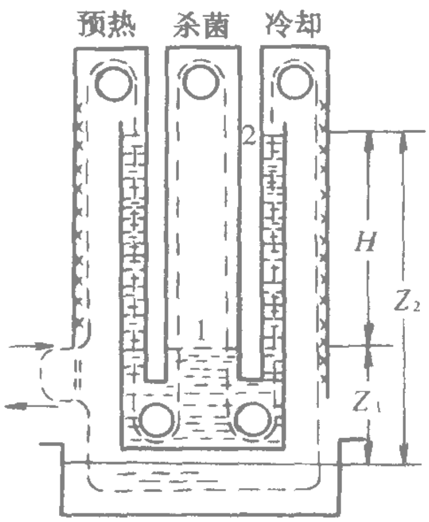

图 1－5　例 1－3 附图

解：如图 1－5,设杀菌室内液面为 1 ,其基准面的高度为 Z_1,液面的静压强(即杀菌室内压强)为 p_1 水封室的液面为 2,基准面高度为 Z_2;液面的压强（即大气压强）为 p_2。由于从液面 1 至液面 2 为同一流体所连通，引用流体静力学基本方程即有：

$$gZ_1 + \frac{p_1}{\rho} = gZ_2 + \frac{p_2}{\rho}$$

故水封室的最小高度应为：

$$H = Z_2 - Z_1 = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

已知：水的密度 $\rho = 1\,000\text{kg/m}^3$,液面 1 的压强 $p_1 = 2\times10^5\text{Pa}$,液面

2 的压强 $p_2=1.013\times 10^5Pa$ ，代入上式即得：

$$H=\frac{2\times 10^5-1.013\times 10^5}{1\,000\times 9.81}\approx 10m$$

在生产上,还要考虑操作上的弹性因素,一般采用 15～16m。

二、流体动力学基本方程

（一）稳定流动的连续性方程

1. 稳定流动和不稳定流动

稳定流动指在一个流动系统中任一位置上的流体的状态参数，如流速、压力、密度等只是位置的函数，而不随时间变化。

不稳定流动是指上述物理量不仅随位置变化，而且随时间变化的流动。

在工业生产中，多数过程常采用连续稳定操作，即流体流动属稳定流动。只有间歇操作过程或过程的开工阶段和停工阶段为不稳定过程。故本章讨论的重点为稳定流动。

2. 流量和流速

单位时间内流过管路任一截面的流体体积，称做体积流量，单位 m^3/s。若某一流体在时间 t 内流过任一截面 S 的体积为 V ,则有：

$$q_V=\frac{V}{t} \quad (1-13)$$

单位时间内流过管路任一截面的质量 ,称做质量流量 ,以 q_m 表示 ,单位 kg/s。若流体的密度为 ρ ,则：

$$q_m=q_V\cdot\rho \quad (1-14)$$

单位时间内流体在流动方向上流过的距离称为流速，以 v 表示 ,其单位为 m/s。实验证明，流体在管道内流动时管道任一截面上各点的流速各不相等，在管壁处为零，越接近管中心速度越大，在管中心达到最大值。为了工程上计算方便，一般选用平均流速，即管截面上速度的平均值，平均速度 v 的定义如下：

$$v=\frac{q_V}{S} \quad (1-15)$$

由式(1－14)和式(1－15) ，可以得出：

$$q_m = q_V\rho = vS\rho \tag{1-16}$$

工业生产中，经常使用圆形管道，若以 d 表示管道内径，则式(1－15)化为：

$$v = \frac{q_V}{\frac{\pi}{4}d^2} \tag{1-17}$$

3. 连续性方程

流体稳定流动的连续性方程，实质上是流体流动体系的物料衡算关系式，即流入体系的质量流量和流出体系的质量流量应相等。

在如图 1－6 的稳定流动的管路系统中，流体从截面 1－1′流入

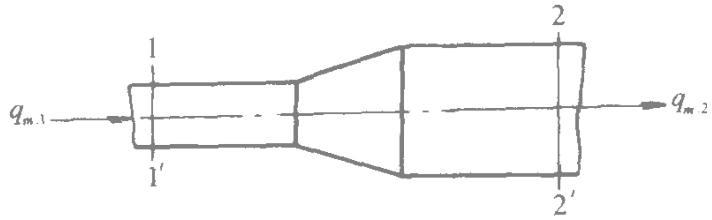

图 1－6 连续性方程式的推导

的质量流量 $q_{m,1}$ 应等于从截面 2－2′流出的质量流量 $q_{m,2}$，即：

$$q_{m,1} = q_{m,2}$$

或

$$v_1S_1\rho_1 = v_2S_2\rho_2 \tag{1-18}$$

可以把此关系式推广到管路系统的任意截面，则有：

$$q_m = v_1S_1\rho_1 = v_2S_2\rho_2 = \cdots = vS\rho = \text{常数} \tag{1-19}$$

上式即为稳定流动的连续性方程。

对于圆形管道，不可压缩流体，则 ρ 为常数，其连续性方程可以写成：

$$v_1\frac{\pi}{4}d_1^2 = v_2\frac{\pi}{4}d_2^2$$

即

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \tag{1-20}$$

这一关系式十分有用，它说明在体积流量一定时，管内流体的流速与管道直径平方成反比。

例 1－4 在稳定流动系统中，水连续地从粗管流入细管。粗管

规格 $\phi 89mm \times 4mm$，细管规格 $\phi 57mm \times 3.5mm$。已知粗管中水的流速为 $0.9m/s$，试求细管中水的流速。

解：各管内径 $d_1 = 89 - 2 \times 4 = 81(mm)$

$d_2 = 57 - 2 \times 3.5 = 50(mm)$

粗管流速 $v_1 = 0.9m/s$

由式$(1-20)$得细管中水的流速：

$$v_2 = v_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 0.9 \times \left(\frac{81}{50}\right)^2 = 2.36(m/s)$$

（二）柏努利方程

柏努利方程的推导方法有多种，这里介绍一种用机械能衡算的方法，较简便。

为使问题简化，提出 3 个假设：

(1) 是理想流体 即流动过程中无摩擦损失（实际不存在）。

(2) 是不可压缩流体$(\rho_1 = \rho_2)$。

(3) 是单纯流动 即系统与外界无功和热的能量交换。

对图 1－7 的稳定流动系统进行机械能平衡。截面 $1-1'$ 和截面 $2-2'$ 处流体的流速、压强和截面积分别为 v_1, p_1, S_1 和 v_2, p_2, S_2；截面中心至基准面 $0-0'$ 的距离分别是 Z_1 和 Z_2；其流过的流体质量为 m。如此 $1-1'$ 截面处流体所具有的机械能有：

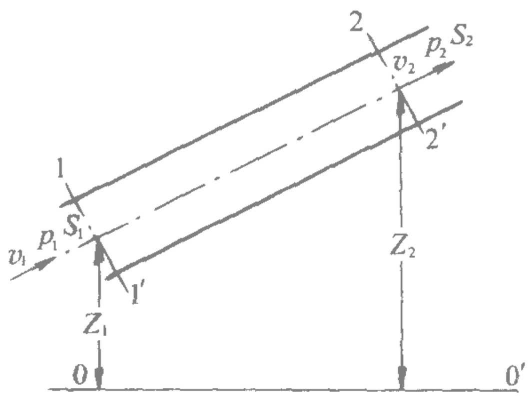

图 1－7 柏努利方程式的推导

(1) 位能。流体因处于重力场内而具有的能量，相当于将 $m$kg 流体从基准面升举到高度 Z_1 所需要的功，故：

质量为 m 的流体的位能 $= mgZ_1$

(2) 动能。流体以一定速度流动时，便具有一定的动能，其大小等于将 $m$kg 流体从静止加速到 v_1 所需要的功，故：

$$质量为\ m\ 的流体的动能 = \frac{1}{2}mv^2$$

(3) 静压能。和静止流体相同，流动着的流体内部任何位置也都有一定的静压力，流体进入划定体积需要对抗压力做功。将 m kg 流体压入划定体积的功为：

$$质量为\ m\ 的流体的静压能 = mp_1v = m\frac{p_1}{\rho}$$

同理，在截面 $2-2'$ 处所具有的位能、动能和静压能分别为 mgZ_2,$(1/2)mv_2^2$ 和 $m(p_2/\rho)$。

由开始的 3 个假设，根据能量守恒和转化定律，可得以下关系式：

$$mgZ_1 + m\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2}mv_1^2 = mgZ_2 + m\frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2}mv_2^2$$

将上式除去 m,得：

$$gZ_1 + \frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2} = gZ_2 + \frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2} \quad (1-21)$$

式(1-21)即为柏努利方程式，式中各项都是单位质量流体所具有的能量，单位:J/kg。上式多用于能量衡算。

将式(1-21)除以 g,可得：

$$Z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} \quad (1-22)$$

式(1-22)中各项：Z 为位压头，$p/\rho g$ 为静压头，$v^2/2g$ 为动压头各项单位:m 。此式多用于水力计算。

将式(1-21)乘以 ρ,可得：

$$\rho gZ_1 + p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = \rho gZ_2 + p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \quad (1-23)$$

式(1-23)中各项的单位：Pa。此式多用于气力输送计算。

以上 3 方程均为柏努利方程的不同形式。运用时，要注意其使用条件(即 3 个假设）。在选取计算截面时，一般以已知参数较多的截面和要求参数所在的截面为计算截面，搞清楚已知未知条件，代入适合的方程求解。最后需注意方程两端各项单位必须统一。

例 1-5　如图 1-8 所示的开口水箱,其下部侧方装有泄水龙头。

设水箱上方有维持水位恒定的装置，液面与泄水口的高差 $\Delta Z=10\mathrm{m}$。试求龙头开启后，水流达稳定时，水的流量。已知管内径为 12mm。

解：引用柏努利方程做近似计算。取水箱液面为第一截面，龙头出口为第二截面。由于第一截面相对于出口截面甚大，故其速度 v_1 相对甚小可以忽略不计，故有：

$$\frac{v_2^2}{2g}=\Delta Z+\frac{p_1-p_2}{\rho g}$$

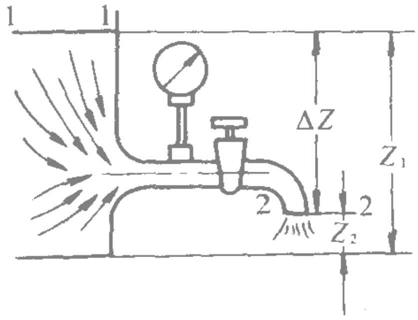

图 1－8　例 1－5 附图

又因两截面均与大气接触，故截面上流体压强相等，均等于大气压，从而上式简化为：

$$v_2=\sqrt{2g\Delta Z}=\sqrt{2\times 9.81\times 10}=14(\mathrm{m/s})$$

故水的流量为：

$$q_V=\frac{\pi}{4}d^2v_2=(0.785)(0.012)^2(14)=1.58\times 10^{-3}(\mathrm{m^3/s})$$

（三）实际流体机械能平衡方程

讨论实际流体的流动，首先要考虑流体流动中必然会在流体内部及流体与管壁间形成摩擦阻力，产生能量消耗。其次若使流体流动起来，外界必须对流体做功，而这部分能量的提供，主要靠泵和风机来完成。这样对柏努利方程进行修正，外界提供能量放在方程左端，而流动损失能量放在方程右端。故实际流体机械能平衡方程为：

$$gZ_1+\frac{p_1}{\rho}+\frac{v_1^2}{2}+W=gZ_2+\frac{p_2}{\rho}+\frac{v_2^2}{2}+\sum L_f \qquad (1-24)$$

式中　W——每 1kg 流体所接受的功，J/kg；

$\sum L_f$——每 1kg 流体产生的流动阻力损失或称机械能损失，J/kg。

将式(1－24)除以 g，可得：

$$Z_1+\frac{p_1}{\rho g}+\frac{v_1^2}{2g}+H=Z_2+\frac{p_2}{\rho g}+\frac{v_2^2}{2g}+\sum h_f \qquad (1-25)$$

式中　H——外部做功机械对单位流体所做的功，称做有效压头，m；