第1篇 公 式

第1章 电路的基本概念和基本定律

1-1-1 时变电流

时变电流用字母 i 表示。根据国家标准，不随时间变化的物理量用大写字母表示，时变物理量用小写字母表示。随时间变化的电流定义为

$$i = dq/dt$$

式中，q 为随时间变化的电量，t 为时间。

1-1-2 恒定电流

不随时间 t 变化的电流叫恒定电流，也称直流电流。直流电流定义为：

$$I = \frac{Q}{T}$$

式中，Q 为时间 t 变化的电量。

[说明] 在国际单位制（SI）中，时间的单位为秒（s），电量的单位为库仑（C），电流的单位为安培（A）。电流的辅助单位有毫安（mA）和微安（μA）。它们之间的关系为

$$1A = 10^3 mA = 10^6 \mu A$$

1-1-3 电压（电位差）

在电路中，a、b 两点间的电压 u_{ab} 在数值上等于电场力把单位正电荷从 a 点移到 b 点所做的功。

根据电压和电位的定义可知电位差，是 a、b 两点间的电位之差，即

$$u_{ab} = u_a - u_b$$

若以 b 为参考点，a、b 两点间电压等于 a 点的电位。

[说明] 在国际单位制（SI）中，电压和电位的单位为伏特，简称伏(V)，辅助单位有千伏(kV)、毫伏(mV)和微伏(μV)。它们之间的关系为

$$1\text{V} = 10^{-3}\text{kV} = 10^{3}\text{mV} = 10^{6}\mu\text{V}$$

1-1-4　功

功——负载消耗或吸收的电能，即电场力移动电荷 q 所做的功。由电压、电流定义，功可表示为：

$$W = \int_0^q u\mathrm{d}q = \int_0^\tau ui\,\mathrm{d}t$$

式中，τ 为电流通过负载的时间。

1-1-5　功率

功率——电流做功的速率，用字母 $p(P)$表示。

$$p = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau ui\,\mathrm{d}t = ui$$

当电压、电流都是恒定值时，以上两式分别为

$$W = UI\tau$$

和
$$P = \frac{W}{\tau} = UI$$

[说明] 功率的单位为瓦特，简称瓦（W），辅助单位有千瓦(kW)，毫瓦(mW)等。

$$1\text{W} = 10^{-3}\text{kW} = 10^{3}\text{mW}$$

功的单位为焦耳(J)

$$1\text{J} = 1\text{W} \times 1\text{s} = 1\text{W} \cdot \text{s}$$

1-1-6　基尔霍夫（克希荷夫）电流定律

基尔霍夫（克希荷夫）电流定律——简称 KCL。它是基于电荷守恒原理和电流的连续性，描述连接于电路同一点的

各支路电流之间关系的定律。KCL 指出，在任一时刻，流入电路中任一节点的电流总和等于流出该节点的电流总和。即

$$\sum_{k=0}^{p} i_{ik} = \sum_{j=0}^{q} i_{oj}$$

式中，p 为电流流入该节点的支路数，q 为电流流出该节点的支路数。

若把上式等号右边各项移到等号的左边，则

$$\sum_{k=0}^{p} i_{ik} - \sum_{j=0}^{q} i_{oj} = 0$$

或

$$\sum i = 0$$

1-1-7 基尔霍夫电压定律

基尔霍夫电压定律（简称 KVL）阐明了电路中任一闭合电路中各部分电压间的关系。KVL 指出：在任一时刻，沿任一闭合回路循行一周，回路中各部分电压的代数和等于零。即

$$\sum u = 0$$

1-1-8 欧姆定律

通常，流过电阻的电流与电阻两端的电压成正比。这就是欧姆定律，可用下式表示：

$$R = \frac{U}{I}$$

[说明] 欧姆定律虽简单，但在电路计算中经常使用。此公式不仅适用直流电路，也适合交流电路。在国际单位制（SI）中，电阻的单位是欧（Ω）。当电路两端电压为 1 伏（V），流过的电流为 1 安（A）时，则这条支路的电阻为 1 欧（Ω）。在实际应用中还常用到千欧（kΩ）或兆欧（MΩ），它们之间的关系为：

$$1\text{M}\Omega = 10^3\text{k}\Omega = 10^6\Omega$$

1-1-9 电阻消耗的电功率

电阻消耗的电功率—— 电流通过电阻元件时，电阻消耗的电功率在 u、i 方向一致时为

$$p = ui \quad \text{或} \quad p = Ri^2 = \frac{u^2}{R}$$

［说明］当电阻 R 值为无穷大时，即使给它两端加电压，也很难有电流通过，这种情况可理解为把它看成电路在此处断开，称为开路元件；电阻 R 值为零时，不论通过它的电流如何，两端电压恒为零，则可把它看做电路在此处短接，称为短路元件。

1-1-10 导体电阻

导体电阻——金属导体的电阻与导体的尺寸及导体材料的导电性能有关，即

$$R = \rho\frac{l}{s}$$

［说明］式中，ρ称为电阻率，单位为欧·米（$\Omega\cdot$m）。l 为导体的长度，单位为(m)，s 为导体的横截面积，单位为平方米（m^2）

1-1-11 磁链

磁链——通常我们用导线制成线圈以增强线圈内部的磁场。与线圈相交链的磁通称为磁链。与 N 匝线圈交链的磁链为

$$\Psi = N\Phi$$

［说明］磁链 Ψ 与磁通 Φ 的单位在国际单位制中为韦伯（Wb），简称韦。

1-1-12 电感

电感——电感元件的磁链 Ψ 与产生它的电流 i 成正比，

其比例系数为常数，定义为电感 L(自感系数),是电感元件的参数。即

$$L=\frac{\Psi}{i} \quad 或 \quad \Psi=Li$$

［说明］在国际单位制中，L 的单位为亨利，简称亨（H）。辅助单位有毫亨(mH) 和微亨(μH)。它们之间的关系为

$$1\mathrm{H}=1\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{A}}=10^3\mathrm{mH}=10^6\mu\mathrm{H}$$

1-1-13 电感元件的伏安特性

电感元件的伏安特性——电感元件的端电压与电流的变化率成正比，与电流的即时值的大小和方向都无关。它的表达式为

$$u_L=L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

1-1-14 电感元件吸收的电能

在电压、电流关联参考方向下，电感元件吸收的电功率为

$$p=u_Li=Li\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}$$

若电流 i 由零增加到 I，则电感元件吸收的电能为

$$W=\int_0^I Li\,\mathrm{d}i=\frac{1}{2}LI^2$$

若电流 i 由 I 减小到零，则电感元件吸收的电能为

$$W'=\int_I^0 Li\,\mathrm{d}i=-\frac{1}{2}LI^2$$

1-1-15 电容

电容元件与电源接通后，它的两个极板上各聚集起等量的异性电荷 q，在极板间的电介质中建立电场，两极间产生电压 u。极板上聚集的电荷 q 与极间电压 u 的比值，定义为电

容，用字母 C 表示，即

$$C = \frac{q}{u}$$

[说明] 电容的单位是法拉，简称法(F)。常用的辅助单位为微法(μF)和皮法(pF)，它们之间的关系为

$$1\text{F} = 10^6\mu\text{F} = 10^{12}\text{pF}$$

1-1-16　电容元件的伏安特性

电容元件在充电过程中，电流 i 与电压 u 的方向一致，在此关联方向下，电容元件的伏安特性为

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = C\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

1-1-17　电容元件吸收的电能

在电压、电流关联参考方向下，电容元件吸收的电功率为

$$p = ui = Cu\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

若在 $[0,\tau]$ 时间内，电容电压由零升高到 U，则电容器吸收的电能为

$$W = \int_0^\tau p\mathrm{d}t = \int_0^U Cu\mathrm{d}u = \frac{1}{2}CU^2$$

若电容电压在相同时间由 U 下降到零，吸收的电能则为

$$W' = \int_0^\tau p\mathrm{d}t = \int_U^0 Cu\mathrm{d}u = -\frac{1}{2}CU^2$$

1-1-18　电压源组合模型外特性方程

电压源组合模型电路如图 1-1-1 所示，电压 U 与电流 I 的关系为

$$U = U_S - R_S I$$

1-1-19　电流源组合模型外特性方程

电流源组合模型电路如图 1-1-2 所示，电压 U 与电流 I

的关系为

$$I = I_S - \frac{U}{R_S}$$

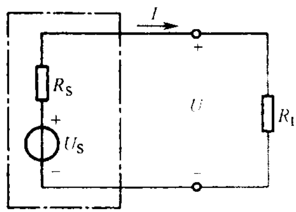


图1-1-1　电压源组合模型电路

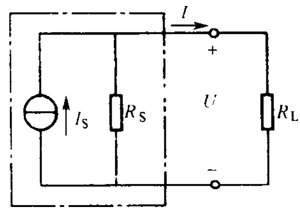


图1-1-2　电流源组合模型电路

1-1-20　两种电源组合模型的等效互换

两种电源组合模型等效互换的条件为

$U_S = R_S I_S$　（电压源内阻与电流源内阻相等）

或 $I_S = \dfrac{U_S}{R_S}$　（电压源内阻与电流源内阻相等）

1-1-21　受控源的电路模型

受控源的电路模型如图 1-1-3 所示，共有四种形式。

1-1-22　电路的接通状态

电路如图 1-1-4 所示。

电路接通时，电源向负载提供的电流为

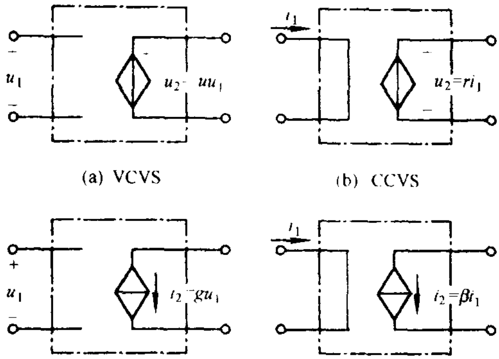
$$I = \frac{U_S}{R_S + R_L}$$

电源的端电压 U 与负载端电压相等，即

$$U = U_S - R_S I = R_L I$$

1-1-23　电路的开路状态

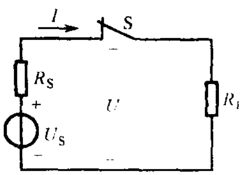
电路如图 1-1-5 所示。



(a) VCVS　(b) CCVS

(c) VCCS　(d) CCCS

图 1-1-3　受控源电路模型



即.-1-4　电路的接通状态

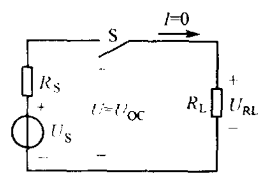


图1-1-5　电路的开路状态

电路开路时，电路中电流 $I=0$,因此负载得到的电流、电压和功率都为零,但其端电压(开路电压)最大,为

$$U = U_{OC}$$

1-1-24　电路的短路状态

电路如图 1-1-6 所示。

电路短路时，电源的端电压即负载的电压 $U=0$,负载上的电流与功率也为零 此时,通过电源的电流最大,为短路电流

$$I_{SC} = \frac{U_S}{R_S}$$

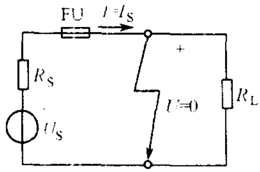


图 1-1-6　电路的短路状态

1-1-25　电气设备的额定值

电气设备的额定值主要有额定电压、额定电流、额定功率和额定温升等。额定电流可由 $P=RI^2$ 得出。

第 2 章　电路的分析方法

1-2-1　支路电流法

支路电流法是计算复杂电路的最基本的方法，它以各支路电流为未知量，运用基尔霍夫定律和欧姆定律对节点和回路列出方程，然后解出各支路电流，进而求出电压或功率。

现在，我们把用支路电流法计算复杂电路的解题步骤归纳如下：

1. 判定电路的支路数 b 和节点数 n；
2. 标出各待求支路电流的参考方向和回路的绕行方向；
3. 根据 KCL 列出($n-1$)个独立的节点电流方程式；
4. 根据 KVL 列出 $b-(n-1)$ 个独立回路的电压方程式；
5. 解联立方程组，求出各支路电路。

1-2-2　叠加原理

在具有 n 个电源的线性电路中，n 个电源共同作用时，在某一支路中所产生的电流（或电压），等于各个电源单独作用

时分别在该支路中所产生的电流（或电压）之代数和。这个关于各个电源作用的独立性的原理，称为叠加原理（图 1-2-1）。

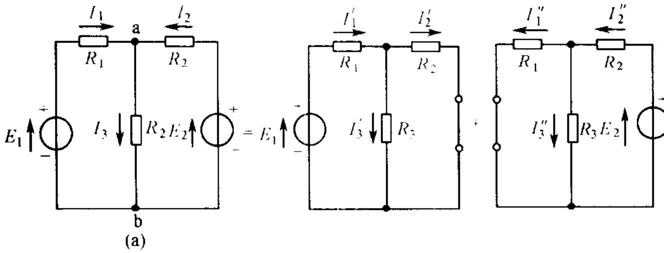


图 1-2-1　叠加原理示意图

叠加原理的正确性说明如下。若以图 1-2-1 中支路电流 I_1 为例，它可用支路电流法求出，运用基尔霍夫定律列出方程组

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ E_1 = I_1 R_1 + I_3 R_3 \\ E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 \end{cases}$$

解方程得

$$I_1 = \left(\frac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}\right) E_1 - \left(\frac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1}\right) E_2$$

设

$$\begin{cases} I'_1 = \dfrac{R_2 + R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E_1 \\ I''_1 = \dfrac{R_3}{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_3 R_1} E_2 \end{cases}$$

于是

$$I_1 = I_1' - I_1''$$

1-2-3 电阻的串联

如果在一段电路上，几个电阻依次首尾相连，各个电阻中通过同一电流，这种连接方法称为电阻的串联。

设 AB 支路中通过的电流为 I.各电阻的电压分别为 U_1，U_2 和 U_3。那么 A、B 端之间的电压 U 为

$$U = U_1 + U_2 + U$$

由欧姆定律可知：

$$U_1 = IR_1, U_2 = IR_2, U_3 = IR_3$$

所以

$$U = I(R_1 + R_2 + R_3) = IR$$

则

$$R = R_1 + R_2 + R$$

电路中，当有 n 个电阻串联时

$$R = \frac{U}{I} = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \sum_{k=1}^{n} R_k$$

即若干个电阻串联时，它们的等效电阻 R 等于各个串联电阻之和；各个电阻上的电压为：

$$U_1 = IR_1 = \frac{R_1}{R}U$$

$$U_2 = IR_2 = \frac{R_2}{R}U$$

$$U_3 = IR_3 = \frac{R_3}{R}U$$

$$\cdots$$

1-2-4 电阻的并联

如果电路中有两个或更多个电阻接在两个公共的节点之间，这样的连接方式称为电阻的并联。

设R_1,R_2,R_3中通过的总电流分别为I_1,I_2,I_3,电路中通过的总电流为I,根据基尔霍夫电流定律,有

$$I=I_1+I_2+I_3$$

由欧姆定律可知

$$I_1=\frac{U}{R_1},\qquad I_2=\frac{U}{R_2},\qquad I_3=\frac{U}{R_3}$$

因此

$$I=\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)U=\frac{U}{R}$$

其中

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}$$

即并联电路等效电阻R的倒数等于各个电阻的倒数之和。

电路中,当有n个电阻并联时

$$R=\frac{U}{I}=\frac{1}{\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{1}{R_k}}$$

在实际应用中，最常见的是两个电阻的并联，它们的等效电阻

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

通过两个并联电阻的电流分别为

$$I_1=\frac{U}{R_1}=\frac{IR}{R_1}=\frac{R_2}{R_1+R_2}I$$

$$I_2=\frac{U}{R_2}=\frac{IR}{R_2}=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

上式为两个并联电阻的分流公式。它表明在并联电路中，各个电阻中的电流与电阻大小成反比。

1-2-5 戴维南定理

对外电路来讲,任何一个线性有源二端网络都可以用一个电压源 U_S 和内阻 R_0 串联的组合模型来代替，如图 1-2-2 所示。等效电压源的电压 U_S 就是有源二端网络的开路电压 U_{OC}(将负载断开后 A,B 两端间的电压），等效电源的内阻 R_S 等于有源二端网络中所有电源均不作用（将各个理想电压源短路，即其电压为零；将各个理想电流源开路，即其电流为零）时，所得的无源二端网络两端间的等效电阻 R_0。这个由电压 U_S 和串联电阻 R_S 组成的等效电路称为戴维南等效电路。

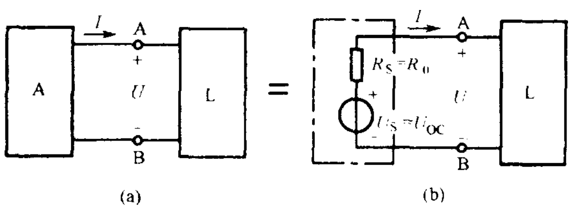


图 1-2-2 戴维南定理等效电路

应用戴维南定理求解电路的一般步骤：

(1)断开待求量的支路，得到一有源二端网络。

(2）根据有源二端网络的具体电路，计算出二端网络的开路电压 U_{OC} ,得到等效电压源的电压 U_S。

(3)将有源二端网络中的全部电源除去（即理想电压源短路,理想电流源开路),画出所得无源二端网络的电路图,计算其等效电阻，便得到等效电路的内阻 R_0。

(4）画出由等效电压源与待求支路组成的简单电路，计算出待求电流。

1-2-6 诺顿定理

任何一个有源二端线性网络都可以用一个电流为 I_S 的

理想电流源和内阻 R_S 并联的电源来等效代替，如图 1-2-3 所示。电流源的电流 I_S 等于二端网络端口短路时的短路电流 I_{SC}，并联电阻等于线性有源二端网络电源为零后所得到的无源网络两端的等效电阻 R_0，这就是诺顿定理。

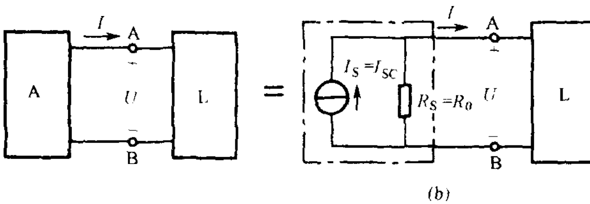


图 1-2-3 诺顿定理等效电路

1-2-7 等效内阻的求法

1. 电源为零求其等效电阻 R_0,即 $R_S=R_0$。

2. 短路电流法,即

$$R_S=\frac{U_{OC}}{I_{SC}}$$

式中,U_{OC} 为开路电压,I_{SC} 为短路电流。

3. 若不允许有源网络短路，可用实验法，即

$$R_S=\frac{U_{OC}-U}{I}$$

式中,U_{OC} 为开路电压,U 为端口电压,I 为端口电流。

1-2-8 节点电压法

以节点电压为变量的电路分析法称为节点电压法。

电路中，若仅有两个节点，且并联有 m 条支路,则

$$U_{AB}=\frac{\sum_{k=1}^{m}\frac{U_{Sk}}{R_k}}{\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{R_k}}$$

1-2-9　非线性电阻的静态电阻

电路如图 1-2-4 所示。则电路中 Q 点的静态电阻为

$$R_Q = \frac{U_Q}{I_Q} = \frac{m_u}{m_i} \cdot \tan\alpha$$

式中，α 角为 OQ 线与 I 轴的夹角。

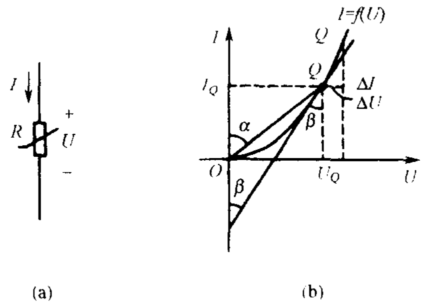


图 1-2-4　非线性电阻的静态电阻

1-2-10　非线性电阻的动态电阻

电路如图 1-2-4 所示。则电路中 Q 点的动态电阻为

$$r_Q = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{m_u}{m_i} \cdot \tan\beta$$

式中，β 角为 I 轴与 $I=f(U)$ 曲线过 Q 点切线的夹角。

第 3 章　正弦交流电路

1-3-1　正弦交流电的三要素

随时间按正弦规律变化的电压和电流称为正弦量，一般表达式为

$$x = X_m \sin(\omega t + \varphi_0)$$

如果幅值 X_m、角频率 ω 和初相 φ_0 确定之后，一个正弦量

就被确定。因此，X_m，ω 和 φ_0 被称为正弦交流电的三要素。如正弦电压和正弦电流的表达式分别为：

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$$
$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

1-3-2 周期和频率

正弦函数是周期函数，周期函数变化一个循环所需的时间称为周期 T，而单位时间内的周期数称为频率 f。周期 T 和频率 f 互为倒数，即

$$f = \frac{1}{T}$$

1-3-3 相位差

相位差为两个同频率的正弦量的相位之差。当两个同频率的正弦电流分别为：

$$i_1 = I_{1m} \sin(\omega t + \varphi_1)$$
$$i_2 = I_{2m} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

它们的相位差为

$$\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$$

1-3-4 正弦量的有效值

有效值是从电流做功的角度定义的。若周期电流 i 通过电阻 R 在一个周期 T 内所做的功与直流电流 I_d 在同等条件下所做的功相等，则周期电流 i 的有效值等于直流电流 I_d 的数值，即

$$\int_0^T i^2 R \mathrm{d}t = I_d^2 RT$$

则周期电流 i 的有效值为

$$I = I_d = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 \mathrm{d}t}$$

任何周期时变量 x 的有效值定义为

$$X=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2\,\mathrm{d}t}$$

对正弦电流来说，其有效值为

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\,\mathrm{d}t}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2\sin^2(\omega t+\varphi_i)\,\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{I_m}{\sqrt{2}}\approx 0.707I_m$$

同理

$$E=\frac{E_m}{\sqrt{2}},\qquad U=\frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

1-3-5 复数的四种表示式

复数代数型表达式为

$$A=a+\mathrm{j}b$$

复数三角函数表达式为

$$A=a+\mathrm{j}b=r\cos\varphi+\mathrm{j}r\sin\varphi$$

复数的指数表达式为

$$A=r\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}$$

复数的极坐标表达式为

$$A=r\angle\varphi$$

综上所述，复数的几种表示形式为

$$A=a+\mathrm{j}b=r(\cos\varphi+\mathrm{j}\sin\varphi)=r\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}=r\angle\phi$$

式中，A 为复数，它的长度 r 为复数的模，与实轴正方向夹角 φ 为辐角，在实轴和虚轴上的投影分别为复数的实部 a 与虚部 b。

1-3-6 复数的加减乘除

复数的加减法运算一般采用代数形式，即实部与实部相加减，虚部与虚部相加减。