热工过程自动控制

杨献勇摇主编

清 华 大 学 出 版 社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

（京）新登字 勇摇号

内摇容摇简摇介

本书在详细介绍了自动控制的基本原理之后，以热工过程为控制对象，讨论了常用控制系统的分析、整定方法，介绍了高度自动化的大型火电单元机组的主要控制系统，简要叙述了现代控制理论的基本内容，并对过程控制领域近 圆园年来的理论和技术成果——目前已得到广泛应用的集散控制系统和正在发展的先进过程控制策略进行了分析和说明。

本书可作为热能动力工程类有关专业大学本科生的教材，也可供研究生和从事热工过程控制的科研人员和工程技术人员参考。

书摇名：热工过程自动控制
作摇者：杨献勇摇主编
出版者：清华大学出版社（北京清华大学学研大厦，邮编 员
澳
印刷者：摇摇摇摇摇印刷厂
发行者：新华书店总店北京发行所
开摇本：
版摇次：
书摇号：
印摇数：
定摇价：摇摇

前摇摇言

“热工过程自动控制”是清华大学热能工程系为热能动力类专业高年级学生开设的一门课程,它包括自动控制原理和热能动力工业过程控制两部分内容。本书是在总结多年教学经验的基础上,对历年使用的讲义、讲稿进行反复修改和完善而完成的。

本书共分 苑章。第 员章和第 圆章介绍了经典控制理论的基本内容,是进一步学习以后各章的基础。这两章内容的选取和安排主要是考虑了控制理论在热工过程中的应用情况,它远不是经典控制理论的全部。在热工过程控制中,孕陨阅(比例、积分、微分) 控制器由于其原理清晰、整定简单、应用经验丰富,目前仍占统治地位,第 猿章详细分析了采用 孕陨阅控制器的单回路系统的分析和整定方法,并在此基础上,介绍了在热工过程控制中广泛采用的串级调节系统、前馈-反馈调节系统、解耦控制和纯滞后补偿等几种复杂调节系统。在热能动力部门中,火电机组的热力系统复杂,自动化水平高,具有典型性和代表性,第 源章比较详细地介绍了大型火电厂单元机组主要控制系统的结构及分析整定方法。自 苑园年代以来,过程控制领域的一个主要技术进步是集散控制系统的应用,目前在热工过程控制中,集散控制系统已成为控制系统的主流,第 缘章概要介绍了集散控制系统的体系结构和发展状况。第 远章介绍控制系统的状态空间分析方法和最优控制的基本概念,属于现代控制理论的范畴。由于现代控制理论对对象的模型要求较高,从而限制了它在热工过程控制中的成功应用。但是了解和掌握现代控制理论提出的基本概念和主要思想仍然是十分必要的。为了发展对模型精度要求不高而控制性能又优于传统的 孕陨阅的控制策略,近 圆园多年来,人们开展了大量的研究和探索,提出了许多新的控制思想、策略和算法,它们统称为先进过程控制技术,虽然其理论和技术还在发展和完善中,但它们在许多工业部门包括热能动力部门已得到了成功的应用,第 苑章简要介绍了这方面比较成熟的主要研究成果。本书第 员圆猿源远章附有一定数量的习题,它们力图反映课程的基本要求,是根据多年教学中的使用经验选取和编写的。

本书在内容上力求密切结合热能动力对象的实际,文字上力求简明扼要,体系结构上主要考虑热能动力类专业本科生学习的方便,使他们在修完高等数学、线性代数及部分专业课后即可进入本课程的学习。

本书第 员圆猿章和第 远章由杨献勇编写,第 源苑章由许立冬、杨献勇编写,第 缘章由李东海、杨献勇编写。由于作者水平有限,书中难免有不当之处,恳请读者批评指正。

编者

员怨怨怨年 愿月

目 录

第 1 章 自动控制系统的数学描述 …… 1
1.1 拉普拉斯变换 …… 1
1.1.1 拉氏变换的定义 …… 1
1.1.2 拉氏变换的主要性质 …… 1
1.1.3 常用函数的拉氏变换 …… 4
1.1.4 拉氏反变换 …… 6
1.1.5 利用拉氏变换解微分方程 …… 7
1.2 系统的动态特性 …… 7
1.2.1 微分方程 …… 8
1.2.2 传递函数 …… 8
1.2.3 输入响应法 …… 9
1.2.4 频率响应法 …… 10
1.2.5 状态变量表示法 …… 10
1.2.6 控制理论的一般问题 …… 10
1.3 环节的联接方式和典型环节的动态特性 …… 11
1.3.1 环节的基本联接方式 …… 11
1.3.2 典型环节的动态特性 …… 12
1.4 物理系统传递函数的推导 …… 13
1.4.1 系统的方块图表示 …… 13
1.4.2 方块图的等效变换 …… 14
1.4.3 求 梅逊电路传递函数的等效阻抗法 …… 16
1.5 信号流图 …… 16
1.5.1 信号流图的结构和术语 …… 16
1.5.2 信号流图的画法 …… 17
1.5.3 信号流图的化简 …… 18
1.5.4 梅逊公式 …… 20
习题 …… 20
第 2 章 系统分析 …… 20
2.1 系统分析的基本概念 …… 20
2.2 系统分析的一般方法 …… 20
2.3 系统的传递函数和系统的稳定性 …… 20

5.3.1 劳斯(Routh)稳定判据 …… 105
5.3.2 系统稳定的必要而不充分条件 …… 105
5.3.3 劳斯判据 …… 106
5.3.4 劳斯判据用于低阶系统 …… 108
5.3.5 劳斯判据用于判断系统的稳定性裕度 …… 109
5.4.1 奈魁斯特(Nyquist)稳定判据 …… 111
5.4.2 幅角定理 …… 111
5.4.3 奈氏准则 …… 113
5.5.1 广义频率特性 …… 116
5.5.2 对数坐标图——伯德图 …… 116
5.5.3 最小相位系统及其稳定性裕度 …… 118
6.1.1 一阶系统分析 …… 121
6.1.2 一阶系统的瞬态响应 …… 121
6.1.3 一阶系统的过渡时间 …… 122
6.2.1 二阶系统分析 …… 123
6.2.2 二阶系统的稳定性分析 …… 123
6.2.3 欠阻尼(0<ξ<1)时二阶系统分析 …… 124
6.2.4 二阶系统的频率特性 …… 126
6.3.1 高阶系统分析 …… 127
6.3.2 闭环主导极点 …… 127
6.3.3 高阶系统的瞬态响应分析 …… 127
6.4.1 系统分析的根轨迹法 …… 128
6.4.2 根轨迹的基本概念 …… 128
6.4.3 根轨迹作图的规则 …… 129
6.4.4 含有纯迟延环节的根轨迹 …… 130
习题 …… 131
第7章 热工过程自动调节系统的分析和整定 …… 134
7.1.1 热工对象的动态特性 …… 134
7.1.2 热工对象动态特性的特点 …… 134
7.1.3 用特征参数近似表示对象的动态特性 …… 135
7.1.4 由飞升曲线近似求取传递函数 …… 136
7.1.5 热工对象的频率特性 …… 137
7.2.1 调节规律和调节器 …… 138
7.2.2 三种基本调节规律 …… 138
7.2.3 工业调节器的动态特性 …… 139
7.3.1 单回路调节系统的分析 …… 140
7.3.2 稳定性分析 …… 140
7.3.3 调节系统的静态偏差 …… 140

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第 员章摇自动控制系统的数学描述

员援猿摇拉普拉斯变换

拉普拉斯(缘葬责造造葬泽)变换简称拉氏变换,是控制理论中广泛应用的数学工具,本节从应用角度出发,介绍拉氏变换的基本原理和方法。

员援猿援员摇拉氏变换的定义

实函数 源(怎)的拉氏变换定义为

$$L[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt \qquad (1.3.1)$$

式中,蕴[·]表示对[·]中的实函数求拉氏变换,变换结果是 泽的函数,记为 载(泽)。泽为复变量,泽越$\sigma + j\omega$,σ,ω 为实变量,躁越$\sqrt{-1}$。

已知 源(怎)的拉氏变换 载(泽)求 源(怎),称为拉氏反变换,通常用 蕴$^{-1}$[·]表示,计算式为

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{2\pi j}\int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} F(s)e^{st}ds \qquad (1.3.2)$$

源(怎)叫做原函数,载(泽)叫做象函数,由定义可知:

员)源(怎)(怎逸园)和 载(泽)是一一对应的。

圆)并不是所有的函数 源(怎)都存在拉氏变换 载(泽),载(泽)存在的条件是:

(员) 源(怎)分段连续;

(圆) 存在一个实数 σ,使 $\int_0^{\infty} |f(t)e^{-\sigma t}|dt$ 为有界值。

控制理论中用到的函数一般都存在拉氏变换。

员援猿援圆摇拉氏变换的主要性质

员)线性

摇摇由拉氏变换的定义可知,它是一种线性变换,故满足线性性质,即,若 蕴[源员(怎)] 越载员(泽),蕴[源圆(怎)] 越载圆(泽),葬遭为常数,则

$$L[af_1(t) \pm bf_2(t)] = aF_1(s) \pm bF_2(s) \qquad (1.3.3)$$

摇摇此性质可直接由拉氏变换的定义证明。

圆)延迟定理

若 蕴[源(怎)] 越载(泽),且 怎<园时,源(怎越园 则 蕴[源(怎原子)] 越$e^{-\tau s}$载(泽)。

对于不限定 贼→园时，曾(贼 越园的一般情况，延迟定理可借助单位阶跃函数 怎(贼 越 $\begin{cases} 园 & 贼<园 \\ 员 & 贼\geq 园 \end{cases}$ 表示为

$$蕴[曾(贼原_{T})\ 怎(贼原_{T})\ ]\ 越藻^{-释}载(泽 \qquad (员灏原$$

摇摇证明摇对

$$蕴[曾(贼原_{T})\ 怎(贼原_{T})\ ]\ 越\int_{园}^{肄} 曾(贼原_{T})\ 怎(贼原_{T})\ 藻^{-凿贼}凿贼$$

摇摇设 λ 越贼原$_{T}$，则上式等于

$$\int_{原}^{肄} 曾(\lambda)\ 怎(\lambda)\ 藻^{-释(T,\ 垣)}凿\lambda\ \ 越\int_{园}^{肄} 曾(\lambda)\ 藻^{-释(T,\ 垣)}凿\lambda\ \ 越藻^{-释}载(泽$$

猿郧复平移定理

若 蕴[曾(贼)] 越载(泽，则

$$蕴[藻^{-凿贼}曾(贼)]\ \ 越载(泽亘葬 \qquad (员灏缘$$

摇摇证明

$$蕴[藻^{-凿贼}曾(贼)]\ \ 越\int_{园}^{肄} 藻^{-凿贼}曾(贼)藻^{-凿贼}凿贼\ 越\int_{园}^{肄} 曾(贼)藻^{-凿(贼+亘葬)贼}凿贼\ 越载(泽亘葬$$

源爱时标变换定理

若 蕴[曾(贼)] 越载(泽，则

$$蕴\left[曾\left(\frac{贼}{葬}\right)\right]\ 越葬载(葬泽 \qquad (员灏匝$$

摇摇证明摇对

$$蕴\left[曾\left(\frac{贼}{葬}\right)\right]\ 越\int_{园}^{肄} 曾\left(\frac{贼}{葬}\right)藻^{-凿贼}凿贼$$

摇摇设 λ 越$\frac{贼}{葬}$，则

$$原式\ 越\int_{园}^{肄} 曾(\lambda)\ 藻^{-葬泽}葬凿\lambda\ \ 越葬载(葬泽$$

缘爱微分定理

若 蕴[曾(贼)] 越载(泽，且 $蕴\left[\frac{凿曾(贼)}{凿贼}\right]$ 存在，则

$$蕴\left[\frac{凿曾(贼)}{凿贼}\right]\ 越泽载(泽\ 原曾(园 \qquad (员灏甸$$

摇摇证明摇利用分部积分可求得

$$蕴\left[\frac{凿曾(贼)}{凿贼}\right]\ 越\int_{园}^{肄}\frac{凿曾(贼)}{凿贼}藻^{-凿贼}凿贼\ 越\int_{园}^{肄} 藻^{-凿贼}凿曾(贼\ 垣藻^{-凿贼}曾(贼)\Big|_{园}^{肄}\ 越原曾(园)\ \ 垣泽载(泽$$

若 曾(贼)在 贼越园处不连续，即 曾(园$^{+}$) $\neq$ 曾(园$^{-}$)，则存在如下两种变换形式

$$蕴_{垣}\left[\frac{凿曾(贼)}{凿贼}\right]\ 越泽载(泽\ 原曾(园^{+}) \qquad (员灏原$$

$$蕴_{原}\left[\frac{凿曾(贼)}{凿贼}\right]\ 越泽载(泽\ 原曾(园^{-}) \qquad (员灏怎$$

在控制理论中，一般关心 贼≥园时的情况，故采用式 (员灏原 形式。

·圆·

需要全本请访问 www.ertongbook.com

对于高阶微分，曾灶 (贼 越 $\frac{\text{凿}^{灶}曾(贼)}{\text{凿}贼^{灶}}$，若其拉氏变换存在，则有

$$蕴[曾^{灶}(贼)] \quad 越泽^{灶}载(泽) \quad 原\sum_{鄄=园}^{灶原员} 泽^{灶原鄄原员}曾^{鄄}(园) \qquad (员)$$

摇摇证明

$$\begin{aligned}
蕴[曾^{灶}(贼)] \quad &越泽蕴[曾^{灶原员}(贼)] \quad 原曾^{灶原员}(园) \\
&越泽\{泽蕴[曾^{灶原圆}(贼)] \quad 原曾^{灶原圆}(园)\} \quad 原曾^{灶原员}(园) \\
&越泽^{圆}蕴[曾^{灶原圆}(贼)] \quad 原泽曾^{灶原圆}(园) \quad 原曾^{灶原员}(园) \\
&越\cdots \\
&越泽^{灶}蕴[曾(贼)] \quad 原泽^{灶原员}曾(园) \quad 原泽^{灶原圆}曾^{员}(园) \quad 原\cdots \quad 原曾^{灶原员}(园) \\
&越泽^{灶}载(泽) \quad 原\sum_{鄄=园}^{灶原员} 泽^{灶原鄄原员}曾^{鄄}(园)
\end{aligned}$$

当初始条件为零 (即 曾(贼及其各阶导数在 贼越园时均为 园 时，则有

$$蕴\left[\frac{\text{凿}^{灶}曾(贼)}{\text{凿}贼^{灶}}\right] 越泽^{灶}载(泽) \qquad (员)$$

迈爱积分定理

若 蕴[曾(贼)] 越载(泽则

$$蕴\left[\int 曾(贼)\text{凿}贼\right] 越\frac{员}{泽}载(泽) \quad 垣\frac{员}{泽}\int 曾(贼)\text{凿}贼\Big|_{贼越园} \qquad (员)$$

摇摇证明摇利用分部积分

$$\begin{aligned}
蕴\left[\int 曾(贼)\text{凿}贼\right] &越\int_{园}^{肆} \int 曾(贼)\text{凿}贼\,\text{凿}贼 \\
&越原\frac{员}{泽}贼\int 曾(贼)\text{凿}贼\Big|_{园}^{肆} 垣\frac{员}{泽}\int_{园}^{肆} 曾(贼)贼\,\text{凿}贼 \\
&越\frac{员}{泽}\left[\int 曾(贼)\text{凿}贼\right]_{贼越园} 垣\frac{员}{泽}载(泽)
\end{aligned}$$

摇摇对于二重积分有

$$\begin{aligned}
蕴\left[\iint 曾(贼,\text{凿})\text{凿}贼\right] &越\frac{员}{泽}\left[\int 曾(贼,\text{凿})\text{凿}贼\right] 垣\frac{员}{泽}\left[\iint 曾(贼,\text{凿})\text{凿}贼\right]_{贼越园} \\
&越\frac{员}{泽}载(泽) 垣\frac{员}{泽}\left[\int 曾(贼,\text{凿})\text{凿}贼\right]_{贼越园} 垣\frac{员}{泽}\left[\iint 曾(贼,\text{凿})\text{凿}贼\right]_{贼越园}
\end{aligned} \qquad (员)$$

摇摇对于 灶重积分，有

$$蕴\left[\int\cdots\int 曾(贼,\text{凿},\cdots)\text{凿}贼\right] 越\left[\frac{员}{泽}\int 曾(贼,\text{凿},\cdots)\text{凿}贼\right]_{贼越园} 垣\frac{员}{泽}\left[\iint 曾(贼,\text{凿},\cdots)\text{凿}贼\text{凿}\cdots\right]_{贼越园} 垣\cdots 垣\frac{员}{泽}\left[\int\cdots\int 曾(贼,\text{凿},\cdots)\text{凿}贼\right]_{贼越园} \qquad (员)$$

摇摇对于定积分有

$$蕴\left[\int_{园}^{贼}\int_{园}^{贼}\cdots\int_{园}^{贼} 曾(贼,\text{凿},\cdots)\text{凿}贼\right] 越\frac{员}{泽}载(泽) \qquad (员)$$

定理 1.1（初值定理）

若 $f(t)$ 及 $f'(t)$ 均可拉氏变换，且 $\lim_{s\to\infty} sF(s)$ 存在，则

$$f(0^+)=\lim_{t\to 0^+} f(t)=\lim_{s\to\infty} sF(s) \tag{1.1}$$

证明 由微分定理

$$\mathcal{L}\left[\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\right]=sF(s)-f(0^+)=\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}e^{-st}\,\mathrm{d}t$$

两边取极限

$$\lim_{s\to\infty}\left[sF(s)-f(0^+)\right]=\lim_{s\to\infty}\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}e^{-st}\,\mathrm{d}t=0$$

即得到式 (1.1)。

定理 1.2（终值定理）

若 $f(t)$ 及 $f'(t)$ 均可拉氏变换，且 $\lim_{t\to+\infty} f(t)$ 和 $\lim_{s\to 0} sF(s)$ 存在，则

$$\lim_{t\to+\infty} f(t)=\lim_{s\to 0} sF(s) \tag{1.2}$$

证明 由微分定理

$$\mathcal{L}\left[\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\right]=sF(s)-f(0^+)=\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}e^{-st}\,\mathrm{d}t$$

两边取极限 $s\to 0$，因为

$$\lim_{s\to 0}\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}e^{-st}\,\mathrm{d}t=\int_0^{+\infty}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{d}t=\lim_{t\to+\infty} f(t)-f(0^+)$$

故定理成立。

定义 1.3（卷积定理）

两个函数 $f_1(t)$ 和 $f_2(t)$ 的卷积分定义为

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau \tag{1.3}$$

卷积定理为，若 $\mathcal{L}[f_1(t)]=F_1(s)$，$\mathcal{L}[f_2(t)]=F_2(s)$，且在 $t<0$ 时，$f_1(t)=f_2(t)=0$，则

$$\mathcal{L}[f_1(t)*f_2(t)]=F_1(s)F_2(s) \tag{1.4}$$

证明

$$\begin{aligned}\mathcal{L}[f_1(t)*f_2(t)]&=\int_0^{+\infty}\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau\,e^{-st}\,\mathrm{d}t\\&=\int_0^{+\infty}\int_0^t f_1(\tau)f_2(t-\tau)\,\mathrm{d}\tau\,e^{-st}\,\mathrm{d}t\\&=\int_0^{+\infty}f_1(\tau)\int_0^{+\infty}f_2(t-\tau)e^{-st}\,\mathrm{d}t\,\mathrm{d}\tau\end{aligned}$$

设 $\lambda=t-\tau$，则

$$\begin{aligned}\text{原式}&=\int_0^{+\infty}f_1(\tau)\int_0^{+\infty}f_2(\lambda)e^{-s(\lambda+\tau)}\,\mathrm{d}\lambda\,\mathrm{d}\tau\\&=\int_0^{+\infty}f_1(\tau)e^{-s\tau}\,\mathrm{d}\tau\int_0^{+\infty}f_2(\lambda)e^{-s\lambda}\,\mathrm{d}\lambda\\&=F_1(s)F_2(s)\end{aligned}$$

摇摇由于 载员(泽载圆(泽 越载圆(泽载员(泽,且拉氏变换象函数和原函数是一一对应的,故可得

$$曾员(贼)*曾圆(贼) 越曾圆(贼)*曾员(贼 \qquad (员猿园)$$

即卷积可以交换次序。

拉氏变换还有其它一些性质,一并列于表 员猿园。

表 员猿园摇拉普拉斯变换的主要性质表

性质	表摇达摇式
线性	$蕴[葬曾员(贼)依遭曾圆(贼)] 越葬载员(泽)依遭载圆(泽$
实微分	$蕴[\frac{凿曾(贼)}{凿贼}] 越泽载(泽)原\sum_{鄄=园}^{灶原员}泽^{灶原员原鄄}载^{(鄄)}(园)$
复微分	$蕴[贼曾(贼)] 越(原员)^{灶}\frac{凿^{灶}载(泽)}{凿泽^{灶}}$
实积分	$蕴[\int\cdots\int曾(贼)(凿贼)^{灶}] 越\frac{载(泽)}{泽^{灶}} 垣\sum_{鄄=员}^{灶}[\int\cdots\int曾(贼)(凿贼)^{鄄}]_{贼=园}$
复积分	$蕴[\frac{员}{贼^{灶}}曾(贼)] 越\int_{泽}^{肆}载(泽)凿泽$
实平移	$蕴[曾(贼原\tau)怎(贼原\tau)] 越e^{原泽\tau}载(泽)$
复平移	$蕴[e^{原葬贼}曾(贼)] 越载(泽垣葬)$
实卷积	$蕴[曾员(贼)*曾圆(贼)] 越蕴[\int_{园}^{贼}曾员(贼原\tau)曾圆(\tau)凿\tau] 越载员(泽)载圆(泽)$
复卷积	$蕴[曾员(贼)曾圆(贼)] 越\frac{员}{圆\pi j}\int_{原j肆}^{c垣j肆}载圆(责)载员(泽原责)凿责$
时标变换	$蕴[曾(贼/葬)] 越葬载(葬泽)$
初值	$\lim_{贼\to园}曾(贼)=\lim_{泽\to肆}泽载(泽)$
终值	$\lim_{贼\to肆}曾(贼)=\lim_{泽\to园}泽载(泽)$

员猿摇摇常用函数的拉氏变换

利用拉氏变换的定义和性质,可以很容易得到控制理论中常用的一些函数的拉氏变换,下面给出一些重要函数的拉氏变换及其求取方法。

员援员单位阶跃函数

在讨论延迟定理时,已给出单位阶跃函数的表达式,它是控制理论中广泛应用的一种典型函数。在经典控制理论中,研究一个系统的特性时,往往采用输入量输出的方法,即研究系统在特定输入下的输出响应。考虑到理论分析的简单性和实际工程中的易实现性,单位阶跃函数是应用最广泛的一种特定输入函数。根据拉氏变换的定义,可以很容易得到其拉氏变换为

$$蕴[怎(贼)] 越\int_{园}^{肆}藻^{原泽贼}凿贼=越\frac{员}{泽} \qquad (员猿员)$$

圆遥斜坡函数

斜坡函数亦称线性函数，为 曾(贼 越 $\begin{cases} 园 & 贼<园 \\ 贼 & 贼\geqslant 园 \end{cases}$。根据定义可求得 载(泽 越 $\frac{员}{泽}$

猿遥指数函数

指数函数 曾(贼 越$^{-\alpha贼}$的拉氏变换为

$$载(泽 越\int_{园}^{肆} 藻^{-\alpha贼}藻^{-泽贼}凿贼越\int_{园}^{肆} 藻^{-(泽+\alpha)贼}凿贼越\frac{员}{泽+\alpha葬} \tag{员}$$

源遥正弦函数和余弦函数

正弦函数 曾(贼 越$\sin\omega_{园}贼$和余弦函数 曾(贼 越$\cos\omega_{园}贼$的拉氏变换可以根据指数函数的拉氏变换和欧拉公式

$$\left.\begin{aligned} 藻^{j\omega贼} &越 \cos\omega_{园}贼+j\sin\omega_{园}贼 \\ 藻^{-j\omega贼} &越 \cos\omega_{园}贼-j\sin\omega_{园}贼 \\ \cos\omega_{园}贼 &越 \frac{员}{园}(藻^{j\omega贼}+藻^{-j\omega贼}) \\ \sin\omega_{园}贼 &越 \frac{员}{园j}(藻^{j\omega贼}-藻^{-j\omega贼}) \end{aligned}\right\} \tag{员}$$

得到，为

$$\mathcal{L}[\sin\omega_{园}贼]越\frac{员}{园j}\left(\frac{员}{泽-j\omega}-\frac{员}{泽+j\omega}\right)越\frac{\omega}{泽^{2}+\omega^{园}} \tag{员}$$

$$\mathcal{L}[\cos\omega_{园}贼]越\frac{员}{园}\left(\frac{员}{泽-j\omega}+\frac{员}{泽+j\omega}\right)越\frac{泽}{泽^{2}+\omega^{园}} \tag{员}$$

缘遥方波函数和单位脉冲函数 (δ 函数)

摇摇图 员遥员所示为一幅度为 粤 宽度为 栽的方波函数，为了求它的拉氏变换，将其写成

$$曾(贼)越粤[怎(贼)-怎(贼-栽)]$$

利用拉氏变换的平移定理，可得其拉氏变换为

$$载(泽)越粤\left[\frac{员}{泽}-\frac{员}{泽}藻^{-泽栽}\right]越\frac{粤(员-藻^{-泽栽})}{泽}$$

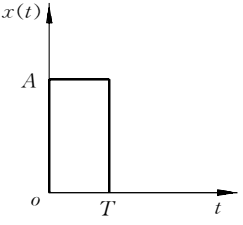


图 员遥员摇方波函数

摇摇对图 员遥员所示的方波，使 粤越$\frac{员}{栽}$，且 栽→园此时方波变为宽度趋于零，幅度为无穷大，脉冲强度 (即脉冲下的面积) 为员的函数，称为单位脉冲函数或 δ 函数，它可表示为

$$\delta(贼)越\lim_{栽\to园}\frac{员}{栽}[怎(贼)-怎(贼-栽)]$$

其拉氏变换为

$$\Delta(泽)越\lim_{栽\to园}\frac{员-藻^{-泽栽}}{栽泽}越员 \tag{员}$$

摇摇δ 函数在控制理论中具有特别重要的意义，在系统分析中也常取其作为特定输入函数。但严格的 δ 函数在物理上是不能实现的，工程中常用幅度尽量大、宽度尽量窄的方波

函数来近似。

遥援衰减正弦函数和衰减余弦函数

在控制系统中，系统的输出常为衰减正弦函数 藻$^{-\sigma t}$泽$_{\omega}$贼或衰减余弦函数 藻$^{-\sigma t}$糟$_{\omega}$贼的形式，根据复平移定理和正弦函数及余弦函数的拉氏变换，可直接写出

$$蕴[藻^{-\sigma t}泽_{\omega}贼]=\frac{\omega}{(s+\sigma)^{圆}+\omega^{圆}} \qquad (员)$$

$$蕴[藻^{-\sigma t}糟_{\omega}贼]=\frac{s+\sigma}{(s+\sigma)^{圆}+\omega^{圆}} \qquad (员)$$

摇摇常用函数的拉氏变换对于以后各章十分重要，在工程应用中，常将重要函数的拉氏变换制成表格，需要时可直接查表得到，表 员遭即为常用函数的拉氏变换表。

表 员遭摇常用函数的拉普拉斯变换表

序号	曾(贼	载(泽
员	δ(贼	员
圆	怎(贼	$\frac{员}{泽}$
猿	贼	$\frac{员}{泽^{圆}}$
源	贼(灶越员，圆…)	$\frac{灶!}{泽^{灶+员}}$
缘	泽$_{\omega}$贼	$\frac{\omega}{(s+\sigma)^{圆}+\omega^{圆}}$
远	糟$_{\omega}$贼	$\frac{s+\sigma}{(s+\sigma)^{圆}+\omega^{圆}}$
苑	藻$^{-\sigma t}$贼	$\frac{员}{s+\sigma}$
愿	贼藻$^{-\sigma t}$	$\frac{员}{(s+\sigma)^{圆}}$
怨	贼藻$^{-\sigma t}$(灶越员，圆…)	$\frac{灶!}{(s+\sigma)^{灶+员}}$
员园	藻$^{-\sigma t}$泽$_{\omega}$贼	$\frac{\omega}{(s+\sigma)^{圆}+\omega^{圆}}$
员员	藻$^{-\sigma t}$糟$_{\omega}$贼	$\frac{s+\sigma}{(s+\sigma)^{圆}+\omega^{圆}}$

摇摇例 员猿摇求如图 员猿(葬所示三角坡函数的拉氏变换。

解摇此三角坡函数可看成图 员猿(遭，(糟，(凿分别所示三个函数 曾员(贼，曾圆(贼，曾猿(贼的相加，故有

$$曾(贼)=曾_{员}(贼)+曾_{圆}(贼)+曾_{猿}(贼)$$

$$=\frac{耘}{栽}贼\cdot 1(贼)-\frac{耘}{栽}(贼-栽)\cdot 1(贼-栽)-\frac{耘}{栽}(贼-栽)\cdot 1(贼-栽)$$

所以

$$载(泽\ 越\frac{耘_{员}}{栽_{员}泽+原}+\frac{耘_{圆}}{栽_{圆}泽+原}+\cdots+\frac{耘_{苑}}{栽_{苑}泽+原}$$

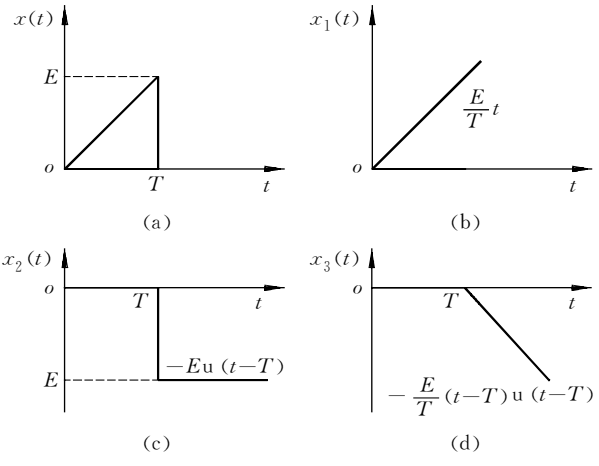


图 员猿猿猿 三角坡函数及其分解

员猿猿猿 拉氏反变换

直接利用公式 (员猿猿猿) 由 载(泽求其反变换 曾(贼是很困难的。对于工程上常用的函数，其拉氏变换一般是 泽的有理分式，故本小节仅讨论当 载(泽是 泽的有理分式时，进行反变换求 曾(贼的部分分式法。

设 载(泽 越$\frac{悦(泽}{粤(泽}$，其中 悦(泽，粤(泽皆为 泽的实系数多项式。当 悦(泽的次数大于 粤(泽的次数时，载(泽可表示为

$$载(泽\ 越\frac{悦(泽}{粤(泽}\ 越葬_{员}泽+垣葬_{圆}泽^{圆}垣\cdots\ 垣葬_{苑}泽^{苑}垣\frac{月(泽}{粤(泽}$$

其中，$\frac{月(泽}{粤(泽}$为真分式，即 粤(泽的次数大于 月(泽的次数。

因为 蕴[葬] 越葬$_{苑}$≠0 (贼，故 蕴[泽 越$\frac{凿(贼}{凿贼}$，…，所以仅讨论真分式情况，即设 载(泽 越$\frac{月(泽}{粤(泽}$，其中 粤(泽为 灶次，月(泽为 皂次，灶＜皂，则

$$载(泽\ 越\frac{月(泽}{粤(泽}\ 越\frac{(泽垣泽_{员})(泽垣泽_{圆})\cdots(泽垣泽_{皂})}{(泽垣泽_{员})(泽垣泽_{圆})\cdots(泽垣泽_{灶})}$$

当 泽越原泽$_{员}$，原泽$_{圆}$，…，原泽$_{皂}$时，载(泽 越园，这些点叫 载(泽的零点；当 泽越原泽$_{员}$，原泽$_{圆}$，…，原泽$_{灶}$时，载(泽 越∞，这些点叫 载(泽的极点。

员援当 载(泽具有单实极点时 (即 泽$_{员}$，泽$_{圆}$，…，泽$_{灶}$互不相同)，载(泽可表示为

$$载(泽\ 越\frac{月(泽}{粤(泽}\ 越\frac{月(泽}{(泽垣泽_{员})(泽垣泽_{圆})\cdots(泽垣泽_{灶})}\ 越\frac{粤_{员}}{泽垣泽_{员}}垣\frac{粤_{圆}}{泽垣泽_{圆}}垣\cdots\ 垣\frac{粤_{灶}}{泽垣泽_{灶}}$$

·愿·需要全本请访问 www.ertongbook.com