

# 控制工程基础

李少康 主编

西北工业大学出版社

**【内容简介】** 本书介绍了控制理论的基本概念,着重研究经典控制理论的基本内容,包括时域响应分析,频率响应分析,根轨迹法,稳定性理论和误差理论;同时简明扼要地讨论了相平面法和描述函数法,以及离散时间控制系统;并且还介绍了拉氏变换和  $Z$  变换。

本书可作为“机械设计制造及其自动化”等非自动控制专业的教材,也可供有关工程技术人员阅读、参考。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

控制工程基础/李少康主编. —西安:西北工业大学出版社,2005.1

ISBN 7-5612-1861-3

I. 控… II. 李… III. 自动控制理论—高等学校—教材 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 123359 号

出版发行:西北工业大学出版社

通信地址:西安市友谊西路 127 号 邮编:710072

电 话:(029)88493844 88491757

网 址:www.nwpup.com

印 刷 者:陕西向阳印务有限公司

开 本:787 mm×1 092 mm 1/16

印 张:20.25

字 数:493 千字

版 次:2005 年 2 月第 1 版 2005 年 2 月第 1 次印刷

定 价:26.00 元

# 前 言

目前,自动控制技术已经广泛应用于工农业生产、交通运输、国防和国民经济等许多部门,在科学技术现代化的过程中,正起着越来越重要的作用。自动控制理论已成为高等院校非自动控制专业的技术基础课。本着通俗易懂、重点突出、便于自学的原则,结合编者们在西安工业学院多年讲课的实际经验,完成了本书的编写工作。

本书第一、二章介绍自动控制系统的基本概念和建立系统数学模型的有关知识;第三章介绍了学习本门课程的数学工具——拉氏变换;第四章介绍传递函数、方块图和信号流图的概念;第五、六章分别研究线性定常系统的时域响应分析和频域响应分析;第七、八章是稳定性理论和误差理论;第九章简明扼要地讨论了根轨迹法的基本内容;第十章介绍了系统的设计校正,提出了研究、分析这类问题的思路;第十一章讨论非线性系统的相平面法和描述函数法;第十二章研究了离散时间控制系统的基本问题。在这些章节中,第九、十、十一章和十二章在内容上具有一定的独立性,可以根据实际情况和教学要求予以取舍。书中各章均选编了一定数量的习题,并在书末给出了大部分习题的答案。

全书由李少康、尚雅层、赫东锋三人共同编写,其中尚雅层编写了第三章和第六章,赫东锋编写了第四章,李少康编写了其余各章并对全书进行了统稿。

西安工业学院各级领导对本书的出版给予了大力支持和热情帮助,在此表示衷心感谢。

由于编者水平及能力有限,书中不妥和错误之处在所难免,敬请读者和专家批评指正。

编 者

2004 年 11 月

# 目 录

第一章 绪 论	1
1.1 引 言	1
1.2 开环控制与闭环控制	2
1.3 控制系统的分类及闭环系统的组成	7
1.4 典型输入	8
习 题	12
第二章 控制系统的数学模型	13
2.1 建立数学模型的一般步骤	13
2.2 非线性方程的线性化	15
2.3 卷积关系式	18
习 题	22
第三章 拉氏变换	23
3.1 拉氏变换的定义	23
3.2 拉氏变换的几个定理和性质	25
3.3 拉氏反变换	36
3.4 用拉氏变换法解常系数线性微分方程	40
习 题	41
第四章 传递函数、方块图及信号流图	43
4.1 传递函数	43
4.2 机械振动系统传递函数的简单求法	53
4.3 方块图	60
4.4 信号流图	69
习 题	78
第五章 时域响应分析	81
5.1 引 言	81
5.2 阶跃输入时域响应	84

5.3	脉冲输入时域响应	97
5.4	斜坡输入时域响应	99
5.5	时域响应的计算机解法	101
	习 题	112
第六章 频率响应分析		115
6.1	频率特性及其几何表示法	115
6.2	幅相频率特性曲线	118
6.3	对数坐标图(伯德图)	126
6.4	最小和非最小相位(角)系统	136
6.5	截止频率和带宽	139
6.6	开、闭环频率特性的图解关系	141
	习 题	145
第七章 控制系统的稳定性		148
7.1	稳定性	148
7.2	时域稳定判据	150
7.3	频率域稳定判据	159
7.4	控制系统的相对稳定性——稳定裕度	173
	习 题	178
第八章 误差分析		181
8.1	控制系统的稳态误差	181
8.2	干扰对系统稳态精度的影响	187
8.3	综合性能指标及最优参数	190
	习 题	193
第九章 根轨迹法简介		195
9.1	引 言	195
9.2	根轨迹的绘制	197
9.3	根轨迹法在性能分析中的应用	204
	习 题	207
第十章 控制系统的设计校正		209
10.1	引 言	209
10.2	增益调整	212
10.3	串联校正	214
10.4	并联(反馈)校正	235
10.5	顺馈校正	241

10.6	PID 校正	244
	习 题	244
<b>第十一章</b>	<b>非线性控制系统</b>	<b>245</b>
11.1	引 言	245
11.2	相平面法	249
11.3	描述函数法	265
	习 题	274
<b>第十二章</b>	<b>离散时间控制系统</b>	<b>276</b>
12.1	采样过程及采样定理	276
12.2	Z 变换	282
12.3	Z 反变换	288
12.4	采样系统的数学模型	290
12.5	系统分析	297
	习 题	304
	习题答案	306
	参考文献	316

# 第一章 绪 论

## 1.1 引 言

控制工程基础主要阐述有关自动化技术的一般基础理论,因此,首先要明确以下几个概念。

(1)控制:这个名词在社会科学和自然科学中都使用,它的基本含义是:驾御限制使在一定范围内。工程上的意义,是使一个对象(或过程)按一定的规律运行或变化。

(2)自动控制:指不需要人直接参与的控制。

(3)机械控制工程:着重研究解决有关机械设计、工艺中最基本的自动控制问题。

平常我们所见到的任何一个工程机械、仪器、仪表和器械不外乎完成以下三种任务:

- 1) 能量的转换或传递;
- 2) 信号的转变或传递;
- 3) 材料的转化或流动。

由于完成的任务不同,因此各自遵循的规律也就不同,研究问题的侧重点也不相同。例如地脚螺钉就主要研究强度问题,丝杠、螺母传动就要研究摩擦损耗及精度问题,而与信号的转换和传递有关的任务往往离不开控制理论。控制理论不是从物质和能量方面,而是从信息方面研究系统的功能和行为,不过最终控制的仍是物质和能量。正因为运用了控制理论的基本出发点——功能类比法,才把结构上、本质上不同的技术系统相互沟通起来,找到了它们的共同规律,出现了像智能机器人这样的高技术产品。

早在1000多年前,我国就有了指南针,铜壶滴漏计时器,候风地动仪等自动装置。西方国家自产业革命时代开始,在瓦特发明的蒸汽机上就有了自动控制装置。后来,随着科学技术的不断发展,研究自动控制共同规律的理论也就日益完善起来,到20世纪50年代形成了经典(古典)控制理论。它的特征:

研究对象:单变量;单输入,单输出。

数学工具:积分变换(拉氏,傅氏变换), $Z$ 变换等。

出发点:传递函数。

基本内容:稳定性,稳态误差,过渡过程的品质等。

20世纪50年代末、60年代初,由于尖端军事技术的发展,特别是宇航技术的发展,需要人们研究高质量的、大型的、复杂的控制系统,而电子计算机技术的不断完善给这一研究工作提

供了重要的物质条件,近代应用数学的蓬勃发展给其提供了理论工具,这样就形成了现代控制理论。它的特征:

研究对象:多变量;多输入,多输出。

数学工具:线性代数,微分方程论,概率论及随机过程,变分法,计算数学等。

出发点:状态方程。

基本内容:状态空间法,最优控制,最佳估值,系统辨识。

有的学者把 20 世纪 70 年代开始发展起来的大系统理论、人工智能等列入第三发展阶段。

本书仅涉及经典控制理论的有关基本内容。

## 1.2 开环控制与闭环控制

### 1.2.1 开环控制

控制装置与被控制对象之间只有顺向作用而无反向联系的控制系统,称之为开环控制。

被控对象:要求实现自动控制的机器设备、仪器或生产过程等。

控制装置:对被控对象起作用的设备总体。

例如有一台电炉,要求保持炉温为  $100^{\circ}\text{C}$ ,按照以往经验只需给其通电 3 min 即可达到目的,这样就可用延时继电器来实现此控制任务。控制示意图如图 1.1 所示。

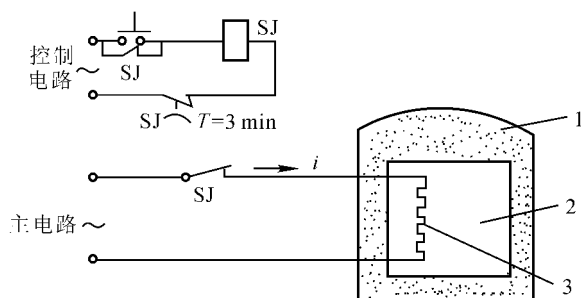


图 1.1 炉温控制系统

1—电炉; 2—炉温  $\theta$ ; 3—发热量  $Q$

本例中,被控对象是电炉,被控变量是炉温  $\theta$ ,控制装置是继电器,电阻丝等。

把这一控制过程画成表示系统中各元件物理功能之间信号传递关系的方块图,会使得控制作用更加清楚、明了,如图 1.2 所示。由图中可见,控制装置单向对被控对象起作用。

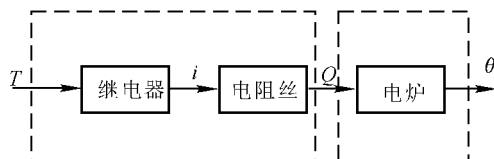


图 1.2 炉温控制系统的方块图

当主电路电压变化或开闭炉门次数变化时,都会影响到炉温的实际值,称之为受干扰后输出量  $\theta$  有变化。

日常生活中,这种控制实例很多,如洗衣机,电风扇等。

若不考虑这种类型的控制系统中的具体物理元件,则可把开环控制抽象画成图 1.3 所示的典型方块图。图中的输入、输出信号分别用相应的拼音字母来表示。

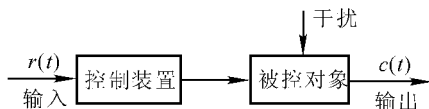


图 1.3 开环控制方块图

开环控制的缺点是控制精度差,不能抗干扰。

在分析研究控制系统时,应对如下三个变量给予足够的重视,才能较深入地理解系统中信号的传递关系,正确地绘制出方块图,即:输入量  $r(t)$ ,系统的控制量或目标值;输出量  $c(t)$ ,系统的被控制量,要求实现自动控制的变量,是一个极为重要的物理量,它在控制过程中要严格按照预定的规律变化;干扰量,所有妨碍输出量按预定规律变化的因素,可以在系统的任何地方、任何时间对输出量产生影响。

### 1.2.2 人工闭环控制

在控制及其理论发展的进程中,为克服开环控制的缺点,自然而然地就充分发挥“人”这个积极因素,形成了人工闭环控制。

例如上例中,在电炉中加入温度计,通过人用眼睛看温度计是否为希望值  $100^{\circ}\text{C}$ ,然后用手操纵继电器开关,关闭或打开炉门,使炉温保持恒定,如图 1.4 所示。画成方块图如图 1.5 所示。

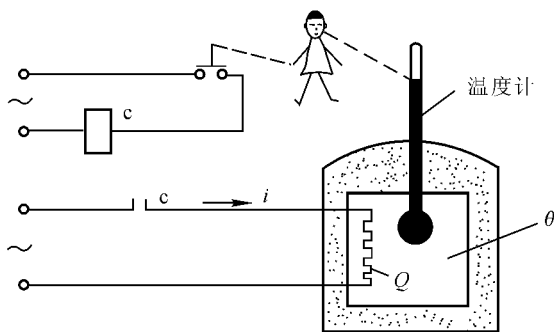


图 1.4 炉温人工控制系统

图中  $\theta_r$  为炉温希望值,  $\theta_c$  为实际炉温值。这里,输出量对输入量产生作用,也就是说被控对象与控制装置之间存在反向关系。形成信号流动的回路。这种控制在工程实践中是大量存在的。如在立铣床上,用“赶刀”的方法加工模板曲线就是一例。如图 1.6 所示。

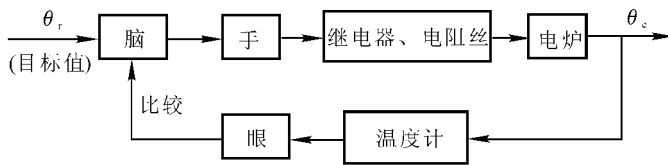


图 1.5 方块图

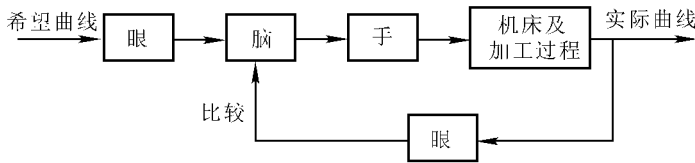


图 1.6 加工模板曲线方块图

日常生活中,也经常见到这种控制。有一个希望值(目标值),有一个实际值,人们总是把实际值与希望值进行比较(即输出对输入起作用),不断地进行过程修正,使实际值趋于希望值。通常骑自行车、走路等就可以用图 1.7 所示的方块图进行表示。

洗衣机,电风扇由人参与控制后也就形成了人工闭环控制。

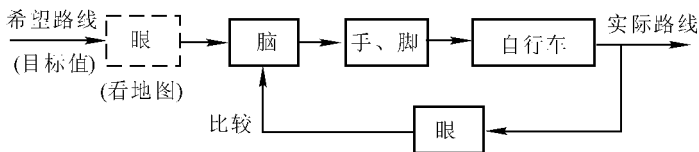


图 1.7 方块图

除去以上这些具体控制内容,抽象地看,这类控制都有一个共同点,即输出对输入的联系少不了“人”这个因素。很显然,人工闭环控制不能算是自动控制。在这种控制中,人们劳动强度很大,很紧张。但人们研究人工闭环控制的目的,就是为了分析人在控制过程中所起的作用,以使用仪器、仪表等来模仿人的动作,最终代替人的工作以实现自动控制。因此,研究人工闭环控制有着重要的工程实际意义。

### 1.2.3 闭环控制

控制装置与被控对象之间既有顺向作用,又有反向联系的控制,即形成信号流动闭合回路的控制,称之为闭环控制。

在前面控制炉温的例子中,用仪器、仪表代替“人”,就可实现自动控制。例如在电炉中插入接触式水银温度计,其电路连接方式如图 1.8 所示。温度计的可动上触点用来定标,给出希望的温度值,下触点即是水银,随炉温的实际值而变动高度。

若温度的希望值不变(如  $100^{\circ}\text{C}$ ),当存在外部干扰因素时(如主电路电压变化,开闭炉门

次数变化等),则控制系统的镇定过程如下:

温度下降,控制回路触点断,主回路通电,炉温上升。

温度上升,控制回路触点通,主回路断电,炉温下降。

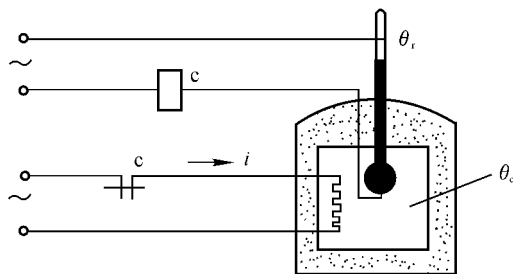


图 1.8 炉温闭环控制系统

若不考虑外部干扰因素的影响,当温度的希望值变化时,则控制系统的随动过程也是类似的变化情况。

实际的控制过程由于热容量的影响,炉温在断电后还要高出目标值,然后散热又使炉温低于目标值,接着又通电使炉温上升,周而复始,最终使炉温实际值在目标值附近以一定的精度上下波动。

图 1.9 所示为这种控制过程的方块图。

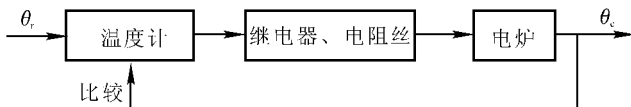


图 1.9 方块图

工程上把输出量送回到输入端并与输入量进行比较的过程称之为反馈。若反馈信号与输入量是相减关系则为负反馈。自动控制系统中大量应用的都是负反馈。有时测量输出量的装置与比较装置由一个元件承担(一身兼二职),称该元件为误差检测器。上例中,温度计即是误差检测器。在人工闭环系统中,人就起着误差检测器的作用,当然,人还起着其他的作用,如指挥手、脚动作等。

再如,图 1.10 所示为操纵船舶方向舵的简单原理图。当转动方向盘输入一个初始转角  $\theta_r$  时, $a$  点移动使电桥不平衡,输出一个电压信号到放大器,驱动电机,经减速后带动方向舵转动同样的角度  $\theta_c$ ,从而使联动的  $b$  点移动,与  $a$  点同步,电桥在新的位置上平衡。这里,电桥为误差检测器。其方块图如图 1.11 所示。本例的镇定、随动过程完全类似于炉温控制系统。

若用符号“○”或“⊗”表示比较,则方块图如图 1.12 所示。

诸如  $X-Y$  记录仪等许多常见的随动装置都与这种控制方式相类似。

除去控制的具体内容,则闭环系统可用图 1.13 所示的典型方块图来表示。

开、闭环控制的比较见表 1.1。

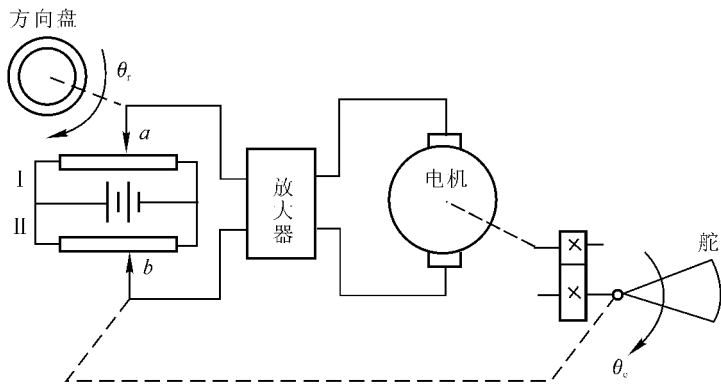


图 1.10 船舶操纵原理图

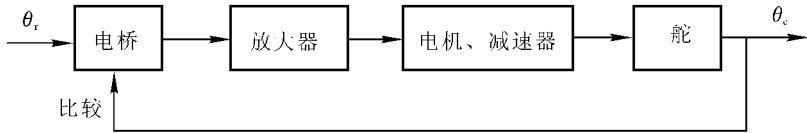


图 1.11 方块图

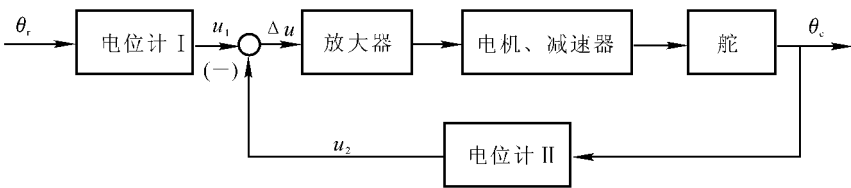


图 1.12 船舶方向舵控制系统方块图

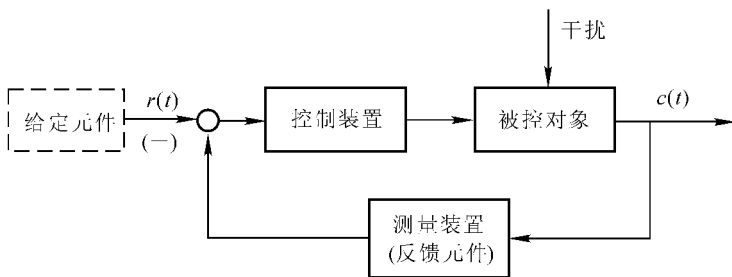


图 1.13 闭环控制系统的方块图

表 1.1 开、闭环控制比较

项 目	结 构	成 本	精 度	抗干扰能力
开 环	简 单	低	低	差
闭 环	复 杂	高	高	强

一般对于要求不高、干扰因素影响不大的情况,尽量采用开环控制。尤其当输出量无法测量时,只好采用开环控制。而常见的系统大都是闭环控制。

### 1.3 控制系统的分类及闭环系统的组成

#### 1.3.1 分 类

自动控制系统的分类方法很多,如同按信号联系方式分为开、闭环一样,可以按照组成元件的物理功能分为电气、液压、机械控制系统,也可按控制方程分为线性、非线性控制系统,还可按加在控制装置输入端与输出端的信号之间的关系进行分类,例如:比例、微分、积分控制,如此等等。总而言之,同一个系统根据研究问题的方便或出发点不同,可进行不同的归类。

通常可按输入量  $r(t)$  的函数关系,把自动控制系统分为三类。

(1) 镇定系统(恒值控制系统) 该系统的特点是  $r(t)$  等于常数(或随时间很缓慢地变化)。系统的基本任务是在存在扰动的情况下使输出的被控制量保持在给定的希望值上。

(2) 随动系统(跟踪、伺服系统) 该系统的特点是输入量  $r(t)$  为任意函数,事先无法预测其变化规律。系统的任务是保证输出的被控制量以一定的要求跟随输入量的变化而变化。

(3) 程控系统 该系统的特点是输入量  $r(t)$  是事先给定的时间函数。系统的任务是使输出量以一定的要求随输入量而变化。

#### 1.3.2 闭环系统的组成

一般来说,典型的闭环系统可能由(不全由)以下基本元件(环节)组成(见图 1.14)。

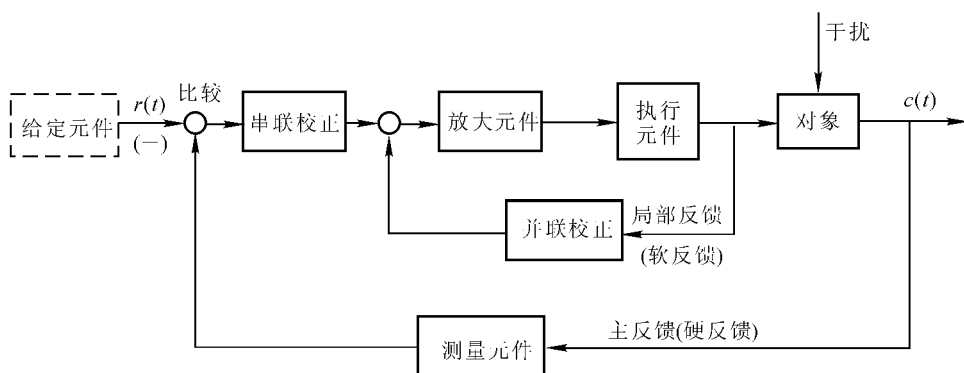


图 1.14 闭环系统的组成

- (1) 给定元件 给出输入信号,用于确定被控对象的目标值,可以是各种形式的物理量。
- (2) 测量元件(敏感元件) 对系统的输出量进行测量和对物理量进行转换。
- (3) 比较元件 对经转换过的被控制量和给定值进行代数运算,给出误差信号,一般不单独存在。
- (4) 放大元件 对微弱的信号进行放大和变换,输出足够大的功率和变换成要求的物理量。
- (5) 执行元件(完成元件) 对被控对象执行控制任务,使被控量与希望值趋于一致。
- (6) 校正元件(补偿元件) 主要用来改善系统的性能,使其满足一定的质量指标。

## 1.4 典型输入

对于一个控制系统来说,总的要求是稳、准、好,即系统是稳定的——受外部作用后,其输出量的过渡过程是随时间而衰减的;控制精度高——准确;调整质量好——快速性、灵敏性、平稳性要好。这也正是本书所要研究的中心课题。

一般在没有外作用时,系统处于平衡状态,当系统受到外作用后(可能是有用信号或干扰),其输出量将发生变化。由于系统中总是包含有惯性或储能元件,所以输出量的变化不可能立即发生,而是有一个过渡过程。这个过程在自动控制理论中也称为动态过程。动态过程的性能是自动控制系统质量的重要标志。为便于研究问题,人们往往把外作用分解成为典型输入函数的组合形式。这些典型输入应该:

- 1) 在现场或实验室中易产生(获得);
- 2) 在工作中能常常遇到,且它能表示出系统在实际工作条件下的性能;
- 3) 数学表达式简单,便于理论计算和处理。

一般常用的典型输入有如下几种。

### 1.4.1 阶跃函数[海维赛(Heaviside)函数]

数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ R, & t \geq 0 \end{cases}$$

函数图像如图 1.15 所示。

当  $R = 1$  时称为单位阶跃函数,记为  $r(t) = 1(t)$ ,或  $H(t), U(t)$ ,其符号含义是不言而喻的。

若时间从  $t_0$  点算起,则此时的单位阶跃函数记为  $1(t - t_0)$ 。代表的函数关系式为

$$1(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1, & t \geq t_0 \end{cases}$$

函数图像如图 1.16 所示。

### 1.4.2 斜坡函数[速度函数]

数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ Rt, & t \geq 0 \end{cases}$$

函数图像如图 1.17 所示。

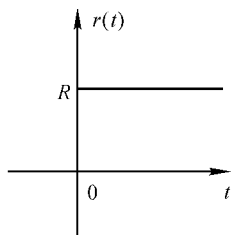


图 1.15 阶跃函数图像

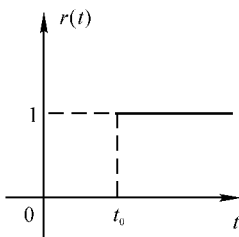


图 1.16 单位阶跃函数图像

同样,当  $R = 1$  时,称为单位斜坡函数。

### 1.4.3 加速度函数[抛物线函数]

数学表达式为

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \frac{1}{2}Rt^2, & t \geq 0 \end{cases}$$

函数图像如图 1.18 所示。

同样,当  $R = 1$  时,称为单位加速度函数。

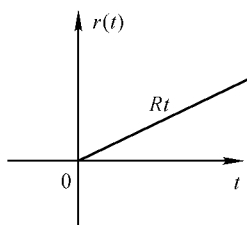


图 1.17 斜坡函数图像

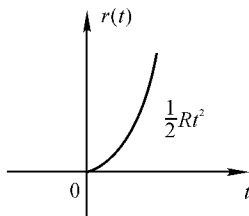


图 1.18 加速度函数图像

### 1.4.4 脉冲函数[狄拉克(Dirac)函数]

用得最多的是单位脉冲函数,记为  $\delta(t)$ 。

数学表达式为

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & t = 0 \\ 0, & t \neq 0 \end{cases}$$

函数图像如图 1.19(a) 所示。

同理,起始时间从  $t_0$  点计算的单位脉冲函数记为  $\delta(t - t_0)$ 。

数学表达式为

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} \infty, & t = t_0 \\ 0, & t \neq t_0 \end{cases}$$

函数图像见图 1.19(b)。

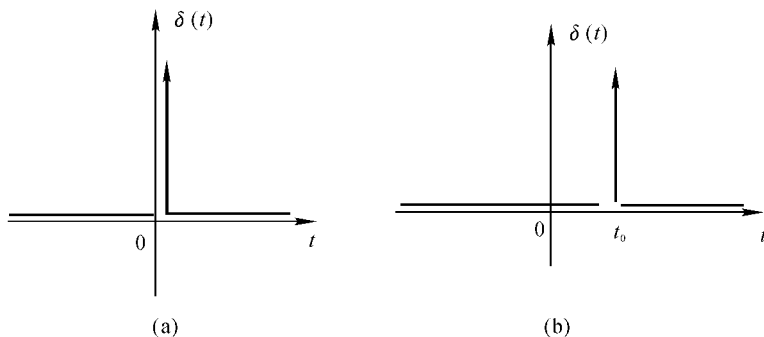


图 1.19 脉冲函数图像

(a)  $\delta(t)$ ; (b)  $\delta(t - t_0)$

$\delta(t)$  函数又可看成是单位阶跃函数的导函数, 即

$$\delta(t) = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{1(t) - 1(t - t_0)}{t_0} = 1'(t)$$

其几何意义也是很显然的, 见图 1.20(a)(b)(c)(d)。

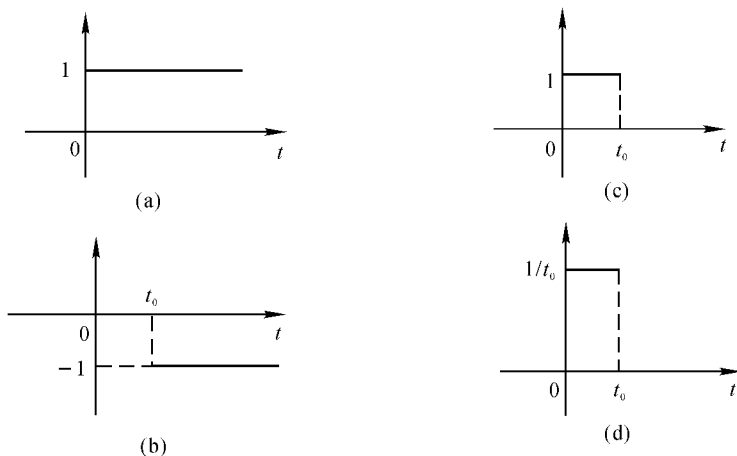


图 1.20 函数分解图像

(a)  $1(t)$  图形; (b)  $-1(t - t_0)$  图形; (c)  $1(t) - 1(t - t_0)$  图形; (d)  $[1(t) - 1(t - t_0)]/t_0$  图形

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{1(t) - 1(t - t_0)}{t_0} dt = \\ &= \lim_{t_0 \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1(t) - 1(t - t_0)}{t_0} dt = \end{aligned}$$

$$\lim_{t_0 \rightarrow 0} \int_0^{t_0} \frac{1}{t_0} dt = 1$$

这也正是  $\delta(t)$  被称为单位脉冲函数的原因。

工程实际中,理想的脉冲函数是不存在的,经常见到的是一种脉动函数  $R\delta_c(t)$ ,即

$$R\delta_c(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ R/\varepsilon, & 0 \leq t \leq \varepsilon \\ 0, & t > \varepsilon \end{cases}$$

几何意义如图 1.21(a) 所示。

当  $\varepsilon \approx 0$  时,用  $R\delta_c(t)$  代替  $R\delta(t)$ ,即用脉动函数对时间的积分  $\int_{-\infty}^{+\infty} R\delta_c(t) dt = R$  (见图 1.21(a) 中的阴影面积) 来表示相应脉冲函数的强度。

同理,可以定义  $\delta_c(t - t_0)$ ,即

$$\delta_c(t - t_0) = \begin{cases} 0, & t < t_0 \\ 1/\varepsilon, & t_0 \leq t \leq t_0 + \varepsilon \\ 0, & t > t_0 + \varepsilon \end{cases}$$

几何意义见图 1.21(b)。

当  $\varepsilon \approx 0$  时,用  $\delta_c(t - t_0)$  代替  $\delta(t - t_0)$ ,等等。

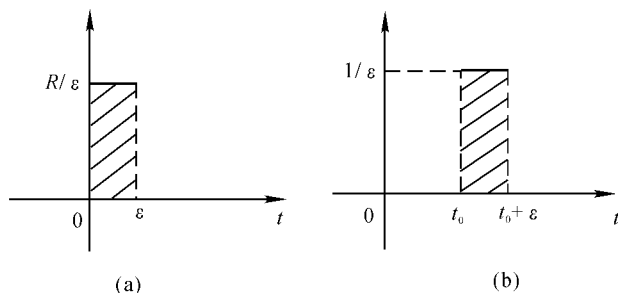


图 1.21 脉动函数图像

(a)  $R\delta_c(t)$  图像; (b)  $\delta_c(t - t_0)$  图像

单位脉冲函数还有一个很重要的性质——筛选性质,即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt = f(t_0)$$

式中  $f(t)$  为通常的连续函数。

该性质的证明只需用脉动函数的概念和积分中值定理,也就是

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta_c(t - t_0) f(t) dt = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{t_0}^{t_0 + \varepsilon} \delta_c(t - t_0) f(t) dt = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} f(t_0 + \theta \varepsilon) = f(t_0) \end{aligned}$$

由此性质可见:

(1) 当  $t_0$  变化时,可把  $f(t)$  在相应点的函数值求出,即对  $f(t)$  进行离散化处理。