

计算机组成原理

冯鉴生 盛建伦 主编

重庆大学出版社

内 容 提 要

全书共分8章, 主要内容包括: 计算机组成概论、运算方法和运算器、主存储器、指令系统与寻址方式、控制器原理、外部设备、主机与外设的信息交换方式及接口、计算机系统结构。

本书可作为高等学校计算机专业专科教材, 也可作为非计算机类有关专业的本科教材或参考书。

计算机组成原理

冯鉴生 盛建伦 主编

责任编辑: 梁 涛

版式设计: 梁 涛

责任校对: 蓝安梅

责任印刷: 张永洋

*

重庆大学出版社出版发行

出版人: 张鹤盛

社址: 重庆市沙坪坝正街174号重庆大学(A区)内

邮编: 400044

电话: (023) 65102378 65105781

传真: (023) 65103686 65105565

网址: <http://www.cqup.com.cn>

邮箱: fxk@cqup.com.cn (市场营销部)

全国新华书店经销

重庆电力印刷厂印刷

*

开本: 787×1092 1/16 印张: 12 字数: 296千

1997年8月第1版 2002年6月第4次印刷

印数: 12 001 ~16 000

ISBN 7-5624-1337-1/TP·115 定价: 16.00元

本书如有印刷、装订等质量问题, 本社负责调换

版权所有 翻印必究

序

面对知识爆炸, 社会学家们几乎都开出了一个相同的药方: 计算机。计算机也深孚众望, 以其强大的功能, 对人类作出了巨大的贡献, 取得了叹观止矣的成就。自它 1946 年 2 月 14 日在美国费城诞生以来, 至今已过“知天命”的年龄了。现在, 计算机已是一个庞大的家族。如果说, 它的成员占据了世界的每一个角落和每一个部门也并不过分, 甚至找不到这样一个文明人, 他的生活不直接或间接与计算机有关。目前, 全世界计算机的总量已达数亿台, 而且, 现在正以每年几千万台的速度增长。

作为计算机在信息传递方面的应用, 计算机加上网络, 被认为是和能源、交通同等重要的基础设施。这种设施对信息的传递起着异常重要的作用。西方发达国家和我们国家对此都非常重视。例如, 美国的信息高速公路计划, 全球通讯的“铱”计划, 我国也开始实行一系列“金”字头的国民经济管理信息化计划。这些计划中唱主角的设备便是计算机。计算机在各个方面的应用不胜枚举, 我们每个人都自觉不自觉地处于计算机包围中。

计算机对社会生产来说是一个产业大户, 对每个现代人来说是一种工具, 对学生们来说, 它是一个庞大的知识系统。面对计算机知识的膨胀, 面对计算机及其应用产业的膨胀, 计算机各个层次的从业人员的需要也在不断膨胀, 计算机知识的教育也遍及从小学生到研究生的各个层次。

为了适应计算机教学的需要, 重庆大学出版社近几年出版了大量的计算机教学用书, 这一套教材就是一套适应专科层次的系列教材。我们将会看到, 这一套教材以系列、配套、适用对路, 便于教师和学生选用。如果再仔细研究一下, 将会发现它的一系列编写特色:

1. 这些书的作者们是一些长期从事计算机教学和科研的教师, 不少作者在以前都有大量计算机方面的著作出版。例如本系列书中的《Visual Fox Pro 中文版教程》的作者, 十年前回国后最早将狐狸软件介绍到祖国大陆, 这一本书已是他的第八本著作了。坚实的作者基础, 是

这套书成功的最根本的保证。

2. 计算机科学是发展速度惊人的科学, 内容的先进性、新颖性、科学性是衡量计算机图书质量的重要标准, 这一套书的作者们在这方面花了极大的功夫, 力求让读者既掌握计算机的基础知识, 又让读者了解最新的计算机信息。

3. 在内容的深度和知识结构上, 从专科学学生的培养目标出发, 在理论上, 从实际出发, 满足本课程及后续课程的需要, 而不刻意追求理论的深度。在知识结构上, 考虑到全书结构的整体优化, 而不过分强调单本书的系统性。这样, 在学过这一套系列教材后, 学生们就可在浩瀚的计算机知识中, 建立起清晰的轮廓, 就会知道这些知识的前因后果, 就会了解这些知识的前接后续。使学生们能在今后的工作实践中得心应手。

4. 计算机是实践性很强的课程, 仅靠坐而论道是学习不了这些知识的。所以从课程整体设置来讲, 包括有最基本的操作技能的教材。对单本书来说, 在技术基础课和专业课中, 都安排有一定的上机实习或实验, 这样可使学生既具备一定的理论知识以利今后发展和深造, 又掌握实际的工作技能胜任今后的实际工作。

编写一套系列教材, 这是一个巨大的工程。这一套书的作者们, 重庆大学出版社的领导和编辑们, 都为此付出了辛勤的劳动。作为计算机工作者, 以此序赞赏他们的耕耘, 弘扬他们的成绩。

A handwritten signature in black ink, appearing to read '周明' (Zhou Ming), written in a cursive style.

1997年6月15日

前 言

考虑到本课程的先行课程《数字逻辑电路》已讲授过数制及其转换,因此,本书不包括这部分内容。同时,考虑到一些专科学校计算机专业不开设《计算机系统结构》课程,本书在主存储器一章中,增加了存储器系统组织一节,在控制器中,增加了流水线处理技术及堆栈型处理的内容,在外设接口中,增加了通道控制方式一节,最后增加了《计算机系统结构》一章。

本书的参考学时为 70 学时,实验不包括在内。考虑到计算机实验与各校的设备密切相关,不可能提供一份能适用于各校现有设备的统一的实验指示书,因此,决定不编入实验内容。

本书内容离散度较大,各章内容各自独立,教学时容易有只见树木,不见森林之感。为此,编写时已经意识到这一点,比如强调计算机的整体组成,几处提到冯·诺依曼结构的概念,在控制器一章,力求建立整机概念等。

本书由广西大学冯鉴生任主编,宁夏工学院盛建伦任副主编。第一、五章由冯鉴生编写,第二、四章由盛建伦编写,第三、六章由云南工业大学叶李红和冯鉴生合编,第七章由贵州师范大学杨军和冯鉴生合编,第八章由杨军编写。全书由冯鉴生统稿,由高登伦教授审稿。

由于编者水平有限,书中难免存在一些错误,请广大读者批评指正。

编者

1997 年 6 月

目 录

第一章 计算机组成概论.....	1
1.1 数字电子计算机发展简史	1
1.2 数字电子计算机的基本组成	2
1.3 计算机系统的组成	3
1.4 计算机的应用	5
第二章 运算方法和运算器.....	7
2.1 数据的表示	7
2.2 定点加减法运算.....	15
2.3 定点乘法运算.....	20
2.4 定点除法运算.....	26
2.5 浮点运算.....	33
2.6 运算器.....	36
习题	43
第三章 主存储器	45
3.1 概述.....	45
3.2 半导体随机存储器.....	48
3.3 半导体只读存储器.....	56
3.4 相联存储器.....	58
* 3.5 存储器系统组织.....	60
习题	65
第四章 指令系统与寻址方式	67
4.1 指令格式.....	67
4.2 寻址方式.....	72
4.3 精简指令系统计算机(RISC)简介	79
习题	85
第五章 控制器原理	87
5.1 控制器概述.....	87
5.2 中央处理器的总体结构.....	92
5.3 CPU 与主存储器间的数据交换	95
5.4 指令的执行过程.....	96
5.5 组合逻辑控制器原理.....	98
5.6 微程序控制器原理	108
* 5.7 流水线处理技术	118
* 5.8 堆栈型机器的结构特点	121

习题.....	123
第六章 外部设备.....	125
6.1 磁表面存储器	125
6.2 CRT 显示器	132
6.3 打印机	137
6.4 数字化仪和绘图机	139
6.5 键盘	140
6.6 光盘存储器	142
习题.....	144
第七章 主机与外设的信息交换方式及接口.....	145
7.1 主机与外设的连接	145
7.2 外设接口	145
7.3 主机与外设间的信息传送方式	146
7.4 中断系统	151
7.5 直接存储器存取(DMA)方式	159
7.6 通道控制方式	162
习题.....	164
第八章 计算机系统结构.....	166
8.1 计算机系统的层次结构	166
8.2 计算机系统结构的发展	167
8.3 计算机系统结构的分类	168
8.4 向量计算机系统	169
8.5 多处理机系统	172
8.6 数据流计算机系统	174
习题.....	177
主要参考文献.....	178

第一章 计算机组成概论

1.1 数字电子计算机发展简史

电子计算机是一种由电子线路对信息进行处理机器。电子计算机按处理的信息分,可分为模拟电子计算机和数字电子计算机两类。模拟电子计算机处理随时间连续变化的模拟量,它用运算放大器、电容、电阻等器件进行加、减、微分、积分等运算,用信号幅值表示数据的大小,通过示波器和电表输出。数字电子计算机则处理离散的数字量,用一组触发器来存储和输出一串二进制数字。数字电子计算机的优点是可以用电、磁、光等方法来存储和处理数据,能够用程序方法对数据进行高速自动处理,是当前计算机的主流。通常所说的计算机,就是指数字电子计算机,本书也以数字电子计算机为对象。

20 世纪初,由于电子管的出现,为数字电子计算机的研制准备了物质条件。第二次世界大战期间,由于战争的需要,电子技术在军事上的应用研究十分活跃,两个主要成果就是雷达和计算机。

当时研制计算机是为了进行弹道计算。1943 年,在美国陆军军械署资助下,宾夕法尼亚大学开始研制世界第一台数字电子计算机 ENIAC,1946 年,宣布完成。ENIAC 机重达 30t,用了 18 000 个电子管,耗电 100kW。这是首次出现的可以代替人类脑力劳动的机器,因而成为人类科技发展史上具有划时代意义的重大成就。

计算机诞生 50 年来,得到了迅速发展与普及。推动计算机发展的主要因素是电子器件的发展和计算机软件的发展。通常将计算机的发展分为四代:

第一代计算机(1946—1957 年):采用电子管作为逻辑元件,用阴极射线管或声汞延迟线作主存储器,用机器语言或汇编语言编写程序。

第二代计算机(1958—1964 年):采用晶体管作逻辑元件,主存储器用铁淦氧材料的磁芯存储器,出现了 FORTRAN、COBOL、ALGOL 等程序设计语言及实现批处理的管理程序。

第三代计算机(1965—1974 年):采用集成电路和半导体存储器,引进了多道程序、并行处理等技术,操作系统日益成熟。为了利用已有的软件资源,解决软件兼容问题而发展了多种系列机。

第四代计算机(1975 年以后):采用大规模集成电路 LSI 作计算机的功能部件,用高集成度的半导体存储芯片作主存储器。软件方面发展了分布式操作系统、数据库和知识库系统。第四代机的另一重要分支,是以 LSI 为基础的微处理机和微型计算机。1971 年,英特尔(Intel)公司推出四位微处理机 4004,1973 年推出八位微处理机 8080。此后,微处理机和微型计算机就像雨后春笋般地蓬勃发展起来,以前 64 位字长是大、中型机的标志,而目前市场上的微机字长已是 64 位为主了。微型计算机体积小、功耗低,可靠性高,性能价格比大大优于其他类型计算机,因此得到了广泛应用。

在我国,1956 年,制定了 12 年科学发展规划,其中肯定了要重点发展计算机技术,从而揭

开了我国计算机事业发展的新篇章。

我国计算机工业,从引进前苏联的计算机技术开始,1958年,我国第一台电子管计算机投入运行,1967年,国产晶体管计算机投入运行。随后,又从单机生产发展为系列机,并形成批量生产能力,逐步发展成为包括整机、外设、零部件等硬件制造业、软件业和信息服务业的完整工业。在机型方面,也已走上与世界主流机相兼容的发展轨道。

1.2 数字电子计算机的基本组成

1.2.1 电子计算机的基本设计思想——存储程序的概念

1946年,美籍匈牙利科学家冯·诺依曼等人提出了计算机的基本设计思想,主要有列三点:

1) 采用二进制形式表示数据和指令。

2) 将由指令组成的程序和数据预先存入主存储器中,计算机在工作时,能自动从存储器中取出指令执行,这就是存储程序概念的基本含义。

3) 计算机应由运算器、存储器、控制器、输入装置和输出装置五大基本部件组成。各基本部件的作用是:

运算器应能进行加、减、乘、除等算术运算及逻辑运算。

存储器不仅能存放数据,而且也能存放指令。计算机可以根据地址分别找到指令或数据。

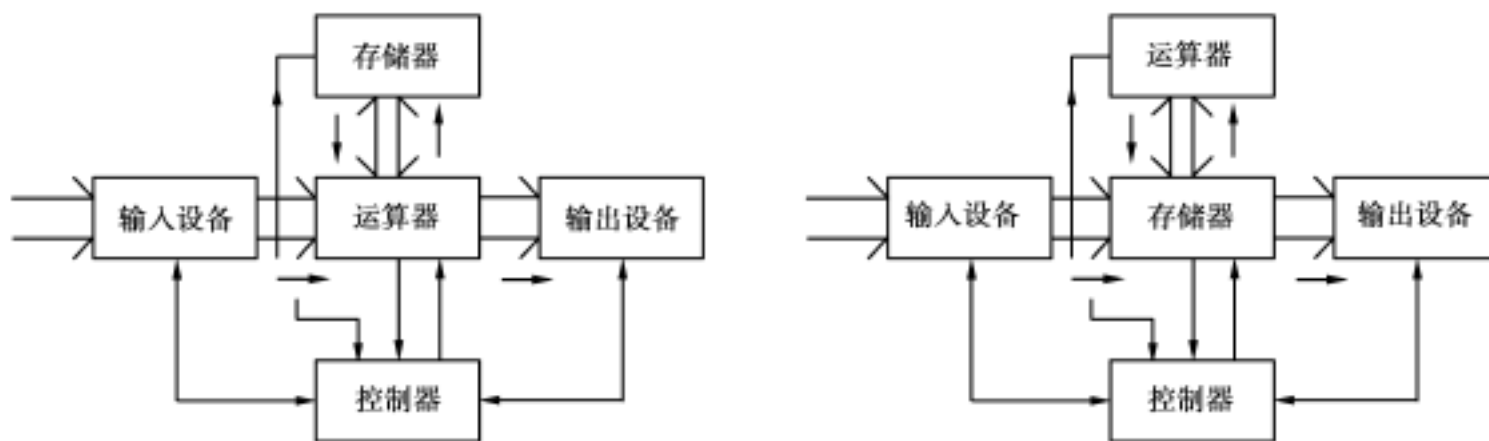
控制器应能自动从存储器中取出指令,并执行指令,直到整个程序执行完毕。

操作人员可以通过输入输出装置和主机进行通讯。

按照上述原则建立的计算机称为冯·诺依曼结构的计算机。直到目前为止,大多数计算机仍然是属于冯·诺依曼结构的。

1.2.2 数字电子计算机框图

原始的冯·诺依曼结构是以运算器为中心的,即所有输入输出数据都要经过运算器,再送入存储器。演变到现在,已转向以存储器为中心,即输入/输出设备可以直接与存储器交换数据,使输入/输出速度可以大大提高。这两种框图如图1-1所示,图中用单线表示控制信号、操作命令与各部件的反馈信号、请求信号,双线表示数据通路。



(a) 以运算器为中心的计算机

(b) 以存储器为中心的计算机

图 1-1 数字电子计算机框图

1.3 计算机系统的组成

1.3.1 硬件与软件

计算机的硬件是指组成计算机的物理实体,是看得见摸得着的。就一台微机来说,主机中的电源、CPU、内存条、各种开关、按钮、指示灯,以及硬盘驱动器、软盘驱动器、显示器、打印机、键盘、鼠标器等都是硬件。

早期的电子计算机是用机器指令来编写程序的。机器指令是计算机可以直接识别的机器语言,它用二进制数或八进制、十六进制数来表示。只要有了硬件,就可以编写程序及执行程序。因此,早期的计算机没有软件的概念。后来,为了使机器语言容易记忆,就把用二进制数表示的指令码改写成用英语单字表示的助记符,创造了汇编语言。接着又创造了各种高级语言,如面向计算的 Fortran,面向商业应用的 Cobol,以及通用的 Basic、Pascal、C 等语言。有了高级语言,编写程序时,可以使用数学表达式及英语语句,写出源程序。然后由编译程序或解释程序等将源程序转为用机器语言组成的目标程序,再将目标程序送入计算机进行运算。这些语言及将它们翻译成机器语言的汇编程序、编译程序及解释程序等都是软件。软件泛指各类程序和文件,看似无形的东西。

为了方便用户使用计算机,需要有专门程序控制和管理计算机的各种资源,例如,帮助用户使用输入输出设备,发现并处理各种错误,管理主存储器及数据文件等资源,以及多用户使用计算机时,使用户能共享系统资源,并对资源的使用进行合理调度等。实现这些管理工作的程序就是常说的操作系统。操作系统是一种重要的系统软件,是软件系统的核心。

此外,得到广泛应用的数据库管理系统、各种应用程序、以及诊断程序等都是软件。

应该指出,硬件和软件是可以互相转换的。早期的计算机硬件成本很高,因此,当时的计算机硬件只完成最基本的功能,较复杂的功能如浮点运算,就由软件完成。又如在字长为 8 位的微型计算机中,一般没有提供乘法及除法指令,乘除运算要通过执行相应的乘除法子程序来完成。随着集成电路技术的发展,硬件价格不断降低,用硬件来实现一些高级功能,既可以提高机器性能,又可以简化软件,这就是所谓的软件硬化。例如,字长为 16 位以上的微机都有乘除法指令,80286、80386 为 CPU 的微机,可以相应地增加一片数学协处理器 80287 或 80387,用来处理浮点运算。

1.3.2 计算机系统的硬件组成

计算机系统的硬件有运算器、控制器、存储器、输入设备及输出设备五大部件。

1. 运算器

运算器是用二进制进行算术运算和逻辑运算的部件,由若干个寄存器及算术逻辑运算部件(ALU)组成。寄存器由一组触发器组成,用来存放参加运算的二进制数及运算结果;算术逻辑运算部件是按各种运算规则设计的逻辑线路,算术运算是指加、减、乘、除、求负值等。算术运算以加法器为核心,加、减、乘、除都可以通过加法及移位操作来完成。逻辑运算除了基本的逻辑加、逻辑乘、逻辑非运算外,比较数的大小、数的移位等也都是逻辑运算。逻辑运算要根

据运算规则设计专门的逻辑线路。

2. 控制器

控制器是全机的指挥中心。它的作用是从存储器中取出指令,接着分析指令,然后发出操作命令至各部件,进行指令所需的各种操作。

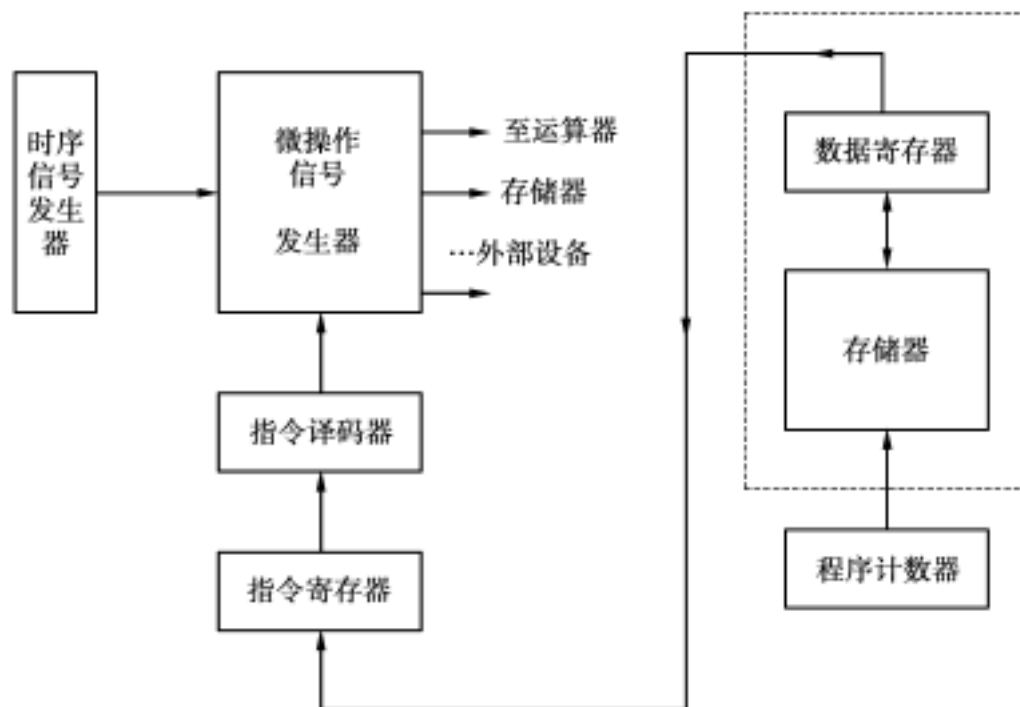


图 1-2 控制器原理框图

控制器组成框图如图 1-2 所示(虚线框除外),包括下列部分:

程序计数器(PC):存放下一条指令在内存中的地址。

指令寄存器(IR):存放当前执行的指令码。

指令译码器(ID):用来分析指令的操作内容。

时序信号发生器:产生微操作所需的定时信号。

微操作信号发生器:根据指令译码及时序信号产生指挥各部件动作的微操作信号。

运算器及控制器都是由逻辑线路组成的,两者联系密切,一般都组装在一起,或封装成一个集成电路芯片。通常将这两个部件合称为中央处理机(CPU)。

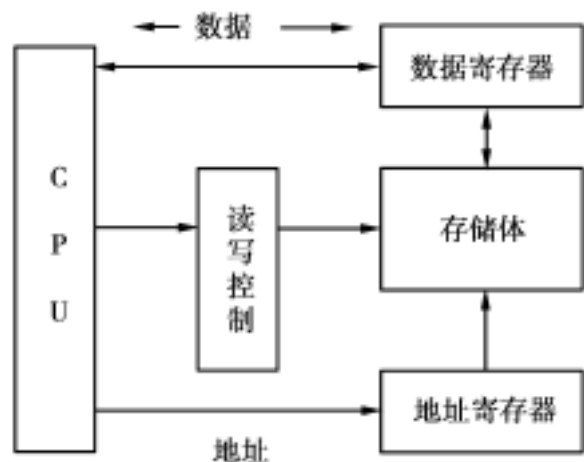


图 1-3 存储器原理框图

3. 存储器

存储器是存放程序(指令)及数据的部件,它直接与CPU交换数据,也称为内存储器或主存储器,以便与磁盘、磁带等外存储器相区别。

存储器的最基本构成单元是存放一位二进制数的存储元件,每个存储单元必须有两个稳定状态,以存储二进制数的1和0。双稳态触发器(1态和0态)、电容器(已充电状态和未充电状态)等都可以用来存储1和0。

通常存取信息是以字节(1个字节有8位二进制数)或字(1个字可以包含2个以上字节)为单位进行的,也就是说,通常以一个字节或一个字作存储单元。存储单元的集合称为存储体。图 1-3 是存储器原理框图。

为了指明对哪个存储单元存取信息,要对各个存储单元统一进行编号,这个编号称为存储

单元的地址。对存储器存取信息时,首先要指明存储单元的地址,通过 CPU 将地址码送给存储器地址寄存器,通过存储器内部的地址译码器,将地址码译成指向相应存储单元的信号,再对该单元进行读写。通过数据寄存器与 CPU 交换数据。

4. 输入输出设备

顾名思义,输入输出设备,是给计算机输入和输出数据用的。这里所说的数据是广义的,即包括各种程序在内。输入输出设备统称外部设备。

当前常用的输入设备是键盘、鼠标等。早期的输入设备,如纸带输入机、卡片输入机等,由于设备价格高昂,使用不便,已很少使用了。

输出设备有 CRT 显示器、打印机、绘图仪等。

软盘、硬盘、磁带、光盘等输入输出设备称为外存储器,它们既是输入设备,又是输出设备,用来记录(写入)或读出数据和程序,当前常用的 CD-ROM 则只能读出,不能写入。

1.3.3 计算机系统的软件组成

计算机俗称电脑,可以说是人脑的延伸,是帮助人们进行脑力劳动的工具。计算机硬件提供了一种物质基础,要直接使用机器指令编程是很困难的,只有配上完善的系统软件和应用软件,才能发挥其强大的作用。

系统软件是指对计算机进行调度、管理、监控及进行各种服务工作的程序,如操作系统、各种语言的编译程序或解释程序、数据库管理系统、网络软件等。

操作系统是一种管理程序,统一管理计算机的各种硬软件资源,对运行程序进行统一调度,使系统高效运行。

编译程序或解释程序的作用是把由高级语言编写的源程序,翻译成由机器语言组成的目标程序。高级语言是不依赖具体机器的通用计算机语言,但是高级语言的源程序是不能直接上机运行的,所以必须翻译成机器语言。而不同的计算机的机器语言是不同的,所以每种机器要为各种高级语言配置自己的编译程序或解释程序。

数据库管理系统是一种用于信息管理方面的软件,用来管理数据库文件,在各个应用程序间实现数据共享。

网络软件用来对计算机网络资源进行管理,在整个网络范围内实现资源共享,及相互之间的通信。

应用软件包括的范围很广,除了系统软件之外的都可算作应用程序。如信息管理系统、计算机辅助设计软件、科学计算程序、计算机辅助教学程序,及生产过程控制程序等。

由上可见,计算机软件种类繁多,目前,计算机软件规模越来越大,随之带来的是计算机使用更加方便,应用范围越来越广。

1.4 计算机的应用

1) 科学计算 科学计算是计算机最早的应用领域。世界上第一台计算机就是为计算火炮的弹道曲线而研制的。在天文学、空气动力学、核物理、航空航天技术,以及石油勘探、桥梁、建筑设计等,都需要作大量的计算,如解几百个线性联立方程组、大型矩阵计算、解高阶微分方程

组等。对于天气预报等有严格时间要求的任务,更是非有高性能的计算机不可。可以说,计算机是发展科学技术必不可少的重要工具。

2) 数据处理 数据处理是指要处理的数据量很大,但计算比较简单的非工程技术方面的应用,最常见的例子是编制工资单。

在企业管理方面,计算机用于编制生产计划、会计核算、成本计算、市场预测、库存管理等。此外,飞机及火车的订票系统、图书及情报检索,以及我国以“金桥”、“金关”、“金卡”组成的“三金”工程等都是计算机在数据处理方面的应用。

数据处理的应用领域十分广泛,目前计算机应用中,数据处理所占的比重最大。

3) 过程控制 采用计算机对工业生产过程进行控制,称为过程控制。内容有自动调节、自动记录、对过程参数作巡回检测、监视报警等。

用于过程控制的计算机要求有高可靠性,实时性强。同时,由于过程控制所处理的大多是模拟信息,如压力、温度、流量等非电信号,因此生产过程信息要用测量仪表转换成电压或电流信号反映出来,然后用模数转换器转换成数字信息,输入计算机。计算机输出的控制信息,又要用数模转换器转换成模拟信号,通过执行驱动器将信号放大,去控制生产设备。如图 1-4 所示。

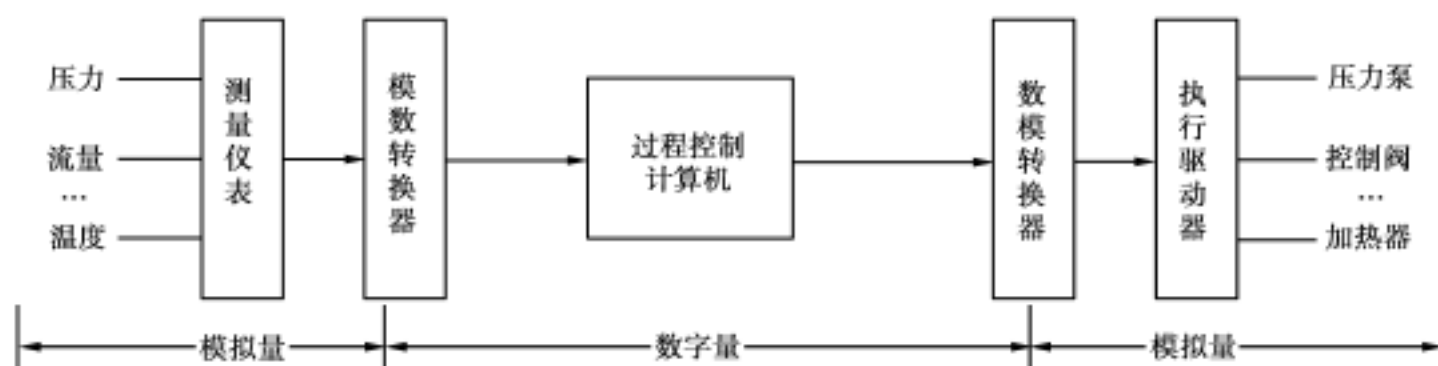


图 1-4 生产过程控制中的模数转换与数模转换

4) 计算机辅助设计(CAD) 计算机辅助设计是在设计过程中利用计算机绘制各种二维视图和立体图,提高设计自动化水平,以缩短设计周期,提高设计质量。

计算机辅助设计技术已在船舶、飞机、汽车、房屋、机械等设计过程中广泛使用。在电子技术方面,大规模集成电路设计、逻辑模拟、印刷电路板设计等也都已采用 CAD 技术。

CAD 技术迅速发展,应用范围日益扩大,又派生出许多新的技术分支,如计算机辅助制图(CAM)、计算机辅助教学(CAI)、计算机辅助测试(CAT)、计算机辅助工艺(CAPP)、计算机辅助软件工程(CASE)等。

5) 人工智能 人工智能研究用计算机模拟人的某些智能行为,如证明数学定理、理解自然语言、文字识别、图像识别等,其中最具代表性的两个领域是机器人和专家系统。机器人能感知和理解周围环境,有进行推理和操纵工具的能力,可以在恶劣环境中代替人进行操作。专家系统是指用计算机模拟专家行为的程序,它将某个领域的大量专家知识总结为知识库,作为对输入的原始数据进行推理、判断和决策的依据。专家系统可以在一定程度上成为那些优秀专家的化身。

第二章 运算方法和运算器

2.1 数据的表示

计算机中的数据信息可划分成两大类:数值数据和非数值数据。数值数据表示数的大小,有确定的值。非数值数据一般用来表示符号、文字或逻辑变量等,没有值。

2.1.1 有符号数的原码、补码和反码表示

数值数据可分为无符号数和有符号数两类。无符号数是把所有的数位都用来表示数据的数值,通常作为正数处理。有符号的数是将数的符号也数码化,在数中用一个数位来表示符号,称为符号位。一般用“0”表示正号“+”,用“1”表示负号“-”。符号位一般放在数的最高位(即最高数值位的左边)。一个数在机器中的表示形式叫做机器数,即连同数符一起数码化了的数。而把这个数本身叫做该机器数的真值。例如,01101011和10010001分别是真值+1101011B和-0010001B的机器数。

有符号的机器数的编码方法有原码表示法、反码表示法、补码表示法和移码表示法。

1. 原码表示法

前面所举的两个机器数的例子就是原码表示,它是一种比较直观的机器数表示方法。对于 $n+1$ 位的原码,其最高一位是符号位,其余 n 个数位是数值的绝对值。

(1) 小数的原码表示

设真值 $X = \pm 0.X_1X_2\dots X_n$,则 X 的原码表示形式为

$$[X]_{\text{原}} = X_f.X_1X_2\dots X_n, \text{ 或 } [X]_{\text{原}} = X_0.X_1X_2\dots X_n$$

其中, X_f 和 X_0 是符号位,不是有效数位。若真值的位数少于 n 位,求原码时要先在其右边补0。写在原码表示中的小数点只是为了便于读者理解,实际的机器数中是没有小数点的。

$$\text{定义: } [X]_{\text{原}} = \begin{cases} X & 0 \leq X < 1 \\ 1 - X = 1 + |X| & -1 < X < 0 \end{cases}$$

式中, X 表示真值。 $1 + |X|$ 即符号位为1加上小数部分的绝对值。例如,真值 $X_1 = +0.1011\text{B}$, $X_2 = -0.1\text{B}$, $n=4$,则

$$[X_1]_{\text{原}} = 0.1011, [X_2]_{\text{原}} = 1.1000$$

(2) 整数的原码表示

设真值 $X = \pm X_{n-1}X_{n-2}\dots X_1X_0$,则 X 的原码表示形式为

$$[X]_{\text{原}} = X_fX_{n-1}X_{n-2}\dots X_1X_0, \text{ 或 } [X]_{\text{原}} = X_nX_{n-1}X_{n-2}\dots X_1X_0$$

其中, X_f 和 X_n 是符号位。

$$\text{定义: } [X]_{\text{原}} = \begin{cases} X & 0 \leq X < 2^n \\ 2^n - X = 2^n + |X| & -2^n < X < 0 \end{cases}$$

式中 X 为真值。 2^n 是符号位的位权。

例如, 真值 $X_1 = +11B$, $X_2 = -1001B$, $n = 4$, 则

$$[X_1]_{原} = 00011, [X_2]_{原} = 11001$$

对于 $n + 1$ 位的机器数, 若真值的位数少于 n 位, 求原码时要先在其左边补 0。

(3) 零的原码表示

真值零的原码表示有正零和负零两种表示形式。

$$\text{小数: } [+0]_{原} = 0.00\dots 0, [-0]_{原} = 1.00\dots 0$$

$$\text{整数: } [+0]_{原} = 000\dots 0, [-0]_{原} = 100\dots 0$$

(4) 原码表示的数值范围

n 位原码小数能表示的最大数是 $+(1 - 2^{-(n-1)})$, 最小数是 $-(1 - 2^{-(n-1)})$ 。即能表示的数的范围是: $+(1 - 2^{-(n-1)}) \sim -(1 - 2^{-(n-1)})$ 。对于小数 $1 > x > -1$ 。

n 位原码整数能表示的数的范围是: $+(2^{n-1} - 1) \sim -(2^{n-1} - 1)$ 。对于整数 $2^n > X > -2^n$ 。

由于零有两种原码表示, 所以 n 位原码只能表示 $2^n - 1$ 个数。

原码表示的数, 正数与负数仅仅是符号位不同, 数值部分与真值相同, 因此, 又称为符号 - 绝对值表示法。原码表示简单、直观, 符合人的习惯, 易于与真值转换。用原码实现乘除法运算的规则简单, 但用原码进行加减运算很不方便, 要比较参与运算两数的符号和绝对值大小。做加法时是同号相加, 异号相减, 和的符号取决于绝对值较大的数。做减法则同号相减, 异号相加, 差的符号取决于绝对值较大的数。原码运算只是数值部分参加运算, 符号位不参与运算。

2. 反码表示法

(1) 小数的反码表示

设 X 的反码表示形式为 $[X]_{反} = X_f . X_1 X_2 \dots X_n$, 或 $[X]_{反} = X_0 . X_1 X_2 \dots X_n$

$$\text{定义: } [X]_{反} = \begin{cases} X & 0 \leq X < 1 \\ (2 - 2^{-n}) + X & -1 < X < 0 \end{cases}$$

例如, $X_1 = +0.1001B$, $X_2 = -0.101B$, $n = 4$, 则

$$[X_1]_{反} = 0.1001, [X_2]_{反} = 1.0101$$

对于 $n + 1$ 位的反码, 若其真值的位数少于 n 位, 先在真值的末位补 0。变成反码后, 若为负数, 则这些 0 变成为 1。

(2) 整数的反码表示

设 X 的反码表示形式为 $[X]_{反} = X_f X_{n-1} \dots X_1 X_0$, 或 $[X]_{反} = X_n X_{n-1} \dots X_1 X_0$

$$\text{定义: } [X]_{反} = \begin{cases} X & 0 \leq X < 2^n \\ (2^{n+1} - 1) + X & -2^n < X < 0 \end{cases}$$

例如, $X_1 = +1010B$, $X_2 = -101B$, $n = 4$, 则

$$[X_1]_{反} = 001010, [X_2]_{反} = 11010$$

对于 $n + 1$ 位的反码, 若真值小于 n 位时, 要先在其左边补 0; 若为负数, 变成反码后, 这些 0 变成 1。

(3) 零的反码表示

真值零的反码表示也有正零和负零两种表示形式。

$$\text{小数: } [+0]_{反} = 0.00\dots 0, [-0]_{反} = 1.11\dots 1$$

整数: $[+0]_{\text{反}} = 000\dots 0$, $[-0]_{\text{反}} = 111\dots 1$

可见, 正数的反码表示与原码表示相同。负数的反码表示是将其原码的符号位不变, 其余数位逐位变反, 0 变 1, 1 变 0。反码表示范围同于原码表示范围但一般不用于运算, 多用作计算补码的中间过程。

3. 补码表示法

在介绍补码表示法之前, 先介绍模和同余的概念。

一个计量器的容量或一个计量单位叫做模数(Module), 简称模, 记作 M 或 mod 。一个 n 位的二进制计数器的模是 2^n 。例如, $n = 4$, $M = 2^4 = 16$, 这个计数器最多能计 16 个数, 即 0000 ~ 1111。当计到 1111 时, 再计一个 1 计数器就变成 0000, 而在最高位溢出一个 1。溢出的量相当于模 2^n 。

对于两个整数 a 、 b , 若用某一正数 M 去除, 所得的余数相同, 则称 a 、 b 对模 M 是同余的。当 a 、 b 对模 M 同余时, 就称 a 、 b 在以 M 为模时是相等的, 记作 $a = b \pmod{M}$ 。

可推出, $a + M = a \pmod{M}$

$$a + 2M = a \pmod{M}$$

例如, $a = 14$, $b = 24$, $M = 10$, 则用 10 去除 a 和 b , 余数都是 4, 所以 14 和 24 在以 10 为模时是同余的, 记作 $14 = 24 \pmod{10}$ 。

当 $a = 0$ 时, 有 $0 = M \pmod{M}$

当 a 为负数时, 例如 $a = -2$, 有

$$-2 + 10 = -2 \pmod{10}$$

$$8 = -2 \pmod{10}$$

这样, 在以 10 为模时, 负数 (-2) 就可以转化成正数 $(+8)$ 了。也就是说, 当以 10 为模时, “ -2 ”的补数是“8”。因此, 只要把要求补码的负数与它的模相加, 就得到其补码。即对于任意一个数 X , $[X]_{\text{补}} = X + M \pmod{M}$ 。 $[X]_{\text{补}}$ 是采取补码表示的机器数。

(1) 小数的补码表示

设 X 的补码表示形式为: $[X]_{\text{补}} = X_f \cdot X_1 X_2 \dots X_n = -X_f + \sum_{i=1}^n X_i \cdot 2^{-i}$

$$\text{定义: } [X]_{\text{补}} = \begin{cases} X & 0 \leq X < 1 \\ 2 + X = -1 + |X| & -1 \leq X < 0 \end{cases} \pmod{2}$$

例如, $X_1 = +0.101\text{B}$, $X_2 = -0.011\text{B}$, $n = 4$, 则

$$[X_1]_{\text{补}} = 0.1010, [X_2]_{\text{补}} = 1.1010$$

实际上, 二进制纯小数的模是 1, 如果把符号位也算作一位数时, 模就是 2。所以, 无论 X 是正数还是负数, $[X]_{\text{补}} = 2 + X$ 都成立。

(2) 整数的补码表示

设 X 的补码表示形式为: $[X]_{\text{补}} = X_f X_{n-1} \dots X_1 X_0$, 或 $[X]_{\text{补}} = X_n X_{n-1} \dots X_1 X_0$

$$\text{定义: } [X]_{\text{补}} = \begin{cases} X & 0 \leq X < 2^n \\ 2^n + X = -2^n + |X| & -2^n \leq X < 0 \end{cases} \pmod{2^n}$$

例如, $X_1 = +110\text{B}$, $X_2 = -101\text{B}$, $n = 4$, 则

$$[X_1]_{\text{补}} = 00110, [X_2]_{\text{补}} = 11011$$

(3) 零的补码表示

零的补码只有一种形式,即

小数: $[+0]_{补} = [-0]_{补} = 0.00\dots 0$

整数: $[+0]_{补} = [-0]_{补} = 000\dots 0$

(4) 补码表示的数值范围

由于补码的 +0 和 -0 的表示相同,因此,补码的表示范围比原码多一个数, n 位补码可表示 2^n 个数。其范围为:

小数: $+(1 - 2^{-(n-1)}) \sim -1, \quad 1 > X > -1$

整数: $+(2^{n-1} - 1) \sim -2^{n-1}, \quad 2^n > X > -2^n$

例如, n = 8 时, 8 位二进制补码能表示的小数范围是 $-1 \sim +(1 - 2^{-7})$, 整数范围是 $-128 \sim +127$ 。注意, 小数 -1 的补码是 1.0000000, 整数 -128 的补码是 10000000, -2^n 的补码是 100...00, 这些数是原码所不能表示的。

在实际计算中, 已知原码求补码时, 不需要按数学定义去计算。对于正数, 由于其原码、补码和反码的形式是相同的, 所以, 可根据其原码直接写出补码和反码。对于负数, 则先求出其反码, 然后在最低位加 1 即可。已知 X 的补码求其原码的方法与由原码求补码的方法相同, 即“正数不变, 负数除符号位外逐位变反再在最低位加 1”。

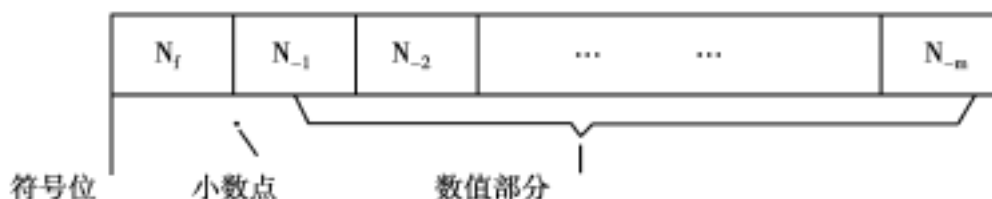
在计算机中, 通常采用补码进行加减法运算, 这是因为补码加减法运算的规则简单, 无需判断符号和绝对值大小, 而且符号位与数值部分一同运算。

2.1.2 数的定点表示与浮点表示

数值数据的小数点在计算机中并不数码化, 而采用两种指定小数点位置的方法: 一是定点表示法, 即小数点的位置是固定不变的, 这样表示的数称为定点数; 二是浮点表示法, 即小数点的位置不是固定的, 而是根据需要浮动的, 这样表示的数称为浮点数。

1. 定点表示法

采用定点表示法的计算机称为定点机。定点计算机处理的数可以是纯小数, 也可以是纯整数。定点小数计算机约定小数点的位置隐含在符号位之后, 最高数值位之前。可表示的数值范围取决于采用的是原码、补码或反码表示。定点小数的格式为:



定点纯整数包括有符号数和无符号数两种。这种计算机约定小数点隐含在最低数值位的右边。对于 n 位无符号的纯整数, 其表示范围为 $0 \sim (2^n - 1)$ 。有符号的纯整数的表示范围已在 2.1.1 节讲过。

定点计算机要将参加运算的数乘上一个比例因子, 化成纯小数或纯整数后进行运算。运算结果再根据比例因子还原成实际数值。比例因子要取得合适, 使参加运算的数、运算的中间结果, 以及最后结果都在该定点数所能表示的数值范围之内。如果机器数小于定点数所能表示的最小值, 称为“负溢出”; 如果超出定点数所能表示的最大值, 称为“正溢出”。发生溢出时, 就有运算出错或损失数据的有效精度, 故定点表示数的范围受限制。