高等学校教材

激光物理

钱梅珍　崔一平　杨正名 编

電子工業出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

内 容 提 要

本书系统地阐述了激光的半经典理论和全量子理论．全书共分十五章．前八章详细阐述了激光的半经典理论，并用此理论处理了各类激光器和讨论了瞬态相干效应．第九～十一章论述了激光的全量子理论基础以及用全量子理论分析激光光子统计分布等问题．第十二～十五章分别介绍了激光的不稳定性与混沌态、相干性、光的压缩态和合作辐射等内容．

本书可作为高等院校激光专业、光电子专业、物理系有关专业研究生"激光物理"课程的教科书．也可供大学有关专业教师、高年级学生及有关科研人员参考．

激 光 物 理

钱梅珍 崔一平 杨正名 编

责任编辑 高 平

电子工业出版社出版(北京市万寿路)

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

中国科学院印刷厂印刷

开本：787×1092毫米 1/16 印张：17.25 字数：452千字

1990 年 9 月第一版 1990年 9 月第一次印刷

印数： 1 000 册 定价：3.60元

ISBN7-5053-0863-7/TN·304

出 版 说 明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应"三个面向"的需要，贯彻"努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材"的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986～1990年的"七五"（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编审者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的出版和提高教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

机械电子工业部教材办公室

前　言

本教材按电子工业部制定的工科电子类专业教材 1986～1990 年编审出版规划，由电子物理与器件教材编审委员会激光与红外编审小组组织征稿、评选、推荐出版的。

本教材由东南大学钱梅珍担任主编，清华大学周炳琨教授担任主审。

本课程的参考学时为 60 学时。

本书共分十五章。由于这是一本研究生教材，起点建立在本科生"激光原理"的基础上，所以对很多基本问题未作详细讨论以节约篇幅便于包容一些有较大潜在价值和发展前景的新内容。半经典理论是以量子力学所描绘的粒子和经典电动力学所描绘的场之间相互作用为基础的分析激光问题的方法。第二章就论述了这一理论的概念和出发点。接着用这一理论分析和讨论了静止原子激光器、运动原子激光器、环型激光器、塞曼激光器、双光子激光器以及瞬态相干效应等。这种方法比较深刻、严谨，能清楚地阐明很多激光问题，也容易理解。对于用半经典理论难以分析或无法讨论的问题，本书则采用量子力学所描述的粒子和以量子电动力学所描述的场相互作用来分析这类激光问题。第九～十一章将在对辐射场量子化的基础上，阐明激光器的全量子理论和用它来处理涉及到场的粒子性的激光问题。例如激光场从零场的建立和光子数统计分布等。这种全量子理论虽比较繁深，却能进行更为严格的分析并给出正确的结论。为适应发展的需要，后面几章讨论了一些近来发展较快的内容。包括激光的不稳定性和混沌态、相干性、光的压缩态和合作辐射等问题。

本教材由钱梅珍编写第二、三、四、五、六、八、九、十、十一章和附录，崔一平编写第一、七、十二、十三、十四、十五章，杨正名教授统编全稿。在本书的编写中得到魏先任教授的指教和帮助，陈松生同志也参与了本书第六章部分内容的编写。这里表示诚挚的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在一些缺点和错误，殷切希望广大读者批评指正。

编　者

1989.9

目　　录

第一章　激光理论概述 …… 1
§ 1-1　经典理论 …… 2
§ 1-2　速率方程的理论 …… 4
§ 1-3　半经典理论 …… 7
§ 1-4　量子理论 …… 7
第二章　电磁场方程和密度矩阵 …… 8
§ 2-1　激光电磁场的振荡方程 …… 8
§ 2-2　密度矩阵 …… 12
§ 2-3　密度矩阵的运动方程 …… 16
§ 2-4　二能级原子系统的密度矩阵 …… 17
§ 2-5　密度矩阵的矢量模型 …… 23
§ 2-6　拉比强信号理论 …… 26
第三章　静止原子激光器的振荡理论 …… 30
§ 3-1　介质的极化 …… 30
§ 3-2　单模工作状态 …… 36
§ 3-3　多模工作状态 …… 40
§ 3-4　模式竞争与锁定 …… 44
第四章　运动原子激光器的振荡理论 …… 53
§ 4-1　介质的极化 …… 53
§ 4-2　单模工作状态 …… 60
§ 4-3　多模工作状态 …… 64
第五章　环形激光器 …… 69
§ 5-1　环形激光器的自洽场方程 …… 69
§ 5-2　介质的极化 …… 70
§ 5-3　环形激光器的工作特性 …… 74
§ 5-4　多模单向环型激光器 …… 76
第六章　塞曼激光器 …… 79
§ 6-1　塞曼激光器的自洽场方程 …… 79
§ 6-2　介质的极化 …… 82
§ 6-3　塞曼激光器的工作特性 …… 89
第七章　双光子激光器 …… 100
§ 7-1　密度矩阵运动方程 …… 100
§ 7-2　介质的极化 …… 104
§ 7-3　工作特性 …… 105
第八章　瞬态相干效应 …… 110
§ 8-1　场包络的运动方程 …… 111
§ 8-2　自感应透明效应 …… 113
§ 8-3　光学章动 …… 118
§ 8-4　光学自由感应衰减 …… 125

需要全本请访问 www.ertongbook.com

§ 8-5 光子回波 …… 127
第九章 场的量子化及场的状态描述 …… 132
§ 9-1 辐射场的量子化 …… 133
§ 9-2 光子数态 …… 136
§ 9-3 多模电磁场 …… 140
§ 9-4 光子位相算符 …… 142
§ 9-5 相干态 …… 150
§ 9-6 光场按相干态展开 …… 158
第十章 光辐射的量子理论 …… 164
§ 10-1 辐射场和原子系统的相互作用 …… 164
§ 10-2 原子发射和吸收的跃迁几率及物理意义 …… 168
§ 10-3 多模场中原子的辐射和吸收几率 …… 173
§ 10-4 原子光辐射的谱线宽度 …… 176
第十一章 激光器的全量子理论 …… 179
§ 11-1 库理论——密度算符方法 …… 180
§ 11-2 场的运动方程 …… 181
§ 11-3 激光光子统计分布 …… 194
§ 11-4 激光线宽 …… 200
第十二章 激光器的不稳定性和混沌态 …… 204
§ 12-1 麦克斯韦-布洛赫方程 …… 204
§ 12-2 激光不稳定性与混沌态 …… 206
第十三章 相干性 …… 211
§ 13-1 相干性的基本概念 …… 211
§ 13-2 一阶相干性 …… 212
§ 13-3 二阶相干性 …… 219
§ 13-4 激光腔中光场空间相干性的发展 …… 222
§ 13-5 相干性的量子理论 …… 224
第十四章 光的压缩态 …… 227
§ 14-1 从相干态到压缩态 …… 227
§ 14-2 压缩态的正交性、归一性和完备性 …… 231
§ 14-3 压缩态的光子统计性质 …… 232
第十五章 合作辐射 …… 236
§ 15-1 一般描述 …… 236
§ 15-2 超辐射 …… 237
§ 15-3 超荧光 …… 241
§ 15-4 合作散射 …… 252
附录 …… 255
I 电磁场中带电粒子的哈密顿量 …… 255
II 量子力学的狄拉克表述 …… 257
III 特征函数与准概率密度 …… 263
IV 福克-普朗克方程 …… 266
主要参考文献 …… 269

华中工学院 91.1.22

第一章　激光理论概述

激光是六十年代初期发展起来的新型相干光源。与普通光源相比，有着很多突出的优点。一经问世立即受到极大重视并获得了广泛的应用。与此同时几种激光理论模型以及各种激光技术也迅速发展。

当光和物质相互作用时通过受激辐射而放大的光叫激光。由于对光辐射和物质相互作用的不同看法及处理方法而产生了几种相应的描述激光的不同理论模型。

在辐射的量子理论建立之前，人们已经建立了成熟的经典振子理论。因此，起初人们自然地用经典理论来描述光与物质的相互作用。在洛仑兹的经典理论中，将辐射场视为经典电磁场，而介质原子则被视为经典谐振子，其间的相互作用是经典偶极子在外电场作用下作强迫阻尼振荡的结果。这个模型简单、直观，并能正确说明光辐射与物质相互作用的某些实验现象。这一理论在《激光原理》课程中已学过，因此我们仅在本章第一节中作扼要回顾。

在《激光原理》和《激光技术》等课程的教学中，人们往往采用腔内光子数和工作物质中有关能级上的原子数随时间变化的速率方程组来处理光辐射与物质相互作用的问题，这就是所谓的速率方程理论。这种方法引入了唯象爱因斯坦理论，忽略了量子化辐射场的相位特性和光子数起伏，仅仅考虑介质粒子和光子相互作用能引起粒子数（或光子数）的变化，所以只能给出辐射场的强度特性。这一理论方法简单、易理解，但讨论的问题受到限制。本章第二节也将简单地加以介绍，并举例说明这一理论在调Q技术中的应用。

激光器的半经典理论模型是：用经典的麦克斯韦（Maxwell）方程描写辐射场，用量子力学来描写激活介质原子，找出激光振荡振幅和频率的自洽方程。这一处理方法的简单介绍将在§1-3中进行。本书第二章起至第八章将对半经典理论作详细讨论，并将其推广来处理环型激光器、塞曼(Zeeman)激光器、双光子激光器等。半经典理论能完美地解释许多激光物理现象，成功地处理许多诸如烧孔效应、饱和效应、兰姆(Lamb)凹陷、模式牵引与推斥、锁模等等有意义的问题。但是由于处理中对辐射场和介质坐标取统计平均值，所以得到的方程中不包含任何起伏，这些平均过程掩盖了激光的统计性质，当涉及到激光的起伏效应时必须用完全的量子力学处理。

全量子描述方法——即量子电动力学的处理方法，其模型是：将光辐射场与组成物质的原子系统作为一个统一的物理体系进行量子化然后加以处理。这一理论计入了起伏性质，因此能讨论与量子起伏有关的问题。这一理论严格，但在教学处理上过于繁杂且不易求解，使用时应根据具体情况而简化。本书第九章至第十一章将对全量子理论作详细讨论。

这几种理论是相互联系、相互补充的，使用中也常常相互渗透。在全量子理论中，如对泵浦和弛豫过程取平均即为半经典理论，忽略掉所有的相位关系的半经典理论就是速率方程理论。因此，使用中并非全要用量子理论来讨论，需由具体的物理现象来决定处理

的理论方法。

§1.1 经典理论

经典理论以经典电动力学为理论基础，用麦克斯韦方程组来描述场的运动，而把原子中的运动电子视为服从经典力学运动规律的一个固定在弹簧一端的带电振子，电子在弹性力(库仑力) $F=-kx$ 作用下，在其平衡位置 ($x=0$) 附近作简谐振动。原子和辐射场之间的相互作用就是这样的一个经典带电弹簧振子与经典电磁场之间的相互作用。

根据上述模型，如果仅考虑弹簧的恢复力，则电子的运动方程为

$$\ddot{x}+\omega_0^2 x=0 \tag{1-1-1}$$

式中 $\omega_0=\sqrt{k/m}$，m 为电子质量。上式的解为

$$x(t)=x_0\cos(\omega_0 t+\varphi) \tag{1-1-2}$$

其中

$$\left.\begin{aligned} x_0&=\left[x^2(0)+\frac{\dot{x}^2(0)}{\omega_0^2}\right]^{\frac{1}{2}}\\ \operatorname{tg}\varphi&=-\frac{\dot{x}(0)}{\omega_0 x(0)}\end{aligned}\right\} \tag{1-1-3}$$

上式表明电子作简谐振动。由经典电动力学理论可知，带电粒子振动时将辐射出电磁波，从而导致能量损失，所以辐射场对电子产生阻尼力(称辐射阻尼力)并迫使电子作减幅振荡。由经典电动力学计算得到的平均辐射阻尼力为

$$\bar{F}=\frac{e^2}{6\pi\varepsilon_0 m c^3}\dddot{x} \tag{1-1-4}$$

通常阻尼力远小于恢复力，因此可以近似认为电子仍以 (1-1-2) 式的形式运动，故有

$$\bar{F}=-\frac{e^2\omega_0^2}{6\pi\varepsilon_0 m c^3}\dot{x} \tag{1-1-5}$$

计及阻尼力后，电子的运动方程为

$$\ddot{x}(t)+2\gamma\dot{x}(t)+\omega_0^2 x(t)=0 \tag{1-1-6}$$

式中

$$\gamma=\frac{1}{3}\frac{\omega_0^2 r_0}{c} \tag{1-1-7}$$

而

$$r_0=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 c^2 m}\approx 2.8\times 10^{-15}\text{m} \tag{1-1-8}$$

为电子的经典半径。方程 (1-1-6) 的解为

$$x(t)=x_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_0 t+\varphi) \tag{1-1-9}$$

按上式运动的电子所辐射的电场为

$$E(t)=E_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_0 t+\varphi) \tag{1-1-10}$$

上式表明：电子的振荡是减幅的(见图 1-1-1)。由傅里叶分析可知：这种运动不是单一频率的简谐振动，而是由基波和无限多各种频率简谐振动迭加的结果，即

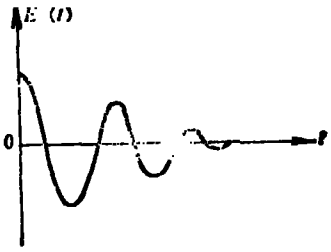


图 1-1-1　衰减简谐振荡示意图

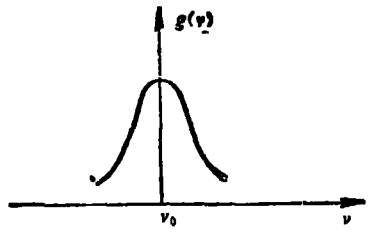


图 1-1-2　辐射谱线线型

$$E(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}E(t)e^{-i\omega t}dt\omega$$

因此

$$I(\omega)=E(\omega)E^{*}(\omega)=\frac{(E_0/4\pi)^2}{\gamma^2+(\omega-\omega_0)^2} \tag{1-1-11}$$

由此得出辐射的谱线线型为

$$g(\nu)=\frac{\Delta\nu_N}{2\pi}\cdot\frac{1}{(\nu-\nu_0)^2+(\Delta\nu_N/2)^2} \tag{1-1-12}$$

其中 $\Delta\nu=\gamma/2\pi$，辐射谱线为洛仑兹线型，见图 1-1-2。

如果介质中存在着一个频率为 ω 单色平面波 $E_0e^{i\omega t}$，那么电子将在外加电磁场作用下作受迫振动，其运动方程就变为

$$\ddot{x}(t)+2\gamma\dot{x}(t)+\omega_0^2x=-\frac{eE_0}{m}e^{i\omega t} \tag{1-1-13}$$

它的特解为

$$x(t)=x_0e^{i\omega t} \tag{1-1-14}$$

将 (1-1-14) 式代入 (1-1-13) 式，可以求得（设 $\omega\approx\omega_0$）

$$x_0=-\frac{e}{m}\cdot\frac{E_0}{2\omega_0(\omega_0-\omega)+i2\gamma\omega_0} \tag{1-1-15}$$

由此可求得一个原子的感应电偶极矩 p 为

$$p=-ex=\frac{e^2}{m}\cdot\frac{E_0}{2\omega_0(\omega_0-\omega)+i2\gamma\omega_0}e^{i\omega t} \tag{1-1-16}$$

如果忽略各原子之间的相互作用，并设原子密度为 N_V，那就得到介质的感应电极化强度

$$P=N_Vp=\frac{N_Ve^2}{m}\cdot\frac{E_0}{2\omega_0(\omega_0-\omega)+i2\gamma\omega_0}e^{i\omega t} \tag{1-1-17}$$

由极化率的定义

$$P=\varepsilon_0\chi E(t)$$

以及 (1-1-17) 式，得到介质的极化系数 χ

$$\chi=-\frac{iN_Ve^2}{2m\omega_0\varepsilon_0\gamma}\cdot\frac{1}{1+i\dfrac{\omega-\omega_0}{\gamma}}=\chi'+i\chi'' \tag{1-1-18}$$

其中 χ'、χ'' 分别为 χ 的实部与虚部，它们由下式给出

$$\chi' = \left(\frac{N_V e^2}{2m\omega_0\varepsilon_0\gamma}\right)\cdot\frac{\dfrac{\omega_0-\omega}{\gamma}}{1+\dfrac{(\omega-\omega_0)^2}{\gamma^2}} \tag{1-1-19}$$

$$\chi'' = -\frac{N_V e^2}{2m\omega_0\varepsilon_0\gamma}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{(\omega-\omega_0)^2}{\gamma^2}} \tag{1-1-20}$$

介质的复折射率为（注意 $\chi \ll 1$）

$$\varepsilon' = \sqrt{1+\chi} \approx 1+\frac{\chi}{2} = \eta + i\beta \tag{1-1-21}$$

其中实部 η 为介质的折射率，虚部 β 与介质的吸收系数 α 成正比，可以求得

$$\alpha = -2\frac{\omega}{c}\beta = -\frac{\omega}{c}\chi''$$

$$= \frac{\omega N_V e^2}{2m\omega_0\varepsilon_0\gamma c}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{(\omega-\omega_0)^2}{\gamma^2}} \tag{1-1-22}$$

$$\eta = 1+\frac{\chi'}{2}$$

$$= 1+\frac{N_V e^2}{2m\omega_0\varepsilon_0\gamma}\cdot\frac{\dfrac{\omega_0-\omega}{\gamma}}{1+\dfrac{(\omega-\omega_0)^2}{\gamma^2}} \tag{1-1-23}$$

由经典电动力学可知：在各向同性介质中，沿 z 方向传播的均匀平面光波的电矢量表达式为

$$E = E_0\exp[i(\omega t - kz)] = E_0\exp\left[i\omega\left(t-\frac{\varepsilon'}{c}z\right)\right] \tag{1-1-24}$$

将 (1-1-21) 式代入上式，化简后再将 (1-1-22)、(1-1-23) 式代入上式，可以看出其虚部 β 使辐射场振幅按指数规律衰减，这表明了它的受激吸收特性。而实部 η 决定了光在介质中的传播速度，这表明了介质的折射率随入射光的频率而改变，描写了介质的色散特性。

§1.2 速率方程理论

速率方程理论把辐射场与原子的相互作用看成是光子（即量子化的辐射场）与原子之间的相互作用，可以说是量子理论的一种简化形式。在处理原子自发辐射、受激辐射和受激吸收时沿用了爱因斯坦推导黑体辐射的普朗克公式时的唯象方法。对于二能级原子，如果上能级的粒子数密度为 N_2，下能级的粒子数密度为 N_1，应用上述方法，得到由于自发辐射、受激辐射、受激吸收引起的介质粒子数的变化速率分别为

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt}\right)_{sp} = A_{21}N_2 \tag{1-2-1}$$

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt}\right)_{st} = W_{21}N_2 \quad W_{21} = B_{21}\rho(\nu) \tag{1-2-2}$$

$$\left(\frac{dN_{21}}{dt}\right)_{st} = W_{12}N_2 \quad W_{12} = B_{12}\rho(\nu) \tag{1-2-3}$$

其中 $\rho(\nu)$ 为辐射场的单色能量密度，A_{21} 为爱因斯坦自发辐射系数，B_{21} 为爱因斯坦受激辐射系数，B_{12} 为爱因斯坦受激吸收系数，它们之间的关系为：

$$\frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3 n^3}{c^3}$$

$$B_{12}g_1 = B_{21}g_2 \tag{1-2-4}$$

从基本关系式(1-2-1)～(1-2-4)出发，考虑了原子的谱线加宽后，就可以得到表征激光器腔内光子数和工作物质各有关能级上的原子数随时间变化的一组微分方程，这就是激光器的速率方程组。

速率方程理论能够反映激光的强度特性，对增益饱和现象作了很好的描述，定性地分析了烧孔效应、兰姆凹陷、多模竞争等特性，但是由于忽略了光子的相位特性和光子数的量子起伏，所以不能给出与量子起伏有关的激光特性，也不能描述色散效应（频率牵引效应）。

尽管如此，由于速率方程理论形式简单，思路明确，所以在研究诸如激光放大、调 Q、锁模等问题以及研究介质的光学特性(如染料饱和特性)时都得到广泛的应用。下面我们举例说明速率方程的应用。

假设调Q激光器的振荡模模体积为 V，介质上、下能级的粒子数密度分别为 N_2、N_1，上、下能级的简并度分别为 g_2、g_1，那么总的粒子反转数为

$$N = [N_2 - (g_2/g_1)N_1]V \tag{1-2-5}$$

实验证明，调Q脉冲的持续时间一般很短，为 10^{-8} 秒左右，在这期间可以忽略泵浦效应以及介质的弛豫效应。假设所描述的Q开关是突变开关，腔内总的光子数为 Φ。如不考虑损耗，则有

$$\frac{dI}{dz} = GI \tag{1-2-6}$$

光强随时间的增长率为

$$\frac{dI}{dt} = \frac{dI}{dz}\cdot\frac{dz}{dt} = G\frac{c}{n_0}I \tag{1-2-7}$$

把光强换成光子数 Φ，并考虑光子的寿命 t_c（损耗）以及激光增益介质的长度 l 与腔长 L 的比，则 Φ 所满足的速率方程为

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Phi\left(\frac{Gcl}{n_0L} - \frac{1}{t_c}\right) \tag{1-2-8}$$

令：$\tau = t/t_c$，则得

$$\frac{d\Phi}{d\tau} = \Phi\left[\frac{G}{n_0L/cl t_c} - 1\right] = \Phi\left(\frac{G}{G_t} - 1\right) \tag{1-2-9}$$

式中 $G_t = \frac{n_0L}{cl t_c}$ 为阈值增益。由于 G 正比于 n，所以有

需要全本请访问 www.ertongbook.com

$$\frac{G}{G_t}=\frac{N}{N_t} \tag{1-2-10}$$

N_t 为阈值反转粒子数，这样（1-2-9）式就成为

$$\frac{d\Phi}{d\tau}=\Phi\left(\frac{N}{N_t}-1\right) \tag{1-2-11}$$

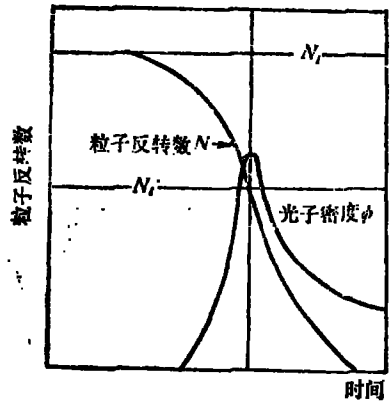


图 1-2-1　在巨脉冲期间反转粒子数与光子密度

每发生一次受激辐射，腔中就增加一个光子，反转粒子数却因此而减少两个，因而反转粒子数 N 满足速率方程

$$\frac{dN}{d\tau}=-2\Phi\frac{N}{N_t} \tag{1-2-12}$$

式（1-2-11）和式（1-2-12）就是描述 Φ 和 N 随时间演变的一组速率方程，利用数值方法可以很方便地解出结果。图 1-2-1 是典型的数值解。图 1-2-2 表示的是一台调Q红宝石激光器脉冲时间特性的计算结果。可以看出：对于不同的初始反转粒子数 N_i，其脉冲的高度与宽度也不同，N_i/N_t 越大，脉冲峰值功率就越高，脉宽也就越窄。

从上面的例子可以看出，用速率方程理论来描述调Q激光器的工作特性是很方便的。

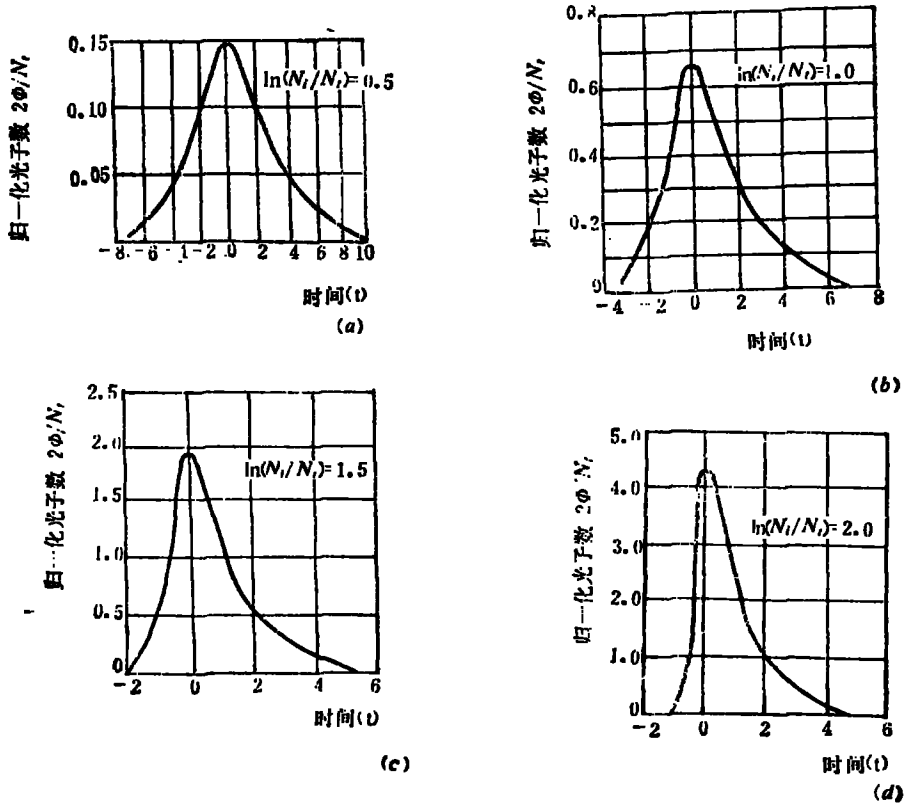


图 1-2-2　巨脉冲中部光子数与时间的关系曲线，时间是以光子寿命为单位

§1-3 半经典理论

激光半经典理论的基本思想是：辐射场的运动用经典电动力学的麦克斯韦方程来描述，而介质原子（或分子、离子）系统用量子力学的方法描述，辐射场对原子的影响表现为原子系统的微扰哈密顿量，场的扰动使得原子状态发生变化；原子系统对辐射场的影响则归结为麦克斯韦方程中的极化强度项，极化强度作为场源，使辐射场发生变化。由于激光介质是由许多原子（或分子、离子）系统组成的系综，故以量子统计中的系综密度矩阵来表示对各系统的平均。

半经典理论所采用的具体处理方法是自洽场的方法：首先假定介质中存在一初始光波场，在这个光场的作用下，介质中的工作粒子产生极化，形成感应电偶极子，将单位体积中的感应电偶极矩进行统计求和后就得到宏观极化强度。由于存在宏观极化强度，介质将辐射出与初始场同频率的电磁场，这就使得介质中的电磁场发生变化，新产生的电磁场与初始场迭加后反过来又影响介质粒子的感应电偶极矩。如此反复影响，最终达到稳定。稳定时，要求介质的宏观极化强度所产生的场与初始场的迭加等于产生感应电偶极矩的场。在实际的激光器中，这个初始场就是自发辐射场。当激光器达到稳定时，腔中的场强远远高于自发辐射场。所以稳定振荡时就可以认为产生感应偶极子的场 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t)$ 就是电偶极子所产生的场 $\boldsymbol{E}'(\boldsymbol{r},t)$，这就是所谓自洽场的概念（如图 1-3-1）。

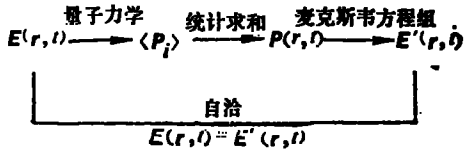


图 1-3-1 自洽场概念示意图

借助于上述方法可以求得一组描述激光场的振幅特性和频率特性的自洽方程。对该方程组取不同级次的近似可以解释反转粒子数随频率分布的凹陷（烧孔）效应、增益饱和效应、振荡频率相对于中心频率的频率牵引和推斥效应，对于多模之间的耦合和竞争效应也能给以解释，并能给出锁模条件。但是由于场的描述仍然是经典描述，所以不能描写与激光场的量子特性有关的一些现象，如激光场从零场建立的过程，光子简并度的统计分布，激光线宽等一系列问题。

另外，由于半经典理论的数学推导比较繁杂，因此一般只限于讨论工作物质的能级结构十分简单和较低阶的近似解的情况。有关半经典理论的详细处理过程，请读者参阅本书有关章节的内容，这里不作进一步的叙述。

§1-4 量子理论

激光的全量子理论以量子电动力学为理论基础，把电磁场和原子系统都作了量子化处理，并把两者作为一个统一的物理体系来描述。量子理论解释了原子自发辐射的现象，由此得到这样的结论：即使初始场处于真空状态（零场情况），对于反转介质仍可以建立起激光场。量子理论处理的结果表明：受激发射的光子只可能与入射光子同态（同一模式）。从激光的全量子理论出发，可以推得激光的线宽极限，并对光子的统计分布也作了很好的描述，从而揭示了激光辐射场与普通光源辐射场的根本区别。

第二章　电磁场方程和密度矩阵

从本章开始到第八章，将系统论述激光器的半经典理论并以半经典理论处理一些具体的激光器和瞬态相干效应。半经典理论是兰姆（1964）首先提出和发展的，目前仍然是处理这些问题的最成功的理论。

半经典理论以麦克斯韦方程组描述电磁场，以量子力学描写原子，再研究这样的电磁场和原子的相互作用。下面我们将介绍如何用这一理论来处理二能级原子系统的激光过程。

在一个光学谐振腔中，安置有二能级原子系统构成的系综，腔内介质在电磁场的感应下极化，并形成一定的宏观极化强度。极化介质又作为电磁场的源，它所建立的场与原来的电磁场自洽。利用自洽条件，就可以推导出激光振荡场的自洽方程。本章的§2-1完成这一工作（即自洽场方程的推导）。由自洽场方程可以看到：为了确定激光振荡场的振幅和频率，首先必须求出腔内介质的宏观极化强度 P。对于由大量微观粒子构成的工作介质，最有效的途径是采用密度矩阵求解宏观极化强度。因此§2-2、§2-3介绍了密度矩阵的定义、主要性质和运动方程。§2-4就激光物理中常用的模型——二能级原子系统构成的系综作了比较详细的分析，导出了考虑多种因素（例如：外界辐射场的影响、能级的弛豫、存在激励源等等）时密度矩阵的运动方程，这些都是为求解腔内介质的宏观极化强度 P 作准备。在§2-4节末尾，给出了介质的宏观极化强度与密度矩阵元的关系式。对介质的宏观极化强度 P 的详细计算，将放在后面几章中结合具体的激光器来完成。

当辐射场很强，以至不能应用通常的微扰法来求解激光场的特性时，可以借助原子物理学中核磁共振的布洛赫（Bloch）方程，来讨论密度矩阵的矢量模型，这是一种求解激光场的很方便的方法。读者在本书的第八章“瞬态相干效应”中将可看到这一方法的应用。此外，也可采用拉比（Rabi）强信号理论来处理强辐射场与介质相互作用时的受激跃迁几率等问题。这些内容将在§2-5、§2-6中讨论。

§2-1　激光电磁场的振荡方程

考虑一个在 $z=0$ 和 $z=L$ 处分别安放一个平面反射镜的激光腔（如图2-1-1）。在MKS单位制中腔内电磁场的麦克斯韦方程组是

$$\left.\begin{aligned}
\nabla \times \boldsymbol{H} - \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} &= \boldsymbol{j} \\
\nabla \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} &= 0 \\
\nabla \cdot \boldsymbol{D} &= \rho \\
\nabla \cdot \boldsymbol{B} &= 0
\end{aligned}\right\} \tag{2-1-1}$$

式中 $\boldsymbol{E}$ 为电场强度矢量，$\boldsymbol{H}$ 为磁场强度矢量，$\boldsymbol{B}$ 为磁感应强度矢量，$\boldsymbol{D}$ 为电感应强度矢

量，j 为电流密度矢量，ρ 为自由电荷密度。上述各物理量间还通过如下关系相互联系

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{D} &= \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P} \\ \boldsymbol{B} &= \mu_0 \boldsymbol{H} + \boldsymbol{M} \\ \boldsymbol{j} &= \sigma \boldsymbol{E} \\ \mu_0 \varepsilon_0 &= \frac{1}{c^2} \end{aligned}\right\} \tag{2-1-2}$$

(2-1-2) 式为表征介质特性的物性方程。式中 σ 为介质导电率，ε_0 为真空中的介电系数，μ_0 为真空中的导磁系数，c 为真空中的光速，$\boldsymbol{M}$ 为介质的磁化矢量，$\boldsymbol{P}$ 为介质的电极化强度矢量，并定义为单位体积介质内所感应电偶极矩之和。对于非磁性介质而言，可以认为磁化矢量 $\boldsymbol{M} = 0$，故应有 $\boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$。对于各向均匀电介质，可认为自由电荷密度 $\rho = 0$。在线性近似条件下，亦可认为 $\boldsymbol{P}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 有如下关系

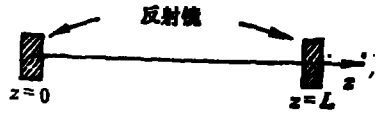


图 2-1-1 激光器的略图

$$\boldsymbol{P} = \alpha \boldsymbol{E}$$

这样

$$\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \alpha \boldsymbol{E} = \varepsilon \boldsymbol{E} \tag{2-1-3}$$

式中 ε 为介质的介电常数，$\varepsilon = \varepsilon_0 + \alpha$。

在方程式 $\nabla \times \boldsymbol{H} = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t} + \boldsymbol{j}$ 的两边分别对 t 求导，得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \boldsymbol{H}) = \frac{\partial^2 \boldsymbol{D}}{\partial t^2} + \frac{\partial \boldsymbol{j}}{\partial t}$$

$$= \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2} + \sigma \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

上式中已代入了关系式 $\boldsymbol{D} = \varepsilon_0 \boldsymbol{E} + \boldsymbol{P}$，$\boldsymbol{j} = \sigma \boldsymbol{E}$，利用

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}, \quad \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{H}$$

则得

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \boldsymbol{H}) = \nabla \times \frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E})$$

由此可得

$$-\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2} \tag{2-1-4}$$

由矢量分析得

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E}$$

将上式代入 (2-1-4) 式，同时考虑到：在没有自由电荷的均匀介质中和在 $\boldsymbol{P} \ll \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$ 的情况下，$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = 0$，最后可得

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{E}}{\partial t^2} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} + \mu_0 \frac{\partial^2 \boldsymbol{P}}{\partial t^2} \tag{2-1-5}$$

激光器中的电磁场一般为矢量场，但是在线偏振场的条件下，并且如果介质的极化也在同一方向，则矢量场可简化为标量场。这样上面的矢量函数可以用相应的标量函数来代替。

福克斯和厉鼎毅 (Fox and Li. 1961)已指出：在垂直于激光轴的方向上，场强的变化和光学波长相比是缓慢的，即 $\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} \gg \frac{\partial^2 E}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 E}{\partial y^2}$，所以可以略去波场在 x 和 y 方向上的导数，近似认为波场只沿着 z 轴方向变化。在以上两个假设条件下，方程 (2-1-5) 式简化为

$$-\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}+\mu_0\sigma\frac{\partial E}{\partial t}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=-\mu_0\frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \tag{2-1-6}$$

这就是介质中的波动方程。

(2-1-6) 式在形式上与经典的强迫阻尼振荡方程相似，为此我们写出经典带电粒子的强迫阻尼振荡方程如下（见 1-1-13 式）

$$\frac{\partial^2 r}{\partial t^2}+2\gamma\frac{\partial r}{\partial t}=\frac{qE_0}{m}e^{-i\omega t}$$

式中：r 为带电粒子偏离其平衡位置的位移

$2\gamma\frac{\partial r}{\partial t}$ 为振荡的阻力，称辐射阻尼力

$2\gamma=\frac{e^2\omega_0^2}{6\pi\varepsilon_0 c^3 m}$ 为经典辐射阻尼系数

$\frac{qE_0}{m}e^{-i\omega t}$ 为驱动源，即外界强迫力

将 (2-1-6) 式与上式对比可以看出：式 (2-1-6) 右端与电极化强度 P 有关的项相当于驱动源，而 $\mu_0\sigma\frac{\partial E}{\partial t}$ 则相当于阻尼作用。对于激光介质，虽然导电率 $\sigma=0$，但在推导中形式上仍保留了含有系数 σ 的项。在这里 σ 可以理解为各种损耗机构（包括衍射产生的损耗和反射镜的透射损耗等等）所导致激光场在腔内的衰减或阻尼作用。

假设激光共振腔为平行平面腔，腔长为 L，在腔内没有介质（空腔）并且没有损耗的条件下，可以对波动方程求解。这时，由于 $P=0$，$\sigma=0$，所以 (2-1-6) 式简化为

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=0 \tag{2-1-7}$$

方程 (2-1-7) 为最简单的自由电磁波的波动方程。采用分离变量法很容易对这一微分方程求解（求解过程从略），其解就是谐振腔的无损耗简正模，第 n 个模的驻波场可以写为

$$E_n(z,t)=A_n(t)\sin k_n z=E_n\cos\Omega_n t\cdot\sin k_n z$$

$$=\frac{1}{2}E_n\sin k_n z\cdot e^{-i\Omega_n t}+\text{c.c.}$$

式中 c.c. 表示前一项的复数共轭项 (complex conjugate)，因此确保了电场为实数。k_n 为第 n 个模的波矢，$k_n=\frac{2\pi}{\lambda_n}=n\frac{\pi}{L}$。$\Omega_n$ 为空腔第 n 个模的振荡角频率，$\Omega_n=n\pi\frac{c}{L}$。方程 (2-1-7) 的解为平面驻波场的集合，即

$$E(z,t)=\frac{1}{2}\sum_n E_n\sin k_n z e^{-i\Omega_n t}+\text{c.c.} \tag{2-1-8}$$

对于激活腔，考虑到增益介质的作用，场的振幅、振荡频率、位相都将与空腔情况时的

解（2-1-8）有所不同。

首先我们考虑在（2-1-7）中加入阻尼项，这时波动方程为

$$-\frac{\partial^2 E}{\partial z^2}+\mu_0\sigma\frac{\partial E}{\partial t}+\mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}=0 \qquad (2\text{-}1\text{-}9)$$

这里，可以采用缓变振幅近似地解出方程（2-1-9）式。假设阻尼很小，因此其解仍保留空腔时（2-1-8）式所表示的简正模形式。但由于阻尼项的存在，电场振幅不再保持常量，而是随时间衰减的缓变函数，其解可以写成如下形式

$$E(z,t)=\frac{1}{2}\sum_n E_n(t)\sin k_n z\cdot e^{-i\Omega_n t}+\text{c.c.} \qquad (2\text{-}1\text{-}10)$$

考虑到腔内激活介质对电场的激发时波动方程为（2-1-6）式。与考虑到阻尼力对电场的影响时的方法相似，假设极化强度项 P 比 $\varepsilon_0 E$ 小得多，即 $P\ll\varepsilon_0 E$，这样就可以保留空腔时的简正模形式的解。但由于激活介质的色散，激活腔的振荡频率 ω_n 与空腔时的振荡频率 Ω_n 可能稍有不同，各个纵模的位相也可能随时间作缓慢变化。同时考虑到当波场存在损耗时振幅随时间的缓慢变化，这样可以求得（2-1-6）式的解的形式如下

$$E(z,t)=\frac{1}{2}\sum_n E_n(t)\sin k_n z\cdot\exp\{-i[\omega_n t+\varphi_n(t)]\}+\text{c.c.} \qquad (2\text{-}1\text{-}11)$$

式中 $E_n(t)$、$\varphi_n(t)$ 均为时间的缓变函数。显然（2-1-11）式中的每一个分量描写系统的一个相应的准定态受迫振荡。定态的意思是指非激活腔中的简正模（未激发的），而准定态的意思是指当振幅、位相和共振频率受到激发力的扰动时的简正模。

与此相应，电极化强度也可写成与式（2-1-11）相类似的形式

$$P(z,t)=\frac{1}{2}\sum_n p_n(t)\sin k_n z\cdot\exp\{-i[\omega_n t+\varphi_n(t)]\}+\text{c.c.} \qquad (2\text{-}1\text{-}12)$$

式中 $p_n(t)$ 是第 n 个模极化强度的复值缓变分量。因为极化和外场并不同步，所以允许 $p_n(t)$ 为复数。在后面章节中将能看到：$p_n(t)$ 的虚部与电场位相差 90°，这导致介质产生增益或损耗。$p_n(t)$ 的实部与电场同位相，这导致介质引起色散。

从（2-1-12）式可以看出：$p_n(t)$ 可由对极化强度 $P(z,t)$ 的正频部分作空间傅里叶变换而得，其表示式为

$$p_n(t)=2\cdot\exp\{i[\omega_n t+\varphi_n(t)]\}\cdot\frac{2}{L}\int_0^L P(z,t)\sin k_n z\,dz \qquad (2\text{-}1\text{-}13)$$

取（2-1-11）、（2-1-12）两式的正频部分，即弃去复数共轭量（这是由于一个对 $ae^{-i\omega t}$ 成立的表达式，对于复共轭项及它们二者之和都照样成立）。求出对时间的一阶、二阶导数及（2-1-11）式对 z 的二阶导数并代入波动方程（2-1-6）式，经过整理可得

$$\begin{aligned}k_n^2E_n&-i\mu_0\sigma E_n(\omega_n+\dot\varphi_n)+\mu_0\sigma\dot E_n+\mu_0\varepsilon_0[\ddot E_n\\&-2i(\omega_n+\dot\varphi_n)\dot E_n-(\omega_n+\dot\varphi_n)^2E_n-i\ddot\varphi_nE_n]\\&=-\mu_0[\dot p_n-2i(\omega_n+\dot\varphi_n)p_n-(\omega_n+\dot\varphi_n)^2]p_n\end{aligned} \qquad (2\text{-}1\text{-}14)$$

因为 $E_n(t)$、$\varphi_n(t)$ 和 $p_n(t)$ 在一个光频周期内变化很小，因此可以忽略 $\ddot E_n$，$\ddot\varphi_n$，$\dot p_n$，$\dot E_n\dot\varphi_n$，$\dot p_n\dot\varphi_n$，$\dot p_n$ 等项。同样由于损耗因子 σ 也比较小，所以亦可忽略含 $\sigma\dot E_n$，$\sigma\dot\varphi_n$ 的项。这样方程（2-1-14）可简化为

$$k_n^2E_n-i\mu_0\sigma\omega_nE_n-2i\varepsilon_0\mu_0\omega_n\dot E_n-(\omega_n+\dot\varphi_n)^2\mu_0\varepsilon_0E_n=\mu_0\omega_n^2p_n \qquad (2\text{-}1\text{-}15)$$

使（2-1-15）式两边虚部相等，得

需要全本请访问 www.ertongbook.com