

21 世纪应用型本科教材

上海市教育委员会高校重点教材建设项目

环境污染控制工程实验

主编 陆光立

上海市教育委员会组编

上海交通大学出版社

内 容 提 要

本书介绍了广泛应用于环境污染控制中的一些重要实验技术,主要包括三部分:第一部分为实验基本理论、实验方案的优化设计、实验误差分析与实验数据处理等;第二部分为环境污染控制工程基础实验,较详细地介绍了污染控制实验项目,包括实验目的、实验原理、实验装置、实验步骤及实验数据整理方法等;第三部分为综合型应用实验,包括生物显微实验、环境监测实验等具体应用实例。本书旨在培养学生的动手能力与分析问题、解决问题的综合能力。

本书可作为高等工程院校环境工程专业和给排水工程专业的教学用书,也可供从事环境保护工作的科研、设计及管理人員参考。

图书在版编目(CIP)数据

环境污染控制工程实验/陆光立主编. —上海:上海交通大学出版社,2004

ISBN7-313-03607-8

I. 环... II. 陆... III. 环境污染—污染控制—实验 IV. X506-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2003)第 096949 号

环境污染控制工程实验

陆光立 主编

上海市教育委员会编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 877 号 邮政编码 200030)

电话:64071208 出版人:张天蔚

上海锦佳装璜印刷发展公司 印刷 全国新华书店经销

开本:787mm×1092mm 1/16 印张:10 插页:8 字数:197千字

2004年1月第1版 2004年1月第1次印刷

印数:1-1050

ISBN7-313-03607-8/H·012 定价:16.00元

前 言

《环境污染控制工程实验》是高等院校应用型本科环境工程专业主干必修课的教材。根据上海市教育委员会普通高校 21 世纪应用型本科“十五”重点教材建设的基本要求,以及多年来教学科研、社会实践的经验,并参考国内外相关文献资料,结合环境工程专业建设的需要,编写了这本实验教材。

随着 21 世纪社会经济的迅猛发展,可持续发展对环境的保护提出更高、更深层次的要求,大力培养和造就应用型环境工程本科人才是社会发展的需要。加大实践性环节的锻炼及综合性应用实验的训练尤为必要。因此本书作为高等院校环境工程专业的必修教材是非常急需的,对相关专业也有参考价值。培养学生的动手能力和创新思维是本书编写的宗旨之一。

为了力求实现综合性应用实验课程的目的,以创新思维的方法要求学生自己设计实验方案,确定实验路线,选择实验仪器、设备、药品等,使之合理地优化组合。要允许学生采用多种方法进行实验,考证结论,提出自己的观点,培养学生科研开发能力与解决实际问题的能力。

本教材简单扼要地介绍了实验的理论基础、实验方法、实验设计、误差分析及数据处理等方面的知识,全面详细地介绍了环境污染控制工程方面的基础实验及综合性应用实验,也包括科研、生产实践中的具体应用实例,有较强的专业代表性,具有一定的特色,诸如实验原理、方法、装置、实验步骤、数据处理和实验报告的编制等,并且附实验后的讨论思考题等内容。本书系统、科学、实用性强,对提高学生的动手能力,培养学生运用所学专业知识和基础知识分析并解决工程实际问题的能力是十分有益的。

实验项目的选择以环境污染控制工程多方面的综合要求为依据,并注意解决生产实际中污染问题的需要及城市生态环境保护的发展要求,内容较为广泛,覆盖了水污染控制实验、大气污染控制实验、固体废物处理实验、生物污染控制实验、显微应用实验、环境监测实验等 10 个基础实验及 14 个综合性应用实验。教学时数一般在 60~80 学时。但实验时间可长可短,教学时数可多可少。读者可根据各自学校实验室的仪器、装备、条件及有关专业课程的要求灵活选用,也可组合选用。该实验课程的实际训练将贯穿在整个本科教学过程中,包括课程设计、毕业设计、毕业论文、操作实训、社会实践。在实验装置设计、实验方法等方面,本书力求做到开放性、设计性,又不失实验项目的实用性、正确性和科学性。

本书由上海应用技术学院陆光立副教授担任主编,侯玲娟、夏五红、曹萍任副主编。华东理工大学陈秋则教授任本书主审。同时参加编写的还有贺佳杰、沙钝、王爱民、郑义等。在本书编写过程中得到同济大学徐竟成教授的指导和帮助,在此表示感谢。

综合性应用实验教材的编写是我们的初步尝试,希望在实践中能得到不断修改和完善。由于水平有限,书中错误和不妥之处在所难免,恳请广大读者批评指正。

陆光立

2003年7月25日

目 录

1 绪论	1
1.1 环境污染控制工程实验教学的目的是要求	1
1.2 实验基本程序	2
1.3 实验数据分析与实验报告	3
2 实验的基本理论	4
2.1 实验的研究方法	4
2.2 实验设计	10
2.3 实验误差分析	21
2.4 实验数据整理	24
3 水污染控制实验	31
3.1 物理化学法处理实验	31
实验一 活性污泥沉降性能测定实验	31
实验二 混凝实验	37
实验三 气浮实验	42
实验四 活性炭吸附实验	48
实验五 离子交换实验	53
3.2 生物化学法处理实验	57
实验六 曝气设备充氧能力测定实验	57
实验七 废水可生化性测定实验	63
实验八 间歇式活性污泥法实验	67
4 大气污染控制实验	72
实验九 旋风除尘器性能测定实验	72

5	固体废物处理实验	75
	实验十 有害废物的固化处理实验	75
6	综合应用实验	79
	实验十一 活性污泥耗氧速率及脱氢酶活性的测定	79
	实验十二 生化反应动力学系数测定实验	85
	实验十三 污泥比阻测定实验	91
	实验十四 工业污水生化处理实验	95
	实验十五 过氧化氢——铁盐法处理废水实验	98
	实验十六 印制电路腐蚀废液中铜的回收和利用实验	101
7	生物显微应用实验	105
	实验十七 显微镜的使用和观察实验	105
	实验十八 酵母菌、霉菌、藻类、原生动物及微型后生动物 个体形态的观察	111
	实验十九 微生物细胞数的计数	112
	实验二十 微生物的染色	114
	实验二十一 细菌淀粉酶和过氧化氢酶的定性测定	117
8	环境监测实验	119
	实验二十二 环境噪声监测实验	119
	实验二十三 铅和镉的测定实验	122
	实验二十四 汞的测定实验	126
	附录	131
	参考文献	152

1 绪 论

1.1 环境污染控制工程实验教学的目的是要求

环境科学与工程是建立在实验基础上的科学。许多污染现象的解释,污染物处理的研究及其装置的设计都需要通过实验来确定有关的参数。例如:活性污泥法中的负荷率、污泥回流比等均要经过许多次实验才能测定。而环境污染控制工程实验是环境科学与工程专业的一门必修的实践性课程,是学生学会解决污染问题的一个重要手段和方法。通过实验,使学生加深对所学基本理论的理解,并得到充实与提高。

1.1.1 教学目的

实验教学是使学生理论联系实际,以培养学生观察问题、分析问题和解决问题的能力。

(1) 加深对污染物控制及防治技术的基本概念的理解,巩固所学的知识 and 理论。

(2) 使学生了解实验方案的设计,初步掌握污染物控制实验研究方法,掌握基本测试技能和技术。

(3) 通过实验数据的整理使学生初步掌握数据分析处理的技术,包括如何收集实验数据,如何正确地分析和归纳实验数据,不但使之能运用一些实验成果来验证某些概念理论,而且还可通过一系列设计型的综合应用实验来培养锻炼学生的动手能力和解决实际问题的能力。

1.1.2 教学要求

(1) 实验预习。实验前,学生应认真阅读教材中有关实验的内容及其他相关的参考文献资料,明确所做实验的目的、要求、实验原理和实验内容,写出简明的预习提纲,确定测试项目及测试方法,准备好实验记录表格及计算用具。

(2) 实验设计。实验设计是实验研究的重要环节,是获得满足要求的实验结果的基本保障。在实验教学中,应反复训练,使学生确实掌握实验设计方法。

(3) 实验操作。学生实验前应仔细检查实验设备、仪器仪表是否完整齐全。实验所需工具应该灵活可用。实验时要严格按照操作规程认真操作,仔细观察实验现象,精心测定实验数据,详细真实地进行数据记录。实验结束后,要将实验设备和仪器仪表恢复原状。实验装置要检查是否完好,将实验室周围环境整理干净。学生应注意培养自己严谨的科学态度,养成良好的工作学习习惯。

1.2 实验基本程序

1.2.1 提出问题

根据已经掌握的知识,提出打算验证的基本概念或者探索研究的问题。

1.2.2 实验设计

自己动手确定实验目标,选择实验设备、装置所需要的各种药品、试剂,具体进行实验方案的设计,包括实验目的、步骤、计划、测试项目、测试方法标准等内容。

1.2.3 实验研究

(1) 根据设计好的实验方案进行实验,按时进行测试分析。

(2) 收集实验数据。

(3) 按时整理分析实验数据。实验数据的可靠性和按时分析整理是实验工作的重要环节,学生应利用已掌握的基本概念分析实验数据。通过数据分析加深对

基本概念的理解,并随时发现实验过程中的异常现象,包括实验装置操作运行的情况、测试方法等方面的问题,要及时总结,及时解决,使实验工作能顺利进行。

(4) 实验小结。通过对实验数据的系统分析,对实验结果进行评价,实验过程中是否发现新的问题,是否验证了文献中的某些观点,是否可以设计新的设备,是否可以提出新的实验方案。只有通过学生自己动手进行实验设计,才能使学生初步获得实际工作的训练,为今后的科学研究和实际工作能力打下良好的基础。

1.3 实验数据分析与实验报告

1.3.1 实验数据分析处理

这是整个实验过程中的一个重要部分。实验过程中应随时进行数据整理分析,一方面可以看出实验效果是否能达到预期目的,另一方面又可随时发现问题,修改实验方案,指导下一步实验的进行。整个实验结束后,要对实验数据进行分析处理,从而确定因素主次与最佳运行条件,建立经验公式,找出事物内在规律等。其内容大致包括实验数据误差分析、实验数据分析整理、实验数据的处理。

1.3.2 实验报告

这是对整个实验的全面总结,是实验教学必不可少的组成部分。要求全篇报告文字通顺,字迹端正,图表整齐,结果正确,讨论认真。实验报告包括以下组成部分:实验名称,实验目的,实验原理,实验装置,仪表,实验步骤,实验数据及分析处理,实验结果及问题讨论。实验报告的重点是实验数据处理和实验结果讨论。

2 实验的基本理论

实验是解决复杂的实际问题和工程问题的一个重要手段。几乎所有的科学研究都要用到实验。但是采用什么样的理论来指导实验,什么样的方法来设计实验,又如何对实验的数据进行整理,这将影响到实验的成功与否、实验的成本和实验的优化方案。

2.1 实验的研究方法

实验研究方法是指在科学指导下的实验方法,它主要解决如何将复杂的实际问题简化,如何将实验研究的结果应用到工程实际的大设备上。

2.1.1 相似论法

相似论实验法是一种模拟方法,是在基本现象相同情况下的模拟。其定义是:两个同一类的物理现象,在对应的时空点,各标量物理量的大小成比例。例如:向量物理量除大小成比例外,且方向相同,则称两个现象相似。若用相似论法来解决实际的工程问题,就要知道所研究现象的相似条件,包括几何相似、物理相似以及边界条件和起始条件的相似。

(1) 几何相似。是指系统的几何形状相似,如相应的两夹角相等,线段成比例。

(2) 物理相似。是指几何相似的系统,各对应点的各因素物理量保持一定的比例。例如:旋风分离器原型主要物理量有切向速度 v_T , 径向速度 v_r , 轴向速度 v_z , 模型主要物理量有切向速度 v_{Tm} , 径向速度 v_{rm} , 轴向速度 v_{zm} , 那么

$$\frac{v_T}{v_{Tm}} = \frac{v_r}{v_{rm}} = \frac{v_z}{v_{zm}} = c_v。$$

(3) 边界条件和起始条件相似。是指边界处和起始处的几何形状、时间、物理

量相似。

2.1.2 因次分析法

因次是指物理量的性质和类别,又称为量纲,如长度、质量和时间,可分别用 $[L]$, $[M]$, $[T]$ 来表示。

因次分析法是以物理方程式的因次和谐性为基础,通过对现象中物理量的因次之间相互联系的各种性质的分析来研究现象相似性的一种方法。

(1) Π 定理。对某一物理系统,有 n 个影响该系统的物理量,它们分别为 X_1, X_2, \dots, X_n ,而在这些物理量中,有 m 个基本因素,那么这 n 个物理量中就有 $\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}$ 个无因次群数,它们的函数关系为

$$f_1(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = 0,$$

$$f_2(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_{n-m}) = 0.$$

(2) 瑞利法。假定物理量 y 是物理量 X_1, X_2, \dots, X_m 的一个函数,

$$y = f(X_1, X_2, \dots, X_m),$$

则 y 的因次等于 X_1, X_2, \dots, X_m 的因次的幂乘积,即

$$[y] = [X_1]^a [X_2]^b \dots [X_m]^m.$$

采用因次分析法,可以减少变量数,根据 Π 定理,变量数可以从 n 个减为 $n - m$ 个,若每个变量做 k 次实验,那么,就少做 km 次实验。但必须注意的是,因次法必须将影响现象的变量全部列入,否则会导致错误的结果。因此,在采用因次法时,选多少与现象有关的变量至关重要。多选,将使研究复杂化;少选,其结果不能反映真实的情况。然而,对某些复杂的现象,我们无法了解它的物理规律,也就很难确定影响现象的因素,这是因次法的局限性。

2.1.3 数学模型法

数学模型法要求对过程有深刻的认识,将复杂的问题简化而不失真,然后获得描述过程的数学方程。由于有些过程非常复杂,要建立一个完全相似的实体模型是很困难的,采用数学模型法就不要求与原型所进行的物理过程保持同质现象,只要求信息传递相似。但简化的模型合理与否,必须通过实验检验,而引入的参数需由实验测定。

在建立数学模型时首先需要对过程进行简化,建立一个简化的物理模型,然后确定函数形式,最后求公式的系数。

2.1.3.1 根据简化的模型来建立数学模型

(1) 模型的简化。双膜理论是我们在水处理和气体处理中用得最广泛的一种转移气体理论,它是将复杂的气-液传质简化成在两个膜内进行,假定了在气-液相界面两侧各存在一个静止膜,即气膜和液膜,它们对气体分子的移动产生阻力,而气体的转移速率仅取决于膜的分子扩散速度。阻力主要来自液膜,如图 2-1 所示的气体转移机理。根据双膜理论模式可以进行数学模型的建立。

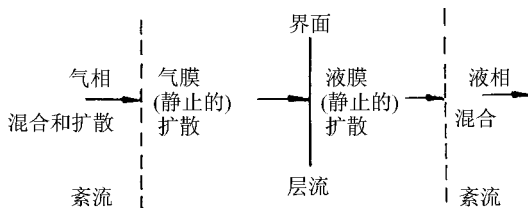


图 2-1 气体转移机理

(2) 数学模型的建立。根据上述的双膜理论模式,将气体的转移速度控制在静止膜内,于是气体的转移速率可以表示为

$$\frac{dm}{dt} = DA \frac{C_s - C}{L} = K_L A (C_s - C),$$

若两边同除以液体体积 V , 就可以得到

$$\frac{1}{V} \frac{dm}{dt} = \frac{dC}{dt} = K_L \frac{A}{V} (C_s - C),$$

若设 $K_{La} = K_L \frac{A}{V}$, 即公式可简化为

$$\frac{dC}{dt} = K_{La} (C_s - C),$$

式中: C_s 为液膜处气体饱和浓度 (mg/L); C 为液相主体中气体实际浓度 (mg/L); K_{La} 为总转移系数 (h^{-1}), 须经实验测得。只要将上式进行积分就可以求出

$$K_{La} = \ln \frac{C_s - C_1}{C_s - C_2} \cdot \frac{1}{t_2 - t_1},$$

C_1 为 t_1 时的液体内气体的浓度 (mg/L); C_2 为 t_2 时的液体内气体的浓度 (mg/L); t_1 为初始时间; t_2 为结束时间。

2.1.3.2 根据实验曲线选取数学模型

若按理论推导和专业经验无法确定函数形式,那只能将实验数据标绘成曲线,按此曲线,初选一个函数形式拟合,通常可取多项式 $y = a + a_1 x_0 + a_2 x_1^2 + \dots +$

$a_n x^n$, 也可以取其他函数如幂函数, 双曲函数, 指数函数, 对数函数等, 为方便起见, 往往将函数线性化。

(1) 数学模型选择的线性化法。线性化, 是将所选的函数 $y=f(x)$ 通过变量代换将其转换成线性函数 $Y=A+BX$, 这里, $Y=\varphi(x, y)$, $X=\varphi(x, y)$ 。具体做法是: 将实测的 x_i, y_i 值代入变量转换公式, 求出 x_i, y_i , 然后将 x_i, y_i 画在直角坐标上, 如果这些坐标接近一条直线, 就说明所初选的模式公式 $y=f(x)$ 合适。如在活性污泥的处理中, 比基质降解速度 $v = \frac{v_{\max} S}{s + k_s}$, $v = f(s)$ 这个函数是一条曲线, 如果

取这函数的倒数, 则成为

$$\frac{1}{v} = \frac{s + k_s}{v_{\max} S} = \frac{1}{v_{\max}} + \frac{k_s}{s} \frac{1}{v_{\max}}$$

设 $Y = \frac{1}{v}$, $X = \frac{1}{s}$, 则

$$Y = \frac{1}{v_{\max}} + \frac{k_s}{v_{\max}} X,$$

方程就变为 $Y=A+BX$ 的形式了, 这是一条直线。

(2) 适合于线性化的典型函数。

① $y = ax^b$ 。

令 $X = \lg x$, $Y = \lg y$, 则 $Y = \lg a + bX$, 如图 2-2 所示。

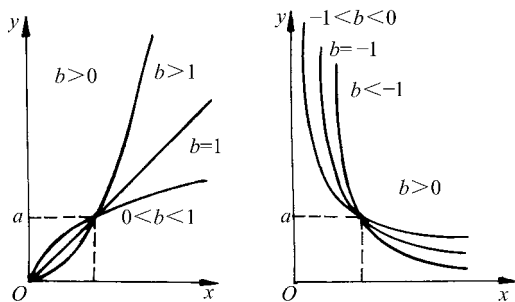


图 2-2 幂函数 $y = ax^b$ 的曲线

② $y = \frac{x}{ax + b}$, 令 $X = \frac{1}{x}$, $Y = \frac{1}{y}$, 则 $Y = a + bX$, 如图 2-3 所示。

③ $y = ae^{bx}$, 令 $X = x$, $Y = \ln y$ 则 $Y = \ln a + bX$, 如图 2-4 所示。

④ $y = a + b \lg x$, 令 $X = \lg x$, $Y = y$, 则 $Y = a + bX$, 如图 2-5 所示。

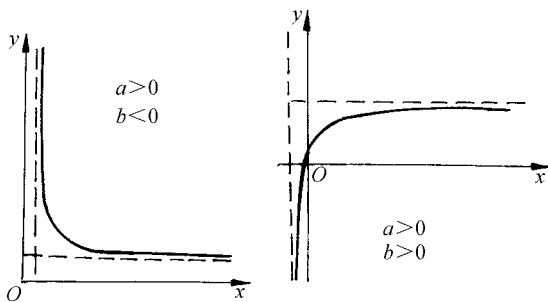


图 2-3 双曲线 $y = \frac{x}{ax + b}$

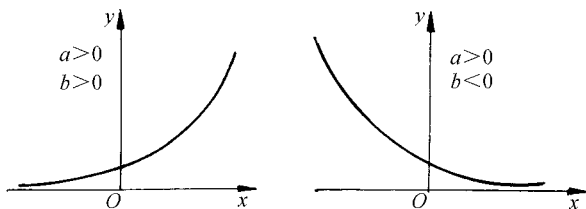


图 2-4 指数曲线 $y = a e^{bx}$

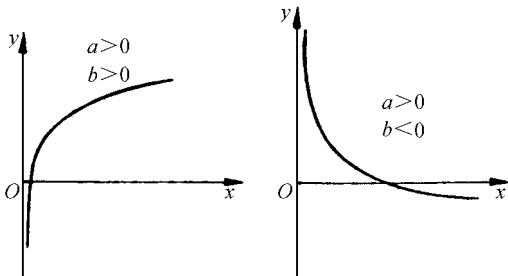


图 2-5 对数曲线 $y = a + b \log x$

2.1.3.3 数学模型公式系数的求解方法

(1) 数学模型建立好后,其关键是要求出它的系数。用平均值法求数学模型的公式系数。用直线法求取数学模型时,其曲线都转化为直线,于是对于系数的求解也就简化了。由于两点可以决定直线,理论上讲,只需两点就可以求取公式的系数了,但实际情况是所做的实验点只有几个,不可能全部正好落在这条线上,所以,最后,只能求取平均值。

对于方程 $Y = A + BX$,待定的系数有两个 A, B ,因此,需要列出两个方程,这样就把方程分成两个大组,具体做法是:

第一步 列出条件方程 $Y_i = A + BX_i$, 若做几个数据时, 就有几个这样的方程;

第二步 把几个方程分成两大组, 一组是 m 个, 另一组就是 $n - m$ 个;

第三步 将这两大组的条件方程分别相加, 得到

$$\sum_{i=1}^m Y_i = mA + B \sum_{i=1}^m X_i,$$

$$\sum_{i=m+1}^n Y_i = (n - m)A + B \sum_{i=m+1}^n X_i.$$

根据这两个方程就可以求得系数 A, B 。

(2) 用最小二乘法求数学模型的系数。所谓最小二乘法, 是指对于一定的函数 $y = f(x_i)$, 找出一个函数 $\varphi(x_i)$, 使得

$$\sum [f(x_i) - \varphi(x_i)]^2$$

达到最小。

若对于已线性化了的函数 $Y = A + BX$:

$$nA + B \sum_{i=1}^n X_i = \sum_{i=1}^n Y_i,$$

$$\sum_{i=1}^n X_i A + B \sum_{i=1}^n X_i^2 = \sum_{i=1}^n X_i Y_i,$$

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_i \\ \sum_{i=1}^n X_i & \sum_{i=1}^n X_i^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n Y_i \\ \sum_{i=1}^n X_i Y_i \end{bmatrix},$$

从这式中可以求出系数 A, B 。

若对于多项式 $Y = A_0 + A_1 X + A_2 X^2 + \cdots + A_n X^n$, 可以列 n 个方程求出 n 个系数:

$$nA_0 + \sum_{i=1}^n X_i A_1 + \cdots + \sum_{i=1}^n X_i^n A_n = \sum_{i=1}^n Y_i,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i A_0 + \sum_{i=1}^n X_i^2 A_1 + \cdots + \sum_{i=1}^n X_i^{n+1} A_n = \sum_{i=1}^n X_i Y_i,$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\sum_{i=1}^n X_i^n A_0 + \sum_{i=1}^n X_i^{n+1} A_1 + \cdots + \sum_{i=1}^n X_i^{2n} A_n = \sum_{i=1}^n X_i^n Y_i.$$

(3) 图解法求数学模型的系数。对于线性函数 $Y = A + BX$, A 是截距, B 是斜

率, A 可以直接从图中读出, B 可以取点求出 $\tan \alpha$ 即可, 也可以选取直线上较远的两点解联立方程:

$$\begin{cases} Y_1 = A + BX_1, \\ Y_2 = A + BX_2. \end{cases}$$

2.2 实验设计

在研究了实验方法后, 就要确定实验的具体安排, 要合理安排实验点的位置, 如果安排合理, 实验次数不多, 但可以得到令人满意的结果; 若安排不合理, 则会增加许多实验次数, 且得出的结果又不能使人满意, 同时还要浪费大量财力、人力, 耗时耗力, 最终影响实验的结果。因此, 寻找一种科学合理的实验安排是至关重要的。要满足这一点, 应做到以下几点:

- (1) 尽可能少的实验次数。
- (2) 实验的数据要便于分析和处理。

(3) 通过实验结果的计算、分析和处理, 寻找出最优方案, 以便确定进一步实验的方向。

- (4) 实验结果要满意, 令人信服。

根据对实验影响因素的多少, 可分为单因素实验和多因素实验。

2.2.1 单因素实验

单因素实验是指在整个实验安排的过程中, 只有一个因素在变, 或只考虑一个对指标影响最大的因素, 其他因素保持不变。如对于完全随机化的实验, 选择了 a 个水平的 A_1, A_2, \dots, A_n , 且每个水平要做 n 次, 那总共要做 an 次。显然, 没有考虑实验的优化问题。因此, 需要找出最优的实验来减少实验次数, 对单因素的实验方法, 一般可采用黄金分割法、分数法和对分法等。

(1) 黄金分割法。当函数为单峰函数时可以采用黄金分割法, 即 0.618 法。所谓黄金分割法是指在区间 $[a, b]$ 上, 每次实验均选在两区间的 0.618 处, 如图 2-6 所示。

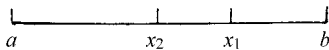


图 2-6

第一次分割实验是在 $[a, b]$ 区间上, 则 $x_1 = a + 0.618(b - a)$;

第二次实验 x_2 则在 $[x_1, a]$ 区间上, 则

$$\begin{aligned}x_2 &= a + 0.618(x_1 - a) \\ &= a + 0.618^2(b - a).\end{aligned}$$

接下去的实验应如何安排呢？应在 $[a, x_1], [x_2, b], [x_1, x_2]$ 的3个区间内哪个区间做才是最优的？根据单峰函数的性质，设 $f(x)$ 为实验结果，且 $f(x)$ 越大，效果越好，于是对于 $x_1, x_2, f(x)$ 就有下列3种情况：

$f(x_1) > f(x_2)$ ，那就去掉实验范围 $[a, x_2]$ ，在 $[x_2, b]$ 内继续做实验；

$f(x_1) < f(x_2)$ ，那就去掉实验范围 (x_1, b) ，在 $[a, x_1]$ 内继续做实验；

$f(x_1) = f(x_2)$ ，两端实验效果一样，则在 $[x_1, x_2]$ 内继续做实验。

用这种方法选择实验点时，要去掉一部分区间，由于是单峰函数，不会将最优去掉，去掉的只是部分坏点，而这正是随机实验减少的量。对于上述3种情况，若要继续做实验，取 x_3 时，则有

$f(x_1) > f(x_2)$ $x_3 = x_2 + 0.618(b - x_2)$ ，在 x_3 处安排一次实验；

$f(x_1) < f(x_2)$ $x_3 = a + 0.618^2(x_1 - a)$ ，在 x_3 处安排一次实验；

$f(x_1) = f(x_2)$ $x_3 = x_2 + 0.618(x_1 - x_2)$ ，
 $x_4 = x_2 + 0.618^2(x_1 - x_2)$ ，在 x_3, x_4 处安排两次实验。

这样反复做下去，使得实验的范围越来越小，最后两个实验的结果基本接近，就可以停止做实验。

(2) 分数法。对于单峰值函数，也可以采用分数法，与黄金分割法的不同在于要事先知道实验的总次数，因此，在限制实验次数的情况下，或实验点能取整数时，采用分数法较为合理。

分数法又称菲波那契数列法，它满足下列的关系：

F_n 在 F_0 和 F_1 时均等于 1，即 $F_0 = F_1 = 1$ ，

当 $n \geq 2$ ，即从第三项起，就有 $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ ，后面的每一项都是前两项的和，于是对于 $F_0, F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6$ ，就有 1, 1, 2, 3, 5, 8, …。

具体做时，如对某一个实验决定做 m 次，而 m 正好等于某一个 F_{n-1} 的值时，则实验总数 $m = F_{n-1}$ 。如对于某一个实验决定做 7 次，而 7 正好等于 $8 - 1$ 即 F_{5-1} ，故第一个实验取 $F_{n-1} = F_4 = 5$ 处，第二实验点 $F_{n-2} = 3$ 处。

比较两处的结果，留好去坏，然后继续做实验，这样本来可能要做 7 次实验而现在只需做 $5 - 1 = 4$ 次。也可能碰到这种情况，即 m 值并不等于 F_{n-1} ，而且

$$F_{n-1} - 1 < m < F_{n-1},$$

那只能在实验两端增加虚点以满足 $m = F_{n-1}$ ，而后安排实验。

(3) 对分法。对分法的特点是每次的实验点取在实验范围的中点，若实验范围为 $[a, b]$ ，则