

# 机械原理课程上机与设计

王洪欣 主编

东南大学出版社

·南京·

## 内 容 提 要

本书是为满足机械原理课程上机与课程设计的需要而编写的。一方面,为利用计算机开展机构分析与设计提供范围广泛的素材与引导;另一方面,为课程设计提供不同类型的机构与设计的要求。

本书与中国矿业大学王洪欣教授编著的《机械原理》教材、王洪欣等研制的《机械原理计算机多媒体课件》(东南大学出版社出版)构成一套完整的“机械原理”课程教学与学习资料。

本书共分7章,分别是基本机构的设计与分析,平面六杆机构的分析,近似等速比平面六杆机构,平面六杆停歇机构,行星轮系与组合机构,齿轮连杆组合机构以及面向对象技术的机构动画。在《机械原理计算机多媒体课件》光盘中,提供面向对象技术的机构动画与部分参考源程序。

本书可作为高等院校工科机械类专业“机械原理”课程的补充教材,也可供其他有关专业的教师与工程技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

机械原理课程上机与设计/王洪欣主编. —南京:东南大学出版社,2005.8  
ISBN 7-5641-0007-9

I. 机... II. 王... III. 机构学—课程设计—高等学校—教材 IV. TH111

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 051310 号

## 机械原理课程上机与设计

---

主 编:王洪欣

责任编辑:张 煦

装帧设计:王 月

出版发行:东南大学出版社

社 址:江苏省南京市四牌楼2号(210096)

经 销:江苏省新华书店

制 版:南京水晶山制版有限公司

印 刷:

版 次:2005年8月第1版 2005年8月第1次印刷

开 本:787mm×1092mm 1/16

印 张:9.50

字 数:243千

印 数:1~3000册

定 价:14.00元

# 前 言

机构在过程自动化的构成中扮演着运动变换与功率传递的角色,随着时代的进步与科技的发展,机械产品的构成要素与工作质量已经发生了显著的变化。许多机械可以按照人们的要求自动地完成给定的工作。在这一过程中,一部分过程的自动化得益于自动控制,另一部分过程的自动化得益于机构设计,它们相辅相成。编写《机械原理课程上机与设计》的目的就是展示过程自动化所使用的部分机构的类型、设计与分析方法以及传动性能,为过程自动化设备的机构设计提供理论基础。

进入 21 世纪,机械产品的国际竞争将日益激烈,要求机械产品不断创新,工作质量不断提高,功能不断改进。每一个设计人员必须具有深厚的机械设计理论,了解市场的需求,才能设计出满足市场要求的机械产品。本《机械原理课程上机与设计》同《机械原理》相互配合使用,以期培养出高质量的机械设计人才。

本书共分 7 章,分别是:基本机构的设计与分析,简要介绍平面四杆机构的设计、分析与传动特征;平面六杆机构的分析,简要介绍 8 种机构的运动与受力分析方法;近似等速比平面六杆机构,介绍基于复合函数的特征值的近似等速比平面六杆机构的设计、分析与传动特征;平面六杆停歇机构,介绍基于复合函数零点的从动件在极限位置作高阶停歇的平面六杆机构的设计、分析与传动特征;行星轮系与组合机构,介绍基于复合函数零点的从动件在极限位置作高阶停歇的基于行星轮系的平面组合机构的设计、分析与传动特征;齿轮连杆组合机构,介绍基于复合函数零点的从动件在极限位置作高阶停歇的齿轮连杆组合机构的设计、分析与传动特征;以及面向对象技术的机构动画(本章内容由乔威海编写)。在《机械原理计算机多媒体课件》光盘中,提供了面向对象技术的机构动画与部分参考源程序。

由于水平有限,错误与不足之处在所难免,敬请同仁和广大读者不吝指正。

编 者  
2005 年 5 月

# 目 录

<b>1 基本机构的设计与分析</b> .....	(1)
1.1 曲柄摇杆机构的设计与分析 .....	(1)
1.1.1 按许用传动角设计曲柄摇杆机构 .....	(1)
1.1.2 曲柄摇杆机构连杆上点的轨迹 .....	(4)
1.1.3 曲柄摇杆机构惯性力的平衡 .....	(4)
1.2 曲柄滑块机构的设计与分析 .....	(7)
1.2.1 曲柄滑块机构的设计与分析 .....	(7)
1.2.2 曲柄滑块机构的动平衡 .....	(9)
1.3 曲柄摇块机构的运动分析 .....	(11)
1.3.1 摇块机构导杆上点的轨迹 .....	(11)
1.3.2 曲柄摇块机构的动平衡 .....	(13)
1.4 反平行四边形机构的运动分析 .....	(15)
1.5 双曲柄机构的运动分析 .....	(16)
1.6 槽轮机构的运动分析 .....	(18)
1.7 椭圆轨迹机构的运动分析 .....	(19)
1.8 曲柄摇杆机构连杆上特殊点的轨迹 .....	(21)
1.9 双摇杆机构的运动分析 .....	(21)
1.10 移动导杆机构的运动分析 .....	(22)
<b>2 平面六杆机构的分析</b> .....	(24)
2.1 曲柄导杆一型移动从动件平面六杆机构 .....	(24)
2.1.1 机构的运动分析 .....	(24)
2.1.2 机构的受力分析 .....	(25)
2.1.3 课程上机内容与要求 .....	(26)
2.1.4 课程设计内容与要求 .....	(26)
2.2 曲柄摇杆一型移动从动件平面六杆机构 .....	(27)
2.2.1 机构的尺寸设计 .....	(27)
2.2.2 机构的运动分析 .....	(27)
2.2.3 机构的受力分析 .....	(29)
2.2.4 课程上机内容与要求 .....	(31)
2.2.5 课程设计内容与要求 .....	(31)
2.3 曲柄导杆二型移动从动件平面六杆机构 .....	(32)
2.3.1 机构的运动分析 .....	(32)
2.3.2 课程上机内容与要求 .....	(33)
2.4 曲柄摇块一型移动从动件平面六杆机构 .....	(33)

2.4.1	机构的运动分析 .....	(33)
2.4.2	课程上机内容与要求 .....	(35)
2.5	曲柄摇杆二型移动从动件平面六杆机构 .....	(35)
2.5.1	机构的运动分析 .....	(35)
2.5.2	机构的受力分析 .....	(38)
2.5.3	课程上机内容与要求 .....	(40)
2.5.4	课程设计内容与要求 .....	(40)
2.6	曲柄摇杆三型移动从动件平面六杆机构 .....	(41)
2.6.1	机构的尺寸设计 .....	(41)
2.6.2	机构的运动分析 .....	(42)
2.6.3	课程上机内容与要求 .....	(44)
2.6.4	课程设计内容与要求 .....	(44)
2.7	曲柄摇杆摆动从动件平面六杆机构 .....	(44)
2.7.1	机构的尺寸设计 .....	(45)
2.7.2	机构的运动分析 .....	(45)
2.7.3	课程上机内容与要求 .....	(46)
2.7.4	课程设计内容与要求 .....	(46)
2.8	曲柄摇块二型移动从动件平面六杆机构 .....	(47)
2.8.1	机构的运动分析 .....	(47)
2.8.2	课程上机内容与要求 .....	(48)
3	近似等速比平面六杆机构 .....	(49)
3.1	曲柄与移动从动件型近似等速比平面六杆机构 .....	(49)
3.1.1	机构的运动分析 .....	(49)
3.1.2	课程上机内容与要求 .....	(50)
3.1.3	课程设计内容与要求 .....	(51)
3.2	曲柄与摆动导杆型近似等速比平面六杆机构 .....	(51)
3.2.1	机构的运动分析 .....	(51)
3.2.2	课程上机内容与要求 .....	(53)
3.3	转动导杆与摆动导杆型近似等速比平面六杆机构 .....	(53)
3.3.1	机构的运动分析 .....	(53)
3.3.2	课程上机内容与要求 .....	(56)
3.4	导杆机构与正弦机构型近似等速比平面七杆机构 .....	(57)
3.4.1	机构的尺寸设计 .....	(57)
3.4.2	机构的运动分析 .....	(57)
3.4.3	课程上机内容与要求 .....	(58)
3.5	导杆机构串联的近似等速比机构 .....	(59)
3.5.1	机构的尺寸设计 .....	(59)
3.5.2	机构的运动分析 .....	(59)
3.5.3	课程上机内容与要求 .....	(62)

3.5.4	课程设计与要求	(62)
<b>4</b>	<b>平面六杆停歇机构</b>	<b>(63)</b>
4.1	曲柄导杆移动件平面六杆机构	(63)
4.1.1	机构的运动分析	(63)
4.1.2	课程上机内容与要求	(65)
4.1.3	课程设计与要求	(66)
4.2	曲柄导杆摆动件双极位停歇的平面六杆机构	(66)
4.2.1	机构的运动分析	(66)
4.2.2	课程上机内容与要求	(68)
4.3	曲柄导杆摆动件单极位停歇的平面六杆机构	(68)
4.3.1	机构的尺寸设计	(68)
4.3.2	机构的运动分析	(70)
4.3.3	课程上机内容与要求	(71)
4.3.4	课程设计与要求	(71)
4.4	移动件中途中瞬时停歇的曲柄双滑块平面六杆机构	(71)
4.4.1	机构的尺寸设计	(71)
4.4.2	机构的运动分析	(72)
4.4.3	课程上机内容与要求	(73)
4.5	曲柄滑块式移动件单极位停歇的平面六杆机构	(73)
4.5.1	连杆上具有精确直线段点轨迹的尺寸确定	(73)
4.5.2	课程上机内容与要求	(75)
4.6	导杆机构与正弦机构串联的平面六杆机构	(75)
4.6.1	导杆机构与正弦机构串联的三阶停歇机构的设计	(75)
4.6.2	导杆机构与正弦机构串联的三阶停歇机构的运动分析	(76)
4.6.3	课程上机内容与要求	(76)
4.7	曲柄齿条组合的平面六杆机构	(77)
4.7.1	曲柄齿条组合平面六杆机构的运动分析	(77)
4.7.2	课程上机内容与要求	(78)
4.8	曲柄摇块与正弦机构组合的平面七杆机构	(78)
4.8.1	机构的尺寸设计	(78)
4.8.2	机构的运动分析	(79)
4.8.3	课程上机内容与要求	(80)
<b>5</b>	<b>行星轮系与组合机构</b>	<b>(81)</b>
5.1	行星轮上特殊点的轨迹特征	(81)
5.1.1	规则多边形图形	(81)
5.1.2	规则多角形图形	(81)
5.1.3	不规则图形	(82)
5.1.4	课程上机内容与要求	(82)
5.2	行星轮多边形轨迹移动件五杆机构	(82)

5.2.1	机构的尺寸设计与运动分析	(82)
5.2.2	课程上机内容与要求	(83)
5.3	行星轮五边形轨迹摆动件五杆机构	(83)
5.3.1	机构的尺寸设计	(83)
5.3.2	机构的运动分析	(84)
5.3.3	课程上机内容与要求	(85)
5.4	基于行星轮轨迹的移动件七杆机构	(85)
5.4.1	机构的尺寸设计	(85)
5.4.2	机构的运动分析	(86)
5.4.3	课程上机内容与要求	(87)
5.5	基于行星轮轨迹的摆动件七杆机构	(87)
5.5.1	机构的尺寸设计	(87)
5.5.2	机构的运动分析	(89)
5.5.3	课程上机内容与要求	(90)
5.6	基于外行星轮轨迹的移动件五杆机构	(90)
5.6.1	机构的尺寸设计	(90)
5.6.2	机构的运动分析	(91)
5.6.3	课程上机内容与要求	(92)
6	齿轮连杆组合机构	(93)
6.1	基于曲柄齿条的滑块极位三阶停歇的平面七杆机构	(93)
6.1.1	机构的尺寸设计	(93)
6.1.2	机构的运动分析	(93)
6.1.3	课程上机内容与要求	(97)
6.2	基于曲柄齿条的摆杆双极位三阶停歇平面七杆机构	(98)
6.2.1	机构的尺寸设计	(98)
6.2.2	机构的运动分析	(98)
6.2.3	课程上机内容与要求	(100)
6.3	曲柄齿条偏置滑块极位三阶停歇的平面七杆机构	(100)
6.3.1	机构的尺寸设计	(100)
6.3.2	机构的运动分析	(101)
6.3.3	课程上机内容与要求	(105)
6.4	曲柄双滑块极位三阶停歇的平面七杆机构	(106)
6.4.1	机构的尺寸设计	(106)
6.4.2	机构的运动分析	(106)
6.4.3	课程上机内容与要求	(107)
6.5	辊式破碎机的传动机构	(108)
6.5.1	机构的尺寸设计	(108)
6.5.2	课程上机内容与要求	(109)
7	面向对象技术的机构动画	(110)

7.1 对象和类 .....	(110)
7.2 VB 中类的构造方法 .....	(111)
7.2.1 转动原动件的类 .....	(111)
7.2.2 RRR 杆组类的建立 .....	(119)
7.2.3 机架类的建立 .....	(125)
7.3 运用对象制作机构动画 .....	(129)
参考文献 .....	(139)



$$N_1 = 8\sin^2(0.5\psi_B)\cos^2[\gamma](1 - \cos\theta)$$

$$S_1 = 8\sin^2(0.5\psi_B)\cos^2[\gamma](1 + \cos\theta)a^2$$

得以  $a$  为参变量、 $b$  为设计变量的方程为

$$(M_1^2 - N_1)b^4 + (2L_1M_1 - S_1)b^2 + L_1^2 = 0 \quad (1.5)$$

$b$  的一个实数解为

$$b = \sqrt{\frac{-(2L_1M_1 - S_1) + \sqrt{(2L_1M_1 - S_1)^2 - 4(M_1^2 - N_1)L_1^2}}{2(M_1^2 - N_1)}} \quad (1.6)$$

由式(1.2)得摇杆的杆长  $c$  为

$$c = \sqrt{\frac{b^2 + a^2 - (b^2 - a^2)\cos\theta}{2\sin^2(0.5\psi_B)}} \quad (1.7)$$

## 2) 第二类曲柄摇杆机构

已知从动摇杆  $c$  的摆角为  $\psi_B$ , 若  $\theta = 0$ , 则  $K = 1$ , 机架的杆长  $d = 1$ , 许用传动角为  $[\gamma]$ 。用解析法确定曲柄的杆长  $a$ 、连杆的杆长  $b$  以及摇杆的杆长  $c$ , 给出摇杆  $c$  的运动规律曲线。

在图 1.2 中,  $K = 1$ , 摇杆在  $B_3B_0$ 、 $B_4B_0$  位置出现最小传动角且两个最小传动角相等, 对  $A_1B_1B_0$ 、 $A_1B_2B_0$  应用余弦定理得

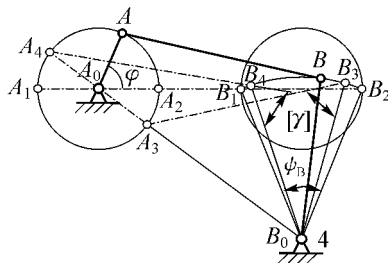


图 1.2  $\theta = 0$  的曲柄摇杆机构

$$\cos(\angle B_1A_0B_0) = \frac{1 + (b-a)^2 - c^2}{2(b-a)} = \frac{1 + (b+a)^2 - c^2}{2(b+a)} \quad (1.8)$$

化简上式得机构杆长之间的约束方程为

$$1 + a^2 = b^2 + c^2 \quad (1.9)$$

对  $A_4B_4B_0$ 、 $A_3B_3B_0$  应用余弦定理得

$$\cos[\gamma] = \frac{(1+a)^2 - b^2 - c^2}{2bc} = \frac{(1-a)^2 + b^2 + c^2}{2bc} \quad (1.10)$$

化简上式得

$$b = a / (c \cos[\gamma]) \quad (1.11)$$

令式(1.2)中的  $\theta = 0$ , 得杆长  $c$  的函数式为

$$c = a / \sin(0.5\psi_B) \quad (1.12)$$

联立式(1.9)~式(1.12)得曲柄的杆长  $a$ 、连杆的杆长  $b$  以及摇杆的杆长  $c$  的设计方程为

$$b = \sqrt{(1 - \cos\psi_B) / (2\cos^2[\gamma])} \quad (1.13)$$

$$c = \sqrt{(1 - b^2) / (1 - b^2\cos^2[\gamma])} \quad (1.14)$$

$$a = c \sqrt{(1 - \cos\psi_B) / 2} \quad (1.15)$$

### 3) 曲柄摇杆机构的运动分析

在图 1.1 中,曲柄摇杆机构的位移方程为

$$a \cos \varphi + b \cos \lambda = d + c \cos \psi \quad (1.16)$$

$$a \sin \varphi + b \sin \lambda = c \sin \psi \quad (1.17)$$

消去  $\lambda$ , 引入系数  $k_A$ 、 $k_B$  和  $k_C$ , 得摇杆 3 的角位移方程及其解  $\psi$  分别为

$$k_A = -\sin \varphi$$

$$k_B = d/a - \cos \varphi$$

$$k_C = (d^2 + c^2 + a^2 - b^2)/(2ac) - (d/c) \cos \varphi$$

$$k_A \sin \psi + k_B \cos \psi + k_C = 0 \quad (1.18)$$

$$\psi = 2 \arctan^2 [(k_A + \sqrt{k_A^2 + k_B^2 - k_C^2}) / (k_B - k_C)] \quad (1.19)$$

由式(1.16)、式(1.17)得连杆 2 的角位移  $\lambda$  为

$$\lambda = \arctan 2 [(c \sin \psi - a \sin \varphi) / (d + c \cos \psi - a \cos \varphi)] \quad (1.20)$$

对式(1.16)、式(1.17)求关于  $\varphi$  的一阶、二阶导数, 得类角速度方程及其  $\omega_{1,2} = d\lambda/d\varphi$ 、 $\omega_{1,3} = d\psi/d\varphi$  和类角加速度  $\alpha_{1,2} = d^2\lambda/d\varphi^2$ 、 $\alpha_{1,3} = d^2\psi/d\varphi^2$  分别为

$$-a \sin \varphi - \omega_{1,2} b \sin \lambda = -\omega_{1,3} c \sin \psi \quad (1.21)$$

$$a \cos \varphi + \omega_{1,2} b \cos \lambda = \omega_{1,3} c \cos \psi \quad (1.22)$$

$$\omega_{1,3} = a \sin(\varphi - \lambda) / [c \sin(\psi - \lambda)] \quad (1.23)$$

$$\omega_{1,2} = a \sin(\varphi - \psi) / [b \sin(\psi - \lambda)] \quad (1.24)$$

$$\omega_2 = (d\lambda/d\varphi)(d\varphi/dt) = \omega_{1,2} \omega_1 \quad (1.25)$$

$$\omega_3 = (d\psi/d\varphi)(d\varphi/dt) = \omega_{1,3} \omega_1 \quad (1.26)$$

$$-a \cos \varphi - \omega_{1,2}^2 b \cos \lambda - \alpha_{1,2} b \sin \lambda = -\omega_{1,3}^2 c \cos \psi - \alpha_{1,3} c \sin \psi \quad (1.27)$$

$$-a \sin \varphi - \omega_{1,2}^2 b \sin \lambda + \alpha_{1,2} b \cos \lambda = -\omega_{1,3}^2 c \sin \psi + \alpha_{1,3} c \cos \psi \quad (1.28)$$

$$\alpha_{1,3} = [a \cos(\varphi - \lambda) + b \omega_{1,2}^2 - c \omega_{1,3}^2 \cos(\psi - \lambda)] / [c \sin(\psi - \lambda)] \quad (1.29)$$

$$\alpha_{1,2} = [a \cos(\varphi - \psi) + b \omega_{1,2}^2 \cos(\psi - \lambda) - c \omega_{1,3}^2] / [b \sin(\psi - \lambda)] \quad (1.30)$$

$$\alpha_2 = (d^2\lambda/d\varphi^2)(d\varphi/dt)^2 = \alpha_{1,2} \omega_1^2 \quad (1.31)$$

$$\alpha_3 = (d^2\psi/d\varphi^2)(d\varphi/dt)^2 = \alpha_{1,3} \omega_1^2 \quad (1.32)$$

### 4) 课程上机内容与要求

以两组默认参数作为预设计, 即

(1) 已知  $K = 1.1$ , 机架的杆长  $d = 1$ , 许用传动角  $[\gamma] = 53^\circ$ , 摇杆的摆角  $\psi = 40^\circ$ , 曲柄的杆长  $a$  取 0.18。

此为试读, 需要完整PDF请访问: [www.ertongbook.com](http://www.ertongbook.com) · 3 ·

(2) 已知  $K = 1$ , 机架的杆长  $d = 1$ , 许用传动角  $[\gamma] = 40^\circ$ , 摇杆的摆角  $\psi = 50^\circ$ 。

(3) 将  $K$ 、 $[\gamma]$ 、 $\psi$  设计为可调节的, 通过计算, 显示对应的设计  $b$ 、 $c$ 。

(4) 设计机构的动画,  $\omega_1 = 1$ , 显示摇杆  $c$  的运动规律曲线。

### 1.1.2 曲柄摇杆机构连杆上点的轨迹

图 1.3 为曲柄摇杆机构, 设曲柄 1 为主动件, 令  $a$ 、 $b$ 、 $c$  和  $d$  分别表示曲柄 1、连杆 2、摇杆 3 和机架 4 的长度, 连杆 2 的角位移为  $\lambda$ , 摇杆 3 的角位移为  $\psi$ , 连杆 2 上  $AP_i$  点与  $AB$  之间的夹角为  $\theta_2$ ,  $AP_i = e_i (i=1, 2, \dots, 10)$ 。

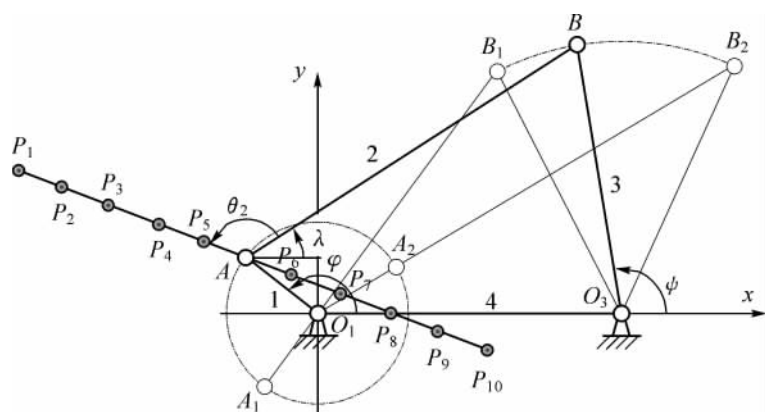


图 1.3 曲柄摇杆机构连杆上点的轨迹

#### 1) 连杆上点的坐标

曲柄摇杆机构的运动分析同式(1.16)~式(1.32), 为此, 连杆 2 上  $P$  点的坐标  $x_{P_i}$ 、 $y_{P_i}$  分别为

$$x_{P_i} = a \cos \varphi + e_i \cos(\lambda + \theta_2) \quad (1.33)$$

$$y_{P_i} = a \sin \varphi + e_i \sin(\lambda + \theta_2) \quad (1.34)$$

#### 2) 课程上机内容与要求

设计参数化的界面, 以一组默认参数作为预设计, 即  $a = 100 \text{ mm}$ ,  $b = 205 \text{ mm}$ ,  $c = 230 \text{ mm}$ ,  $d = 215 \text{ mm}$ ,  $e = 100 \text{ mm}$ ,  $e_1 = 5e$ ,  $e_2 = 4e$ ,  $e_3 = 3e$ ,  $e_4 = 2e$ ,  $e_5 = e$ ,  $e_6 = -e$ ,  $e_7 = -2e$ ,  $e_8 = -3e$ ,  $e_9 = -4e$ ,  $e_{10} = -5e$ ,  $\theta_2 = 120^\circ$ ,  $\omega_1 = d\varphi/dt = 1$ 。要求同时显示  $P_1$ 、 $P_2$ 、 $P_3$ 、 $P_4$ 、 $P_5$ 、 $P_6$ 、 $P_7$ 、 $P_8$ 、 $P_9$  和  $P_{10}$  点的轨迹。将  $\theta_2$  设计成可调节的, 使  $0 \leq \theta_2 \leq 360^\circ$ ,  $\theta_2$  的显示精度为  $0.1^\circ$ 。

### 1.1.3 曲柄摇杆机构惯性力的平衡

#### 1) 曲柄摇杆机构的运动分析

在图 1.4 中, 设曲柄 1 的质量  $m_1$  位于  $S_1$  点、连杆 2 的  $m_2$  位于  $S_2$  点以及摇杆 3 的质量  $m_3$  位于  $S_3$  点, 曲柄摇杆机构的运动分析同式(1.16)~式(1.32), 为此  $S_1$ 、 $S_2$  和  $S_3$  点的位置、速度与加速度分别为

$$x_{S_1} = r_1 \cos(\varphi + \theta_1) \quad (1.35)$$

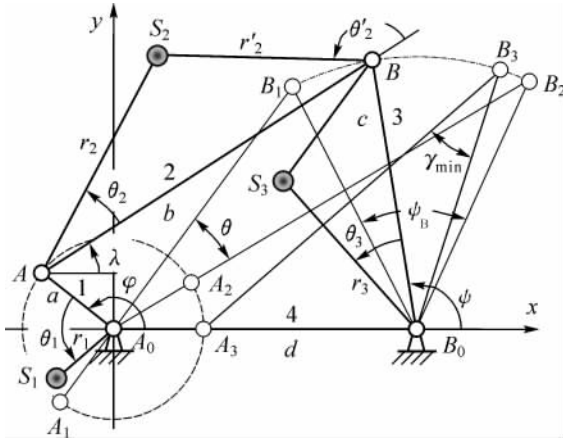


图 1.4 曲柄摇杆机构的惯性力

$$y_{S1} = r_1 \sin(\varphi + \theta_1) \quad (1.36)$$

$$x_{S2} = a \cos \varphi + r_2 \cos(\lambda + \theta_2) \quad (1.37)$$

$$y_{S2} = a \sin \varphi + r_2 \sin(\lambda + \theta_2) \quad (1.38)$$

$$x_{S3} = d + r_3 \cos(\psi + \theta_3) \quad (1.39)$$

$$y_{S3} = r_3 \sin(\psi + \theta_3) \quad (1.40)$$

$$V_{xS1} = -r_1 \omega_1 \sin(\varphi + \theta_1) \quad (1.41)$$

$$V_{yS1} = r_1 \omega_1 \cos(\varphi + \theta_1) \quad (1.42)$$

$$V_{xS2} = -a \omega_1 \sin \varphi - r_2 \omega_2 \sin(\lambda + \theta_2) \quad (1.43)$$

$$V_{yS2} = a \omega_1 \cos \varphi + r_2 \omega_2 \cos(\lambda + \theta_2) \quad (1.44)$$

$$V_{xS3} = -r_3 \omega_3 \sin(\psi + \theta_3) \quad (1.45)$$

$$V_{yS3} = r_3 \omega_3 \cos(\psi + \theta_3) \quad (1.46)$$

$$a_{xS1} = -r_1 \omega_1^2 \cos(\varphi + \theta_1) \quad (1.47)$$

$$a_{yS1} = -r_1 \omega_1^2 \sin(\varphi + \theta_1) \quad (1.48)$$

$$a_{xS2} = -a \omega_1^2 \cos \varphi - r_2 \alpha_2 \sin(\lambda + \theta_2) - r_2 \omega_2^2 \cos(\lambda + \theta_2) \quad (1.49)$$

$$a_{yS2} = -a \omega_1^2 \sin \varphi + r_2 \alpha_2 \cos(\lambda + \theta_2) - r_2 \omega_2^2 \sin(\lambda + \theta_2) \quad (1.50)$$

$$a_{xS3} = -r_3 \alpha_3 \sin(\psi + \theta_3) - r_3 \omega_3^2 \cos(\psi + \theta_3) \quad (1.51)$$

$$a_{yS3} = r_3 \alpha_3 \cos(\psi + \theta_3) - r_3 \omega_3^2 \sin(\psi + \theta_3) \quad (1.52)$$

## 2) 曲柄摇杆机构的惯性力与平衡

质量  $m_1$ 、 $m_2$  和  $m_3$  作用在机架上的惯性力分别为

$$F_x = -m_1 a_{xS1} - m_2 a_{xS2} - m_3 a_{xS3} \quad (1.53)$$

$$F_y = -m_1 a_{yS1} - m_2 a_{yS2} - m_3 a_{yS3} \quad (1.54)$$

为了减少或消除质量  $m_1$ 、 $m_2$  和  $m_3$  作用在机架上的惯性力,可以采用以下方法,即使质量  $m_1$ 、 $m_2$  和  $m_3$  的合成质心为一个静止的点,合成质心的位置方程为

$$r_S = [m_1 r_1 e^{i(\varphi+\theta_1)} + m_2 (a e^{i\varphi} + r_2 e^{i(\lambda+\theta_2)}) + m_3 (d + r_3 e^{i(\psi+\theta_3)})] / (m_1 + m_2 + m_3) = [m_1 r_1 e^{i\theta_1} e^{i\varphi} + m_2 a e^{i\varphi} + m_2 r_2 e^{i\theta_2} e^{i\lambda} + m_3 d + m_3 r_3 e^{i\theta_3} e^{i\psi}] / (m_1 + m_2 + m_3) \quad (1.55)$$

由于  $\varphi$ 、 $\gamma$ 、 $\psi$  非相互独立,对应机构的几何约束,即

$$e^{i\lambda} = (-a e^{i\varphi} + d + c e^{i\psi}) / b$$

所以

$$r_S = [m_1 r_1 e^{i\theta_1} e^{i\varphi} + m_2 a e^{i\varphi} + m_2 r_2 e^{i\theta_2} (-a e^{i\varphi} + d + c e^{i\psi}) / b + m_3 d + m_3 r_3 e^{i\theta_3} e^{i\psi}] / (m_1 + m_2 + m_3) \\ = [(m_1 r_1 e^{i\theta_1} + m_2 a - m_2 r_2 a / b e^{i\theta_2}) e^{i\varphi} + (m_3 r_3 e^{i\theta_3} + m_2 r_2 c / b e^{i\theta_2}) e^{i\psi} + m_2 r_2 d / b e^{i\theta_2} + m_3 d] / (m_1 + m_2 + m_3)$$

令  $r_2 e^{i\theta_2} = b + r_2' e^{i\theta_2'}$ , 上式转化为

$$r_S = [m_1 r_1 e^{i\theta_1} e^{i\varphi} + m_2 a e^{i\varphi} + m_2 r_2 e^{i\theta_2} (-a e^{i\varphi} + d + c e^{i\psi}) / b + m_3 d + m_3 r_3 e^{i\theta_3} e^{i\psi}] / (m_1 + m_2 + m_3) \\ = [m_1 r_1 e^{i\theta_1} + m_2 a - m_2 a (1 + r_2' / b e^{i\theta_2'}) e^{i\varphi} + (m_3 r_3 e^{i\theta_3} + m_2 r_2 c / b e^{i\theta_2'}) e^{i\psi} + m_2 r_2 d / b e^{i\theta_2} + m_3 d] / (m_1 + m_2 + m_3)$$

令上式中与时间相关的项为零,得机构的质量与尺寸的关系式为

$$r_1 = m_2 a r_2' / (b m_1) \quad (1.56)$$

$$r_3 = r_2 c m_2 / (b m_3) \quad (1.57)$$

$$\theta_1 = \theta_2' \quad (1.58)$$

$$\theta_3 = \theta_2 + \pi \quad (1.59)$$

由图 1.4 得  $r_2'$ 、 $\theta_2'$  分别为

$$r_2' = \sqrt{r_2^2 + b^2 - 2r_2 b \cos \theta_2} \quad (1.60)$$

$$\theta_2' = \arctan_2 [r_2 \sin \theta_2 / (r_2 \cos \theta_2 - b)] \quad (1.61)$$

### 3) 课程上机内容与要求

设计参数化的界面,以一组默认参数作为预设计,即已知曲柄 1 的杆长  $a = 0.036$  m,  $m_1 = 20$  kg;连杆 2 的杆长  $b = 0.096$  m,  $r_2 = 0.8 b$ ,  $m_2 = 80$  kg,  $\theta_2 = 40^\circ = 0.698$  rad;摇杆 3 的杆长  $c = 0.065$  m,  $m_3 = 50$  kg;机架 4 的杆长  $d = 0.080$  m,由以上公式得机构惯性力平衡的质量与尺寸分别为  $r_2' = 0.061794$  m,  $\theta_2' = 126.976^\circ = 2.216$  rad,  $r_1 = 0.092691$  m,  $r_3 = 0.0832$  m,  $\theta_1 = 126.976^\circ = 2.216$  rad,  $\theta_3 = 220^\circ = 3.8397$  rad。

以滚动条的方式实现  $a$  的变化为  $0.15$  m  $\leq a \leq 0.45$  m,  $b$  的变化为  $0.070$  m  $\leq b \leq 0.100$  m,  $\theta_2$  的变化为  $0 \leq \theta_2 \leq 1.5\pi$ ,  $c$  的变化为  $0.055$  m  $\leq c \leq 0.080$  m,  $d$  的变化为  $0.050$  m  $\leq d \leq 0.090$  m, 以控件方式显示机架上的惯性力  $F_x$  和  $F_y$  的数值,在直角坐标系中显示  $F_x$ 、

$F_y$ 关于曲柄转角  $\varphi$  的变化曲线。

## 1.2 曲柄滑块机构的设计与分析

### 1.2.1 曲柄滑块机构的设计与分析

#### 1) 曲柄滑块机构的设计

在图 1.5 所示的坐标系中,设  $a$ 、 $b$ 、 $e$  为设计变量,  $\varphi_0$ 、 $S_0$  为预先选择的参数,  $S$  为关于  $S_0$  的位移,  $A$ 、 $B$  两点的坐标分别为

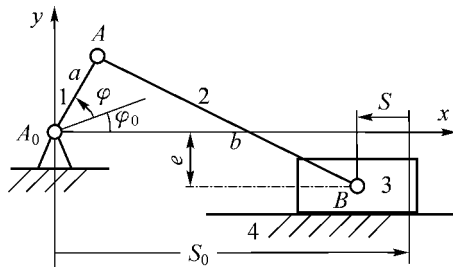


图 1.5 曲柄滑块函数生成机构

$x_A = a\cos(\varphi_0 + \varphi_i)$ ,  $y_A = a\sin(\varphi_0 + \varphi_i)$ ;  $x_B = S_0 - S_i$ ,  $y_B = -e$ ,  $A$ 、 $B$  两点之间的定长约束方程为

$$[S_0 - S_i - a\cos(\varphi_0 + \varphi_i)]^2 + [-e - a\sin(\varphi_0 + \varphi_i)]^2 = b^2 \quad (1.62)$$

令  $K_1$ 、 $K_2$ 和  $K_3$ 分别为  $K_1 = a^2 - b^2 + e^2$ ,  $K_2 = -2a$ ,  $K_3 = 2ae$ , 于是,上式简化为

$$K_1 + K_2(S_0 - S_i)\cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3\sin(\varphi_0 + \varphi_i) = -S_i^2 - S_0^2 + 2S_0S_i \quad (1.63)$$

为了求解  $i > 3$  的机构设计,将式(1.63)转化为误差的形式,定义误差函数  $E$  为

$$E = \sum_{i=1}^n [K_1 + K_2(S_0 - S_i)\cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3\sin(\varphi_0 + \varphi_i) + S_i^2 + S_0^2 - 2S_iS_0]^2 \quad (1.64)$$

为了求得误差  $E$  的最小值,将式(1.64)分别求关于  $K_1$ 、 $K_2$ 和  $K_3$ 的偏导数,令它们的值都等于零得

$$\frac{\partial E}{\partial K_1} = K_1 \sum_{i=1}^n 1 + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i)\cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) +$$

$$\sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_iS_0) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial K_2} = K_1 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i)\cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i)^2 \cos^2(\varphi_0 + \varphi_i) +$$

$$K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i)(S_0 - S_i)\cos(\varphi_0 + \varphi_i) +$$

$$\sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0)(S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial K_3} = K_1 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) +$$

$$K_3 \sum_{i=1}^n \sin^2(\varphi_0 + \varphi_i) + \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) = 0$$

由以上方程得关于  $K_1$ 、 $K_2$  和  $K_3$  的线性方程组为

$$K_1 \sum_{i=1}^n 1 + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) =$$

$$- \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) \quad (1.65)$$

$$K_1 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i)^2 \cos^2(\varphi_0 + \varphi_i) +$$

$$K_3 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i)(S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) =$$

$$- \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0)(S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) \quad (1.66)$$

$$K_1 \sum_{i=1}^n \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + K_2 \sum_{i=1}^n (S_0 - S_i) \cos(\varphi_0 + \varphi_i) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) + K_3 \sum_{i=1}^n \sin^2(\varphi_0 + \varphi_i) =$$

$$- \sum_{i=1}^n (S_i^2 + S_0^2 - 2S_i S_0) \sin(\varphi_0 + \varphi_i) \quad (1.67)$$

机构的设计参数见表 1.1 所示。

表 1.1 机构的设计参数

$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$	$S_7$	$S_8$	$S_9$	$S_{10}$
79	8	12	16	20	23.5	27	30	33	35.5	37.5
$\varphi_0$	$\varphi_1$	$\varphi_2$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	$\varphi_5$	$\varphi_6$	$\varphi_7$	$\varphi_8$	$\varphi_9$	$\varphi_{10}$
$40^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$	$100^\circ$

## 2) 曲柄滑块机构的运动分析

在图 1.6 所示的偏置曲柄滑块机构中, 已知曲柄的杆长  $AB = a$ , 连杆的杆长  $BC = b$ , 偏置量为  $e$ , 滑块关于  $A_0$  点的位移为  $S$ 。该机构的位移方程及其解分别为

$$-e + a \sin(\varphi + \varphi_0) - b \sin \theta = 0 \quad (1.68)$$

$$a \cos(\varphi + \varphi_0) - b \cos \theta = S \quad (1.69)$$

$$S = a \cos(\varphi + \varphi_0) +$$

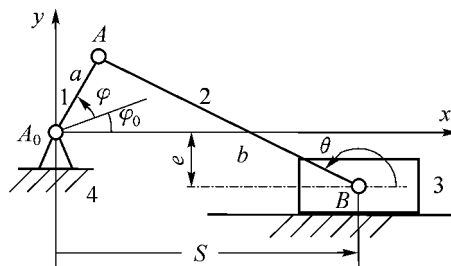


图 1.6 曲柄滑块机构的运动分析

$$\sqrt{b^2 - e^2 - a^2 \sin^2(\varphi + \varphi_0) + 2ae \sin(\varphi + \varphi_0)} \quad (1.70)$$

$$\theta = \arctan_2 \{ [-e + a \sin(\varphi + \varphi_0)] / [a \cos(\varphi + \varphi_0) - S] \} \quad (1.71)$$

对位移方程求关于  $\varphi$  的一阶导数,得类速度方程及其解分别为

$$a \cos(\varphi + \varphi_0) - b(d\theta/d\varphi) \cos \theta = 0 \quad (1.72)$$

$$-a \sin(\varphi + \varphi_0) + b(d\theta/d\varphi) \sin \theta = dS/d\varphi \quad (1.73)$$

$$\omega_{1.2} = d\theta/d\varphi = a \cos(\varphi + \varphi_0) / (b \cos \theta) \quad (1.74)$$

$$V_{1.3} = dS/d\varphi = -a \sin(\varphi + \varphi_0) + a \cos(\varphi + \varphi_0) \tan \theta \quad (1.75)$$

对类速度方程求关于  $\varphi$  的一阶导数,得类加速度分别为

$$\alpha_{1.2} = \frac{d^2\theta}{d\varphi^2} = \left[ -a \sin(\varphi + \varphi_0) + b \sin \theta \left( \frac{d\theta}{d\varphi} \right)^2 \right] / (b \cos \theta) \quad (1.76)$$

$$a_{1.3} = \frac{d^2S}{d\varphi^2} = -a \cos(\varphi + \varphi_0) + b \cos \theta \left( \frac{d\theta}{d\varphi} \right)^2 + b \sin \theta \frac{d^2\theta}{d\varphi^2} \quad (1.77)$$

对类加速度方程求关于  $\varphi$  的一阶导数,得类加速度变化率分别为

$$j_{1.2} = \frac{d^3\theta}{d\varphi^3} = \left[ -a \cos(\varphi + \varphi_0) + b \cos \theta \left( \frac{d\theta}{d\varphi} \right)^3 + 3b \sin \theta \frac{d\theta}{d\varphi} \cdot \frac{d^2\theta}{d\varphi^2} \right] / (b \cos \theta) \quad (1.78)$$

$$q_{1.3} = \frac{d^3S}{d\varphi^3} = a \sin(\varphi + \varphi_0) - b \sin \theta \left( \frac{d\theta}{d\varphi} \right)^3 + 3b \cos \theta \frac{d\theta}{d\varphi} \cdot \frac{d^2\theta}{d\varphi^2} + b \sin \theta \frac{d^3\theta}{d\varphi^3} \quad (1.79)$$

### 3) 课程上机内容与要求

根据表 1.1 所给的数据设计曲柄滑块机构,在窗体上以文本框的方式显示  $a$ 、 $b$ 、 $e$  的设计数值。制作机构的动画,使  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ 。在窗体上显示滑块的运动规律曲线,使  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ 。将滑块 3 的位移  $S$ 、速度  $V_{1.3}$ 、加速度  $a_{1.3}$  与加速度的一次变化率  $q_{1.3}$  数据生成 Excel 数组(对应  $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ )。

#### 1.2.2 曲柄滑块机构的动平衡

在图 1.7 所示的对心曲柄滑块机构中,已知曲柄 1 的杆长  $AB = a$ ,角位移为  $\varphi$ ,角速度为  $\omega_1$ ,质量为  $m_1$ ,  $m_1$  关于 A 点的有向长度为  $r_1$ ,  $r_1$  与 BA 之间的夹角为  $\theta_1$ ;连杆 2 的杆长  $BC = b$ ,角位移为  $\delta$ ,连杆 2 的质量为  $m_2$ ,  $m_2$  关于 B 点的有向长度为  $r_2$ ,  $r_2$  与 CB 之间的夹角为  $\theta_2$ ;滑块 3 的位移为  $S_3$ ,质量为  $m_3$ 。

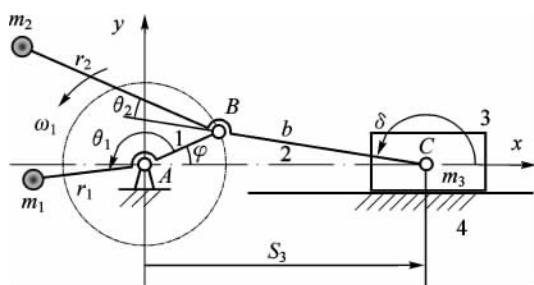


图 1.7 曲柄滑块机构的动平衡