

全国高等学校机电类教材

# 机械系统动力学

邵忍平 主编  
何大为 主审  
黄欣娜 参编



机械工业出版社

本书系统阐述了机械系统动力分析与设计的基本理论及方法。主要内容有：机械系统离散体模型的单自由度、两自由度、多自由度系统的振动分析理论；机械弹性体系统的动力分析理论与方法，包括杆和棒的纵向及扭转振动、梁的横向弯曲振动、弹性圆形薄板的振动和矩形薄板的振动以及圆形厚板振动的基本理论与分析方法；机械系统典型机构的动力学分析，包括轴和轴系的动力分析理论、齿轮机构的动力分析理论、齿轮系统的振动噪声分析与控制、齿轮系统的振动与故障识别及诊断；机械系统动力问题的数值解法、计算机仿真及程序实现。

本书可作为全国高等学校机械工程及自动化专业、车辆专业工程和机械类各专业的本科生和研究生教材，也可供有关专业师生和工程技术人员参考。

## 图书在版编目 (CIP) 数据

机械系统动力学 / 邵忍平主编. —北京：机械工业出版社，2005.5

ISBN 7-111-16771-6

I. 机... II. 邵... III. 机械工程—动力学 IV. TH113

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 066367 号

机械工业出版社 (北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑：曲彩云 责任编辑：白刚 版式设计：冉晓华

责任校对：张晓蓉 封面设计：王伟光 责任印制：石冉

北京中兴印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行

2005 年 7 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm<sup>1</sup>/<sub>16</sub>·25.5 印张·630 千字

0 001—4 000 册

定价：42.0 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

本社购书热线电话 (010) 68326294

封面无防伪标均为盗版

# 前 言

随着现代化科学技术的发展，工农业各部门迫切需要大量新的高速、高效、高精度、重载、大功率的高度自动化机械，要实现这些目标，首要任务是进行动态设计，所以目前许多先进国家都把机械系统动力学作为重要的必修课，因此出版该类教材很有必要。另一方面，在科研方面近十年来特别是最近几年来机械系统动力学发展迅速，出现了许多新理论、新方法和成果，机械工程学科向更深、更专的方向发展，迫切需要总结这些理论成果，并将其运用于教学实践之中去，使未来的年轻灵魂工程师得以掌握并有效地对现代化机械进行动态设计。此外，从教学改革的实际状况及现有教材来看，教学的模式已经向厚基础宽口径方向发展，总学时压缩，但以往的该类教材较少且较专，还没有一本用于教学的理想教材，这难以适应新教学模式的需求，因此迫切需要出版新教学模式下通用的机械系统动力学教材。

这本《机械系统动力学》是作者在多年来讲授本科生与研究生课程所用讲义的基础上撰写而成的。该《机械系统动力学》将机械动力学和机械振动学有机结合起来研究机械及其系统的动力学问题，而以往的同类书或教材是将机械动力学和振动学分开而单独论述的。本教材的编写简明扼要，概念清楚，层次分明，深入浅出，符合认知规律，紧密联系实际，注重工程实际的应用，系统性较强，能反映国内外的先进成果以及近年来编者本人和合作研究者的研究成果，并配有大量来自于工程实际的典型习题，加之图文并茂，有利于开发思维及学生创新能力的培养，并使学生迅速掌握基本理论，达到学以致用及培养目标的要求。本书主要内容分为四大部分：离散体系统的单自由度、两自由度、多自由度系统的动力学理论；连续体系统的弹性体动力学理论与方法，包括杆、棒和梁的振动，圆形薄板、厚板的振动和矩形板的振动；机械系统典型机构的振动与动力学，包括轴的振动，齿轮机构的动力学与振动，齿轮传动的振动、噪声分析与控制，齿轮系统的振动与故障诊断；机械系统动力学问题的计算机解法与数字仿真。

本书内容反映了有关当前本学科技术研究水平发展的现状和趋势，也纳入了作者本人科研方面的新近成果，能够反映当前时代特征，故本书可作为机械工程及自动化专业、车辆工程专业的本科生和研究生教材，也可供机械工程类从事机械动力学教学、研究和设计的工程技术人员参考。

本书第二章第十节、第四章第七节和第七章内容由西北工业大学黄欣娜编写，其余各章节由西北工业大学邵忍平编写。全书由邵忍平副教授统稿。在编

写过程中，研究生张延超、刘宏昱帮助绘制了有关的插图和整理了有关章节的习题。

机械工程学会齿轮动力学学会理事、西北工业大学教授何大为老师认真审阅了全书，并提出了宝贵的意见。西北工业大学沈允文教授和教育部机械基础课程教学指导委员会委员陈国定教授亦阅读了本书，并提出了一些建议。在此，特表示衷心的感谢。

真诚希望使用本教材的各校师生和广大读者批评指正书中的不当和错误，编者将不胜感激。

编者

# 目 录

## 前言

|                                    |    |
|------------------------------------|----|
| 第一章 绪论 .....                       | 1  |
| 第一节 系统与机械系统 .....                  | 1  |
| 第二节 离散系统与连续系统 .....                | 3  |
| 第三节 线性系统与非线性系统 .....               | 4  |
| 第四节 确定性系统与随机性系统 .....              | 5  |
| 第五节 研究机械系统动力学的意义 .....             | 5  |
| 第六节 机械系统动力学的研究任务与内容 .....          | 6  |
| 第二章 单自由度系统的振动 .....                | 9  |
| 第一节 引言 .....                       | 9  |
| 第二节 振动概述 .....                     | 9  |
| 第三节 简谐振动 .....                     | 11 |
| 第四节 单自由度无阻尼系统的自由振动 .....           | 13 |
| 第五节 单自由度有阻尼系统的自由振动 .....           | 27 |
| 第六节 单自由度系统的强迫振动 .....              | 30 |
| 第七节 周期激励下的响应规律 .....               | 37 |
| 第八节 任意激励下的响应规律 .....               | 38 |
| 第九节 单自由度系统振动理论的实际应用 .....          | 46 |
| 第十节 单自由度系统振动的计算机解法——有限差分数值计算 ..... | 51 |
| 第三章 两自由度系统的振动 .....                | 54 |
| 第一节 引言 .....                       | 54 |
| 第二节 两自由度系统无阻尼的自由振动 .....           | 55 |
| 第三节 刚体在平面内的振动 .....                | 63 |
| 第四节 两自由度系统振动模型的建立——特例分析 .....      | 66 |
| 第五节 两自由度系统的强迫振动 .....              | 74 |
| 第六节 阻尼对强迫振动的影响 .....               | 76 |
| 第七节 两自由度系统振动理论的实际应用 .....          | 79 |
| 第四章 多自由度系统的振动 .....                | 83 |
| 第一节 引言 .....                       | 83 |
| 第二节 多自由度系统的振动微分方程 .....            | 83 |

|      |                                     |     |
|------|-------------------------------------|-----|
| 第三节  | 多自由度系统的自由振动 .....                   | 91  |
| 第四节  | 多自由度系统振动模型的建立——特例分析 .....           | 104 |
| 第五节  | 多自由度系统的强迫振动 .....                   | 110 |
| 第六节  | 多自由度系统振动理论的实际应用 .....               | 118 |
| 第七节  | 多自由度系统振动的计算机解法——高阶特征值与振型的数值计算 ..... | 128 |
| 第五章  | 弹性体系统的振动 .....                      | 149 |
| 第一节  | 弹性体动力学概述 .....                      | 149 |
| 第二节  | 弹性体动力学分析的有限单元法 .....                | 151 |
| 第三节  | 杆和棒的纵向振动 .....                      | 157 |
| 第四节  | 杆和棒的扭转振动 .....                      | 160 |
| 第五节  | 梁的横向弯曲振动 .....                      | 161 |
| 第六节  | 圆形薄板的振动 .....                       | 176 |
| 第七节  | 矩形薄板的振动 .....                       | 193 |
| 第八节  | 圆形厚板的振动 .....                       | 213 |
| 第六章  | 机械系统动力学典型机构的振动 .....                | 226 |
| 第一节  | 引言 .....                            | 226 |
| 第二节  | 轴和轴系的振动 .....                       | 226 |
| 第三节  | 齿轮机构的动力学与振动 .....                   | 244 |
| 第四节  | 齿轮传动的振动和噪声分析与控制 .....               | 258 |
| 第五节  | 齿轮传动的振动与故障诊断 .....                  | 268 |
| 第七章  | 机械系统动力学问题的计算机解法 .....               | 281 |
| 第一节  | 引言 .....                            | 281 |
| 第二节  | 机械系统动力问题的模拟仿真 .....                 | 281 |
| 第三节  | 数字仿真算法及其程序实现 .....                  | 282 |
| 第四节  | 单自由度振动系统动力问题的数值计算 .....             | 296 |
| 第五节  | 多自由度振动系统动力问题的数值计算 .....             | 305 |
| 第六节  | 动力学问题的图形仿真及其实现 .....                | 358 |
| 习题   | .....                               | 362 |
| 参考文献 | .....                               | 400 |

# 第一章 绪 论

机械系统动力学是研究机械在运行过程中的受力情况以及在这些力作用下的运动状态的一门学科。所谓动力就是受力是随时间变化的。在以往的多数设计中都是进行类比设计和静态设计，而对于系统的动力设计进行的较少，但是随着现代化技术的发展，各个工农业部门当中迫切需要大量的高速、高效、高精度、重载、大功率和高度自动化的机械，而要实现这种目标，其中首要任务就是必须进行动态设计，研究机械、系统在实际工作状态下的受力变化、运动情况及其动态行为。所以机械系统动力学这门学科就显得越来越重要了，特别是在航空、航天系统中，机械的运转速度很高，动力问题更加突出，就更需要研究和重视动力学问题。

## 第一节 系统与机械系统

### 1. 系统

系统可定义为是一些元素的组合，这些元素之间相互关联、相互制约、相互影响，并组成一个整体。因而从此定义来看系统是由多个元素组成的，单一元素不能构成系统。系统的概念、范围很广，大到天体系统，小到微观系统，有物理系统、化工系统、社会系统等。而在这里，我们从专业方面来考虑，把研究和处理的对象定义为一个系统。例如，一般对于一个机械系统来讲无非是由下列三大部分组成的：动力装置、传动装置和工作装置。而将每一部分作为对象来研究时，就形成一个系统，即动力系统、传动系统和执行系统。系统是由一些元素组成的，这些元素互相作用、协调工作，来共同完成机械分配给系统的任务。比如对图 1-1 中的传动系统专门作一分析，传动系统在机床和车辆中大多数是齿轮传动箱，而该齿轮传动箱要完成传递动力的任务，那么，齿轮箱内部各元件如齿轮、轴、轴承等必须协调配合起来完成工作，不得出现卡死、干涉等现象，这样才能实现自身功能，发挥自己的作用与任务。另外，除了系统中各个元件（元素）协调工作之外，系统与系统之间也必须协调工作，配合默契，才能完成机械分配给系统的任务。

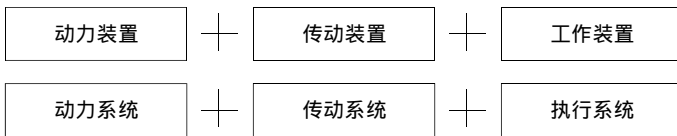


图 1-1

### 2. 机械系统

所谓机械系统是由一些机械元件组成的系统，例如平面连杆机构系统，由凸轮元件组成的凸轮机构系统，由齿轮元件组成的齿轮系统等等。这些元件常常与电气系统、液压系统等结合起来，组成一种新的系统。如：机和电结合形成的机电一体化系统，机和液压液力结合起来形成的机液控制系统等。因此，机械系统动力学也常常研究这些系统的动力学问题，所

以研究机械系统动力学具有特别重要的意义。

### 3. 信号

在研究和分析一个系统时，常用“信号”这一物理量来描述。

所谓信号是在系统之间连接通道中“流动”着的物理变量，它是一个“动态”量。

例如在图 1-2 中，对于一个车辆传动的系统来讲， $M_1$  是动力源（发动机）输入给传动系统的转矩， $M_2$  是经过系统后输出给执行系统驱动车轮的输出转矩。由于输入转矩  $M_1$  较小，而输出转矩  $M_2$  较大，故转矩  $M$  经过传动系统后由小变大，是一个动态量，在此可视为信号。同样，转速  $n$  也可看成是一个信号。由于发动机输入转速  $n_1$  较高，而经过传动系统后输出给车轮转速  $n_2$  较低，是一个动态量。也就是说，传动系统的作用是减速增矩，在此转矩  $M$  和转速  $n$  都可以作为信号来处理。

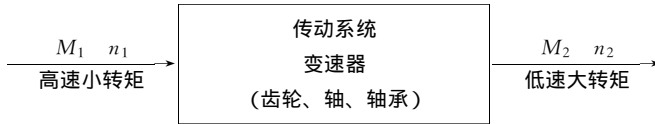


图 1-2

因此，在研究一个系统的动力学问题时，总是给系统施加一个输入信号，观察和检测其输出信号，来辨明系统的特性，常采用图 1-3 的框图来表示。

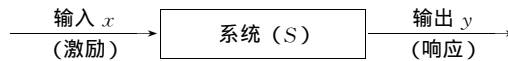


图 1-3

在此将系统输入信号称为激励，把系统在激励作用下的动态行为即输出信号称为响应。

根据图 1-3 的模型框图，那么动力学研究的问题可归纳为以下三类。

(1) 已知激励  $x$  和系统  $S$ ，求响应  $y$  这类问题称为系统动力响应分析，又称为动态分析。这是工程中最常见和最基本的问题，其主要任务在于为计算和校核机器、结构的强度、刚度、允许的振动能量水平提供依据。动力响应包括位移、速度、加速度、应力和应变等。

(2) 已知激励  $x$  和响应  $y$ ，求系统  $S$  这类问题称为系统辨识，即求系统的数学模型及其结构参数，简称所谓求系统。主要是指获得系统的物理参数（如质量、刚度及阻尼等），以便了解系统的固有特性（如固有频率、主振型等）。在目前现代化测试试验手段已十分完善的情况下，这类研究十分有效。

(3) 已知系统  $S$  和响应  $y$ ，求激励  $x$  这一类问题称为环境预测。例如，为了避免产品在运输过程当中损坏，需要通过实测记录车辆的振动或产品的振动，以便通过分析来求解激励而了解运输过程是处于怎么样一种振动环境之中以及对产品产生怎样的激励，为减振包装提供依据。又如飞机在飞行过程中，通过检测飞行的动态响应，来预测飞机处于一种什么样的随机激励环境之中，这也属于这方面的研究内容。

具体地讲：机械系统动力学研究的问题大体可归纳为以下几个方面：

- 1) 确定系统的固有频率，预防共振的发生。
- 2) 计算系统的动力响应，以确定机械或结构受到的动载荷或振动的能量水平。
- 3) 研究平衡、隔振和消振方法，消除振动的影响。
- 4) 研究自激振动及其他不稳定振动产生的原因，以便有效地加以控制。
- 5) 进行振动诊断，分析事故产生原因及控制环境噪声。

## 6) 振动技术的利用。

本课程主要讨论 (1) 类问题即动态分析问题, 至于 (2) 和 (3) 已形成独立学科, 在此不作论述。

### 4. 力学模型与数学模型

在分析一个动态系统时, 必须首先建立与实际系统接近的一种物理模型, 称为力学模型, 然后根据此力学模型建立数学模型, 来分析系统的动态特性。因此, 建立的力学模型是否符合实际系统, 将大大地影响着其动态分析结果, 所以力学模型应尽可能地反映实际系统。而数学模型是对系统动态特性进行描述的数学表达式, 是分析问题的关键。如果数学模型不能建立起来, 就无法对系统进行分析。数学模型通常用微分方程的形式来表达。一般来讲, 一个系统可按下列情况进行分类:

|             |   |                |
|-------------|---|----------------|
| 力学模型 (是否连续) | { | 离散系统<br>连续系统   |
| 数学模型 (是否线性) | { | 线性系统<br>非线性系统  |
| 激励 (是否确定)   | { | 确定性系统<br>随机性系统 |

下面分别来讨论这几种系统。

## 第二节 离散系统与连续系统

要研究一个系统的动力问题, 首先必须建立它的力学模型, 而力学模型是对实际系统的抽象, 是抓住了实际系统本质的关键性问题, 而忽略掉次要因素抽象出来的一种物理模型, 它是分析问题的起点。例如, 在理论力学课程当中有质点、刚体、弹簧系统; 在材料力学课程当中有梁、板、壳等, 都是抽象化的模型, 所有这些都是依靠模型来分析和解决问题的。

任何机械和构件都具有弹性和质量。而当组成机械的各构件弹性变形很小时, 我们可以将机械视为刚体, 只考虑构件的质量; 而当弹性变形不能忽略时, 就必须加以考虑, 此时, 动力学模型可分成为:

离散系统: 具有集中参数元件所组成的系统。

连续系统: 由分布参数元件组成的系统。

这里的参数元件是指系统的质量、系统的弹簧和系统的阻尼器。

如图 1-4 所示的简支梁系统, 当研究梁在垂直平面内的振动时, 若只考虑梁作为一个整体而振动且简化点取在梁的中点处时, 则梁有总体质量  $m$  和纵向方向的变形, 可简化为图 1-4b 所示的具有  $m$  和  $K$  集中参数元件的系统, 即用离散系统来研究和分析。而要研究每点的振动特性时, 由于梁具有分布的空间质量和每点都有不同的变形, 故图 1-4a 可作为连续系统模型来处理。

又如安装在基础上的机床如图 1-5 所示, 为了进行隔振, 在基础下面设置有弹性衬垫, 它的变形较大, 只考虑它的弹性, 用  $K$  来表示。在振动过程当中, 弹性衬垫有内摩擦作用以及它与基础及周围有摩擦阻尼的作用, 在此简化为一个阻尼器  $C$ , 如图 1-5b 所示的集中参数系统, 即离散系统。

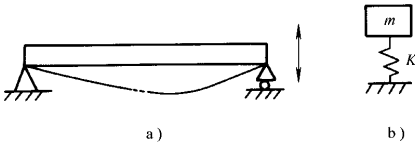


图 1-4

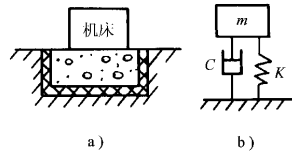


图 1-5

不过当离散系统的自由度数目很多时，就可以逼近连续系统，因此离散系统和连续系统只是形式上的两种不同类型而已，其本质是一样的，都是表示同一物理过程，只不过是人为地将其简化成两种不同的形式。而某一实际系统到底应该简化成离散系统还是连续系统，应按照实际系统要求及研究问题的精度指标而定。当然按照连续系统来考虑，求解更接近于实际，但分析计算繁琐，有时不可能得到问题的精确解，所以在工程实际应用中常将连续系统进行离散化处理。

### 第三节 线性系统与非线性系统

系统按照数学模型是否线性可分成为线性系统与非线性系统。所谓线性系统是指能用线性微分方程所表示的系统。当系统质量不随运动参数而变化，并且系统弹性力和阻尼力可以简化为线性时，可用线性方程来表示，如： $m\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = 0$  是两阶齐次线性方程，表示线性系统。凡不能简化为线性系统的动力学系统都称为非线性系统，如： $m\ddot{x} + C\dot{x} + K(x + x^3) = 0$ 。

线性系统很重要的特征是能够满足迭加原理。即：对于同时作用于系统的两个不同的输入，所产生的输出是这两个输入单独作用于系统所产生的输出之和，如图 1-6 所示。

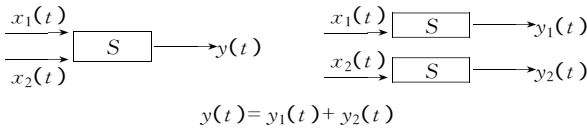
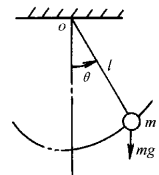


图 1-6

根据系统是否满足迭加原理可推断该系统是否是线性系统。

在实际工程当中，严格的线性系统是不存在的。只有在小位移或小变形的情况下才可简化为线性系统，否则将成为非线性系统。例如，在材料力学中的应力应变曲线 ( $\sigma-\epsilon$ )，当  $\sigma \leq \sigma_p$  (比例极限) 时， $\sigma$  与  $\epsilon$  成正比，线性关系成立，即满足虎克定律  $\sigma = E\epsilon$ 。而当  $\sigma > \sigma_p$  时， $\sigma$  与  $\epsilon$  成非线性关系。又如大家所熟悉的单摆系统，图 1-7 所示，其运动微分方程为



$$ml^2\ddot{\theta} = -mgl\sin\theta$$

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

图 1-7

是非线性方程。在对  $\sin\theta$  作级数近似时， $\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$  代入上面的方程得：

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \left( \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \right) = 0$$

而当摆作微小摆动时，即 $|\theta| \ll 1$ 时， $\sin\theta \approx \theta$ ，此时方程变为 $\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0$ 的线性方程，这就是非线性方程的线性化处理。

## 第四节 确定性系统与随机性系统

系统的激励可分成为确定性和随机性两大类。

**确定性激励（信号）：**系统的激励是时间的确定性函数，例如正弦与余弦函数激励、脉冲函数激励等。如果系统的质量、弹性和阻尼以及激励都是确定性的，则系统可用确定性的微分方程来表示，当初始条件已知时，就可求出系统之后的运动状态，这种情况称为确定性现象。

**随机性激励（信号）：**系统的激励是时间的非确定性函数，不能用解析式或表达式给出，但具有一定的统计规律，必须用随机过程来表示。所对应的微分方程为随机微分方程，不能实际表示出来。例如汽车在道路上行驶时，路面高低凹凸不平给予汽车的激励，就可看成是随机的。这类问题不属本课程研究范围，在此不再讨论。

## 第五节 研究机械系统动力学的意义

回顾近三百年机械产品的发展历史可知，机械运转速度的不断提高是最为突出的特征，它是推动机械动力学和机械振动学发展的第一因素。动力学分析方法从动态静力分析，发展到动力分析和弹性动力分析，考虑的因素越来越多，越来越符合客观的真实情况，分析复杂程度也越来越高，其背后的第一推动力就是机械速度的不断提高。例如，汽车的高速化推动了对整车振动和传动系统振动与噪声的研究，内燃机和各种自动机械的高速化推动了高速凸轮机构动力学的研究。

轻量化是现代机械设计的另一特征。能源与资源的危机，向机械产品提出了节能、节材的要求；而材质的改善和最小重量优化方法的发展促使机械产品的轻量化成为可能。机械弹性动力学的发展与轻量化具有直接的密切关系。

精密化要求机械的实际运动尽可能与期望运动相一致。这一要求使我们在分析误差时必须尽可能地计入各种因素的影响，如间隙、弹性、制造误差等。特别是要注意机械在高速下的动态精度，这与静态精度有很大区别。精密机床的动态特性研究、高速间歇机构的动态定位精度研究就是这样发展起来的。

动态设计方法是近年来提出的新的现代设计方法。长期以来普遍采用静态设计方法，所谓静态设计是指在设计机械时，只考虑静态载荷和静态特性，待产品试制出来以后再作动载荷和动特性测试，如果发现有不合要求之处再采用补救措施进行修正。这种设计方法可以简称为“静态设计、动态校核”。这种方法对一些局部问题可能有效，但对于一些涉及全局性的复杂重大问题，即使能补救，也可能效果不大，甚至无法补救，最终造成重大返工事故，造成人力、财力的浪费。对于动态特性起决定性因素的机械，必须在设计、制造、管理等各个阶段采取综合性技术措施，直接地早期就考虑动力学问题，进行动力学设计分析。例如，

高速旋转机械可以用静态方法设计，而在制造出来后除了通过动平衡减少振动外，还要使运转速度避开共振的临界转速。但是随着转速的提高和柔性转子的出现，就必须采用全方位的综合措施，不仅在设计时要进行认真的动力分析，而且在运行过程中还要进行状态监测和故障诊断，及时维护，排除故障，避免重大事故发生。

在飞机设计中早已采用了动态设计方法。自从飞机因颤振失事发生工程事故之后，避免颤振便成为设计阶段的必要指标。在设计阶段就要包括被动减振措施和主动控振系统的设计。又如，由于弹性的存在，连杆机构实现的运动轨迹会不同于按刚体运动学设计的轨迹，这种误差在连杆机构制造完成以后就难以消除和避免。这说明有些情况下按“静态设计、动态校核”的设计方法是不能解决问题的。若采用弹性动力综合方法设计连杆机构，就可以使考虑弹性变形后的连杆曲线逼近我们期望的轨迹。

关于车辆等交通机械设备，若振动和噪声过大，则会影响乘坐舒适性并污染环境，从而使其不受人们欢迎而失去市场。所以必须在设计阶段就分析车辆的振动情况，即采用动态设计方法进行更有效的设计。

我国机械工业的综合水平落后于世界先进水平 20 余年，其中关键问题之一是设计水平落后。目前，我国的机械设计基本上停留在静态设计阶段，甚至还存在着大量的类比设计。要改变这种现状，必须重视对现代设计方法的研究和推广，而大力推进从静态设计向动态设计的转变。

动态设计的基础是动力学分析。所以，本课程从动力学分析的角度出发，先介绍机械系统动力学分析的基础理论，然后将这些基本理论应用于实际典型的机械机构与系统当中，研究机械机构与系统在实际工作状态下的动力学行为，并给出一些基本和普遍的动力学分析方法，这将为掌握动态设计方法奠定良好的基础。

## 第六节 机械系统动力学的研究任务与内容

古往今来振动现象一直伴随着人们的生活与劳动，既给一些工程问题带来困扰甚至灾难，也常常被加以利用，来为人类造福。

飞机机翼因颤振而折断；汽轮机叶片因振动疲劳断裂而飞出，损坏机组和厂房；导弹因振动而降低命中率；摩天大楼的振幅常达数米，从而导致大楼结构的疲劳与破坏；大桥因共振而坍塌。此外，机床在加工制造机械产品时由于偶然的冲击、振动而影响到制造精度和表面质量。在航空工业当中，发动机转速每分钟上千转，甚至达到上万转，离心力，振动冲击等动载荷都是不可忽略的因素，所以必须研究它的动力学问题。

在人们的日常生活当中，例如一些交通工具和家用机械（缝纫机、压缩机、风扇）的振动与噪声也困扰着人们生活，给人们的生活环境、工作条件与身心健康带来严重的影响。因此，必须用动态的思想进行全面的设计。但是，人们在与有害振动现象作斗争的同时，也逐步地掌握了利用振动原理来为人类服务。例如：利用振动原理设计出了各种振动机械，来完成不同的工艺过程，例如有振动输送机、振动筛分机、振动光饰机、振动球磨机、振动夯实、振动加工机床等；并利用各种振动信号实现对机械运动状态、结构可靠性乃至人体健康状态的监测与诊断。

由此可见，振动问题遍及人类生活的各个领域。当人们未曾认识时，就可能引发巨大的

灾难；反之，认识、研究并予以合理的利用，则有可能带来巨大的经济与社会效益。正因为如此，振动问题一直受到工程、学术界的特殊重视与广泛研究，形成了一门完整的学科。

在近二、三十年来，振动学科得到了飞速的发展，这是因为一方面现代机械与设备日益向高效率、高速度、高精度、高承载能力及高度自动化方向发展，而工程结构却又向着轻型、精巧的方向发展，使得振动问题更加突出；另一方面电子计算机与现代振动测试、分析设备的迅速发展与完善，又为振动学科的发展提供了良好条件。正因为如此，近年来出现了大量的有关各类专业机械动力学的文献与著作，如：起重机动力学、工程机械动力学、机床动力学和各种机构动力学，它们的发展使机械动力学跃上了一个新台阶。

总的来讲，机械系统动力学研究的主要任务和内容是研究机械系统的振动、机械结构动强度和机构动力学分析。具体概括起来、主要有如下几个方面：

### 1. 共振分析

随着机械设备性能的高速重载化和结构、材质的轻型化，导致现代机械的固有频率下降，而激振频率上升。因此，有可能使得机器的运转速度进入或接近机械的“共振区”，引发强烈的共振，从而破坏机械的正常运转状态，所以对高速机械装置均应进行共振验算，避免共振事故的发生。

### 2. 振动分析与动载荷计算

传统机械设计方法中，对机械运动分析与载荷计算是建立在刚性假定的基础上，按照静力学或刚体动力学方法进行的分析设计，这种方法面临着现代机械轻型高速化趋势的挑战。而现代化机械设计方法正由静态设计向动态设计过渡，考虑到机械构件的弹性来分析机械振动载荷。

### 3. 计算机与现代测试设备的运用

电子计算机与现代测试技术已成为机械动力学赖以腾飞的两翼。它们相互结合，不仅解决了振动学科中许多难以用传统方法解决的问题，而且开创了诸如状态监测、故障诊断、模态分析与动态模拟等一系列有效的实用技术，成为生产实践中十分有力的现代化手段。目前，在机械动力学的各个分支领域中，在运用计算机方面已取得了丰硕成果，并已有许多成熟的软件。机械动力学也将为此提供必需的理论基础与方法。

### 4. 减振、隔振与降噪技术

现代机器与仪器的重要特征之一就是高速与精密。高速易导致振动，而精密设备却往往对自身与外界的振动有极为严格的限制。因此，对机械的减振、隔振技术提出了越来越高的要求。所以，隔振设备的设计、选用与配置、减振措施的采用，也是机械动力学学科的研究任务之一。

机械动力学在近年来虽然得到迅速发展，但仍有大量的理论与技术问题等待人们去探索。

1) 关于振动理论方面，目前线性振动理论发展较为完备。但非线性振动理论的发展非常缓慢。工程上的非线性问题常常采用简化的线性化处理，或在计算机上进行分段线性化处理。在这方面还有待于进一步探索。

2) 乘坐动力学。一般固定式机械有较为规律的激励，研究较为成熟。而对于交通机械，如汽车、工程机械、舰船等，则受到的外界激励往往是随机激励，需要根据载荷谱来进行分析。因此对于这类机械的整体结构设计，悬架设计、座椅设计以及隔振与减振设计等方面引

入随机振动理论，是一个广阔与重大的课题。

3) 计算机应用与动态模拟。动态模拟是在计算机上显示机械在各种参数与条件下的动态性能，从而实现在设计阶段预测与控制机械的动态特性，进而取代样机的中间试验，大大降低机器的成本与试制周期。这项工作，目前国内还有相当的差距。

4) 振动疲劳机理的研究。许多机械零部件的疲劳破坏是因振动产生的。如何把振动理论与疲劳强度理论结合起来，是一个新的课题。

5) 有关测试技术理论、故障诊断理论，以及实用、有效、廉价的测试、诊断设备与技术研究，距离生产急需尚有相当距离。

6) 流固耦合振动是指流体流过固体会激发振动，而固体的振动又会反过来影响流场与流态，从而改变振动的形态。工程上这类问题很多，如导线舞动、卡门涡振动、轴承油膜振荡等，在学术上也是一个崭新的分支，是一个急待研究与发展的领域。

机械系统动力学是机械学的一个重要分支，它是建立在机械振动学科理论与具体机械结构、工况与性质分析的双重基础之上的，是研究机械系统及机构的模型建立理论的，而机械振动学是研究机械振动的基本理论。机械系统动力学是一个有着广阔前景的学术领域。按照其研究任务，本门课程分成下列三大部分：

1) 刚性构件组成的单、双自由度机械系统动力学。

2) 单、双以及多自由度系统的振动。

3) 机械系统的弹性动力学。

本课程将分章节分别进行研究和介绍。

## 第二章 单自由度系统的振动

### 第一节 引言

本章从机械系统动力学的观点出发介绍机械系统振动方面的基本理论。如在绪论中介绍的那样，振动系统按照力学模型是否连续可分为离散系统和连续系统两大类。离散系统是具有集中参数元件所组成的系统，它具有有限多个自由度；连续系统是由连续参数元件组成的系统，具有无限多个自由度。在离散系统中最基本且最简单的一种系统就是单自由度振动系统。虽然，它是对实际系统的一种粗略近似，但是它是解决多自由度振动系统的基础，许多多自由度振动系统通过某种手段，都可以使其简化为单自由度系统的数学模型，因而可以按照单自由度系统的原理进行分析。另外，通过单自由度系统的研究可以很好地解释工程中的共振现象，了解许多振动测试设备和仪器的工作原理，而且还可对系统进行隔振和减振处理等。因此，研究单自由度振动系统是最基本的，而且是非常必要的。本章，首先讨论单自由度振动系统的自由振动，接着研究单自由度系统的强迫振动，最后介绍单自由度振动系统的实际应用。

### 第二节 振动概述

#### 一、振动及其定义

机械振动简称为振动，是工程实际当中常见的一种物理现象。例如悬挂在弹簧上的物体在外界干扰作用下所作的往复运动，就是一种最直观的机械振动。另外，桥梁在车辆通过时，引起的桥梁本身的上下振动，还有汽轮机和发电机由转子的不平衡而引起的振动等等，都是工程中常出现的现象。那么究竟什么是振动呢？我们来给其下一定义：

振动：就是在一定条件下，振动体在其平衡位置附近所作的往复性机械运动，如图 2-1 和图 2-2 所示。

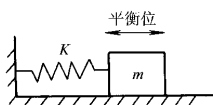


图 2-1

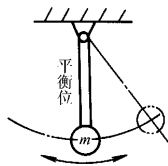


图 2-2

振动在许多情况下是有害的。振动可引起构件的附加应力，致使其发生疲劳破坏。机床的振动会影响到机床的加工精度和加工零件的表面粗糙度。乘坐汽车时汽车的振动会使乘客觉得很不舒服。另外，振动还可以激发噪声，使人产生厌倦情绪，致使工作效率下降，影响

到身心健康。

振动又具有有利的一面。例如，大家日常所喜欢听的音乐的产生就是来自各种乐器的适宜振动。工程中利用振动原理设计出了大量的振动机械，用以完成不同的工艺过程，如：振动输送机、振动打桩机、振动造型机、振动筛分机、振动机床、振动光饰机等等。所以，振动现象是当代工程中研究的热门课题。

振动现象是多种多样的，要了解、分析和处理这些问题，必须研究振动的性质，弄清楚振动产生原因，找出振动的规律，确定振动的影响，按照不同的情况，采取适当的措施防止有害的一面发生，应用有利的一面为人们服务，这就是我们研究振动的目的。

然而，实际工程当中的振动系统及其振动现象是相当复杂的，怎么样来分析和研究一个振动系统及其振动现象呢？按照机械动力学研究的思想，应从下列几方面来着手考虑：

(1) 建立振动系统的力学模型 要研究一个动力系统，首先要建立与实际情况相符合的力学模型，然后才能根据力学模型来研究。力学模型是抓住系统振动的主要特征、忽略次要因素，从而抽象出来的一个简化的理论模型，这样可以反映问题本质，便于分析。因此，在满足工程要求的条件下，尽可能将其模型简单化，以便于研究分析计算。如：对于电动机和梁组成的振动系统（图 2-3a）在建立力学模型时，可以这样来作简化：电动机在工作过程当中，由于不平衡因素的影响而引起垂直方向的振动，是一个振动系统，但电动机与梁相比较质量较大，而梁与电动机相比挠度（弹性）较大，因此抓主要因素，将电动机的质量简化为集中质量  $m$ ，作为一个刚体来处理，而忽略梁的质量，梁的弹性简化为一根弹簧  $K$ ，而将电动机弹性忽略掉，故将其可简化为一个集中质量-弹簧系统，如图 2-3b 所示。

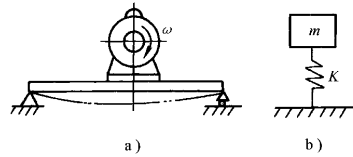


图 2-3

又如：安装在基础上的机床（图 2-4a），当机床工作时，由于机床产生的惯性力的作用，机床和基础一起产生振动。在振动过程中，基础下面的地基即土壤产生较大的弹性变形，因此可将它当作弹簧来处理。机床和基础的变形相对来说比较小，因而可将机床和基础一起看成一个没有弹性的质量。另外，在振动过程中，地基层之间由于弹性较大内部具有摩擦力，基础与地基之间也有摩擦阻尼的作用，因此将其视为阻尼器  $C$ 。故机床的振动系统力学模型可简化为如图 2-4b 所示。

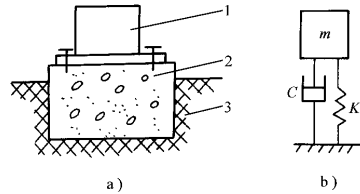


图 2-4

1—机床 2—基础 3—地基

由此可见，一个振动系统必须具有弹性元件和惯性元件，或者说具有弹性和惯性的系统才可能振动，弹性和惯性是系统的振动特征。机械系统的振动现象是弹性和惯性相互交替作用而产生的一种结果。由于一般情况下，实际系统都有阻尼，因此一个系统发生振动的条件或者振动三要素是具有质量、弹簧和阻尼。在今后的研究当中，我们常用“质量-弹簧”系统作为一个实际系统的力学模型，简称为“ $m$ - $K$ ”系统。

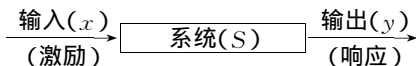
(2) 建立振动运动方程 当力学模型建立起来后，要深入地研究此系统的振动特性，必须将振动特性用精确的数学方程来表示，这就是根据力学模型来建立系统的数学模型。数学

模型常常用运动微分方程来表示，也就是建立系统振动微分方程。首先要选取广义坐标，然后按照所学过的力学理论来写出运动微分方程。一般情况下可采用牛顿第二定律、定轴转动微分方程和拉格朗日方程来列方程。对于多自由度振动系统，我们后面还要介绍一些其他的方法来建立方程。

(3) 求解振动运动微分方程 运动方程建立起来以后，要了解系统的振动特性，分析系统的动力问题，必须来求解方程。一般情况下求解方程采用解析法来求解，但对于非线性方程，常采用数值方法来求解。

## 二、振动的分类

前面我们讲过，研究一个系统的动力学问题时常采用下列的框图：



在此也按此框图对振动进行分类：

1) 按系统的输入（激励）类型分为三种：

自由振动：系统受初始干扰（初位移或初速度）或原有外激励取消后产生的振动。

强迫振动：系统在外激励力作用下所产生的振动。

自激振动：系统在输入和输出之间具有某种反馈特性，并有能源补充而产生的振动。

2) 按系统的输出（响应）或者振动规律分为四种：

简谐振动：振动量为时间的正弦或余弦函数。

周期性振动：振动量为时间的周期函数。

瞬态振动：振动量为时间的非周期函数，通常只在一定时间内存在。

随机振动：振动量不是时间的确定性函数，而是随机的，因而不能预测而只能用概率统计的方法来研究。

3) 按系统的自由度分为三种：

单自由度系统的振动：用一个独立广义坐标就能确定的系统振动。

多自由度系统的振动：用多个独立坐标才能确定的系统振动。

弹性体振动：须用无限多个独立坐标才能确定的系统振动，亦称为无限多自由度系统振动。

4) 按描述系统的微分方程可分为二种：

线性振动：用常系数线性微分方程来描述。它的惯性力、阻尼力及弹性力只分别与加速度、速度及位移成正比。

非线性振动：要用非线性微分方程来描述，即微分方程中出现非线性项。

本课程主要介绍机械系统的线性振动，包括单自由度、两自由度和多自由度系统振动的基本理论和方法。

## 第三节 简谐振动

前面在研究振动分类时，已经提到过系统的振动规律有简谐振动，即振动量是时间的正弦或余弦函数。这里所说的振动量有振动的位移、振动速度和振动加速度。例如，某种振动的位移可表示为  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ ，那么其振动速度为  $\dot{x} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi) =$