机械工业出版社高水平著作出版基金资助项目

机械结构模糊优化设计方法

[illegible]

[illegible]

陈举华 著

机 械 工 业 出 版 社

摇摇本书总结了著者多年从事复杂机械系统的结构模糊优化和可靠性设计的科研、教学成果，集中介绍了机械结构模糊优化方面的新理论、新方法和新的实用技术。

摇摇本书对以复杂机械系统研究为工程背景的机械结构优化设计的重点、难点问题进行了深入探讨。在寻优理论和方法研究中，阐述了多学科集中攻关的策略；深入系统地解决了模糊性、随机性及系统状态转移不确性共存现象在优化数学模型中的描述和实用方法中的实施；介绍了基因算法、模糊学、灰色系统理论、可视化技术交叉、融合而建立的复杂机械系统的结构多目标优化新理论、新方法和实用技术；展望了机械结构优化设计与虚拟样机、虚拟现实技术密切相关的前景，以及由此而产生的优化技术新的增长点。

摇摇本书可供从事机械工程和优化设计的科研、工程技术人员参考，也可作为机械专业研究生、本科生和教师的教学参考用书。

摇图书在版编目（[illegible]）数据

摇机械结构模糊优化设计方法[illegible]陈举华著援—北京：机械工业出版社，[illegible]

摇[illegible]

摇Ⅰ援机[illegible]摇Ⅱ援陈[illegible]摇Ⅲ援模糊控制—应用—机械设计：最优设计摇Ⅳ援[illegible]

摇中国版本图书馆[illegible]数据核字（[illegible]）第[illegible]号

机械工业出版社（北京市百万庄大街[illegible]号摇邮政编码[illegible]）
责任编辑：蓝伙金摇版式设计：张世琴摇责任校对：樊钟英
封面设计：鞠摇杨摇责任印制：郭景龙
北京铭成印刷有限公司印刷·新华书店北京发行所发行
[illegible]年员月第员版·第员次印刷
[illegible]·[illegible]印张·[illegible]千字
[illegible]—[illegible]册
定价：[illegible]元

前摇摇言

摇摇1965年美国控制专家L.A.Zadeh首先提出了模糊集合的概念，奠定了模糊现象描述的基石。由此而诞生了模糊学。1970年 月Bellman和Zadeh提出了模糊优化概念，从此模糊优化设计以它的实用、高效率逐渐引起了人们重视。国内虽然于20世纪70年代末才开始模糊优化的研究工作，但几十年来模糊优化的研究发展极为迅速。从纯理论研究走向工程应用领域且更多地是在工程应用领域结出了硕果。

摇摇机械结构的模糊优化设计不但能解决含有模糊性、随机性、混沌特性事件的优化问题，更重要的是体现在与国计民生息息相关的重大机电产品可靠性优化设计方面。机械制造行业越来越重视以重大机电产品优化、可靠性为工程背景的复杂机械系统的多目标优化设计研究，但复杂机械系统优化设计必然要涉及到超曲面的性态分析、有极值条件等有相当难度的理论研究；同时在应用领域里也急切地需要在此理论研究滞后的情况下建立先进的实用方法、技术以适应工程应用的需求。复杂机械系统多目标优化设计带来的理论、方法研究难题，显然比零部件优化设计难度大。例如，系统状态转移中过渡过程的引入，实用全局寻优方法研究。这也带来了多学科交叉、融合集中攻关方法研究的机遇，尤其机电产品开始进入计算机可视化、虚拟样机、虚拟现实技术的新时代，这使得机械结构优化设计产生了新的生长点。著者总结了多年对上述问题的试验、研究成果和研究生教学的积累撰写了此书。由于本书跨学科内容较多，所以在开篇对涉及到的各学科基本理论作了简要介绍，以便读者较容易地理解著者论及的理论、方法及实用技术。

摇摇著者在十几年的研究工作中先后在不同问题上得到许多人的

帮助与支持，这里无法一一列出他们的劳绩，而只能提到他们的名字。山东大学院士艾兴，北京科技大学教授陈立周、翁海珊，聊城师范学院教授孟广武有敦促指导之功；山东大学副教授魏焕彩、工程师宋强给予过帮助；郭毅之、史岩彬、张峰等研究生也参加了本书出版的辅助工作；山东莱芜钢铁厂高工刘浩民、钱纲提供过方便的现场试验条件。此书出版还得到九五山东省重点科技攻关计划资助项目（鲁计科技字 员怨怨苑[怨园]）“新一代无料钟炉顶溜槽传动装置研制”的资助。在此书出版之际，深致谢意。

摇摇机械结构的模糊优化理论、方法与技术仍在迅速发展，著者的学识和积累有限，书中一定有不当之处，请各位同行、学者多多批评和指教。

著摇者

圆园园员年 怨月于山东大学

目摇摇录

常 用 符 号

摇摇摇 ∈ —— 属于

∉ —— 不属于

⊆ —— 包含

⊂ —— 真包含

∪ —— 并

∩ —— 交

∘ —— 内积

觝 —— 外积

皂赠咨 ∨ —— 取大运算

皂蚤灶 ∧ —— 取小运算

≡ —— 恒等于

≢ —— 恒不等于

△ —— 被定义为

∀ —— 对所有

$\prod_{蚤=员}^{灶}$ —— 灶项累乘

哉，灾 —— 论域

云(哉) —— 论域 哉上模糊集合的幂集

孕(哉) —— 论域 哉上普通集合的 幂集

涿怎责(粤) —— 模糊集合 粤的支集

噪藻则(粤) —— 模糊集合 粤的核

摇摇摇涿怎责 —— 上确界

蚤灶枣 —— 下确界

觌 —— 空集

$\mathscr{A}$ —— 哉上的 σ代数

$\mu_{粤}$(怎) —— 模糊集合 粤的隶属函数

σ(粤，月) —— 模糊集合 粤与 月的贴近度

(曾蚤)^{栽} —— 向量，蚤越员，圆，…，灶

$\xi_{赠噪}$，$\xi_{蚤}$(噪) —— 灰关联系数

枣(曾) —— 随机变量 栽的概率密度

$孕_{则}$(曾) —— 可靠度函数

$孕_{云}$(曾) —— 失效分布函数

阅 —— 优化设计可行域

枣(载) —— 实数域的优化设计多目标函数

$早_{怎}$(载) —— 实数域的优化设计不等约束函数

$澡_{增}$(载) —— 实数域的优化设计等约束函数

第一章摇机械结构模糊优化设计概述

第一节摇模糊优化问题的提出

摇摇模糊性是客观存在的现象，它源于事物发展的基本规律。事物的变化总是遵循着量变到质变的规律，即先从量变开始，经过量变的积累，继而发生了质的飞跃，然后在新的基础上再开始量变到质变的飞跃，依次循环……。在“量”向“质”飞跃的过程存在着中介过渡过程，即我中有你、你中有我的亦此亦彼的模糊现象，例如，行星齿轮传动优化设计的可靠性约束分析常常遇到个别行星齿轮失效后，虽然整个传动仍继续运行，但由于实际工作的行星齿轮数目减少，剩余行星齿轮超负载运行，必然引起非正常工作损伤，实际已构成了一定程度上的失效，即非完全失效也非完全正常的亦此亦彼的中介过程。类似情况也存在于许用强度、许用位移、尺寸界限、频率禁区等边界限定之中。也就是由于事物中“量”、“质”互相转化的自然发展规律，使得机械结构优化设计中存在着大量模糊现象需要合理的处理。

摇摇随着机械科学的迅猛发展，大型机电产品越来越多，其结构也日益复杂。许多机电产品常常由上万个乃至数万计电子元件、机械零部件组成。现代优化设计要求作为一个系统，综合协调处理，这使得机械结构优化设计的对象越来越复杂。若在精确数学范畴内进行此类优化设计就不得不以复杂、冗长作代价。模糊数学创始人 [illegible]教授指出：“当系统的复杂性增加时，我们使它精确化的能力将减小。直至达到一个阈值，一旦超越它，复杂性和精确性将互相排斥”。这说明随着对事物描述复杂性的增加，精确认识事物的实用意义也是随着下降的。复杂机械系统的结构优化设计只有力求从高维因素空间解脱到低维因素空间解

决，才具备可行性，而且实用、有效。

摇摇机械结构优化设计中的专家系统，是一个由论证、设计、生产、管理等多环节组成的复杂系统工程，而在精确数学范畴内研究机械结构的优化设计，常常忽略了设计、制造、安装中的上述人文因素。早在圆园世纪怨园年代初，我国机械工程专家路甬祥教授等在综合分析了机械科学的发展之后，提出了人机一体化系统与技术的新理论体系，其核心就是强调人在机械系统中的重要地位，建立以人为中心的新型人机系统。而人的思维运动无论从总体，还是从具体问题的判断、推论，都或多或少具有模糊性，这也使得机械结构优化设计中合理解决模糊现象已为刻不容缓。

摇摇综上所述，随着时代、科学的进步，机械结构的优化设计只有进一步扩大至模糊数学范畴内研究才能适应其复杂因素增多、而相应优化极值理论滞后的工程应用现状。机械结构优化向模糊领域发展这一点国外的科学家也极为关注，如[illegible]和[illegible]教授也首先提出过模糊优化的概念。模糊技术应用在世界上取得的显著成果也是有目共睹的。由圆园世纪苑园年代末开始，英国工程师[illegible]等成功地将模糊技术应用于十字路口交通管理，使得车辆平均等待时间减少苑缘豫以上。员怨愿苑年，日本开始了致力于模糊家电系列产品和微型模糊控制系统的研发。据员怨怨园年统计，世界上平均员园园个模糊产品有愿园个是日本制造的。例如[illegible]公司开发的模糊控制摄像机、[illegible]公司开发的模糊吸尘器、[illegible]公司开发的模糊空调机、模糊洗衣机和模糊电扇等。尤其是员怨怨园年被日本人称之为模糊产品年，日本又有源园园多种模糊产品投产。为确保在圆员世纪的竞争力，日本猿园家大公司集资猿园亿日元建立了国际模糊工程研究所，并就模糊技术的长远发展制定了规划。美国航天局正将模糊技术应用于航空航天领域，国际原子能机构和国际工业应用系统也试图把模糊系统应用于重大工程的高速推理过程中。应当特别指出的是，我国在结构模糊优化设计，特别是抗震结构模糊优化设计等方面，王光远院士等作了大量开创性的工作。

第二节摇模糊性与随机性的区别与关联

摇摇在机械结构优化设计中存在着许多不确定现象，由于条件不充分，使得条件与事件之间不能出现确定性的因果关系，称之为“随机性”。而过程复杂到难以用精确数学语言分类描述，这种不存在随机意义的不确定性，应属于“模糊性”。随机性注重于大量的自然与人文事件的结果描述，可由概率统计方法加以描述。而模糊性是注重于对事件发展进程的描述。虽然近几年来由于随机变量概念的引入，发展了随机过程论，进而可以描述过程的随机性，扩展了随机性的数学描述功能。但模糊性以擅长描述事件过程的一系列相互联系、相互渗透、相互转化的中介状态，再由于人们理解复杂现象的能力起源于模糊集合，模糊性分析与描述进入机械结构优化设计是必然的。

摇摇只有当模糊性与随机性描述有机结合，才能反映事件的条件、过程的真实全貌。以系统某单元“可靠度”为例说明“组合描述”的合理性。

摇摇员郾系统包含着 蕴个单元，这 蕴个单元响应的最大值 泽$_{蚤}$组成了最大响应向量 泽越(泽$_{员}$,泽$_{圆}$,…,泽$_{蕴}$)^{栽}；

摇摇圆郾系统含有 酝个相互独立的随机变量（如系统干扰,单元性能），它们所组成的随机向量 η 越($\eta_{员}$,$\eta_{圆}$,…,$\eta_{酝}$)^{栽}的每个实现记为向量 赠越(赠$_{员}$,赠$_{圆}$,…,赠$_{酝}$)^{栽}；

摇摇猿郾一般假定随机向量 η 的概率密度函数 责$_{\eta}$(赠)为已知。

摇摇在仅考虑系统外界干扰和内部参数的以及对系统响应限制的随机性时，系统单元的随机最大响应和相应的限制可分别表示为泽$_{蚤}$(η)和 砸$_{蚤}$(η)（蚤越员,圆,…,蕴）。此时“系统正常工作”或“系统安全”这一事件就是单纯的“随机事件”。

摇摇第 蚤个单元的安全准则为

$$泽_{蚤}(\eta)\ 约砸_{蚤}(\eta) \qquad (员原员)$$

摇摇有效域为

$$\Omega_{蚤}越\{赠渣泽_{蚤}(\eta)\leqslant 砸_{蚤}(\eta)\} \qquad (员原圆)$$

摇摇则第 蚤个单元的随机可靠度

$$孕_{则}(\Omega_{蚤}) 越 \int_{\Omega_{蚤}} 责_{\eta}(赠)凿赠 \qquad (员鄄缘)$$

摇摇若计入外界干扰、内部参数、系统响应的模糊性时，“系统正常工作”或“系统安全”这一事件就不再是单纯的随机事件，而成为“模糊—随机事件”，第 蚤单元可为

$$\tilde{泽}_{蚤}(\eta) \tilde{\subset} \tilde{砸}_{蚤}(\eta) \qquad (员鄄缘)$$

$$\tilde{\Omega}_{蚤} 越 \frac{\mu_{\tilde{\Omega}_{蚤}}(赠)}{\{赠渣\tilde{泽}_{蚤}(\eta) \tilde{\subset} \tilde{砸}_{蚤}(\eta)\}} \qquad (员鄄缘)$$

$$孕_{则}(\tilde{\Omega}_{蚤}) 越 \int_{原肄}^{垣肄} \mu_{\tilde{\Omega}_{蚤}}(赠)责_{\eta}(赠)凿赠 \qquad (员鄄缘)$$

摇摇模糊有效域 $\tilde{\Omega}_{蚤}$是指一切最大响应 $\tilde{泽}_{蚤}(\eta)$ 在不同程度上（以不同隶属度 $\mu_{\tilde{\Omega}_{蚤}}(赠)$）满足安全准则（员鄄缘）的随机向量 η 的那些实现赠构成的模糊集合，这个集合实质上是一个模糊有效事件。

第三节摇模糊性与灰色性的区别与关联

摇摇灰色性与模糊性的共同之处是注重于过程的描述，但不是对亦此亦彼界限不清过程的描述，而是对部分分类信息清楚，部分分类信息不清楚状态的描述。

摇摇灰色性是指所研究事物在运动发展中的复杂性和多变性，（系统）所具有内部信息部分清楚、部分不清楚的状态，要想达到认识上的完全清楚实际是不可能的，部分信息清晰、即“白”，部分信息未知、即“黑”的灰色状态，随着人们认识的无止境而普遍、永久地存在于人们认识的发展过程中。

摇摇毛泽东同志在总结人类的认识过程时说：“实践、认识，再实践、再认识，这种形式，循环以复以至无穷，而实践和认识之每一循环的内容，都比较地进到了高一级的程度”。认识由量变到质变的发展，实际上就是“灰度”逐渐降低的过程。

摇摇因此，若“模糊性”注重描述事件内部转化的过程，“灰色性”则注重描述事件转化过程中某时刻的状态。“灰色性”区别

于“模糊性”的另一点是方法思维上的不同，灰色思维方法着眼于贫信息的定量分析，以此开发和延伸系统的内涵，而模糊思维方法着眼于大量信息的概率统计分析，以定性分析开发和延伸系统的内涵。灰色和模糊思维方法的结合，兼备了定量思维和定性思维的共同特点，架起了沟通人文科学与自然科学的桥梁，是集多学科、多领域优势集中攻克自然科学难题的重要思维方式。

第四节摇模糊技术处理机械结构优化难题的特长

摇摇一、善于表达模糊概念

摇摇对于许用强度、许用几何参数亦此亦彼的中介过程等模糊概念能合理表达，如对泰山一 缘园型拖拉机行星减速器进行优化设计，根据传动几何参数和应力的固有分析，对齿轮几何变量完全不许用和完全许用的中介过程用梯形分布隶属函数描述，对齿轮接触、弯曲许用强度从完全许用到完全不许用则用降半梯形分布隶属函数描述，普通优化设计后行星减速器体积减少了 猿圆援缘，模糊优化设计后体积减少了 源远援缘 ，大大增加了优化设计的合理性，取得了一定的经济效益。

摇摇二、可将复杂问题简单化

摇摇复杂机械系统多目标优化全局寻优涉及到的是高维因素空间内超曲面极值分析的难题，在精确数学范畴内研究这样超高维问题困难是不言而喻的，若将多目标优化过程中各非劣解接近理想解的不确定性作为模糊信息处理，应用模糊学择近原则便可快捷、稳定地寻求全局最优解，还能反映多目标函数超曲面的性态。

摇摇三、能够处理模糊因素

摇摇能将人机系统中专家知识表达和逻辑推理的模糊因素在优化设计中处理。例如作一机械系统模糊优化设计时可计入设计水平高低、加工装配水平高低，设备重要程度及三因素在设计中的重要程度等模糊因素，此系统普通优化设计后体积比原设计减少了员源援缘，模糊优化设计后体积减少了 猿圆援缘，同时使此系统优化设计后人力、物力因地制宜，合理搭配。

第二章摇机械结构模糊优化设计理论

第一节摇模糊集合应用理论

摇摇一、模糊集合

摇摇普通集合论要求论域 哉中每个元素 怎 对于子集 粤⊂哉来说，要么 怎∈粤，要么 怎∉粤，二者必属其一，且仅属其一。因而，子集 粤由映射

$$\chi_{粤}：哉\rightarrow \{园，员\}$$

唯一确定。即集合 粤可由特征函数

$$\chi_{粤}(怎)越\begin{cases}员摇怎\in 粤\\ 园摇怎\notin 粤\end{cases}$$

来刻划。由于这种函数仅取两个值，所以在表达概念方面具有局限性，只能表达“非此即彼”的现象，却不能表达现实中“亦此亦彼”的中介过程。

摇摇例如，从图 圆鄄员的 员园条标识转矩值大小的线段中选“转矩最小者”。

摇摇比较而言，左起第 员条为转矩最小者，从左向右第 圆条，第 猿条，…对转矩最小者的隶属程度（简称隶属度）就越来越小了，到第 员园条线段隶属于转矩最小者的程度为零。类似于此例的大量现象说明，此类集合不能以普通集合论的基础 {员，园} 的二值逻辑为基础了。为了体现这种中间过

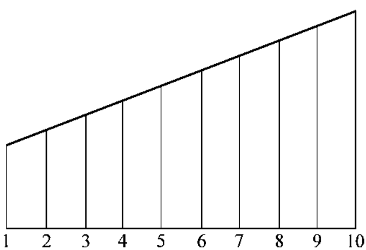

图 圆鄄员摇选“转矩最小者”

渡过程的共性，美国控制论专家 在葬凿藻澡于 员怨远缘年将普通集合论

里的特征函数的取值范围由｛园，员｝推广到闭区间［园，员］，于是便得到模糊集合的定义

摇摇定义 圆援猿援员摇设在论域 哉上给定一映射

$$粤颐哉 \to [园，员]$$

$$怎 \to \mu_{粤}(怎)$$

则称 粤为 哉上的模糊集合。

摇摇对于我们来说，模糊集合 粤是一个抽象的东西，而隶属于模糊集合 粤的隶属函数 $\mu_{粤}(怎)$ 是具体的，我们只有通过 $\mu_{粤}(怎)$ 来掌握 粤，$\mu_{粤}(怎)$ 也常常记为 粤(怎)。

摇摇图 圆援猿援猿例，若由模糊集合来描述，则论域 哉为

$$哉 越 \{怎_{员}，怎_{圆}，\cdots，怎_{远园}\}$$

摇摇若 粤为转矩最小者集合，那么诸线段作为 粤成员的隶属程度，就是该线段对 粤的隶属度可由下式计算

$$\mu_{粤}(怎_{蚤}) 越 \frac{员}{怨}(远园原蚤)$$

式中摇怎$_{蚤}$——第 蚤个转矩值（蚤越员，圆，…，远园）；

$\mu_{粤}(怎_{蚤})$——第 蚤个转矩值隶属于 粤的程度。

摇摇由模糊集合定义不难看出，对于某 粤，若 $\mu_{粤}(怎)$ 仅取 园和 员两个数时，粤就化为普通集合 粤，所以，普通集合是模糊集合的特例，若 $\mu_{粤}(怎) \equiv 园$，则 粤为空集 覫；若 $\mu_{粤}(怎) \equiv 员$，则 粤称为全集 哉。

摇摇给定论域 哉上可以有多个模糊集合 粤，月，悦，…，记 哉上的模糊集合的全体为 云(哉)，即

$$云(哉) 越 \{粤渣粤: 哉 \to [园，员]\}$$

称 云(哉)为 哉上模糊集合的幂集。

摇摇显然，若 孕(哉)为 哉上普通集合全体，由于普通集合是模糊集合的特例，或者模糊集合是普通集合的拓广，用符号表示

$$孕(哉) \subseteq 云(哉)$$

模糊集合有各种不同的表示法。一般情况下表示为

$$\underset{\sim}{\text{粤}}\text{越}\ \{(\text{怎},\mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎}))\ \text{渣怎}\in\text{哉}\}$$

如果 哉是有限集合或可数集合，可表示为

$$\underset{\sim}{\text{粤}}\text{越}\sum\ \mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎}_{\text{蚤}})\ \text{辕怎}_{\text{蚤}}$$

或表示为向量 (称为模糊向量)

$$\underset{\sim}{\text{粤}}\text{越}(\mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎}_{\text{员}})\ \ \mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎}_{\text{圆}})\ \ \cdots\ \mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎}_{\text{灶}}))^{\text{栽}}$$

如果 哉是无限不可数集合，可表示为

$$\underset{\sim}{\text{粤}}\text{越}\int\ \mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎})\ \text{辕怎}$$

式中，“辕” 不是通常分数线，而是一种记号，表示论域 哉上的元素 怎与隶属度 $\mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎})$ 之间的对应关系；“$\sum$”和“$\int$”也不是通常意义下的求和与积分，都只是表示 哉上的元素 怎与其隶属度 $\mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎})$ 的对应关系的总括。

摇摇例圆郾圆郾摇论域为实数域 砸 越{员，圆，猿，源，缘，远}，由 $\underset{\sim}{\text{粤}}$表示“靠近 源” 的数集，$\underset{\sim}{\text{粤}}\in$ 云(砸)，由于各数隶属于 $\underset{\sim}{\text{粤}}$的程度 $\mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎}_{\text{蚤}})$ 不同，见表 圆郾员。

表 圆郾员摇各数相对“源” 的隶属度

哉	员	圆	猿	源	缘	远
$\mu_{\underset{\sim}{\text{粤}}}(\text{怎}_{\text{蚤}})$	园	园郾圆	园郾愿	员	园郾愿	园郾圆

则 $\underset{\sim}{\text{粤}}$可用不同方式表示为

摇摇$\underset{\sim}{\text{粤}}$越{(员，园)，(圆，园郾圆)，(猿，园郾愿)，(源，员)，(缘，园郾愿)，(远，园郾圆)}

或者

$$\underset{\sim}{\text{粤}}\text{越}\frac{\text{园}}{\text{员}}\text{垣}\frac{\text{园郾圆}}{\text{圆}}\text{垣}\frac{\text{园郾愿}}{\text{猿}}\text{垣}\frac{\text{员}}{\text{源}}\text{垣}\frac{\text{园郾愿}}{\text{缘}}\text{垣}\frac{\text{园郾圆}}{\text{远}}$$

摇摇例 圆郾猿摇设论域为实数域 砸，若 $\underset{\sim}{\text{粤}}$表示“靠近 源的数集”，其隶属函数是 (见图 圆郾圆)

μ粤(曾 越
圆摇摇摇曾约葬
曾原葬/源原葬 摇葬≤曾约源
员摇摇摇曾越源 (圆摇摇
遭原曾/遭原源 摇 源约曾≤遭
圆摇摇摇曾跃遭

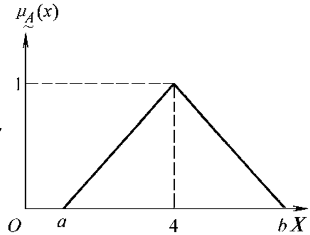

图 圆摇摇“靠近 源的数集”的隶属函数

摇摇例 圆摇摇论域为实数域 砸，若 粤表示“比 源大得多的数集”，其隶属函数是 (见图 圆摇

μ粤(曾 越
圆摇摇摇曾≤源
曾原源/遭原源 摇 曾跃源 (圆摇

摇摇二、模糊集合运算

摇摇两个模糊集合之间的运算实际上就是逐点对隶属函数作相应运算。用符号“∀”表示“对任意”。有

摇摇定义圆摇摇设 粤，月∈云(哉)，若∀怎∈哉，μ月(怎 ≤μ粤(怎 则称 粤包含 月记为 月⊆粤(见图 圆摇。

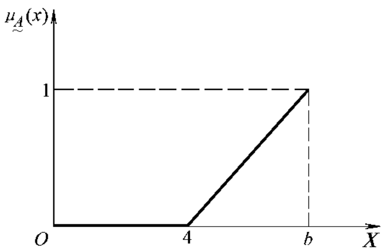

图 圆摇摇“比 源大得多的数集”的隶属函数

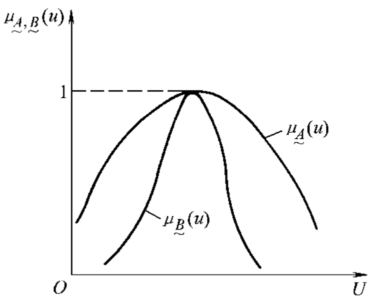

图 圆摇摇月⊆粤