

中等职业教育国家规划教材

全国中等职业教育教材审定委员会审定

# 机械工程力学

(工程技术类)

主 编 杜建根

责任主审 赵国景

审 稿 赵彭年

高等教育出版社

## 内容简介

本书是中等职业教育国家规划教材。本书根据2000年8月教育部颁发的中等职业学校《机械工程力学教学大纲(70~90学时)》编写,适用于3年制工程技术类相关专业。

本书围绕中等职业学校的培养目标,以能力为基点,重组课程体系,精选课程内容,以构件承载能力为主线,形成三个教学模块:静力分析、构件承载能力分析和运动分析初步。内容包括静力分析基础、静力平衡方程及其应用、内力计算、材料失效与构件失效、构件的强度计算、构件的变形与刚度条件、压杆稳定、刚体的平移与定轴转动。本书新增了认识与实践课,加强定性分析,补充了构件失效形式、提高构件承载能力措施等内容,有利于学生分析日常生活和工程实际中简单的力学问题。

本书淡化了本课程的难点,强化了基本概念和简单力学问题的计算。书末附有各章习题和四个基本实验。本书适用于中等职业学校的学生使用,也可作为有关工程技术人员的自学用书。

### 图书在版编目(CIP)数据

机械工程力学/杜建根主编. —北京:高等教育出版社,2001.7  
中等职业学校教材  
ISBN 7-04-009795-8

.机... .杜... .机械学:工程力学-专业学校-教材 .TH113

中国版本图书馆CIP数据核字(2001)第036535号

责任编辑 王晶 封面设计 王 睢 责任绘图 李维平  
版式设计 马静如 责任校对 王 雨 责任印制

机械工程力学(工程技术类)  
主编 杜建根

---

出版发行 高等教育出版社  
社 址 北京市东城区沙滩后街55号 邮政编码 100009  
电 话 010-64054588 传 真 010-64014048  
网 址 <http://www.hep.edu.cn>  
<http://www.hep.com.cn>  
经 销 新华书店北京发行所  
印 刷  
开 本 787×1092 1/16 版 次 年 月 第 版  
印 张 12 25 印 次 年 月 第 次印刷  
字 数 290 000 定 价 12.30 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

# 中等职业教育国家规划教材出版说明

为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》精神,落实《面向21世纪教育振兴行动计划》中提出的职业教育课程改革和教材建设规划,根据《中等职业教育国家规划教材申报、立项及管理意见》(教职成[2001]1号)的精神,教育部组织力量对实现中等职业教育培养目标和保证基本教学规格起保障作用的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教材进行了规划和编写,从2001年秋季开学起,国家规划教材将陆续提供给各类中等职业学校选用。

国家规划教材是根据教育部最新颁布的德育课程、文化基础课程、专业技术基础课程和80个重点建设专业主干课程的教学大纲编写而成的,并经全国中等职业教育教材审定委员会审定通过。新教材全面贯彻素质教育思想,从社会发展对高素质劳动者和中初级专门人才需要的实际出发,注重对学生的创新精神和实践能力的培养。新教材在理论体系、组织结构和阐述方法等方面均作了一些新的尝试。新教材实行一纲多本,努力为教材选用提供比较和选择,满足不同学制、不同专业和不同办学条件的教学需要。

希望各地、各部门积极推广和选用国家规划教材,并在使用过程中,注意总结经验,及时提出修改意见和建议,使之不断完善和提高。

教育部职业教育与成人教育司

二 一年五月

# 前 言

中等职业教育的培养目标是高素质劳动者和中、初级应用型专门人才。为适应这一培养目标的要求,高等教育出版社组织全国数十所中等职业学校和高等职业学校长期从事力学教学并具有丰富教学经验的教师,编写出了新一轮中等职业学校《机械工程力学教学大纲》。该大纲已经通过教育部职业教育与成人教育司的审定,于2000年8月正式颁布。

这本力学教材,就是根据上述大纲所规定70学时的教学内容和教学要求编写的,已经被教育部职成司列入中等职业教育国家规划教材,适用于中等职业教育3年制工程技术类各专业的力学课程教学。

和以往出版的中等职业教育力学教材相比,本教材在以下几个方面进行了改革:

删减了力的平行四边形法则、点运动的速度和加速度等内容,避免了与物理课程不必要的重复。

淡化了课程的理论性和系统性,删除了繁复的理论推导,强化了工程应用。如合力投影定理、合力矩定理直接由合力的定义得到,不再进行理论证明;又如扭转切应力和弯曲正应力的计算公式,在讲清应力分布规律的基础上,直接给出公式,只要求理解公式中各物理量的意义及适用条件,而将重点放在公式的应用上。本教材显著减少了理论推导的篇幅,有些定理甚至是通过工程实例引出。这样的处理方法,既不失力学定理的正确性,又便于学生理解,符合中等职业教育的特点。

删除了某些主要用于力学理论研究的教学内容,如平面力系简化结果的讨论、主矢与主矩、应力状态与强度理论等内容。对轴的弯扭组合变形强度条件,在应力分析的基础上直接给出,重点突出工程应用。

淡化了力系简化的有关内容,强化了力系平衡方程的应用。不再笼统讲授空间力的投影与分解,只讲述斜齿轮轮齿啮合力的分解方法;不再讨论一般物体的空间受力,只讨论轮轴类零件平衡问题的平面解法。

淡化了如组合截面的形心、惯性矩和刚体定轴转动的角速度、角加速度等复杂的计算,强化了提高构件承载能力的措施、刚体的运动形式等定性分析的内容。

降低了难度。新大纲已经删减了以往教材中难度较大的内容,在这个基础上各章节所选用的例题和习题难度较低。

除了上述特点之外,本教材在内容叙述上直接、明了、清楚、简捷。有些例题在解题之前有“解题分析”,解题之后有“解题讨论”或设置“思考题”,以启发学生的思维,更有效的起到例题的示范作用。

教材中打\*号的内容和习题为选学内容,可根据不同的需要取舍,或供学有余力的学生学习,以便因材施教。

本教材70学时的教学内容,完全可以满足后续课程对力学知识的要求,也基本满足解决生

产一线简单力学问题的需要。

参加本书编写的有河南工业职业技术学院彭巍(实验部分)、杜建根和浙江机电职业技术学院何西冷,由杜建根任主编。

本书由清华大学工程力学系教授李苹主审,在此特表感谢。

本教材各章的参考学时表:

篇号	章号	讲课	* 内容	习题课	实验	电算	认识	小 计
	绪论	1						1
第一篇	第一章	8		2			1	32
	第二章	6	2	2		1	1	
	第三章	6		2		1		
第二篇	第四章	3			2			30
	第五章	11		2	4	1		
	第六章	4				1		
	第七章	2						
第三篇	第八章	3					3	
合 计		44	2	8	6	4	2	66
机 动		4						4

编者

2001年2月

# 目 录

绪论.....	(1)
---------	-----

## 第一篇 静力分析

第一章 静力分析基础 .....	(4)	* § 2 - 3 考虑摩擦时物体的平衡 .....	(31)
§ 1 - 1 力的概念及其性质 .....	(4)	§ 2 - 4 轮轴类零件平衡问题的平面解法 .....	(34)
§ 1 - 2 力的投影与合力投影定理 ...	(7)	§ 2 - 5 物体的重心与形心 .....	(37)
§ 1 - 3 力矩和力偶 .....	(9)	第三章 杆件的内力计算 .....	(40)
§ 1 - 4 力的平移定理 .....	(13)	§ 3 - 1 拉压杆的内力与内力图 .....	(40)
§ 1 - 5 约束与约束力 .....	(14)	§ 3 - 2 梁弯曲时的内力——剪力与弯矩 .....	(43)
§ 1 - 6 物体的受力分析与受力图 ...	(17)	§ 3 - 3 圆轴扭转时的内力 .....	(51)
第二章 平衡方程及其应用 .....	(21)		
§ 2 - 1 平面一般力系的简化 .....	(21)		
§ 2 - 2 平面力系的平衡方程 .....	(23)		

## 第二篇 构件的承载能力分析

第四章 轴向拉压时材料的力学性质 .....	(54)	§ 5 - 5 圆轴弯曲与扭转组合变形的强度计算 .....	(83)
§ 4 - 1 拉压杆横截面上的应力 .....	(54)	§ 5 - 6 交变应力与疲劳失效 .....	(86)
§ 4 - 2 材料拉伸和压缩时的力学性质 .....	(56)	第六章 杆件的变形和刚度条件 .....	(91)
§ 4 - 3 许用应力与安全因数 .....	(63)	§ 6 - 1 拉压杆的变形 .....	(91)
第五章 杆件的强度计算 .....	(65)	§ 6 - 2 梁的变形与刚度条件 .....	(94)
§ 5 - 1 拉压杆的强度计算 .....	(65)	§ 6 - 3 圆轴扭转时的变形和刚度条件 .....	(99)
§ 5 - 2 连接件的强度计算 .....	(68)	第七章 压杆稳定 .....	(102)
§ 5 - 3 梁弯曲时的正应力强度计算 .....	(72)	§ 7 - 1 压杆稳定的概念 .....	(102)
§ 5 - 4 圆轴扭转的强度计算 .....	(80)	§ 7 - 2 压杆的临界应力和柔度 ...	(103)
		§ 7 - 3 压杆的稳定校核 .....	(106)

## 第三篇 运动分析初步

第八章 刚体的运动分析 .....	(109)	分析 .....	(111)
§ 8 - 1 运动形式概述 .....	(109)	习题 .....	(118)
§ 8 - 2 定轴转动刚体的运动 .....		习题答案 .....	(161)

实验 .....	(165)	测定 .....	(174)
实验一 拉伸和压缩实验 .....	(165)	实验四 疲劳试验(演示) .....	(177)
实验二 扭转实验 .....	(171)	型钢规格表 .....	(180)
实验三 直梁纯弯曲正应力的		参考文献 .....	(188)

# 绪 论

## 一、机械工程中的力学问题

各种机械都是由若干个基本的零部件按照一定的规律组成的,组成机械的基本零件、部件称为构件。当机械工作时,组成机械的各构件都要受到外力的作用。例如吊车梁受到吊车和起吊重物重量的作用,轧钢机受到钢坯变形时阻力的作用等,这些力在工程上称为载荷。

在载荷作用下,构件可能平衡,也可能运动状态发生改变,同时,构件产生变形。构件是由一定的材料制成的,若载荷超过材料的承受能力,就会使构件产生过大的变形或断裂而破坏,例如,机床主轴(图 0 - 1),若载荷过大而断裂,整个机床就无法使用;若变形过大,将使齿轮间不能正常啮合,引起轴承的不均匀磨损,从而影响机加工精度;又如柴油机的挺杆(图 0 - 2)、千斤顶的螺杆(图 0 - 3),当轴向载荷超过一定限度时就会突然变弯而不能正常工作。这就是构件的强度、刚度和稳定性问题。因此,为保证机械安全正常地工作,要求任何一个构件具有足够的承受载荷的能力,简称为承载能力。此外,对如图 0 - 4 所示的电动卷扬机,已知电动机的转速,如何求重物的提升速度这类问题,则需要对鼓轮 AB 和重物进行运动分析。因此,构件在载荷作用下的运动和平衡规律,构件的承载能力是机械工程中经常遇到的力学问题,本书将为分析和解决这些问题提供必要的基础理论和方法。

图 0 - 1

图 0 - 2

图 0 - 3

图 0 - 4

## 二、机械工程力学的主要内容和任务

机械工程力学是研究构件在载荷作用下的运动和平衡规律以及构件承载能力的一门课程。本课程的主要内容包括以下三部分：

- (1) 静力分析 主要研究物体的受力分析方法和力系的平衡条件及其应用。
- (2) 构件的承载能力分析 主要研究构件的强度、刚度和稳定性。
- (3) 运动分析初步 主要研究平移和定轴转动刚体的运动规律。

机械工程力学是中等职业学校工程技术类专业必修的一门技术基础课。本课程的任务是为解决机械工程中简单的力学问题提供力学的基本理论、计算方法和实验技术,从而为学习后续课程(如机械设计等)提供必要的基础。同时,通过本课程的学习,培养学生辩证唯物主义的世界观,提高分析问题和解决问题的能力。

## 三、机械工程力学的研究对象及其模型

实际构件的形状是多种多样的,机械工程力学主要研究杆类构件,简称为杆件。杆件的几何特征是长度方向的尺寸远大于横向尺寸,如轴、连杆、梁等。杆件的几何形状可用其轴线(截面形心的连线)和横截面表示。轴线为曲线的杆,称为曲杆,轴线为直线的杆,称为直杆。各横截面相同的杆,称为等截面杆。本课程主要研究等截面的直杆,简称为等直杆。

任何物体在力的作用下都要发生变形,但工程问题中的这种变形通常是很小的,在研究物体的运动和平衡规律时可以略去不计,这时可以将物体抽象为刚体。所谓刚体,是指在力的作用下,大小和形状不变的物体。

在研究构件的强度、刚度、稳定性等问题时,由于这些问题与构件的变形密切相关,因而即使变形微小也必须加以考虑,这时将物体抽象为在外力作用下会产生变形的固体,称为变形固体。对变形固体作如下假设:

1. 均匀连续性假设 假设变形固体在其整个体积内连续不断地充满着物质,而且各处的力学性质都相同。

2. 各向同性假设 假设变形固体在各个方向上具有相同的力学性质。

变形固体在外力作用下会产生两种不同性质的变形:一种是当外力消除时,变形也随着消失,称为弹性变形;另一种是外力消除后,变形不能全部消失而留有残余,残余部分的变形称为塑性变形(或残余变形)。一般情况下,物体受力后,既有弹性变形,又有塑性变形。一般工程材料,当外力不超过一定范围时,仅产生弹性变形,称为理想弹性体。只引起弹性变形的外力范围,称为弹性范围。本书只限于讨论材料在弹性范围内的小变形问题。所谓小变形,是指变形量远小于构件原始的尺寸。由于变形量很微小,在研究构件的平衡时,可以忽略其变形,按构件变形前的尺寸和形状来计算。

杆件所受的外力不同,其变形也不同。杆件变形的基本形式有四种:(1) 轴向拉伸和压缩(图 0 - 5a);(2) 剪切(图 0 - 5b);(3) 扭转(图 0 - 5c);(4) 弯曲(图 0 - 5d)。

图 0 - 5 杆件的基本变形

# 第一篇 静力分析

静力分析就是对物体进行受力分析,并在平衡条件下进行受力计算。或者说,静力分析主要研究物体在力系作用下的平衡规律,包括研究力系的简化和平衡条件。

力系是指作用于物体上的一组力。对物体作用效果相同的力系,称为等效力系。在不改变力系对物体作用效果的前提下,用一个简单的力系来代替复杂的力系,这一过程称为力系的简化。特殊情况下,若一个力与一个力系等效,则该力称为力系的合力,而力系中各力称为合力的分力。

在一般工程问题中,平衡是指物体相对于地球静止或作匀速直线运动的状态。例如,机床的床身、在直线轨道上匀速运动的火车车箱等,都是物体平衡的实例。使物体保持平衡的力系,称为平衡力系,平衡力系所应满足的条件,称为力系的平衡条件。

静力分析在机械工程中有着广泛的应用,例如在设计平衡的机械零部件时,首先要分析其受力,再应用平衡条件求出未知力,最后研究机械零部件的承载能力。因此,静力分析是机械工程专业力学的基础。

## 第一章 静力分析基础

### § 1 - 1 力的概念及其性质

#### 一、力的概念

力是物体间相互的机械作用,这种作用将使物体的运动状态发生改变,和使物体产生变形。力使物体改变运动状态的效应,称为运动效应或外效应;力使物体产生变形的效应,称为变形效应或内效应。

实践证明,力对物体的作用效应取决于力的三要素,即力的大小、方向和作用点。

力是具有大小和方向的量,所以力是矢量。本书中以黑体字母表示矢量,而以相应的白体表示该矢量的大小。

力的三要素可以用有向线段来表示,称为力的图示。线段的长度按一定比例表示力的大小,

线段的方位和箭头的指向表示力的方向,线段的起点或终点表示力的作用点(图 1 - 1)。过力的作用点,沿力矢量的方位画出的直线,称为力的作用线。图 1 - 1 中直线 KL 为力 F 的作用线。

根据我国法定计量单位,力的单位为 N(牛)或 kN(千牛), $1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N}$ 。

图 1 - 1

图 1 - 2

## 二、力的性质

### 性质 1 力的可传性

由于力对于刚体只有运动效应,因此,作用于刚体上的力可沿其作用线移动到刚体内任意一点,而不改变原力对刚体的作用效应。这种作用于刚体上的力可以沿其作用线移动的性质,称为力的可传性。

例如,在日常生活中用绳拉车,或者沿着同一直线,以同样大小的力用手推车,对车将产生相同的运动效应(图 1 - 2)。根据力对刚体的可传性,作用于刚体上力的三要素可改为:力的大小、方向和作用线。

应当指出,在研究力对物体的变形效应时,力是不能沿作用线移动的,例如图 1 - 3a 所示的可变形直杆,沿杆的轴线在两端施加大小相等、方向相反的一对力  $F_1$  和  $F_2$  时,杆将产生拉伸变形。如果将力  $F_1$  沿其作用线移至 B 点,将力  $F_2$  沿其作用线移至 A 点(图 1 - 3b),杆将产生压缩变形。因此,力的可传性对变形体不成立。

图 1 - 3

### 性质 2 二力平衡条件

作用于同一刚体的两个力,使刚体处于平衡的充分和必要条件是:这两个力大小相等,方向相反,且作用在同一条直线上。

需要指出的是,这一条件对于变形体而言,只是平衡的必要条件,而不是充分条件。例如绳索受到大小相等、方向相反的拉力时可以平衡,而受到大小相等、方向相反的压力时,则不能平衡(图 1 - 4)。

在两个力作用下处于平衡的构件,称为二力构件。二力构件上的力必须满足二力平衡条件,在物体的受力分析中,据此可以确定二力构件中未知力作用线的位置。

图 1 - 4

### 性质 3 作用与反作用定律

两个物体间的作用力与反作用力总是大小相等,方向相反,沿着同一直线,并分别作用在这两个物体上。

这一性质表明,力总是成对出现的,有作用力,必定有反作用力,二者总是同时存在,同时消失。一般习惯上将作用力与反作用力用同一字母表示,其中一个加一撇以示区别。

应当注意,不要把这一性质与二力平衡条件相混淆。作用与反作用定律中的两个力分别作用在两个物体上,而二力平衡条件中的两个力作用在同一刚体上。

如图 1 - 5 所示,一重为  $G$  的物块用绳子 AB 悬挂在天花板上,若绳索的重量不计,试分析各物体之间的作用力与反作用力。

图 1 - 5

图 1 - 6

## 三、集中力与分布力

力总是作用在一定的面积或体积内的,称为分布力(又称为分布载荷)。当力的作用范围与物体相比很小时,可以近似地看作一个点,该点为力的作用点,作用于一点的力称为集中力。当力均匀地分布在某一线段上时,称为线均布载荷,简称均布载荷。例如,梁的自重可简化为沿梁轴线分布的均布载荷。对均布载荷的强弱程度,通常用  $q$  表示单位长度上力的大小,称为载荷集度,其单位为  $N/m$  或  $kN/m$ 。如图 1 - 6 所示,集度为  $q$  的均布载荷,可以证明,其合力的大小等于载荷集度与其分布长度的乘积,即  $F_q = ql$ ,合力的作用线过分布长度的中点,方向与均布载荷相同。

## 四、力系的分类

为了便于研究力系的简化和平衡条件,通常根据力系中各力作用线的分布情况将力系进行分类:各力的作用线都在同一平面内的力系,称为平面力系;各力作用线不在同一平面内的力系,称为空间力系。在这两类力系中,各力的作用线相交于一点的力系,称为汇交力系;各力的作用线互相平行的力系,称为平行力系;各力的作用线不全交于一点,也不全平行的力系,称为一般力系或任意力系。

## § 1 - 2 力的投影与合力投影定理

### 一、力在平面直角坐标轴上的投影

设力  $F$  作用在物体上某点  $A$ , 用矢量  $\overline{AB}$  表示 (图 1 - 7)。在力  $F$  的作用面内取直角坐标系  $Oxy$ , 从力  $F$  的起点  $A$  和终点  $B$  分别向  $x$  轴作垂线, 设垂足分别为  $a$  和  $b$ , 将线段  $ab$  的长度加一适当的正负号, 称为力  $F$  在  $x$  轴上的投影, 用  $F_x$  表示。并且规定: 从力起点的投影  $a$  到力终点的投影  $b$  的方向与坐标轴的正向一致时, 力的投影取正值; 反之, 取负值。同样, 在图 1 - 7 中线段  $a_1 b_1$  的长度加一适当的正号或负号, 称为力  $F$  在  $y$  轴上的投影, 用  $F_y$  表示。一般情况下, 若已知力  $F$  与  $x$  轴所夹的锐角  $\alpha$ , 投影  $F_x$  和  $F_y$  可用下列式子计算

$$\begin{aligned} F_x &= \pm F \cos \alpha \\ F_y &= \pm F \sin \alpha \end{aligned} \quad (1 - 1)$$

在图 1 - 7 中还画出了力  $F$  沿直角坐标轴方向的分力  $F_x$  和  $F_y$ 。在直角坐标系中, 分力  $F_x$ 、 $F_y$  的大小, 分别等于力  $F$  在同一轴上投影  $F_x$ 、 $F_y$  的绝对值。但应注意, 力的投影是代数量, 而分力是矢量, 且分力必须作用在原力的作用点上。

由力的投影的定义可知:

- (1) 当力与坐标轴垂直时, 力在该轴上的投影等于零;
- (2) 当力与坐标轴平行时, 力在该轴上投影的绝对值等于力的大小;
- (3) 当力平移或坐标轴平移 (正方向不变) 时, 力在轴上的投影不变。

图 1 - 7

图 1 - 8

例 1 - 1 试分别计算图 1 - 8 中各力在  $x$ 、 $y$  轴上的投影。已知  $F_1 = 100 \text{ N}$ ,  $F_2 = 150 \text{ N}$ ,  $F_3 = F_4 = 200 \text{ N}$ , 各力的方向如图所示。

解 由式 (1 - 1) 可得出各力在  $x$ 、 $y$  轴上的投影为:

$$F_{1x} = -F_1 \cos 45^\circ = -100 \times 0.707 \text{ N} = -70.7 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 45^\circ = 100 \times 0.707 \text{ N} = 70.7 \text{ N}$$

$$F_{2x} = -F_2 \sin 60^\circ = -150 \times 0.866 \text{ N} = -129.9 \text{ N}$$

$$F_{2y} = -F_2 \cos 60^\circ = -150 \times 0.5 \text{ N} = -75 \text{ N}$$

$$F_{3x} = F_3 \cos 90^\circ = 200 \times 0 \text{ N} = 0 \text{ N}$$

$$F_{3y} = -F_3 \sin 90^\circ = -200 \times 1 \text{ N} = -200 \text{ N}$$

$$F_{4x} = F_4 \sin 30^\circ = 200 \times 0.5 \text{ N} = 100 \text{ N}$$

$$F_{4y} = -F_4 \cos 30^\circ = -200 \times 0.866 \text{ N} = -173.2 \text{ N}$$

## 二、合力投影定理及其应用

设平面汇交力系由  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $\dots$ 、 $F_n$  组成(图 1 - 9a),应用力的可传性将各力分别沿其作用线移到汇交点 A,连续应用力的平行四边形法则,可以将平面汇交力系合成为一个过汇交点的合力  $F_R$ (图 1 - 9b),且合力的矢量等于各分力的矢量和,即

图 1 - 9

$$F_R = F_1 + F_2 + \dots + F_n$$

上式两边同时向  $x$ 、 $y$  轴投影,可得

$$\begin{aligned} F_{Rx} &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} = F_x \\ F_{Ry} &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} = F_y \end{aligned} \quad (1 - 2)$$

上式即合力投影定理:合力在坐标轴上的投影,等于各分力在同一轴上投影的代数和。

应用合力投影定理,可以求出平面汇交力系的合力  $F_R$  的大小和方向:

$$\begin{aligned} F_R &= \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \\ \tan \alpha &= \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right| = \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \end{aligned} \quad (1 - 3)$$

式中,  $\alpha$  为合力  $F_R$  与  $x$  轴所夹的锐角,合力的作用线通过力系的汇交点 A,具体指向可由  $F_{Rx}$  和  $F_{Ry}$  的正负确定。

例 1 - 2 如图 1 - 10a 所示,吊钩受三个力的作用,  $F_1 = 732 \text{ N}$ ,  $F_2 = 732 \text{ N}$ ,  $F_3 = 2000 \text{ N}$ ,试求该汇交力系合力的大小和方向。

解 建立直角坐标系(图 1 - 10a)。由式(1 - 3)计算合力  $F_R$  在  $x$ 、 $y$  轴上的投影:

图 1 - 10

$$F_{Rx} = F_x = F_1 + 0 - F_3 \cos 30^\circ = (732 - 2\,000 \times \frac{3}{2}) \text{ N} = -1\,000 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = F_y = 0 - F_2 - F_3 \sin 30^\circ = (-732 - 2\,000 \times \frac{1}{2}) \text{ N} = -1\,732 \text{ N}$$

则合力  $F_R$  的大小为

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = \sqrt{(-1\,000)^2 + (-1\,732)^2} \text{ N} = 2\,000 \text{ N}$$

合力  $F_R$  的方向为

$$\begin{aligned} \tan \theta &= \left| \frac{F_{Ry}}{F_{Rx}} \right| = \left| \frac{-1\,732}{-1\,000} \right| = 1.732 \\ &= 60^\circ \end{aligned}$$

因为  $F_{Rx}$ 、 $F_{Ry}$  均为负, 则合力  $F_R$  指向左下方(图 1 - 10b)。

## § 1 - 3 力矩和力偶

### 一、力对点之矩

力对点之矩, 是力使物体绕某点转动效应的度量。考察图 1 - 11 所示扳手拧螺母的情形可知, 力  $F$  使扳手绕螺母中心  $O$  转动的效应, 不仅与力  $F$  的大小成正比, 而且与螺母中心到该力作用线的垂直距离  $d$  成正比。因此可用两者的乘积  $F \cdot d$  来度量力  $F$  使扳手绕  $O$  点转动的效应。转动中心  $O$  点, 称矩心。矩心  $O$  到力作用线的垂直距离  $d$ , 称为力臂。此外, 扳手的转向可能是逆时针方向, 也可能是顺时针方向。因此, 可以用力的大小与力臂的乘积  $F \cdot d$  再加上适当的正负号来表示力  $F$  使物体绕  $O$  点转动的效应, 称为力  $F$  对  $O$  点之矩, 简称为力矩, 以  $M_O$  ( $F$ ) 表示。一般规定: 力使物体绕矩心逆时针方向转动时, 力矩为正; 反之, 为负。所以力对点的矩是代数量, 即

图 1 - 11

$$M_o(F) = \pm F \cdot d \quad (1-4)$$

力矩的单位为  $N \cdot m$  或  $kN \cdot m$ 。

由力矩的定义可知:(1) 当力的大小等于零,或力的作用线通过矩心(力臂  $d = 0$ )时,力矩等于零;(2) 当力沿其作用线移动时,力对点之矩不变。

## 二、合力矩定理

由于合力对物体的作用与各分力对物体的共同作用等效,所以合力使物体绕矩心的转动效应,等于各分力使物体绕该点的转动效应之和。因此,合力对平面内任意一点之矩,等于各分力对该点之矩的代数和,这就是合力矩定理。合力矩定理说明了合力与分力对同一点之矩的关系,它适用于有合力的任何力系。

例 1 - 3 作用于齿轮的啮合力  $F_n = 1\,000\text{ N}$ , 节圆直径  $D = 160\text{ mm}$ , 压力角  $\alpha = 20^\circ$  (见图 1 - 12a)。求啮合力  $F_n$  对轮心  $O$  之矩。

图 1 - 12

解 (1) 直接由力矩的定义计算啮合力对轮心之矩:

如图 1 - 12a 所示,力臂  $h = \frac{D}{2} \cos \alpha$ , 于是啮合力对齿轮轮心之矩为

$$M_o(F_n) = - F_n h = - F_n \times \frac{D}{2} \cos \alpha = - 1\,000\text{ N} \times \frac{160}{2} \times 10^{-3}\text{ m} \times \cos 20^\circ = - 75.2\text{ N} \cdot \text{m}$$

(2) 应用合力矩定理计算啮合力对轮心之矩:

将啮合力  $F_n$  分解为径向力  $F_r$  与切向力  $F_t$ ,  $F_r = F_n \sin \alpha$ ,  $F_t = F_n \cos \alpha$  (见图 1 - 12b)

$$M_o(F_n) = M_o(F_r) + M_o(F_t) = 0 - F_t \times \frac{D}{2} = - 1\,000\text{ N} \times \cos 20^\circ \times \frac{160}{2} \times 10^{-3}\text{ m} = - 75.2\text{ N} \cdot \text{m}$$

例 1 - 4 力  $F$  作用在折杆的  $C$  点(图 1 - 13), 若尺寸  $a$ 、 $b$  及角  $\alpha$  均已知, 试计算力  $F$  对  $A$  点之矩。

解 由于力臂不易计算, 可将力  $F$  分解为两个分力  $F_x$  和  $F_y$ , 其大小分别为,  $F_x = F \cos \alpha$ ,  $F_y = F \sin \alpha$ 。由合力矩定理得

图 1 - 13