

高等学校教材

机器人与柔性制造系统

马履中 周建忠 编著



化学工业出版社

· 北 京 ·

本书以串联、并联机器人及柔性制造两部分内容为基础,从基础理论、基本分析方法着手深入浅出地开展讨论,着重介绍了机器人与柔性制造系统的基本工作原理及其在工程实际中的应用。书中机器人部分的内容介绍了研究机器人机构学常用的数学基础、单开链串联式机器人、并联式机器人的分类及其有关的运动学分析;工业机器人常用的零部件;机器人常用的驱动源;常用的传感器。柔性制造部分主要介绍了柔性制造技术及其组成工作原理、柔性制造加工系统;工业机器人在柔性制造系统中的应用等。

本书可供工科院校高年级学生作为必修课或选修课用教材,也可供有关专业教师、研究生及工程技术人员参考使用。

图书在版编目 (CIP) 数据

机器人与柔性制造系统/马履中,周建忠编著. —北京:化学工业出版社,2007.8
高等学校教材
ISBN 978-7-122-00884-8

I. 机… II. ①马…②周… III. ①机器人技术-高等学校-教材②柔性制造系统-高等学校-教材 IV. TP242
TH165

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2007) 第 113810 号

责任编辑:程树珍 陈 丽
责任校对:凌亚男

文字编辑:项 潑
装帧设计:史利平

出版发行:化学工业出版社(北京市东城区青年湖南街13号 邮政编码100011)
印 装:化学工业出版社印刷厂
787mm×1092mm 1/16 印张12½ 字数310千字 2007年9月北京第1版第1次印刷

购书咨询:010-64518888(传真:010-64519686) 售后服务:010-64518899
网 址: <http://www.cip.com.cn>
凡购买本书,如有缺损质量问题,本社销售中心负责调换。

定 价: 28.00 元

版权所有 违者必究

前 言

随着现代工业的发展，机器人机构学、传感器、驱动器、计算机控制理论等都有了长足的进展，促使机器人学科有了新的发展。目前，机器人从以开式链形式形成的开式串联机器人已发展到以单开链作为支链并行布置在上、下平台之间形成的闭式并联机器人，两类机器人作为互补，已经应用于各个领域。在机械制造业中，由于产品向着有限寿命、生产周期短、更新快、小批量、多样化的方向发展，因此要求生产制造能不断适应产品更新的需求，由此柔性制造系统应运而生。机器人作为柔性制造系统中的主要装置，被广泛应用于柔性制造生产线上。

本书机器人部分介绍了与机器人机构有关的数学基础、单开链串联式机器人、并联式机器人、工业机器人常用零部件、机器人常用驱动源、各类常用传感器；柔性制造部分介绍了柔性制造技术及系统的组成工作原理、柔性制造加工系统、工业机器人在柔性制造系统中的应用。本书适用于工科院校高年级学生作为必修课或选修课教材。若学生学过“机械原理”、“机械设计”、“高等数学”、“线性代数”及控制方面的课程，则对学习本课程将是有帮助的。本书在机器人数学基础及单开链串联式机器人等相关章节作了一些基础理论的分析研究，它是今后进一步学习机器人技术的基础。其他部分章节内容是用简易、直观的方式介绍给大家的，目的是为了给学习者提供直观的一般性的感性知识，并了解一些背景材料，为今后进一步研究及应用打下基础。

本书共由十三章组成，其中第一章、第二章、第三章由马履中编写，第四章由王劲松编写，第五章、第六章、第七章由杨启志编写，第八章、第九章、第十章、第十一章、第十二章由周建忠、任旭东编写，第十三章由周建忠、杨启志联合编写。全书由马履中、周建忠统稿。

由于编写工作时间紧迫，加之编者水平有限，书中内容难免有不妥之处，敬请读者不吝指正。

感谢研究生郁玉峰、石奇瑞、王成军等人参与书中部分图的绘制与校核，感谢戈晓岚教授对本书出版的帮助！

编 者
于江苏大学
2006. 9. 30

目 录

第一章 绪论	1
第一节 工业机器人与柔性制造系统	1
第二节 工业机器人分类及性能简介	2
思考题	3
第二章 机器人机构数学基础	4
第一节 坐标投影	4
第二节 坐标变换	5
第三节 影响系数矩阵	9
思考题	14
第三章 串联式机器人	15
第一节 单开链机器人机构的结构分析	15
第二节 单开链串联式机器人机构的运动学研究	22
第三节 单开链串联式机器人机构的工作空间及奇异位置分析	28
第四节 单开链串联式机器人机构的动力学简介	30
第五节 机器人轨迹规划	34
思考题	38
第四章 并联式机器人	39
第一节 并联式机器人的应用与研究	39
第二节 并联式机器人机构的结构分析	45
第三节 并联式机器人机构的运动学研究	49
思考题	55
第五章 工业机器人常用零部件	56
第一节 分类与要求	56
第二节 滚珠丝杠螺旋副	57
第三节 导轨	61
第四节 谐波齿轮减速器	64
思考题	66
第六章 工业机器人的驱动	67
第一节 步进电动机及其驱动	67
第二节 直流伺服电动机及其驱动	71
第三节 交流（AC）伺服电动机及其驱动	74
第四节 其他驱动装置	76
思考题	78
第七章 工业机器人各类传感器简介	79
第一节 概述	79

第二节	工业机器人系统中常用传感器	81
思考题		88
第八章	柔性制造技术概述	89
第一节	柔性制造技术产生的历史背景	89
第二节	柔性制造的基本概念和特点	92
第三节	柔性制造系统的组成及工作原理	96
第四节	柔性制造技术的发展	100
思考题		102
第九章	柔性制造中的加工系统	103
第一节	柔性制造系统中加工设备的要求及其配置	103
第二节	柔性制造系统中的自动化加工设备	105
第三节	自动化加工设备在 FMS 中的集成与控制	110
思考题		110
第十章	柔性制造中的物流系统	112
第一节	物流系统的功能与组成	112
第二节	工件流支持系统	113
第三节	刀具流支持系统	119
第四节	物料运储设备	127
思考题		133
第十一章	柔性制造中的信息流系统	134
第一节	FMS 的信息流模型及特征	134
第二节	FMS 中的信息流网络通信	141
第三节	FMS 实时调度与控制决策	144
第四节	FMS 的计算机仿真	155
思考题		163
第十二章	柔性制造中的质量控制系统	164
第一节	集成质量控制系统的概念	164
第二节	FMS 中的质量检测	168
第三节	工件清洗与去毛刺设备	172
第四节	切屑处理及冷却液处理系统	174
思考题		177
第十三章	工业机器人在柔性制造中的应用	178
第一节	机器人自动喷涂线	178
第二节	焊接机器人及其应用	182
第三节	搬运机器人的应用	187
第四节	装配机器人应用实例	188
第五节	冲压机器人应用	189
第六节	并联式机器人的应用	190
思考题		192
参考文献		193

第一章 绪 论

随着机械化、自动化及机电一体化技术的迅速发展，机器人与柔性制造系统应运而生，机器人正在工程实际及日常生活中得到日益广泛的应用。在柔性制造系统中机器人正在作为物流系统及机床的主角之一而被广泛采用。

第一节 工业机器人与柔性制造系统

机器人技术与传统的闭式运动链机构所组成的机械化和自动化系统在使用中存在着实质性区别。由连杆、凸轮、齿轮等闭式运动链机构所组成的一般自动机，通常用于多次完成相同的、重复的固定作业。这些作业可以是多种多样的，可以是简单的、复杂的、断续的或连续的。当要求机器在工作时间内多次以不变形式重复相同作业时，采用这类自动机无论在性能上还是在经济上都是合适的。与上述传统的自动机不同，由开式运动链机构及并联机构所组成的机器人和机械手，可在任意位置、任意方向和任意环境下独立地、协同地进行工作，组成一种柔性的、灵活的、万能的、具有多目的多用途的自动化系统。

机器人可用于完成各种不同的作业，也可以按程序迅速地调整它能实现的所有其他作业，其对环境具有自适应的能力，当需要更换作业时可自行进行调整。

机器人由于他的灵活性和柔性，在柔性制造系统中起着不可替代的作用。含开式运动链的串联式机器人及并联式机器人与传统的闭式运动链机构组成的自动机的区别在于其更大的柔性、灵活性和多用途。其智能化功能表现在人们可以通过传感器及相应的控制软件进行调整，来适应各种变化或临时确定的一些作业。机器人的这一特性，被人们称为柔性自动化。把传统的连杆、齿轮、凸轮等机构组成的自动机称为固定自动化。

现代工业生产中需要面对的是竞争十分激烈的市场经济，多数产品的商业寿命正在日益缩短。人们需求的品种正在日益增多。原来传统制造业中的机床，特别是原来由传统机床组成的固定工艺路线模式的流水线已很难适应市场经济的需要。市场经济促使了产品生产必需从传统的单一品种、大批量生产逐步向多品种、小批量柔性生产发展，这就提出了由各种加工设备、机器人、物料传送装置和自动化仓储系统所组成的柔性制造系统。机器人在柔性制造系统中得到了广泛的应用。除此之外，机器人还在单机自动化、生产装配线、焊接、喷漆、货物装卸、搬运、核工业、海底作业、深水资源开发、太空航行、卫星空间回收、外层空间活动、采矿、排险救灾、有害有毒场合代替人工操作，为避免人工介入造成污染的微电子工业、制药工业、食品工业等领域也都应用着各种机器人与机械手。机器人还将在医疗、康复、护理、公务、家务劳动等方面发挥重要作用。

由于近年来科学技术的发展，机器人及柔性制造技术已逐渐被人们所认识，它将作为机械工程、机械制造业中一种先进技术被广大工程技术人员所接受。

机器人及柔性制造系统技术是一门跨学科的综合性的技术，涉及机械、电子、计算机、控制、传感器、信息等多种学科及数学、力学、物理学等基础学科多种知识领域。本教材将从

机器人数学基础、单开链、串链式机器人、并联式机器人、工业机器人常用零部件、工业机器人驱动及各类传感器、控制与信息处理、柔性制造技术及系统、柔性制造中的加工系统、物料系统、信息流系统、质量控制系统、工业机器人在柔性制造系统中的应用等方面加以介绍。

机器人的动力源有气动、液压、步进电动机、伺服电动机，它们各有自己的优缺点，针对工业中不同应用对象，可选用适合各自优点（特点）的动力源，配以相应的机构、传感器及控制方法，可得到不同形式、不同功能的机器人。

第二节 工业机器人分类及性能简介

随着机器人机构学的发展工业机器人的种类越来越广泛，从机器人机构学大范围来分，可分为串联式机器人、并联式机器人以及串联并联混合式的混联机器人三大类。

传统的工业机器人一般是由机座、腰部（或肩部）、大臂、小臂、腕部和手部以串联方式连接而成的开式链机器人机构，也称为串联式机器人。该类机器人的形式很多。大体上可分为：直角坐标型、圆柱坐标型、球坐标型及全铰链的多关节型等。这类机器人各自的性能特点将在本教材后续章节中提到。作为整体来考虑这些都属于串联型机器人。相对于并联机器人而言，其性能特点是：工作空间大、手腕关节灵活、各关节驱动解耦性好。例如，1981年日本牧野提出的 SCARA 平面关节型机器人，其手臂只作平面运动，可适用于只进行平面范围内的工作，该机器人结构简单，刚度、精度好，控制容易，响应快，成本低，应用在电子行业中用作装配接插件工作，得到迅速发展。另有一类冗余度串联型机器人具有更大灵活性，且有避障功能，减少了奇异位置的可能性。此外，近年来研究人员对机器人各杆件及运动副等零部件作特殊研究，改进了机器人各关键部件的结构，这些研究对机器人的性能提高及推广应用也都具有十分重要的意义。

但这类机器人亦有明显不足，如各关节为悬臂结构，刚度较低，在相同自重或体积下与并联机器人相比，承载能力低，末端杆误差是各个关节误差的积累和放大，误差大、精度低。驱动电动机及传动系统大都放在运动的大小臂上，增加了系统惯性、动力性能差。位置求解正解容易，反解难。因机器人在线时主要是计算反解问题，而串联机器人恰恰是反解较困难，这也给串联机器人的推广应用提出了研究课题。

与串联机器人不同的另一类机器人属并联式机器人。它是由单开链用并联形式连接于两个动、静平台之间的一类并联机构所组成。目前已知这类并联机器人的种类繁多。并联机器人机构最初是在 1965 年由 Stewart 提出，原是为飞行模拟器用来训练飞行员的，后于 1978 年经澳大利亚著名机构学教授 Hunt 提出，应用 6 自由度的 Stewart 平台机构作为机器人机构，以后国内外不少专家教授对并联机器人机构作了大量工作，燕山大学黄真教授是国内较早引入并进行深入研究并联机构的教授之一。东南大学杨廷力教授几十年来作了大量的研究，取得了杰出成果。他以输出运动矩阵来进行分类研究。按照他的理论每种输出运动矩阵均发现了大量新的并联机构，使并联机器人机构的种类得到了完善。并联机器人机构有其独特的优点：机器人机构末端动平台作为输出构件由并联支路杆件支承，与串联机器人悬臂结构相比，刚性好，结构稳定；承载能力大；误差小、精度高；电动机可置于固定平台，减少了运动构件质量及系统惯性、改善了系统动力性能；机构位置求解与串联机器人机构相反，并联机构位置求解反解容易正解难，这给机器人在线实时计算、位置反解计算带来了

方便。

并联机器人机构的缺点是工作空间相对较小，机构末端输出构件动平台的灵活性不如串联机器人机构末端输出构件机器人手部灵活。

以上分析可见：串联机器人机构与并联机器人机构各有优缺点，且是“互补”关系，应视具体情况，取长补短，选择最佳方案。

混联机器人机构是将上述两种机器人机构按一定方法组合在一起形成的一种机器人机构，其可将两者的优点充分发挥，弥补各自的缺点。

思 考 题

1. 机器人技术与传统的闭式运动链机构在使用中存在着什么区别？
2. 机器人及柔性制造系统技术涉及到哪些学科？
3. 工业机器人从机器人机构学大范围可分为几类？他们各具有什么特点？

第二章 机器人机构数学基础

机器人机构属于空间多自由度机构，由于空间串联、并联机器人机构的复杂性，对其进行研究涉及一些有关的专用的数学问题。本章扼要介绍有关机器人研究的数学基础知识，便于对机器人机构的位置、速度、加速度进行运动分析。

本章将重点介绍其中分析方法中的坐标投影、坐标变换及影响系数矩阵。

第一节 坐标投影

坐标投影（又称矢量投影）是用解析法研究平面机构或空间机构的最基本手段之一。该方法比较简捷、明了，几何关系清晰，容易被工程技术人员所掌握。坐标投影的基本思想是对研究机构选定坐标系，然后将研究对象用矢量表示并向坐标系投影，建立坐标方程，再进行解方程分析。其中位置问题多为非线性方程，而速度加速度问题多为线性方程。

例 2-1 图2-1 所示为平面二连杆关节型机器人(OAB)。若在此基础上再加一个绕Y轴的转动，则可得一般三维空间关节型机器人。若欲用坐标投影法对该机构进行运动学正解分析，必须先对该机器人机构建立坐标系，先选取O为坐标原点，建立XOY右手直角坐标系，作为固定坐标系。

在机器人运动学正解问题中，通常已知条件如

图 2-1 所示，已知各类关节的位置坐标 l_1 、 θ_1 、 l_2 、 θ_2 ，关节速度 $\dot{\theta}_1$ 、 $\dot{\theta}_2$ 及关节加速度 $\ddot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_2$ ，需求解机器人臂末端目标点 B 的位置、速度、加速度。

在分析运动学正解问题时，假设 $\mathbf{S}_A^*$ 、 $\mathbf{S}_B^*$ 分别表示各关节中心到相应连杆末端 A 点与 B 点的矢量，用 $\mathbf{S}_A$ 、 $\mathbf{S}_B$ 分别表示从固定直角坐标系坐标原点到连杆末端 A 点与 B 点的位置矢量，由图可知有

$$\begin{aligned}\mathbf{S}_A &= \mathbf{S}_A^* \\ \mathbf{S}_B &= \mathbf{S}_A^* + \mathbf{S}_B^*\end{aligned}\quad (2-1)$$

将上述矢量向 X 方向及 Y 方向投影可得：

$$\begin{aligned}(S_A^*)_X &= l_1 \cos \theta_1; (S_A^*)_Y = l_1 \sin \theta_1 \\ (S_B^*)_X &= l_1 \cos(\theta_1 + \theta_2); (S_B^*)_Y = l_1 \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

由图可知，机器人臂末端 B 点的位置，可用矢量 $\mathbf{S}_B$ (式 2-1) 或 B 点向固定直角坐标的投影 x_B 、 y_B 表示，即

$$x_B = l_1 \cos \theta_1 + l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (2-2)$$

$$y_B = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (2-3)$$

固连在臂末端的末端执行器的姿态角 φ 可用连杆 2 在固定直角坐标系中的方位角来表示, 即:

$$\varphi = \theta_1 + \theta_2 \quad (2-4)$$

将式(2-2) 及式(2-3) 对时间求导一次、二次可分别得机器人末端 B 点的速度及加速度。

第二节 坐标变换

在机构位置分析时除了用坐标投影方法外, 还可用坐标变换的方法进行分析, 基本思想是分别以每个运动副为坐标原点, 给机构中每个运动副建立一动坐标系, 然后向固定坐标系变换后即可求得机器人臂末端目标点的位置, 有了位置坐标方程, 再对时间求导即可得速度、加速度方程。为此需对坐标变换的数学关系作一简单介绍。

一、共原点坐标系的坐标变换

如图 2-2 所示, 设 2 个共原点的正交右手坐标系: I 系与 E 系。

I 系的坐标为: i_1 、 i_2 、 i_3 , E 系的坐标为: e_1 、 e_2 、 e_3 。

设该坐标系中有向量 r 为三维空间中任一点的径矢。该径矢在 I 坐标系中的列表示为 r_I 。

$$r_I = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$$

径矢 r 为本矢, 它与该本矢在 I 系中的列表示 r_I 之间有如下关系

$$r = x_1 i_1 + x_2 i_2 + x_3 i_3 = [i_1 \ i_2 \ i_3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = I r_I$$

$$I = [i_1 \ i_2 \ i_3], r_I = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$$

同理本矢 r 与它在 E 系中的列表示 r_E 之间有关系:

$$r = y_1 e_1 + y_2 e_2 + y_3 e_3 = [e_1 \ e_2 \ e_3] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = E r_E$$

$$E = [e_1 \ e_2 \ e_3], r_E = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T$$

所以, 本矢

$$r = I r_I = E r_E \quad (2-5)$$

设已知本矢 r 在 E 系中列表示 r_E , 即可求在 I 系中列表示 r_I 。

由式(2-5) 可得:

$$r_I = I^{-1} E r_E \quad (2-6)$$

因 I 坐标系为正交坐标系, 故在 I 坐标系中的列表示也必正交。所以有:

$$r_I = I^{-1} E r_E = I^T E r_E = G_{IE} r_E \quad (2-7)$$

令

$$G_{IE} = I^T E \quad (2-8)$$

$$I G_{IE} = E \quad (2-9)$$

称 G_{IE} 为坐标变换矩阵, 由式(2-7) 可见, 某径矢 r , 若已知在 E 系中列表示 r_E , 求在

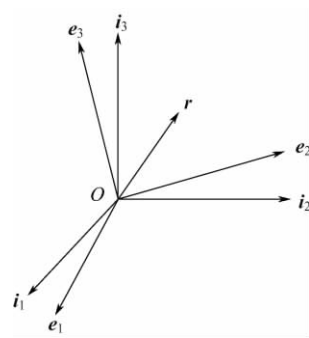


图 2-2 2 个共原点正交右手坐标系

I 系中表示 r_I ，只需将 r_E 左乘坐标变换矩阵 G_{IE} 即可求得 r_I 。请注意 G_{IE} 下标表示 E 为老坐标系， I 为新坐标系。反之 G_{EI} 则表示 I 为老坐标系， E 为新坐标系。

由式(2-8) 可知

$$G_{IE} = I^T E = \begin{bmatrix} i_1^T \\ i_2^T \\ i_3^T \end{bmatrix} [e_1 \ e_2 \ e_3] = \begin{bmatrix} i_1^T e_1 & i_1^T e_2 & i_1^T e_3 \\ i_2^T e_1 & i_2^T e_2 & i_2^T e_3 \\ i_3^T e_1 & i_2^T e_2 & i_3^T e_3 \end{bmatrix} \tag{2-10}$$

式(2-10) 为坐标变换矩阵的展开式，由式可知该变换矩阵的第一列为 E 系（老坐标系）坐标轴的第一分量 e_1 在 I 系（新坐标系）中的列表示；第二列为 E 系坐标轴的第二分量 e_2 在 I 系中的列表示；第三列为 E 系坐标轴的第三分量 e_3 在 I 系中的列表示。按上述思想很容易将该坐标变换矩阵中每项元素一一列出来。由于 G_{IE} 为正交方阵，故必有关系 $G_{IE}^{-1} G_{IE} = I$ (单位矩阵)，即 $G_{IE}^{-1} = G_{IE}^T$ ， G_{IE} 的行列式：

$$\det G_{IE} = e_1 \times e_2 \cdot e_3 = +1$$

即三个坐标向量的混合积右手系为+1，故称坐标变换矩阵 G_{IE} 为正矩阵，或称 Givens 正矩阵。

由式(2-10) 可推知：

$$G_{EI} = G_{IE}^T = G_{IE}^{-1} \tag{2-11}$$

从坐标变换看：坐标变换必有逆，而且 G_{IE} 与 G_{EI} 是互逆矩阵，式(2-11) 正表示了这一关系。

对若干个共原点坐标系的依次连续坐标变换矩阵为依次将各坐标变换矩阵左乘，即有 关系

$$G_{K1} = G_{K \ K-1} \cdots G_{32} G_{21} \tag{2-12}$$

二、两不共原点坐标系的坐标变换

上述讲述了两共原点坐标系之间的坐标变换矩阵，可由 Givens 正矩阵进行变换。对于

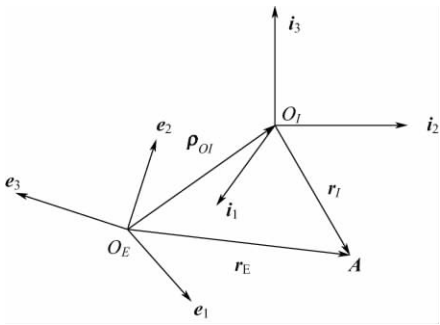


图 2-3 两个不共原点的右手正交系

不共原点的两坐标系之间的坐标变换矩阵是由 denavit-hartenberg 提出来，称为 $D-H$ 矩阵，记为 D_{IE} 或 D_{EI} 。 D_{IE} 的下标字母表示 E 为老坐标系， I 为新坐标系。反之 D_{EI} 表示 I 为老坐标系， E 为新坐标系。如图 2-3 所示设有两个不共原点的右手正交坐标系， I 系的坐标为 $O_I - i_1、i_2、i_3$ ， E 系的坐标为 $O_E - e_1、e_2、e_3$ ，若三维空间中有任一点 A ，对两坐标系的径矢，分别为 $O_I A、O_E A$ 。

设老坐标系为 I 系，新坐标系为 E 系，现欲使不共原点的两坐标系，由老坐标系 I 系向新坐标系 E 系变换。老坐标系的坐标原点 O_I 在新坐标系 E 系中的径矢为 $O_E O_I$ ，即为 p_{OI} 矢量。 $O_I A、O_E A、O_E O_I$ 都是本矢，这三者由图可知，有不变式：

$$O_E A = O_I A + O_E O_I \tag{2-13}$$

上式在 E 系中的列表示为：

$$r_E = (O_I A)_E + p_{OI} \tag{2-14}$$

上式中 $(\mathbf{O}_I \mathbf{A})_E$ 表示本矢 $\mathbf{O}_I \mathbf{A}$ ，已知的是在 I 系中的列表示 $\mathbf{r}_I$ ，现式中必须把 $\mathbf{r}_I$ 变换到 E 系中去，即求得 $\mathbf{r}_I$ 在 E 系中的列表示，由于本矢 $\mathbf{O}_I \mathbf{A}$ 对 E 系为自由矢，这是因为它的起点不是 E 系的原点 O_E ，故坐标变换矩阵仍可用前述的共原点坐标变换矩阵、Givens 正矩阵，因此有关系：

$$(\mathbf{O}_I \mathbf{A})_E = \mathbf{G}_{EI} \mathbf{r}_I \quad (2-15)$$

由此可得不共原点两右手正交坐标系间的坐标变换式。

$$\mathbf{r}_E = \mathbf{G}_{EI} \mathbf{r}_I + \mathbf{p}_{OI} \quad (2-16)$$

上式由于有 $\mathbf{p}_{OI}$ 项，实际使用时不方便，尤其是在坐标系间作连续坐标变换，故需将上式作进一步整理，把 $\mathbf{p}_{OI}$ 项也纳入到坐标变换矩阵中去，这样即可得到两不共原点坐标之间的变换矩阵，即 $D-H$ 矩阵。

在对式(2-16)整理时，需用到齐次坐标概念。现将齐次坐标含义作简略介绍。

通常平面上一点 $\mathbf{X}$ ，若用笛卡儿 (Descartes) 坐标可表示为：

$$\mathbf{X} = (x_1 \ x_2)^T$$

这时用它来表示直线或二次曲线方程总是非齐次的，如直线方程为

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 = 0$$

二次曲线方程：

$$a_{11} x_1^2 + 2a_{12} x_1 x_2 + a_{22} x_2^2 + 2a_{13} x_1 + 2a_{23} x_2 + a_{33} = 0$$

现引入齐次坐标，它总比笛卡儿坐标多一个实数。

如在二维平面中一个点要用 3 个实数 $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3)$ ，而三维空间中一个点用 4 个实数 (x_1, x_2, x_3, x_4) ，并规定对二维平面两种坐标有关系

$$x_a = \frac{\bar{x}_a}{\bar{x}_3} \quad a = (1, 2, 3)$$

上式中 x_a 为笛卡儿坐标， $\bar{x}_a$ 为齐次坐标，这时直线方程可写为

$$a_1 \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_3} + a_2 \frac{\bar{x}_2}{\bar{x}_3} + a_3 \frac{\bar{x}_3}{\bar{x}_3} = 0$$

即

$$a_1 \bar{x}_1 + a_2 \bar{x}_2 + a_3 \bar{x}_3 = 0$$

如记

$$\mathbf{X} = [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \bar{x}_3]^T \quad \mathbf{a} = [a_1 \ a_2 \ a_3]^T$$

则用齐次坐标表示的直线方程也可用矩阵表示为：

$$\mathbf{a}^T (\mathbf{X}) = 0$$

用齐次坐标表示的二次曲线方程为

$$a_{11} \bar{x}_1^2 + 2a_{12} \bar{x}_1 \bar{x}_2 + a_{22} \bar{x}_2^2 + 2a_{13} \bar{x}_1 \bar{x}_3 + 2a_{23} \bar{x}_2 \bar{x}_3 + a_{33} \bar{x}_3^2 = 0$$

用矩阵表示，可得二次型：

$$\mathbf{X}^T \mathbf{A} \mathbf{X} = 0$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix}$$

由于用齐次坐标表示的方程总是齐次的，故这种坐标称为齐次坐标。笛卡儿坐标与齐次坐标在使用时各有优缺点，由于人们习惯于用笛卡儿坐标，因此对平面问题常选用 $\bar{x}_3 = 1$ ，空间问题选 $\bar{x}_4 = 1$ ，用这种特殊的齐次坐标，以便于两者的统一。对空间问题，有 $\bar{x}_1 = x_1$ ， $\bar{x}_2 = x_2$ ， $\bar{x}_3 = x_3$ ， $\bar{x}_4 = 1$ ，即这时的齐次坐标由 $x_1, x_2, x_3, 1$ 四个实数组成，点的径矢列表示可写为：

$$\mathbf{r}=[x_1 \ x_2 \ x_3 \ 1]^T$$

这时齐次坐标的核心部分与笛卡儿坐标完全相同，只是在最后形式地多加一个数 1。有时不严格区分这两种坐标，一律用记号 $\mathbf{r}$ 表示，即

$$\mathbf{r}=[x_1 \ x_2 \ x_3]^T \text{ 或 } \mathbf{r}=[x_1 \ x_2 \ x_3 \ 1]^T$$

值得注意的是取 $\bar{x}_4=1$ 在机构运动分析中通常总是可行的。但在其他场合有可能这种简化办法行不通。上述这种齐次坐标处理办法，已在机构学的不共原点坐标变换 $D-H$ 矩阵表达式中被广泛采用。

由前式(2-16) 知，不共原点两右手正交坐标系间的坐标变换式有如下关系：

$$\mathbf{r}_E=\mathbf{G}_{EI}\mathbf{r}_I+\boldsymbol{\rho}_{OI}$$

上式若两边所有矢量的列表示，都用齐次坐标表示，可写为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{r}_E \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{EI} & 0 \\ 0 & 0 \ 0 \ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_I \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\rho}_{OI} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{EI} & \boldsymbol{\rho}_{OI} \\ 0 & 0 \ 0 \ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_I \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{D}_{EI} \begin{bmatrix} \mathbf{r}_I \\ 1 \end{bmatrix}$$

上式即可写为

$$\mathbf{r}_E=\mathbf{D}_{EI}\mathbf{r}_I \tag{2-17}$$

式中

$$\mathbf{D}_{EI}=\begin{bmatrix} \mathbf{G}_{EI} & \boldsymbol{\rho}_{OI} \\ 0 & 0 \ 0 \ 1 \end{bmatrix} \tag{2-18}$$

上式 $\mathbf{D}_{EI}$ 即为 $D-H$ 矩阵，由式(2-16) 可见它为不共原点两右手坐标系间的坐标变换矩阵。

例 2-2 为说明应用方法并便于进行比较，现仍以图 2-1 所示平面二连杆关节型机器人 OAB 为例，用坐标变换法对其进行运动学位置分析。

如图 2-4 所示，用坐标变换法进行运动学正解分析时，首先要以各种转动副为坐

标原点，建立动坐标系，通常设沿连杆方向为 x 坐标，用右手系确定 y 坐标。依次可得动坐标系： $O \ x_1 \ y_1$ 及 $A \ x_2 \ y_2$ 取固定坐标系 $O \ x_0 \ y_0$ 。已知各杆长 $l_1、l_2$ 及关节转角 $\theta_1、\theta_2$ ，求机器人输出杆末端 B 点在固定坐标系中的位置 $x_B、y_B$ 。

上述问题按坐标变换的思想其实质即为 B 点的径矢在动坐标系 $A \ x_2 \ y_2$ 中矢量 $\mathbf{p}_B^*$ 的列表示，转换到固定坐标系 $O \ x_0 \ y_0$ 中的坐标变换问题，即

$$\begin{aligned} (\mathbf{P}_B)_O &= \begin{bmatrix} x_B \\ y_B \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{G}_{01} \mathbf{D}_{12} (\mathbf{P}_B^*)_2 \\ &= \begin{bmatrix} c\theta_1 & -s\theta_1 & 0 \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta_2 & -s\theta_2 & l_1 \\ s\theta_2 & c\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l_2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} l_2 c\theta_2 c\theta_1 - l_2 s\theta_2 s\theta_1 + l_1 c\theta_1 \\ l_2 c\theta_2 s\theta_1 + l_2 s\theta_2 c\theta_1 + l_1 s\theta_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \cos\theta_1 \\ l_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + l_1 \sin\theta_1 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{2-19} \end{aligned}$$

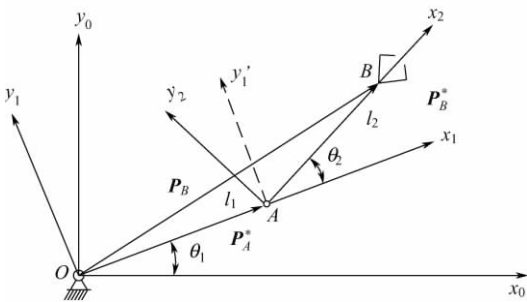


图 2-4 坐标变换法运动分析

式(2-19) 与式(2-2)、式(2-3) 完全相同。上式中 c 为 $\cos$ 简写, s 为 $\sin$ 简写。B 点的速度、加速度可通过式(2-19) 对时间求一阶、二阶导数得到。

值得注意: 坐标变换矩阵与矢量旋转矩阵两者为互逆关系, 其物理意义相当于将整个系统反转, 故在机器人的运动分析中也可用矢量旋转矩阵来进行分析。对于平面机构而言, 单位复数 $e^{j\theta}$ 乘任一复数, 其作用相当于将该复数所表示的矢量, 绕垂直于复数所在 Gauss 平面的轴按右手规则转 θ 角。所以单位复数在平面机构运动学分析中有重要用途, 它相当于一个绕第三轴转动的旋转算子。

第三节 影响系数矩阵

机器人机构的运动学研究除了上述的坐标投影法、坐标变换法外, 常用的还有影响系数法。机构的运动学研究, 主要是求解位置、速度、加速度, 常规的过程通常是运用各种方法, 建立起机构的位置方程。然后再用此方程对时间求一阶、二阶导数得到机构求解点的速度和加速度。但此法是建立在对位置求解的基础上, 若对位置求解困难, 这时再对他求一阶、二阶导数就更难。为此许多学者不断在寻求新的解题方法, 其中影响系数法可弥补上述的困难。

机构运动学求解的影响系数概念在机构学中较早就有, 诸如类速度、雅可比矩阵、一阶偏导数矩阵、关节坐标与笛卡儿坐标之间的转换矩阵等都是一阶影响系数的不同提法。值得一提的是 Tesar 的工作拓宽了影响系数在机构学中的应用。影响系数对多自由度机构、串联式机械手及并联式机器人机构学的研究有重要意义。影响系数由于高度抽象性, 能深刻反映出机构的本质特性。影响系数法本身与机构的速度、加速度等运动参数无关, 只与机构的运动学尺寸、机构类型及机构的位置有关, 即与机构的位形有关, 它表示机构的瞬时特性。它的表达式只含矢量或矢量的叉积运算, 使其计算简便, 由于它深刻反映了机构的本质特性, 故可用他来分析串联式或并联式机器人机构的运动、特殊位形、受力及误差等。因此在机构分析中具有广泛的应用前景。

为说清楚运动影响系数的概念, 下面用平面机构为例加以说明。

如图 2-5 所示, 8 杆机构为一平面 3 自由度机构。若原动件的运动副都是单自由度运动副, 如为转动副或移动副时, 则当给定了 3 个输入量 φ_1 、 φ_2 、 φ_3 时, 机构所有构件的运动就确定了。当机构原动件的运动副为转动副时输入量 $\varphi_i = \theta_i$; 当原动件的运动副为移动副时输入量 $\varphi_i = s_i$, 图 2-5 中, $\varphi_1 = \theta_1$, $\varphi_2 = \theta_2$, $\varphi_3 = s_3$ 。

广义而言, 对自由度为 K 的机构, 在 K 个输入给定后, 机构的所有构件的位置就确定了。

构件的位置可用其上的一个点的坐标及一条参考线的角位置来表示, 即有关系:

$$\left. \begin{aligned} \phi_i &= f_1(\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_k) \\ \mathbf{X}_i &= f_2(\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_k) \\ \mathbf{Y}_i &= f_3(\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_k) \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

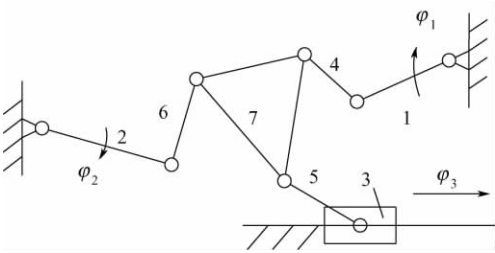


图 2-5 8 杆件平面 3 自由度机构
1~7—构件

式中, ϕ_i 、 $\mathbf{X}_i$ 、 $\mathbf{Y}_i$ 表示为确定第 i 个构件的位置, 所选用的参考线的角位置 φ 及参考点的 X 、 Y 坐标。在机构的运动中, 原动件的输入运动参数 $\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_k$ 是随时间变化的, 它们对时间的导数可分别表示为:

$$\dot{\phi}_i = \sum_{n=1}^k \frac{\partial f_1}{\partial t} = \sum_{n=1}^k \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_n} \frac{\partial \varphi_n}{\partial t} = \sum_{n=1}^k \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_n} \dot{\phi}_n$$

同理有

$$\dot{\mathbf{X}}_i = \sum_{n=1}^k \frac{\partial f_2}{\partial \phi_n} \dot{\phi}_n \quad (2-21)$$

$$\dot{\mathbf{Y}}_i = \sum_{n=1}^k \frac{\partial f_3}{\partial \phi_n} \dot{\phi}_n$$

若以 $\mathbf{U} = [\phi_i \ \mathbf{X}_i \ \mathbf{Y}_i]^T$ 表示机构上某杆的位置坐标, 则式(2.20)、式(2.21) 可统一写为:

$$\mathbf{U} = f(\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_k) \quad (2-22)$$

$$\dot{\mathbf{U}} = \sum_{n=1}^k \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \phi_n} \dot{\phi}_n \quad (2-23)$$

由机构学可知, 无论是平面机构还是空间机构, 其位置方程式(2-20)、式(2-22) 为非线性方程。而速度方程式(2-21)、式(2-23) 为线性方程。偏导数 $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_1}, \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_2}, \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_3}, \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_k}$ 仅与机构转动副位置决定的杆长及移动副移动方向的位置即构件运动学尺寸及原动件的广义角位置 $(\varphi_1, \varphi_2 \cdots \varphi_k)$ 参数有关, 而与原动件的广义运动角速度 ω 、速度 v 、角加速度 ϵ 、加速度 a 无关。这些与运动分离的一阶偏导数 $\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_n}$ 确定的矩阵, 定义为一阶运动影响系数, 简称为一阶影响系数。若以矩阵形式表示式(2-23) 可写为:

$$\dot{\mathbf{U}} = [\mathbf{G}] \dot{\phi} \quad \dot{\mathbf{U}} = [\dot{\phi}_i \ \dot{\mathbf{X}}_i \ \dot{\mathbf{Y}}_i]^T$$

一阶影响系数有

$$[\mathbf{G}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_2} & \cdots & \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \varphi_K} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \varphi_K} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \varphi_K} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_2} & \cdots & \frac{\partial f_3}{\partial \varphi_K} \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

$$\dot{\phi} = [\dot{\phi}_1 \ \dot{\phi}_2 \cdots \dot{\phi}_K]^T \quad (2-25)$$

若欲求机构中任一构件的角加速度 ϵ_i 及构件上选定点的线加速度 a_x 及 a_y , 可将式(2.21) 或式(2.23) 对时间再求导:

$$\ddot{\mathbf{U}} = \sum_{p=1}^k \sum_{q=1}^k \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial \varphi_p \partial \varphi_q} \dot{\phi}_p \dot{\phi}_q + \sum_{n=1}^k \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \phi_n} \ddot{\phi}_n \quad (2-26)$$

这里由二阶偏导数 $\frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial \phi_p \partial \phi_q}$ 确定的矩阵定义为二阶运动影响系数, 简称为二阶影响系数。令

$$\ddot{\mathbf{U}} = [\ddot{\phi} \ \ddot{\mathbf{X}}_i \ \ddot{\mathbf{Y}}_i]^T$$

式(2.26) 也可用矩阵表示为:

$$\ddot{\mathbf{U}} = \dot{\phi}^T [\mathbf{H}] \dot{\phi} + [\mathbf{G}] \ddot{\phi} \quad (2-27)$$

式中

$$\ddot{\boldsymbol{\phi}} = [\ddot{\phi}_1 \quad \ddot{\phi}_2 \quad \ddot{\phi}_3]^T$$

$$[H] = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_1 \partial \phi_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_1 \partial \phi_2} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_1 \partial \phi_K} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_2 \partial \phi_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_2 \partial \phi_2} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_2 \partial \phi_K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_K \partial \phi_1} & \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_K \partial \phi_2} & \cdots & \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_K \partial \phi_K} \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

$[H]$ 称为二阶影响系数, 该矩阵中每一个元素都为二阶偏导数:

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial \phi_i \partial \phi_j} = \left[\frac{\partial^2 U_1}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \quad \frac{\partial^2 U_2}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \quad \frac{\partial^2 U_3}{\partial \phi_i \partial \phi_j} \right]^T \quad (2-29)$$

由以上分析可知, 影响系数表现为求一阶、二阶偏导数。由于矢量的叉积在一定条件下可以表示为矢量的偏导, 所以影响系数可表示为矢量及矢量叉积运算。

例 2-3 有一单自由度的平面曲柄滑块机构, 如图 2-6 所示, 其偏置 $e=0$, 曲柄为 r , 连杆为 l , 要求导出滑块的一阶、二阶影响系数和速度、加速度。

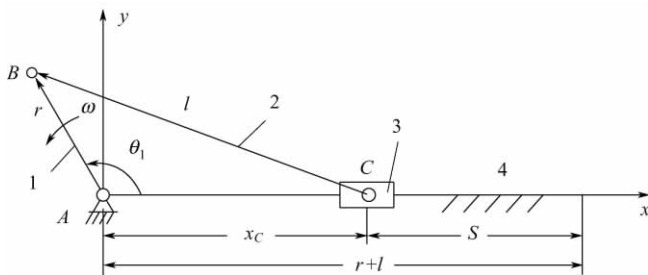


图 2-6 单自由度平面曲柄滑块机构

1—曲柄; 2—连杆; 3—滑块; 4—机架

欲直接求得滑块 C 的位移 x_C 与曲柄转角 θ_1 的函数关系, 可设想将连杆 2 打开, 这样可写出曲柄上 B 点及滑块上 C 点的坐标为:

$$x_B = r \cos \theta_1; y_B = r \sin \theta_1; x_C = x_C, y_C = 0 \quad (2-30)$$

当连杆运动时, 连杆 2 长度不变, 为此可写出杆长为定长的约束:

$$(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2 = l^2 \quad (2-31)$$

将式(2-30)代入式(2-31)并简化, 可得:

$$x_C^2 - (2r \cos \theta_1) x_C + (r^2 - l^2) = 0 \quad (2-32)$$

上式为非线性方程, 解上式并去除不合理根可得:

$$\begin{aligned} x_C &= r \cos \theta_1 + \sqrt{l^2 - r^2 \sin^2 \theta_1} \\ &= r \cos \theta_1 + l \sqrt{1 - \left(\frac{r \sin \theta_1}{l} \right)^2} \end{aligned} \quad (2-33)$$

当 $\frac{r}{l} \leq \frac{1}{3}$ 时上式可用近似公式计算

$$x_C = r \cos \theta_1 + l - \frac{r^2}{2l} \sin^2 \theta_1 \quad (2-34)$$

由图 2-6 可知， $s=r+l-x_C$ ， s 表示滑块相对于滑块外极端位置的位移，由此可得：

$$s=r\left(1-\cos\theta_1+\frac{r}{2l}\sin^2\theta_1\right) \tag{2-35}$$

上式对时间求一阶、二阶导数可得：

$$\dot{S}=v_c=r\left(\sin\theta_1+\frac{r}{2l}\sin2\theta_1\right)\dot{\theta}_1 \tag{2-36}$$

$$\ddot{S}=a_c=r\left(\cos\theta_1+\frac{r}{l}\cos2\theta_1\right)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1+r\left(\sin\theta_1+\frac{r}{2l}\sin2\theta_1\right)\ddot{\theta}_1 \tag{2-37}$$

由此可知该机构的影响系数：

一阶影响系数 $G=r\left(\sin\theta_1+\frac{r}{2l}\sin2\theta_1\right)$ (2-38)

二阶影响系数 $H=r\left(\cos\theta_1+\frac{r}{l}\cos2\theta_1\right)$ (2-39)

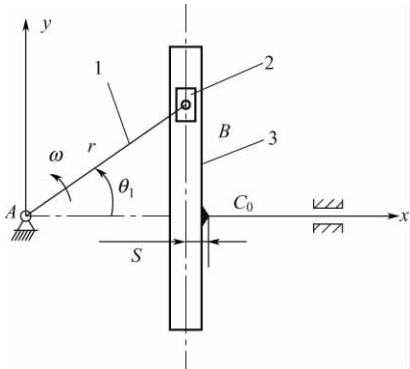


图 2-7 正弦机构
1—摇杆；2—滑块；3—导轨

式(2-36)、式(2-37) 可写为：

$$\dot{S}=G\dot{\theta}_1$$

$$\ddot{S}=H\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1+G\ddot{\theta}_1$$

由此可知，对单自由度机构 ($K=1$)，机构的输入参数只需一个参数 $\varphi_1=\theta_1$ ，其影响系数与机构的速度、加速度关系为

$$\dot{U}=G\dot{\varphi}_1 \tag{2-40}$$

$$\ddot{U}=H\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_1+G\ddot{\varphi}_1 \tag{2-41}$$

此处影响系数是通过位置方程求解，再由求导而得到的。其中影响系数只与机构的运动学尺寸 r 、 l 及原动件的角位置 φ_1 有关，而与机构原动件的运动

参数 $\dot{\theta}_1$ 、 $\ddot{\theta}_1$ 无关。

例 2-4 图2-7 所示为正弦机构，求滑块 3 的位移、速度、加速度。

可以从式(2-35)、式(2-36)、式(2-37) 由 $l\rightarrow\infty$ 或直接由投影得：

$$s=r(1-\cos\theta_1)$$

$$\dot{s}=v=r\sin\theta_1\dot{\theta}_1$$

$$\ddot{s}=a=r\cos\theta_1\dot{\theta}_1\dot{\theta}_1+r\sin\theta_1\ddot{\theta}_1$$

即 $\dot{U}=G\dot{\varphi}_1$

$$\ddot{U}=H\dot{\varphi}_1\dot{\varphi}_1+G\ddot{\varphi}_1$$

该机构的一阶影响系数 $G=r\sin\theta_1$ (2-42)

二阶影响系数 $H=r\cos\theta_1$ (2-43)

对于多自由度机构，由于其原动件数多，这时机构的影响系数也随之增多，该影响系数可表示为矩阵形式。下面以 2 自由度 5 连杆机构为例加以说明。

例 2-5 图2-8 所示为 2 自由度机构，杆长分别为 l_1 、 l_2 、 l_3 ，响应各杆的位置角为 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 ， D 点的

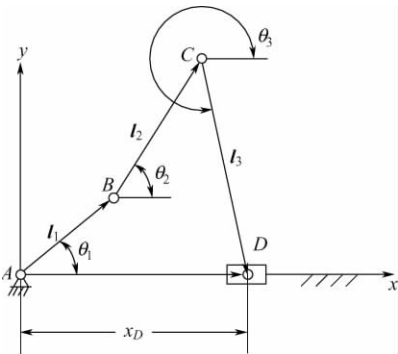


图 2-8 2 自由度机构