

第一章 混凝土的材料损伤力学

1.1 引言

由于开裂使混凝土失去结构完整性的现象，近年来引起了工程师和科研人员的广泛关注。在这方面的研究中，一个重大进展是断裂力学的应用。混凝土强度受内部缺陷和骨料组成的影响，如果在分析模型中考虑这些因素，混凝土强度还与尺寸大小有关。此外，混凝土强度也同其他材料一样，与加荷速度有关。但是，要确定材料损伤的阈值，先决条件是必需选择适当的断裂或破坏准则。

目前，对用哪种断裂准则描述混凝土的性能最好还存在争论，一些以变形、应力和能量为参数的现行概念尚不明确，并且常常引起互相矛盾。要考虑到表征材料的性能以及将实验数据转换到足尺结构的设计，都要求正确地了解每种理论的基本假定。特别是应在适当的尺度下，用材料损伤表示材料的不均匀性与加载速率间的相互作用，才能根据试验数据评定分析结果。大多数断裂力学理论都用断裂韧性表示匀质的各向同性的合金的断裂特性。这些假定能否原封不动地照搬到不均匀的混凝土结构中，还值得研究。

文献〔1〕已全面收集了有关混凝土开裂和断裂的文献，本书在此不再作评述。看来以往的研究可分为两类：一类是用线弹性断裂力学理论（LEFM）中的参数，表示混凝土的断裂韧性特性；另一类则着重研究裂缝形态和断裂表面，以了解材料的不均匀性对开裂的影响。骨料大小、形状和含量

不同的混凝土抵抗断裂的能力，是以往许多研究的主题。总的趋势是借用研究合金的断裂力学技术，直接应用于混凝土。纤维增强复合材料的研究中也是如此〔2〕，经常测定的是临界应变能释放率 G_c 或临界应力强度因子 K_{Ic}^* ，并有大量报道。但是，这些参数对荷载方向和纤维方向之间的相对方位敏感；因此，它们的意义和实用性还值得怀疑〔3〕。对于能量释放源与单个裂缝失稳不一致的体系，材料在毁坏前，缓慢的裂缝增长和局部材料损伤都会消耗额外的能量；线弹性断裂力学（LEFM）中的参数 G_c 或 K_{Ic} 的意义还值得推敲。严格地说，线弹性断裂力学（LEFM）中的断裂韧性 K_{Ic} 〔4〕应理解为材料的性能参数**，而不是材料常数。它只表示均匀各向同性材料整体失稳时单位体积突然释放的能量。材料常数应该对试样大小、加载速率比较不敏感。对于合金材料，ASTM已明确制定了应用线弹性断裂力学（LEFM）的标准和方法。在有其它类型的材料损伤和缓慢裂缝增长时，应将概念、分析方法和实验技术作显著的修改。对于混凝土来说，在复合体系整体失稳发生之前，骨料的碎裂、砂浆开裂以及砂浆与骨料间的脱粘都会发生。应该指出这些不同类型破坏的次序和损伤程度与受荷历史有关。

一种采用连续介质力学模拟材料损伤的方法，是将屈服作为微观开裂引起的损伤，将断裂作为宏观开裂引起的破坏。这两种破坏形式的综合作用，会引起荷载和变形间的非线性响应；而且，局部破坏和整体失稳不再一致，而在描述

• 这里记为 K_{Ic} ，以区别于 ASTM 所定义的 K_{Ic} 〔5〕， K_{Ic} 适用于直到断裂都为线弹性的体系，而混凝土不满足这一要求。

其它一些材料性能参数有描述弹——塑性材料非线性性能的应变硬化系数。

混凝土的破坏中，它们之间的区别是很重要的。这就牵涉到选择一个合适的断裂判据。采用 G_c 或 K_{Ic} 和路径无关积分概念的线弹性理论基本上不适用，因为它不能区分亚临界材料损伤*的中间阶段。局部破坏和整体失稳同时发生，意味着所有存储能会像理想的脆性断裂那样突然释放。

对于三点弯曲的混凝土试件，文献〔6〕给出了分析伴有局部材料损伤的亚临界裂缝增长的方法。假设混凝土材料的应力和应变之间，具有双线性软化关系；而且假设：在局部应变能密度函数达到临界值 $(dw/dv)_c$ 时，裂缝开始缓慢增长；在达到临界应变能密度系数 S_c 时，裂缝停止增长。关系式 $r_c = S_c / (dw/dv)_c$ 给出了最后破坏净距的大小。按照应变能密度准则〔7，8〕，将系数 S 对裂缝增量作图，可生动形象地反映荷载增量、试件尺寸和断裂韧性的综合影响。用 $dw/dv = s/r$ 作为单值的破坏准则，可将塑性破坏和脆性断裂两种典型的破坏形式作为特例；这样，就可定量地分析包括屈服和断裂的一系列破坏形式。只要有一组荷载增量和已知尺寸试件的数据，由 S 与 a 的关系曲线，可得到其他荷载增量和试件尺寸时的结果。

虽然关于材料的不匀性对结构性能的影响已有广泛的研究；但是，普遍感到这一问题仍然没有研究清楚。对不均匀材料的基本分析进展缓慢，无疑，部分原因是有关微观组织与宏观参数之间的联系缺乏理论基础。未受损伤的多相体的性能，可以直接分析；例如含有球形包体或空隙的物体〔9，10〕。但是，混凝土的特点是局部的骨料和砂浆破坏，对其承

用一些彼此无关的破坏准则描述同一物理过程缺乏一致性，也易出现任意性；因此，迫切需要能说明亚临界裂缝增长或损伤的补充破坏准则。

载能力影响不大。因此，最重要的是了解局部已受损伤的混凝土性能以及损伤累积的机理。这方面发展的主要障碍并不是应力分析带来的复杂性，而是如何确定材料亚临界损伤对整个结构性能的影响。因此，提出了应变能密度函数 dw/dv 的局部稳定值和整体稳定值的概念，并可计算出一个长度参数“ l ”以反映荷载、几何尺寸和材料性能的综合影响，来估计构件的稳定性能。材料和结构都应进行优化设计，使得在灾难性破坏发生之前，能够探测到亚临界损伤，并加以修补。

1.2 混凝土的强度

混凝土的性能取决于水泥、砂子和粗骨料或小石子的配合比。通常，将水泥凝胶和砂子组成的砂浆作为均匀各向同性的连续介质；但另一方面，整个混凝土则必须作为两相复合材料。当水加入混合物后，随其硬化成混凝土，内部发生着缓慢而复杂的化学反应。最终的力学性质不仅与组成有关，而且还与混凝土硬化时的环境有关。

两相体系

混凝土的弹性模量 E_c 可用简单的混合规则估计：

$$E_c = E_m V_m + E_a V_a \quad (1.1)$$

这时假设骨料与砂浆或基体粘结完好。这种理想情况在实际中不可能遇到，因为在干燥期间骨料砂浆的界面会出现裂缝。方程 (1.1) 中 E_m 和 E_a 为弹性模量， V_m 和 V_a 为体积率；下标 m 和 a 分别表示砂浆和骨料。 E_a 和 E_m 的实测值分布较广，在 $3E_c < E_a < 10E_c$ 和 $0.5E_c < E_m < E_c$ 范围内变化，而 V_a 则在 0.5 到 0.7 间变化。方程 (1.1) 可表

示为下面的经验式：

$$E_c = E_m (1 + \epsilon V_o) \quad (1.2)$$

常数 ϵ 取决于骨料的大小、形状和弹性模量 E_o 。 V_o 等于 0.6 时， ϵ 约等于 4.0。当取 $E_m = 9000 \text{MN/m}^2$ 、 $V_o = 0.6$ 这样一组典型值时，由方程 (1.2) 得 $E_c = 30600 \text{MN/m}^2$ 。混凝土的弹性模量为砂浆弹性模量的三倍多。

应力应变性能

由于混凝土的抗拉强度低，大部分是做抗压试验。如图 1.1(a) 所示，在混凝土的应力—应变曲线中，没有线弹性段，从开始直到断裂，其斜率一直在不断减小；加载和卸载时，也不按同一路径变化。如图 1.1(b) 所示，当控制应

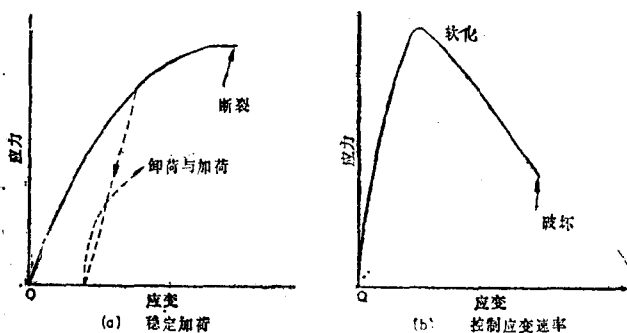


图 1.1 混凝土的应力应变曲线

变速率加载时，在达到峰值应力后，应力—应变曲线会迅速下降。虽然在应力达到峰值后，试样很快出现表面裂缝，但在破坏前，试样仍能承受荷载直到很大的变形。在峰值应力附近，定义为 $\Delta V/V$ 的体积应变也达到最大值，可是，一旦出现裂缝，这个参数的意义就不明确了。同样也做了抗拉试验，经常用三点或四点弯曲的混凝土梁，以破坏时计算的

最大纤维应力作为抗拉强度。另一种方法是将正圆柱体沿直径方向劈裂，在圆柱体将要断裂的水平面上，作用有一主拉应力。

强度问题

混凝土的抗拉强度值小，但也不很小，其大小约为 $\sigma_c^{(t)} = 3.4 \text{ MN/m}^2$ [11]，比砂浆 ($\sigma_m^{(t)} = 6.87 \text{ MN/m}^2$) [12, 13] 和粗骨料的抗拉强度低。与抗拉强度相反，混凝土的抗压强度 ($\sigma_c^{(c)} = 274 \text{ MN/m}^2$) 比砂浆的抗压强度 $\sigma_m^{(c)} = 103 \text{ MN/m}^2$ 高；这里用上标 t 和 c 来区别抗拉和抗压。过去曾做过许多尝试来解释强度间的这些差异，一般认为是加载前存在的骨料——砂浆界面间的裂缝造成的；这些裂缝是在混凝土干燥期间砂浆基体收缩产生的。界面之间的粘结较弱，在骨料的界面处常常开裂。显然，要了解混凝土的性能，应该综合考虑下列强度不等式：

$$\begin{aligned} \sigma_c^{(t)} < \sigma_m^{(t)}; & \quad \sigma_c^{(c)} > \sigma_m^{(c)} \\ \sigma_c^{(t)} < \sigma_c^{(c)}; & \quad \sigma_m^{(t)} < \sigma_m^{(c)} \end{aligned} \quad (1.3)$$

图 1.2(a) 和 1.2(b) 分别表示受拉和受压时的不同断裂形式。

混凝土强度的变异性与初始缺陷和裂缝增长密切相关。在图 1.2(a) 和 1.2(b) 中，砂浆基体中存在的内部缺陷称为次裂缝，其取向假设是随机的，与荷载轴的平均夹角为 $\bar{\beta}_0$ 。如图 1.2(a) 和图 1.2(b) 所示，在混凝土试件受单轴拉伸时，界面裂缝会沿水平方向闭合，垂直于拉力的界面裂缝则会张开。随着荷载的增加，这种作用越来越显著，直到在界面处引发裂缝。这些裂缝称为主裂缝*，其取向趋于垂直拉力

这里骨料只起裂缝引发点的作用，忽略了骨料的碎裂，但不影响这部分定性讨论的结果。

平面，与荷载方向的平均夹角为 μ_p ；从概率的意义上讲， μ_p 大于 $\bar{\beta}_s$ 。混凝土受压时的情形恰恰相反。如图 1.2(b) 所示，垂直于压力的界面裂缝会闭合，平行于压力的界面裂缝因横向拉伸会张开。这时，主裂缝从界面脱粘处引发，沿着与荷载轴平行的方向扩展。这就是受压时 β_p 小于 β_s 的原因。混凝土中的损伤主裂缝占支配地位，而砂浆中的损伤则是次裂缝占支配地位。

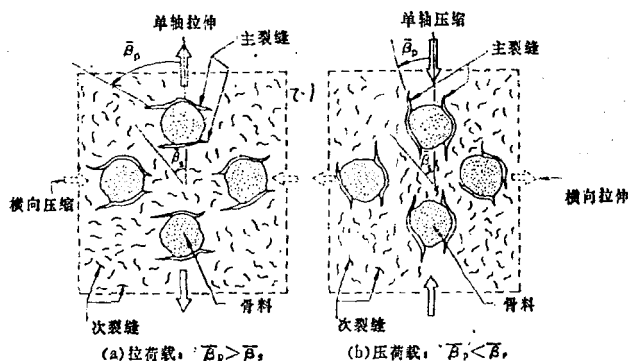


图 1.2 混凝土中主裂缝和次裂缝简图

确定了混凝土受拉和受压时主裂缝和次裂缝的类型后，就能定性解释强度不等式 (1.3)。大量的试验表明：混凝土类材料的抗拉和抗压强度，与初始缺陷的分布和取向有关，缺陷分布得越均匀，强度越高。缺陷与荷载方向间的平均取向用角 β 来度量。按照应变能密度准则 [14, 15]，抗拉强度 $\sigma^{(t)}$ 随着这个角增加而单调地减小；而对于抗压强度 $\sigma^{(c)}$ ，当 β 较小时，随着 β 增加而迅速减小，达到最小值；然后；随着 β 增加而增加。这一结论 [14] 与玻璃的断裂数据完全吻合。

为了建立材料损伤的共同基准，采用单裂缝模型进行分析。假设混凝土为半均匀体系，对带有一条人造裂缝（长为 $2a$ ）的混凝土和砂浆试件，计算了角 β 从 0° 到 90° 时的抗拉强度 $\sigma^{(t)}$ 和抗压强度 $\sigma^{(c)}$ 。图 1.3(a) 和 1.3(b) 中的曲线表示了角 β 与强度间的关系。在单裂缝模型中，混凝土的 $\sigma^{(t)}$ 和 $\sigma^{(c)}$ 都比砂浆的高。如果让试件的开裂像图 1.2(a) 和 1.2(b) 中那样自然发展，这一结论显然不能成立。在图 1.2(a) 所示的单轴拉伸时， $\bar{\beta}_p > \bar{\beta}_s$ ，由图 1.3(a) 可见， $\sigma_m^{(t)}$ 与 β_s 的交点 m 比 $\sigma_c^{(t)}$ 与 β_p 的交点高，这就是砂浆的抗拉强度略高于混凝土的抗拉强度（即 $\sigma_m^{(t)} > \sigma_c^{(t)}$ ）的原因。在图 1.2(b) 所示的压缩时， $\beta_p < \beta_s$ ， $\sigma_c^{(c)}$ 与 β_p 的交点 c 远高于 $\sigma_m^{(c)}$ 与 β_s 的交点 m ，结果是混凝土的抗压强度比砂浆的抗压强度高（即 $\sigma_c^{(c)} > \sigma_m^{(c)}$ ）。

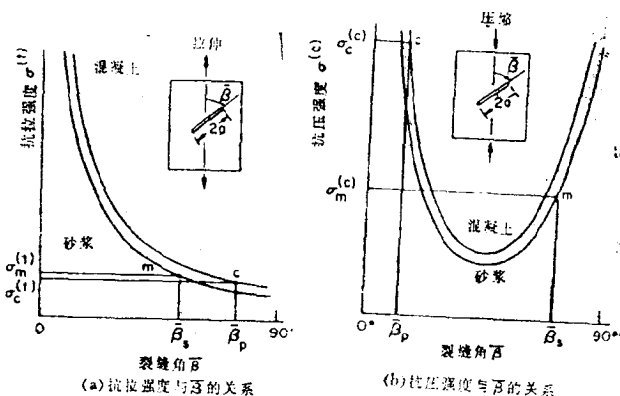


图 1.3 混凝土和砂浆的抗拉和抗压强度随角 β 的变化

方程 (1.3) 中的另两个不等式可类似地解释。显然，图 1.3(b) 中的点 c 和 m 都比图 1.3(a) 中相应的点高。但是，

两个 m 点间的差值比两个 c 点间的差值小；这也证实了以前的实验数据 $\sigma_m^{(c)}/\sigma_m^{(t)} = 14.99$ 、 $\sigma_c^{(c)}/\sigma_c^{(t)} = 80.59$ (11—13)。这种趋势是受初始缺陷弱化的材料受拉和受压中反应不同的典型。如果不考虑初始缺陷的取向，混凝土类材料的拉压比肯定存在实验的离散性；试样之间的 $\bar{\beta}_p$ 值不同， $\sigma_c^{(c)}/\sigma_c^{(t)}$ 当然不可能是恒定值。这里引用的 $\sigma_c^{(c)}/\sigma_c^{(t)} = 80.59$ 只表示数量级，它与文献 [16]* 中的比值 $\sigma_a^{(c)}/\sigma_a^{(t)} = 8.0$ 之间有差异。因此，在没有荷载方向与缺陷初始状态的关系时，将结果进行比较毫无意义。

1.3 应力和断裂分析

如前所述，混凝土从开始直到断裂都不是线弹性的，也不真正是均匀各向同性的。由于不符合线弹性断裂力学 (LEFM) 中的许多基本假设，所以，需要研究怎样模拟混凝土的断裂。实际上，图 1.1 表示的混凝土应力应变间的非线性响应，意味着混凝土在完全破坏前，一直受着裂缝缓慢增长和局部材料屈服的损伤。因此，每当荷载或材料损伤增加时，都应做应力和破坏分析。无论是多裂缝模型，还是单一主裂缝模型，材料的亚临界损伤阶段都不能忽略。 **

混凝土是模拟为含有大量离散骨料的多相体，还是模拟为具有骨料和砂浆基体综合性质的半均匀体；应根据 E_c 与 E_m 间的差异和骨料的体积率 V_a 而定。文献 [17] 讨论了纤

比值 $\sigma_c^{(c)}/\sigma_c^{(t)} = 8.0$ 不是根据格里菲斯 (Griffith) 准则得到的结果，而是根据局部最大正应力准则得到的结果。

** 线弹性断裂力学 (LEFM) 用 G_c 或 K_{Ic} 来表示断裂韧性，忽略了亚临界裂缝增长。

维增强复合材料研究中的选择方法，其基本思想完全适用于混凝土或其他任何两相体系。适当的破坏准则应能始终如一地说明材料的实际损伤过程，应力分析必须参照它进行。

两相不均匀体系：

如果骨料的体积率较低，那么，应根据总的荷载和变形的大小，将骨料碎裂、砂浆开裂和界面脱粘几种破坏形式区别开。已知骨料和砂浆的断裂韧性，就能估计开裂消耗的能量。如图 1.4 所示，混凝土无论承受荷载与否，都存在骨料和砂浆间界面的脱粘。因此，模拟起来更复杂。在局部的高孔隙区，经常可以观察到微裂缝；这种区域可模拟为引起宏观开裂或脱粘* 的宏观屈服。宏观裂缝的引发和增长都应该研究。

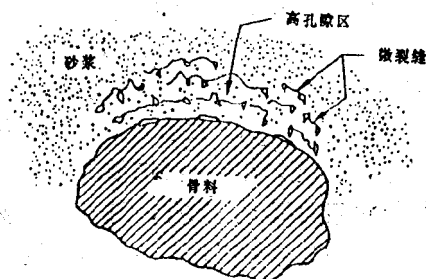


图 1.4 骨料 - 砂浆界面周围的脱粘

混凝土作为非匀质体系，在进行详细分析时，像 G_c 或 K_c 这种单参数无法使用。因此，目标应是根据总的荷载和变形参数，用承载能力表示混凝土的局部损伤情况。

半均匀体系

在骨料的体积率较高且控制加载速率时，混凝土的主要

由于无法明确表示或模拟真实的界面，通常假设为粘结破坏 [18]。

损伤可以用缓慢增长的裂缝来表征，微裂可模拟为宏观屈服；采用半均匀假设可以作出许多正确的论断。控制应变速率加载、带预制裂缝三点弯曲的试样，就是一个例证。尽管没有多大考虑材料的不均匀性，但受试样大小和加载速率影响是混凝土的特点，估计这种影响的大小还是有意义的。正确选择破坏准则和进行应力分析，仍然是分析材料损伤特性的前题。

材料损伤准则

多数准则不是将整体和局部破坏分开研究，就是假设它们是一致的。但是，大部分实际材料的损伤过程都包括裂缝的引发、亚临界增长和最后终止三个阶段，这三个阶段在宏观上都可以观察到。因此，在连续介质力学模型中，应包括这三个阶段。假设破坏形式与材料单位体积内能量状态的阈值一一对应，于是，材料损伤的开始和增长就能用一个破坏准则统一考虑，这就是应变能密度函数 $\frac{dW^*}{dV}$ ：

$$\frac{dW}{dV} = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (1.4)$$

它可用于各种材料和连续介质力学中的几何不连续点。应力和应变分量记为 σ_{ij} 和 ϵ_{ij} 。 dW/dV 的临界值即 $(dW/dV)_0$ 是断裂时实际单轴应力应变曲线下的面积。对于许多合金材料已作过测定，并已报导〔19, 20〕。因此，假设材料中某单元的 dW/dV 达到 $(dW/dV)_0$ 时开始破坏，而损伤的累积或增长按关系 (1.5) 式进行。这里 S_j 为应变能密度系数， r_j 为

* 方程 (1.4) 的形式只适应于等温问题；否则，需增加一个与温度变化有关的函数项。

损伤增量, $j=1, 2, \dots, n$ 。这一过程是使损伤停止, 还是引起整体失稳, 随 S_j/r_j 是趋近 S_0/r_0 还是 S_c/r_c 而定。损伤涉及塑性崩溃、脆性断裂或屈服和断裂组合的破坏形式。如果损伤最后的形式是突然断裂, 那么, 材料在开始断裂时的净高由(1.6)式给出:

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_c \text{ 或 } \left(\frac{dW}{dV}\right)_c^* = \frac{S_1}{r_1} = \frac{S_2}{r_2} = \dots = \frac{S_j}{r_j} = \text{常数} \quad (1.5)$$

$$r_c = \frac{S_c}{(dW/dV)_c} \quad (1.6)$$

临界值 S_c 与熟知的断裂韧性值 K_{Ic} (14) 有关:

$$S_c = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} K_{Ic}^2 \quad (1.7)$$

此处, ν 为泊松比, E 为杨氏弹性模量。文献 [21] 给出了许多工程材料的 S_c 值。

材料单元经常在断裂前就已因屈服而损伤; 换句话说, 材料在破裂之前, 就已消耗掉了部分存储能 $(dW/dV)_p$ 。因此, 在断裂的时刻, 只有能量 $(dW/dV)_c^*$ 可释放; 这时, 方程 (1.5) 中应该用 $(dW/dV)_c^*$ 代替 $(dW/dV)_c$ 。

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_c^* = \left(\frac{dW}{dV}\right)_c - \left(\frac{dW}{dV}\right)_p \quad (1.8)$$

1.4 受弯混凝土梁的损伤分析: 软化和加载速率的影响

在试样尺寸和加载速率改变时, 混凝土表现出不同的特性。这些因素的作用与材料性能的变化混在一起, 很难分辨。此外, 他们还受内部存在的缺陷影响, 这些缺陷在加载

时不一定增长。已经确认，混凝土材料的损伤是与受荷历史有关的过程。所以，必须进行研究。

除了改变组成之外，仅只要改变加载速率，混凝土就可由脆性变为韧性；这种转变可由线弹性断裂力学（LEFM）中的临界应力强度因子 K_{Ic} (22) 反映。以前的许多论文 (23~27) 专门研究了裂缝增长对混凝土性能的影响。可是，即使是单裂缝模型，也不能完整的表示使整体失稳的裂缝缓慢增长。如果不能定量地估计材料的这种损伤，那么，就没有把握将试验数据作为设计依据。

材料损伤模型

本节讨论一边带裂缝的三点弯曲梁 [6] 图 1.5 示出了梁和裂缝尺寸的一组典型值。假设在按恒定挠度增量 $\Delta\delta$ 逐步加载时，每个材料单元都是半均匀体*，应力应变之间为

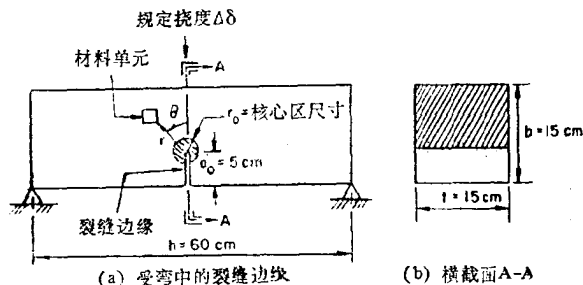


图 1.5 三点弯曲混凝土梁

图 1.1(b) 所示的关系。由于十分接近，在今后的分析中，将采用图 1.6 中的双线性应力—应变关系。开始时，应力随

由于在半均匀体中，骨料、砂浆和混凝土的弹性模量没有区别，今后，混凝土的弹性模量的下标略去。

应变线性增加，直到坐标为 ε_u 和 σ_u 的极限强度点 u ；随后，应变继续增加到 f 点的 ε_f ，应力则线性地减小到零（即 $\sigma_f=0$ ）。对图中任意一点 p ，材料的弹性模量从 E 减小到 E^* ，它们分别对应直线 ou 和 op 的斜率。卸荷线 po 反映了材料损伤的不可逆性，在图 1.5(a) 中裂缝的尖端附近，各单元的弹性模量会不均匀地减小，随点 p 在 u 和 f 之间的位置而异。 p 点的应力 σ 和应变 ε 间的关系可表示为：

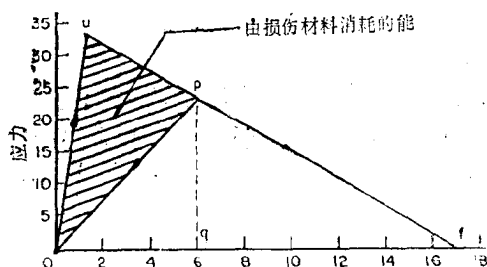


图 1.6 考虑软化性能的混凝土双线性应力应变曲线

$$\sigma = E^* \varepsilon = \frac{\sigma_u (\varepsilon_u + \varepsilon_f)}{\varepsilon_f + (\sigma_u / E^*)} \quad (1.9)$$

这里的 ε_f 从点 u 算起。将有效弹性模量分成 25 段，表示为：

$$E^*(n) = \frac{26-n}{25} E, \quad n=1, 2, \dots, 25 \quad (1.10)$$

裂缝每增长一次，都将根据应力分析得的 dW/dV 的实际值进行调整。文献〔28〕应用材料的这种损伤累积方式，分析了金属因屈服和断裂引起的破坏。唯一的不同只是金属的特性是应变硬化，而混凝土的特性是应变软化。

$$\frac{dW}{dV} = \frac{1}{2}(\sigma\varepsilon + \sigma_u\varepsilon - \sigma\varepsilon_u) \quad (1.11)$$

面积 oup 为材料单元中的永久性损伤，它对应方程 (1.8) 中的 $(dW/dV)_p$ 项，即：

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)_p = \frac{1}{2}(\sigma_u\varepsilon - \sigma\varepsilon_u) \quad (1.12)$$

面积 opq 为可恢复能量密度。因此，断裂时可突然释放的能量密度为面积 opq 和 pfq 之和。即：

$$\left(\frac{dW}{dV}\right)^* = \frac{1}{2}(\sigma_u\varepsilon_u + \sigma_u\varepsilon_f - \sigma_u\varepsilon + \sigma\varepsilon_u) \quad (1.13)$$

换句话说，位于裂缝尖端区域的单元，在破坏前已受到损伤，裂缝增长时可释放的能量已不是总能量 (dW/dV) ，而是 $(dW/dV)^*$ 。

材料性质和加载速率

表 I 列出了 A 、 B 和 C 三种具有不同型式软化特性的材料。参见图 1.6，在 u 点之前，所有混凝土材料的性能相同，都有 $E = 36.5 \times 10^4 \text{kg/cm}^2$ ， $\nu = 0.1$ ， $\sigma_u = 31.9 \text{kg/cm}^2$ 和 $\varepsilon_u = 0.87 \times 10^{-4}$ ；只改变曲线中从点 u 至 f 的软化部分。对于这三种不同的材料，图 1.7 和图 1.8 示出了 E^* 和 $(dW/dV)^*$ 与吸收应变能密度的关系。在给定单元内，随着吸收应变能密度 dW/dV 的增加，材料的损伤程度增加。这在图 1.7 和图 1.8 中，表现为 E^* 的减小和断裂时可释放应变能的减小。

表 I 三种不同软化速率的混凝土

材料类型	软化应变 e_f ($\text{cm}/\text{cm} \times 10^{-4}$)	临界应变能密度 ($dW/dV)_c$ ($\text{kg}/\text{cm}^2 \times 10^{-3}$)
A	16.0	28.90
B	8.0	14.14
C	4.0	7.7

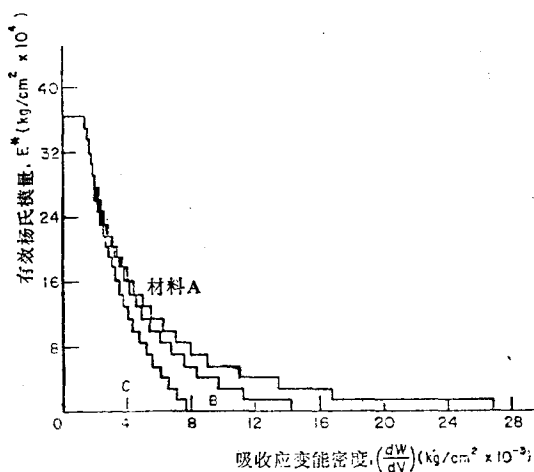


图1.7 有效杨氏模量与吸收应变能密度关系曲线

用恒定挠度增量 $\Delta\delta = 4 \times 10^{-3}\text{cm}$ 对梁加载，其材料性质按表 I 变化；只有材料 c 还将承受其他两种挠度增量 $\Delta\delta = 2 \times 10^{-3}\text{cm}$ 和 $1 \times 10^{-3}\text{cm}$ 的荷载。在此研究中，梁的尺寸保持 $b = t = 15\text{cm}$ 和 $h = 60\text{cm}$ 不变。试样的尺寸效应将在以后通过变更尺寸 b 进行分析。

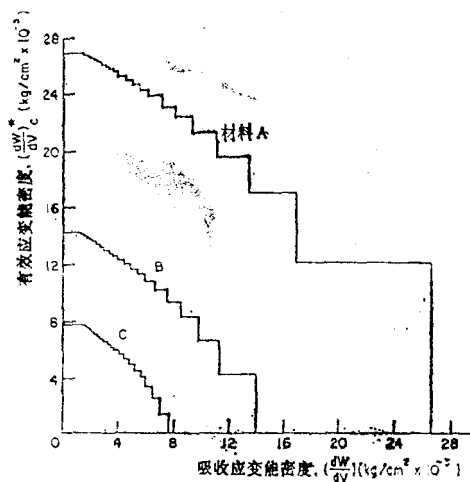


图 1.8 有效应变能密度与吸收应变能密度的关系曲线

裂缝增长分析

首先，研究图 1.5(a) 所示的受弯梁，其初始裂缝深度 $a_0 = 5\text{cm}$ ，按恒定挠度增量 $\Delta\delta$ 加载。裂缝尖端附近的材料单元先屈服损伤，随后，裂缝按方程 (1.5) 的关系增长。裂缝每次增长，都用轴对称平面弹性结构 (APES) 有限元计算机程序 [29] 进行应力分析。在应力分析时，应用 52 个单元和 309 个节点生成了图 1.9 中的网格型式；使用了可导致三次方位移场和二次方应力和应变场的十二节点的四边形等参数单元。借助邻近裂缝边缘单元上 $1/9$ 到 $4/9$ 的节点间距，将 $1/r$ 奇异应变能密度场嵌入到裂缝尖端区域。

对于各种材料和加载速率的组合，计算了各种裂缝的长度 $a_j (j=1, 2, \dots)$ ，直到裂缝长度超过截面高度的百分之六十为止。裂缝尖端附近单元的局部弹性模量 E^* 降低用 n 表