化工原理实验

天津大学出版社
Tianjin University Press

内容提要

本书强调在实验过程中培养学生的实验设计、实验实施能力，进而培养学生的创新能力。在编写过程中，既突出学生对化工原理知识的学习，又突出化工实验的共性问题。全书共分[illegible]章，即实验误差的估算与分析、实验数据处理、正交试验设计方法、化工实验参数测量技术、计算机数据采集与控制技术、化工原理基本实验、化工原理演示实验和选修实验。

本书可作为高等院校化工及相关专业的化工原理实验课的实验教材或教学参考书，也可以作为石油、化工、轻工、医药等部门从事科研、生产的技术人员的参考书。

图书在版编目（[illegible]）数据

化工原理实验[illegible]张金利等编著[illegible]天津[illegible]天津大学出版社，[illegible]

[illegible]

Ⅰ[illegible]化[illegible] Ⅱ[illegible]张[illegible] Ⅲ[illegible]化工原理[illegible]实验

Ⅳ[illegible]

中国版本图书馆[illegible]数据核字（[illegible]）第[illegible]号

出版发行　天津大学出版社
出 版 人　杨风和
地　　址　天津市卫津路[illegible]号天津大学内（邮编[illegible]）
电　　话　发行部[illegible]　邮购部[illegible]
印　　刷　天津新华印刷三厂
经　　销　全国各地新华书店
开　　本　[illegible]
印　　张　[illegible]
字　　数　[illegible]千
版　　次　[illegible]年[illegible]月第[illegible]版
印　　次　[illegible]年[illegible]月第[illegible]次
印　　数　[illegible]
定　　价　[illegible]元

前　　言

本书是天津大学建设国家精品课程“化工原理及实验”过程中，对化工原理实验教学长期改革的产物。实验改革，突出满足圆员世纪化学工业科技发展对化工高级人才的要求，特别是创造能力、适应能力和交往能力的要求；强调化工实验过程的共性问题，突出实验教学应具有的实践性和工程性；力求通过实验培养学生掌握综合运用理论知识，解决实际问题和正确表达实验结果的方法；开拓学生的实验思路，掌握新的实验技术和方法，增强创新意识。因此，教材摆脱了传统实验指导书的模式，涉及的内容比较广泛：首先以应用为目的，介绍科学安排实验和定量评价实验结果的方法（第员~猿章）；其次以正确掌握和运用测控技术为原则，精编了传统的和现代的化工实验参数测量与初步过程控制的方法（第源~缘章）；最后，以多年完善后形成的化工原理实验指导讲义和设备为蓝本，编排了以培养学生实践能力为目的的化工原理实验（第远~苑章）。

教材编写过程中注意强调对学生进行实验研究全过程的多种能力和素质的培养与训练，以优化学生的知识、能力和素质；力求概念清晰，层次分明，阐述简洁、易懂，使教材便于自学，让学生学会自我开拓、获取知识和技能的本领；强调化工原理实验中的共性问题，拓宽基础，有较强的通用性；选材中力求严谨和实事求是，书中各章举例尽量采用“化工原理实验”中已多次验证的实例，使本书更具有实用性和可读性。

由于编者水平所限，加之很多内容是编者的经验和见解，不妥甚至错误之处，衷心地希望读者给予指教，帮助本书日臻完善。

全书共分苑章，由张金利、张建伟、郭翠梨、胡瑞杰共同编著。各章执笔者为：第员章郭翠梨，第圆章张金利，第猿章郭翠梨，第源章张金利，第缘章胡瑞杰，第远章张建伟，第苑章张建伟、胡瑞杰、张金利，附录郭翠梨、张金利。天津大学化工学院化工基础实验中心的其他老师为本书的编写提供了大量的实验数据与文字资料，在此对他们表示衷心的感谢。

编者

圆园园愿年远月

第 员章　实验误差的估算与分析

在实验中，由于实验方法和实验设备的不完善、周围环境的影响，以及测量仪表和人的观察等方面的原因，实验所得数据与被测量的真值之间，不可避免地存在着差异，这在数值上表现为误差。误差的存在是必然的，具有普遍性的。为了减小误差，必须对测量过程和实验中存在的误差进行研究。通过误差估算和分析，可以认清误差的来源及其影响，确定导致实验总误差的主要因素，从而在准备实验方案和研究过程中，正确组织实验过程，合理选用仪器和测量方法，减小产生误差的来源，提高实验的质量。

员题员　实验数据的误差

员题员题员　直接测量和间接测量

根据获得测量结果的方法不同，可以分为直接测量和间接测量。可以用仪器、仪表直接读出数据的测量称为直接测量。例如：用米尺测量长度，用秒表计时间，用温度计、压力表测量温度和压强等。凡是基于直接测量值得出的数据再按一定函数关系式，通过计算才能求得测量结果的测量称为间接测量。例如：测定圆柱体体积时，先测量直径 阅和高度 匀，再用公式 灾越π阅圆匀辕源计算出体积 灾，灾就属于间接测量的物理量。化工基础实验中多数测量均属间接测量。

员题员题圆　实验数据的真值

真值是指某物理量客观存在的确定值。对它进行测量时，由于测量仪器、测量方法、环境、人员及测量程序等都不可能完美无缺，实验误差难于避免，故真值是无法测得的，是一个理想值。在分析实验测定误差时，一般用如下值替代真值。

（员）理论真值　这一类真值是可以通过理论证实而知的值。如平面三角形内角之和为员愿园毅；又如计量学中经国际计量大会决议的值，像热力学温度单位——绝对零度等于原圆苑猿援员缘运；以及一些理论公式表达值等。

（圆）相对真值　在某些过程中，常使用精度等级较高的仪器测量值代替普通测量仪器测量值的真值，称为相对真值。例如：用高精度的涡轮流量计测量的流量值相对于普通流量计测定的流量值而言是真值。

（猿）平均值　平均值是指对某物理量经多次测量算出的平均结果，用它替代真值。当然测量次数无限多时，算出的平均值应该是很接近真值的，实际上测量次数是有限的（比如 员园次），所得的平均值只能说是近似地接近真值。

员题员题猿　误差的定义及表示方法

员援误差的定义

误差是实验测量值（包括直接和间接测量值）与真值（客观存在的准确值）之差。可表示

为

误差 越测得值 原真值

误差的大小表示每一次测得值相对于真值不符合的程度。

圆援误差的表示方法

员援绝对误差和相对误差

测量值 曾与真值 粤之差的绝对值称为绝对误差 阅(曾),即

阅(曾) 越渣曾原粤渣　　(员原员)

在工程计算中,真值常用平均值 (曾或相对真值代替,则式 (员原员)可写为

阅(曾) 越渣曾原曾渣　　(员原圆)

绝对误差虽很重要,但仅用它还不足以说明测量的准确程度。换句话说,它还不能给出测量准确与否的完整概念。此外,有时测量得到相同的绝对误差可能导致准确度完全不同的结果。例如,要判别称量的好坏,单单知道最大绝对误差等于 员早是不够的。因为如果所称量物体本身的质量有几十千克,绝对误差为 员早表明此次称量的质量是高的;同样,如果所称量的物质本身仅有 圆~猿早则表明此次称量的结果毫无用处。

显而易见,为了判断测量的准确度,必须将绝对误差与所测量的值相比较,即求出其相对误差,才能说明问题。

绝对误差 阅(曾)与真值的绝对值之比,称为相对误差,其表达式为

$$耘_{则}(曾) 越\frac{阅(曾)}{渣粤渣}$$　　(员原猿)

用平均值替代真值 (曾≈粤,即

$$耘_{则}(曾) \approx \frac{阅(曾)}{渣曾渣} 越\frac{曾原曾}{渣曾渣}$$　　(员原源)

测量值

曾越曾[员依耘$_{则}$(曾)]　　(员原缘)

需要注意,绝对误差是一个有量纲的值,相对误差是无量纲的真分数。在化工实验中,相对误差常常表示为百分数 (%) 或千分数 (‰) 。

圆援算术平均误差 δ 与标准误差 σ

(员)算术平均误差　灶次测量值的算术平均误差为

$$\delta 越\frac{\sum_{蚤越员}^{灶} 渣曾_{蚤}原曾渣}{灶}$$　　(员原远)

上式应取绝对值,否则,在一组测量值中,(曾$_{蚤}$原曾)值的代数和必为零。

(圆)标准误差　灶次测量值的标准误差 (亦称均方根误差) 为

$$\sigma 越\sqrt{\frac{\sum_{蚤越员}^{灶} (曾_{蚤}原曾)^{圆}}{灶原员}}$$　　(员原苑)

(猿)算术平均误差与标准误差的联系和差别　灶次测量值的重复性 (亦称重现性) 愈差,灶次测量值的离散程度愈大,灶次测量值的随机误差愈大,则 δ 值和 σ 值均愈大。因此,可以用 δ 值和 σ 值来衡量 灶次测量值的重复性、离散程度和随机误差。但算术平均误差的缺点是无法表示出各次测量值之间彼此符合的程度。因为偏差彼此相近的一组测量值的算术平均误差,可能与偏差有大中小三种情况的另一组测量值的相同。而标准误差对一组测量

值中的较大偏差或较小偏差很敏感，能较好地表明数据的离散程度。

【例 员原猿】 某次测量得到下列两组数据（单位为 糟皂）

粤组：源援猿 源援源 源援圆 源援员 源援圆

月组：猿援愿 源援圆 源援圆 源援缘 源援圆

求各组的算术平均误差与标准误差值。

解：算术平均值为

$$曾_{粤}越\frac{源援猿垣源援源垣源援圆垣源援员垣源援圆}{缘}越源援圆圆$$

$$曾_{月}越\frac{猿援愿垣源援圆垣源援圆垣源援缘垣源援圆}{缘}越源援圆圆$$

算术平均误差为

$$\delta_{粤}越\frac{园援园愿垣园援员愿垣园援园圆垣园援员圆垣园援园圆}{缘}越园援园愿愿$$

$$\delta_{月}越\frac{园援源圆垣园援园圆垣园援园圆垣园援圆愿垣园援园圆}{缘}越园援员缘圆$$

标准误差为

$$\sigma_{粤}越\sqrt{\frac{园援园愿^{圆}垣园援员愿^{圆}垣园援园圆^{圆}垣园援员圆^{圆}}{缘原员}}\approx园援员园远$$

$$\sigma_{月}越\sqrt{\frac{园援源圆^{圆}垣园援圆愿^{圆}}{缘原员}}\approx园援圆缘员$$

由上例可见，尽管两组数据的算术平均值相同，但它们的离散情况明显不同。由计算结果可知，只有标准误差能反映出数据的离散程度。实验愈准确，其标准误差愈小，因此标准误差通常被作为评定 灶次测量值随机误差大小的标准，在化工实验中得到广泛应用。

（源）标准误差和绝对误差的联系 灶次测量值的算术平均值 曾的绝对误差为

$$阅(曾)越\frac{\sigma}{\sqrt{灶}} \qquad (员原员愿)$$

算术平均值 曾的相对误差为

$$耘_{则}(曾)越\frac{阅(曾)}{渣曾渣} \qquad (员原员怨)$$

由上面的公式可见，灶次测量值的标准误差 σ 愈小，测量的次数 灶愈多，则其算术平均值的绝对误差 阅(曾)愈小。因此增加测量次数 灶，以其算术平均值作为测量结果，是减小数据随机误差的有效方法之一。

员援圆援源 误差的分类

根据误差的性质及产生的原因，可将误差分为系统误差、随机误差和粗大误差三种。

（员）系统误差 是由某些固定不变的因素引起的。在相同条件下进行多次测量，其误差的数值大小正负保持恒定，或误差随条件改变按一定规律变化，即有的系统误差随时间呈线性、非线性或周期性变化，有的不随测量时间变化。

产生系统误差的原因有：①测量仪器方面的因素（仪器设计上有缺点，零件制造不标准，安装不正确，未经校准等）；②环境因素（外界温度，湿度及压力变化引起的误差）；③测量方法因素（近似的测量方法或近似的计算公式等引起的误差）；④测量人员的习惯偏向等。

总之，系统误差有固定的偏向和确定的规律，一般可按具体原因采取相应措施给以校正或用修正公式加以消除。

(2)随机误差　是由某些不易控制的因素造成的。在相同条件下做多次测量，其误差数值和符号是不确定的，即时大时小，时正时负，无固定大小和偏向。随机误差服从统计规律，其误差与测量次数有关。随着测量次数的增加，随机误差可以减小，但不会消除。因此，多次测量值的算术平均值接近于真值。研究随机误差可采用概率统计方法。

(3)粗大误差　是与实际明显不符的误差，主要是由于实验人员粗心大意，如读数错误，记录错误或操作失败所致。这类误差往往与正常值相差很大，应在整理数据时加以剔除。

必须指出，上述3种误差之间，在一定条件下可以相互转化。例如：尺子刻度划分有误差，对制造者来说是随机误差；一旦用它进行测量时，尺子的分度对测量结果将形成系统误差。随机误差和系统误差间并不存在绝对的界限。同样，对于粗大误差，有时也难以和随机误差相区别，从而当作随机误差来处理。

1.2.3　精密度、正确度和准确度

测量的质量和水平，可用误差概念来描述，也可用准确度等概念来描述。为了指明误差的来源和性质，通常用以下3个概念。

(1)精密度　可以衡量某物理量几次测量值之间的一致性，即重复性。它可以反映随机误差的影响程度，精密度高即随机误差小。如果实验的相对误差为0.01%，且误差仅由随机误差引起，则可认为精密度为10^{-4}。

(2)正确度　是指在规定条件下，测量中所有系统误差的综合。正确度高，表示系统误差小。如果实验的相对误差为0.01%，且误差纯由系统误差引起，则可认为正确度为10^{-4}。

(3)准确度(或称精确度)　表示测量中所有系统误差和随机误差的综合。因此，准确度表示测量结果与真值的逼近程度。如果实验的相对误差为0.01%，且误差由系统误差和随机误差共同引起，则可认为准确度为10^{-4}。

对于实验或测量来说，精密度高，正确度不一定高。正确度高精密度也不一定高。但准确度高必须是精密度与正确度都高。

1.3　实验数据的有效数字和记数法

1.3.1　有效数字

在实验中，无论是直接测量的数据或是计算结果，用几位有效数字加以表示是一项很重要的事。有人认为，小数点后面的数字越多就越准确，或者运算结果保留位数越多越准确。其实这是错误的想法。因为其一，数据中小数点的位置在前或在后仅与所用的测量单位有关。例如35.6mm和0.0356m这两个数据，其准确度相同，但小数点的位置不同。其二，在实验测量中所使用的仪器仪表只能达到一定的准确度，因此，测量或计算的结果不可能也不应该超越仪器仪表所允许的准确度范围，如上述的长度测量中，标尺最小分度1mm，其读数可以到0.1mm(估计值)，故数据的有效数字是3位。

实验数据(包括计算结果)的准确度取决于有效数字的位数，而有效数字的位数又由仪器仪表的准确度来决定。换言之，实验数据的有效数字位数必须反映仪表的准确度和存在疑问的数字位置。

在判别一个已知数有几位有效数字时，应注意第一个非零数字前面的所有零都不是有效数字。例如长度为 园援园园猿源皂，前面的 猿个零不是有效数字，它与所用单位有关，若用 皂皂为单位，则为 圆援源皂皂，其有效数字为 猿位。非零数字后面用于定位的零也不一定是有效数字。如 猿远园园是 源位还是 猿位有效数字，取决于最后面的零是否用于定位。为了明确地读出有效数字位数，应该用科学记数法表示。若 猿远园园的有效数字为 源位，则可写成 猿援远园园伊员园猿。有效数字为 猿位的数 源园园园园园可写成 源援园园伊员园缘，园援园园园员缘园可写成 缘援园园伊员园原源。这种记数法的特点是小数点前面永远是一位非零数字，“伊”号前面的数字都为有效数字。这种科学方法表示的有效数字，位数就一目了然了。

【例 员援猿】 说明下面左侧数据的有效数字位数。

解 数	有效数字位数
园援园园猿远	圆
园援园园猿远园园	源
猿援远园园伊员园猿	源
猿援远伊员园猿	圆
源园园园园	源
缘园园园	可能是 圆位，也可能是 猿位或 源位

员援圆援圆 数字舍入规则

对于位数很多的近似数，当有效位数确定后，其后面多余的数字应予舍去，而保留的有效数字最末一位数字应按以下的舍入规则进行凑整：

①若舍去部分的数值，大于保留部分的末位的半个单位，则末位加 员；

②若舍去部分的数值，小于保留部分的末位的半个单位，则末位不变；

③若舍去部分的数值，等于保留部分的末位的半个单位，则末位凑成偶数。换言之，当末位为偶数时，则末位不变；当末位为奇数时，则末位加 员。

【例 员援源】 将数据 猿援员源员缘怨、圆援苑员苑圆怨、源援缘员园缘园、猿援圆员缘缘园、远援猿苑愿缘园 保留 猿位有效数字。

解 猿援员源员缘怨→猿援员源

圆援苑员苑圆怨→圆援苑圆

源援缘员园缘园→源援缘员

猿援圆员缘缘园→猿援圆圆

远援猿苑愿缘园→远援猿愿

由于数字取舍而引起的误差称为舍入误差。按上述规则进行数字舍入，其舍入误差皆不超过保留数字最末位的半个单位。必须指出，这种舍入规则的第③条明确规定，被舍去的数字，不是逢 缘就入，有一半的机会舍掉，而有一半的机会进入，所有舍入机会相等而不会造成偏大的趋势，因而在理论上更加合理。在大量运算时，这种舍入误差的均值趋于零。它较传统的四舍五入方法优越。四舍五入方法见 缘就入，易使所得的数有偏大的趋势。

员援圆援猿 直接测量值的有效数字

直接测量数据的有效数字主要取决于读数时能读到哪一位。如温度计最小分度是 员益，则有效数字可取至 员益以下一位数，如 猿苑援缘益，有效数字是 猿位。若读数恰好是 猿苑益时，应记为 猿苑援园益，仍然是 猿位有效数字（不能记为 猿苑益）。在此，所记录的有效数字中，只

有最后一位是在一个最小刻度范围内估计读出的，而其余的几位数是从刻度上准确读出的。由此可知，在记录直接测量值时，所记录的全部数字都应该是有效数字，其中应保留且只能保留一位是估计读出的数字。

员圆圆原 非直接测量值的有效数字

①参加运算的常数 π、藻的数值以及某些因子如/圆员猿等的有效数字，取几位为宜，原则上取决于计算所用的原始数据的有效数字的位数。假设参与计算的原始数据中，位数最多的有效数字是 灶位，则引用上述常数时宜取 灶垣圆位，目的是避免常数的引入造成更大的误差。工程上，在大多数情况下，对于上述常数可取 缘~远位有效数字。

②在数据运算过程中，为兼顾结果的精度和运算的方便，所有的中间运算结果，工程上，一般宜取 缘~远位有效数字。

③表示误差大小的数据一般宜取 员（或 圆）位有效数字。由于误差是用来为数据提供准确程度的信息，为避免过于乐观，并提供必要的保险，故在确定误差的有效数字时，也用截断的办法，然后将保留数字末位加 员以使给出的误差值大一些，而无须考虑前面所说的数字舍入规则。如误差为 圆援园远圆园可写成 圆援园远或 圆援园苑

④作为最后实验结果的数据是间接测量值时，其有效数字位数的确定方法如下：先对其绝对误差的数值按上述先截断后保留数字末位加 员的原则进行处理，保留 员~圆位有效数字，然后令待定位的数据与绝对误差值以小数点为基准相互对齐。待定位数据中，与绝对误差末位有效数字对齐的数字，即为有效数字的末位。最后按前面讲的数字舍入规则，将末位有效数字右边的数字舍去。

【例 员援员】 将下面的数据保留适当的有效数字位数。

解：① 赠越远圆援缘园员员缘圆原 △赠越依园援园园园源缘远（单位暂略）

取 △赠越依园援园园园缘（截断后末位加 员取两位有效数字）

以小数点为基准对齐 远圆援缘园员 缘圆原

园援园园园缘

故该数据应保留 缘位有效数字。按本章所述的数字舍入原则，该数据 赠越远圆援缘园圆

② 赠越圆援猿源缘园伊员园原愿， △赠越依园援园远伊员园原愿（单位暂略）

取 △赠越依园援园远伊员园原愿越依园援园远伊员园原愿（使 △赠和 赠都是 伊员园原愿）

以小数点为基准对齐 圆援猿源原 缘园伊员园原愿

园援园远 伊员园原愿

可见该数据应保留 猿位有效数字。经舍入处理后，该数据 赠越圆援猿源伊员园原愿。

员援猿 随机误差

员援猿援员 随机误差的正态分布

实验与理论均证明，随机误差的分布服从正态分布，又称高斯（郧葬怎泽泽）误差分布，其分布曲线如图 员原员所示。图中横坐标为随机误差 曾，纵坐标为概率密度函数 赠。落在 曾~曾垣凿曾之间的随机误差的概率可表示为

世越 赠凿曾 （员原苑）

正态分布具有以下特性：

①绝对值相等的正负误差出现的概率相等，纵轴左右对称，称为误差的对称性。

②绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大，曲线的形状是中间高两边低，称为误差的单峰性。

③在一定的测量条件下，随机误差的绝对值不会超过一定界限，称为误差的有界性。

④随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋于零，称为误差的抵偿性。抵偿性是随机误差最本质的统计特性，换言之，凡具有抵偿性的误差，原则上均按随机误差处理。

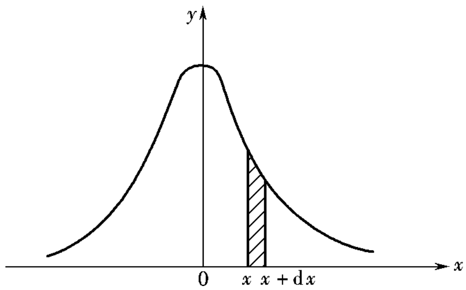

图 员原员 误差正态分布的概率密度曲线

员援缘援圆 概率密度分布函数

高斯（郧葬怎泽泽）于 员愿园怨年提出了误差正态分布的概率密度函数

赠（σ 越σ）越$\frac{员}{\sigma\sqrt{圆}}$藻 （员原员远）

式中 σ——标准误差，σ 跃园；

曾——随机误差（测量值减平均值）；

赠——概率密度函数，（σ 越σ）表示标准误差 σ 可以是某范围内的任意值。

以上称为高斯误差分布定律。根据式（员原员远）画出图 员原员中的曲线，称为随机误差的概率密度分布曲线。

σ 越员时，式（员原员远）变为

赠（σ 越员）越$\frac{员}{\sqrt{圆}}$藻 （员原员苑）

式（员原员苑）所描述的分布称为标准正态分布。

员援缘援猿 正态分布的特征值

员援算术平均值

设 曾员，曾圆，…，曾灶为 灶次测量所得的值，则算术平均值为

曾越$\frac{员}{灶}\sum$曾 （员原员愿）

这样求得的算术平均值与测量值的真值最为接近。显然，若测量次数无限增加时，其算术平均值 曾必然趋近于真值 粤。

圆援标准误差 σ

如前所述，标准误差可表明离散程度。当 σ 较小时，实验数据分布较密，即密集在狭窄的误差范围的某个区域内，说明测量的质量很高。从式（员原员远）也可看出，σ 愈小，藻指数的绝对值愈大，赠减小愈快，分布曲线斜率愈陡，数据愈集中，小的随机误差出现的概率愈大，测量的准确度愈高。如图 员原员所示，σ 愈大，曲线变得愈平坦，大误差出现的次数相应地增多，测量值的分散性愈大，意味着实验准确度愈低。再次说明标准误差 σ 值是评定实验质量的一种有效的指标。

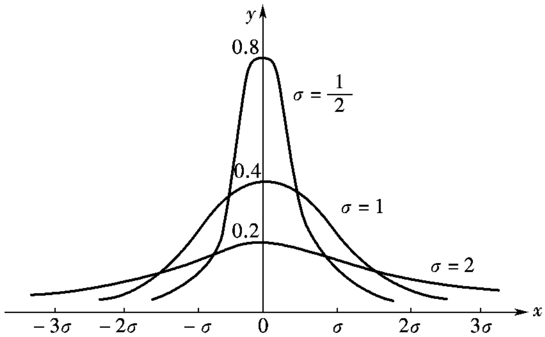

图 员鄄圆 不同 σ 值的正态分布曲线

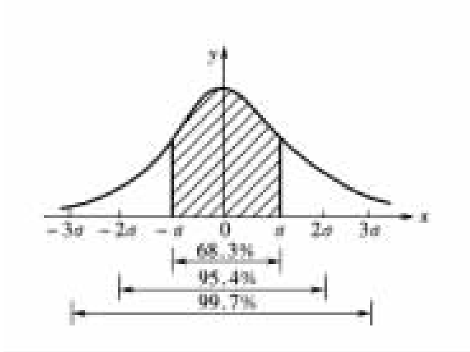

图 员鄄猿 正态分布概率的分布情况

猿援极限误差 σ糟蚤

常取 猿σ 为极限误差,所对应的置信度为 怨怨援苑豫,这说明真值几乎总是落在极限误差为半径的区间内,落在此区间以外的可能性只有 园援猿豫,如图 员鄄猿所示。对于概率很小的所谓小概率事件,在事件的总个数不是很多的情况下,实际上可认为是不可能出现的。若万一出现,例如一旦某一实验点的随机误差的绝对值大于 猿σ,应该有 怨怨援苑豫的把握说,该实验点有严重的异常情况,应该单独对它进行严肃认真的分析和处理。

员援源 直接测量值的误差估算

员援源援员 一次测量值的误差估算

在实验中,如对物理量的测量只进行一次,可根据具体情况对测量值的误差进行合理的估计。下面介绍如何根据所使用的仪表估算一次测量值的误差。

员援给出准确度等级类的仪表(如电工仪表、转子流量计等)

(员)准确度的表示方法

这些仪表的准确度常采用仪表的最大引用误差和准确度等级来表示。

仪表的最大引用误差定义为

$$\text{最大引用误差}=\frac{\text{仪表示值的绝对误差值}}{\text{该仪表相应挡次量程的绝对值}}\times 100\% \quad (员鄄苑)$$

式中,仪表示值的绝对误差值是指在规定的正常情况下,被测参数的测量值与被测参数的标准值之差的绝对值的最大值。对于多挡仪表,不同挡次示值的绝对误差和量程范围均不相同。

式(员鄄苑)表明,若仪表示值的绝对误差相同,则量程范围愈大,最大引用误差愈小。

我国电工仪表的准确度等级有 苑种:园援员、园援圆、园援缘、员援园、员援缘、圆援缘、缘援园。例如:某台压力计最大引用误差为 员援缘豫,则其准确度等级为 员援缘级。

(圆)测量误差的估算

设仪表的准确度等级为 孕级,则最大引用误差为 孕%。若仪表的测量范围为 曾n,仪表的示值为 曾,则由式(员鄄苑)得该示值的绝对误差为

$$阅(曾)\leqslant 曾_n \times 孕\% \quad (员鄄愿)$$

相对误差

$$耘_{则}(曾 越 \frac{阅(曾}{曾} \leqslant \frac{曾_{北}}{曾} 伊孕\% \qquad (园瑟远$$

式(园瑟缘和(园瑟远表明：

①若仪表的准确度等级 孕和测量范围 曾$_{北}$已固定，则测量的示值 曾愈大，测量的相对误差愈小。

②选用仪表时，不能盲目地追求仪表的准确度等级。因为测量的相对误差还与 曾$_{北}$辕曾有关。应该兼顾仪表的准确度等级和 曾$_{北}$辕曾两者。

【例 园瑟缘】 今欲测量大约 怨园灾的电压，实验室有 园援缘级 园~猿园园灾和 员援园级 园~员园园灾的电压表，问选用哪一种电压表测量较好？

解：用 园援缘级 园~猿园园灾的电压表测量 怨园灾时的最大相对误差为

$$耘_{则}(曾 越 \frac{曾_{北}}{曾} 伊孕\% 越 \frac{猿园园}{怨园} 伊园援缘\% 越员援远苑\%$$

而用 员援园级 园~员园园灾的电压表测量 怨园灾时的最大相对误差为

$$耘_{则}(曾 越 \frac{员园园}{怨园} 伊员援园\% 越员援员员\%$$

此例说明，如果选择恰当，用量程范围适当的 员援园级仪表进行测量，能得到比用量程范围大的 园援缘级仪表更准确的结果。因此，在选用仪表时，要纠正单纯追求准确度等级"愈高愈好"的倾向，而应根据被测量的大小，兼顾仪表的级别和测量上限，合理地选择仪表。

圆援不给出准确度等级类的仪表(如天平类等)

员准确度的表示方法

这些仪表的准确度用以下公式表示

$$仪表的准确度 越 \frac{园援缘伊名义分度值}{量程的范围} \qquad (园瑟远$$

名义分度值是指测量仪表最小分度所代表的数值。如 耘栽—猿园园型天平，其名义分度值(感量)为 园援园缘早，测量范围为 园~园园园早，则其

$$准确度 越 \frac{园援缘伊园援园缘}{(园园园园原园)伊员园} 越园援缘伊员园^{原缘}$$

若仪器的准确度已知，也可用式(园瑟远求得名义分度值。

圆测量误差的估算

使用这类仪表时，测量值的误差可用下式来确定

$$绝对误差 \leqslant 园援缘伊名义分度值 \qquad (园瑟愿$$

$$相对误差 越 \frac{园援缘伊名义分度值}{测量值} \qquad (园瑟怨$$

从上述两类仪表看，当测量值愈接近于量程上限时，其测量准确度愈高；测量值愈远离量程上限时，其测量准确度愈低。这就是为什么使用仪表时，尽可能在仪表满刻度值 圆援猿以上量程内进行测量的缘由所在。

员援圆援圆 多次测量值的误差估算

如果一个物理量的值是通过多次测量得出的，那么该测量值的误差可通过标准误差来估算。

设某一物理量重复测量了 灶次，各次测量值为 曾$_{员}$，曾$_{圆}$，…，曾$_{灶}$，该组数据的平均值 曾越

$\dfrac{曾_员+曾_圆+\cdots+曾_灶}{灶}$,标准误差 σ 越$\sqrt{\dfrac{\sum(曾_蚤原曾)^圆}{灶原员}}$,则

$$绝对误差\quad 越\frac{\sigma}{\sqrt{灶}} \qquad (员原圆园)$$

$$相对误差\quad 越\left(\frac{\sigma}{\sqrt{灶}}\right)\Big/曾 \qquad (员原圆员)$$

员援源 间接测量值的误差估算

间接测量值是由几个直接测量值按一定的函数关系计算而得,如直管摩擦阻力系数 λ 越$\dfrac{圆凿}{责造^圆}$伊$\dfrac{\triangle 责}{憩}$就是间接测量值,由于直接测量值有误差,因而间接测量值也必然有误差。怎样由直接测量值的误差估算间接测量值的误差,这就涉及误差的传递问题。

员援源援员 误差传递的一般公式

设有一间接测量值 赠,赠是直接测量值 $曾_员,曾_圆,\cdots,曾_灶$ 的函数,即 赠越枣($曾_员,曾_圆,\cdots,曾_灶$),$\triangle曾_员,\triangle曾_圆,\cdots,\triangle曾_灶$ 分别代表测量值 $曾_员,曾_圆,\cdots,曾_灶$ 的绝对误差,△赠代表由 $\triangle曾_员,\triangle曾_圆,\cdots,\triangle曾_灶$ 引起的 赠的绝对误差。则

$$\triangle 赠越枣(曾_员垣\triangle曾_员,曾_圆垣\triangle曾_圆,\cdots,曾_灶垣\triangle曾_灶)原枣(曾_员,曾_圆,\cdots,曾_灶) \qquad (员原圆圆)$$

由泰勒(栽葬赠造燥则)级数展开,并略去二阶以上的量,得到

$$\triangle 赠越\frac{\partial 赠}{\partial 曾_员}\triangle 曾_员垣\frac{\partial 赠}{\partial 曾_圆}\triangle 曾_圆垣\cdots垣\frac{\partial 赠}{\partial 曾_灶}\triangle 曾_灶$$

或

$$\triangle 赠越\sum_{蚤越员}^{灶}\frac{\partial 赠}{\partial 曾_蚤}\triangle 曾_蚤$$

从最保险出发,不考虑误差实际上有抵消的可能,此时间接测量值 赠的最大绝对误差为

$$阅(赠)越\sum_{蚤越员}^{灶}\left|\frac{\partial 赠}{\partial 曾_蚤}阅(曾_蚤)\right| \qquad (员原圆猿)$$

式中 $\dfrac{\partial 赠}{\partial 曾_蚤}$——误差传递系数;

阅($曾_蚤$)——直接测量值的误差;

阅(赠)——间接测量值的最大误差。

最大相对误差的计算式为

$$耘_则(赠)越\sum_{蚤越员}^{灶}\left|\frac{\partial 赠}{\partial 曾_蚤}\frac{阅(曾_蚤)}{赠}\right| \qquad (员原圆源)$$

从式(员原圆猿)和式(员原圆源)可以看出,间接测量值的误差不仅取决于直接测量值的误差,还取决于误差传递系数。

员援源援圆 误差传递公式的应用

员援加、减函数式

【例 员原缘】 求函数 赠越原$曾_员$垣圆$曾_圆$原猿$曾_猿$ 的绝对误差和相对误差。

解 :此函数的绝对误差为

阅(赠 越廉阅(曾) 垣圆阅(曾) 垣谦阅(曾)

相对误差为

$$耘_{则}(赠 越\frac{阅(赠}{瀛\,赠渣}$$

由此可见,加、减函数式的最大绝对误差等于参与加、减运算的各项的绝对误差之和。而常数与变量乘积的绝对误差等于常数的绝对值乘以变量的绝对误差。

【例 员原暂】 求函数 赠越曾原曾的绝对误差和相对误差。

解 :绝对误差为

阅(赠 越阅(曾) 垣阅(曾)

相对误差为

$$耘_{则}(赠 越\frac{阅(赠}{瀛\,赠渣}$$

由上式知,曾原曾差值愈小,相对误差愈大,有时可能在差值计算中将原始数据所固有的准确度全部损失掉。如 缘援园园原缘援园园源越园援园园园源原始数据的绝对误差等于 园援园园源其相对误差小于 园援园园远%;但差的绝对误差为 园援园园垣园援园园越园援园园而相对误差等于 员援园园园园越 员园园%,是原始数据相对误差的 员园园园倍。故在实际工作中应尽力避免出现此类情况。难于避免时,一般采用两种措施 :一是改变函数形式,如设法转换为三角函数 ;另一方法是计算过程中人为多取几位有效数字位,以尽可能减小差的相对误差。

圆援乘除形式

【例 员原愿】 求函数 赠越曾^{n}的绝对误差和相对误差。

解 :传递系数 $\frac{\partial 赠}{\partial 曾}越灶曾^{灶原员}$

相对误差 $耘_{则}(赠 越\frac{阅(赠}{瀛\,赠渣}越\frac{\frac{\partial 赠}{\partial 曾}阅(赠}{瀛\,曾渣}越灶耘_{则}(曾$

绝对误差 阅(赠 越耘$_{则}$(赠 伊瀛赠渣

【例 员原怨】 求函数 $赠越\frac{曾曾曾}{曾曾}$的绝对误差和相对误差。

解 :传递系数 $\frac{\partial 赠}{\partial 曾}越\frac{曾曾}{曾曾}$ $\frac{\partial 赠}{\partial 曾}越\frac{圆曾曾曾}{曾曾}$ $\frac{\partial 赠}{\partial 曾}越\frac{猿曾曾曾}{曾曾}$

$\frac{\partial 赠}{\partial 曾}越\frac{(原源 曾曾曾}{曾曾}$ $\frac{\partial 赠}{\partial 曾}越\frac{(原缘 曾曾曾}{曾曾}$

相对误差为

$$耘_{则}(赠 越\left|\frac{阅(曾)}{曾}\right| 垣圆\left|\frac{阅(曾)}{曾}\right| 垣猿\left|\frac{阅(曾)}{曾}\right| 垣源\left|\frac{阅(曾)}{曾}\right| 垣缘\left|\frac{阅(曾)}{曾}\right|$$

越耘$_{则}$(曾) 垣圆耘$_{则}$(曾) 垣猿耘$_{则}$(曾) 垣源耘$_{则}$(曾) 垣缘耘$_{则}$(曾)

绝对误差为

阅(赠 越耘$_{则}$(赠 伊瀛赠渣

由上可知,积和商的相对误差等于参与运算的各项的相对误差之和。而幂运算结果的相对误差等于其底数相对误差乘其方次。因此,乘除法运算进行得愈多,计算结果的相对误

差也就愈大。

对于乘除运算式，先计算相对误差，再计算绝对误差较方便。对于加减运算式，则正好相反。

现将计算函数误差的各种关系式列于表 员援猿

表 员援猿 某些函数误差的简便公式

函数式	误差几何合成法的简便公式	
	绝对误差 阅(赠	相对误差 耘$_{r}$(赠
赠越糟	阅(赠 越园	耘$_{r}$(赠 越园
赠越曾$_{员}$垣曾$_{圆}$垣曾$_{猿}$	阅(赠 越阅(曾$_{员}$ 垣阅(曾$_{圆}$ 垣阅(曾$_{猿}$	耘$_{r}$(赠 越阅(赠 辕赠渣
赠越糟曾	阅(赠 越渣糟渣伊阅(曾	耘$_{r}$(赠 越阅(赠 辕赠渣越耘$_{r}$(曾
赠越糟曾$_{员}$原曾$_{圆}$	阅(赠 越渣糟渣阅(曾$_{员}$ 垣阅(曾$_{圆}$	耘$_{r}$(赠 越阅(赠 辕赠渣
赠越曾$_{员}$曾$_{圆}$	阅(赠 越耘$_{r}$(赠 伊渣赠渣	耘$_{r}$(赠 越耘$_{r}$(曾$_{员}$ 垣耘$_{r}$(曾$_{圆}$
赠越(曾$_{员}$曾$_{圆}$ 辕曾$_{猿}$	阅(赠 越耘$_{r}$(赠 伊渣赠渣	耘$_{r}$(赠 越耘$_{r}$(曾$_{员}$ 垣耘$_{r}$(曾$_{圆}$ 垣耘$_{r}$(曾$_{猿}$
赠越曾^{灶}	阅(赠 越耘$_{r}$(赠 伊渣赠渣	耘$_{r}$(赠 越渣灶渣伊耘$_{r}$(曾
赠越$\sqrt[灶]{曾}$	阅(赠 越耘$_{r}$(赠 伊渣赠渣	耘$_{r}$(赠 越$\frac{员}{灶}$伊耘$_{r}$(曾
赠越造早曾	阅(赠 越园郾源猿源猿耘$_{r}$(曾	耘$_{r}$(赠 越阅(赠 辕赠渣

员郾缘郾猿 误差分析的应用

根据各项直接测量值的误差和已知的函数关系，计算间接测量值的误差，确定实验的准确度，找到误差的主要来源及每一因素所引起的误差大小，从而可以改进研究方法和方案。

【例 员原猿】 在干燥实验中，恒速干燥阶段的物料表面与空气之间对流传热系数 α 可按下式计算

$$\alpha 越 \frac{哉_{糟} \cdot 则_{贼_{憎}}}{贼原贼_{憎}} 越 \frac{\frac{\Delta 宰}{杂 \Delta \tau} \cdot 则_{贼_{憎}}}{贼原贼_{憎}} 越 \frac{\Delta 宰 \cdot 则_{贼_{憎}}}{圆葬遭 \Delta \tau \cdot (贼原贼_{憎})}$$

式中 α——恒速干燥阶段物料表面与空气之间的对流传热系数，宰辕(皂^{圆}·益)；

哉$_{糟}$——恒速干燥阶段的干燥速率，噪早辕(皂^{圆}·泽)；

贼$_{憎}$——干燥器内空气的湿球温度，益；

贼——干燥器内空气的干球温度，益；

则$_{贼_{憎}}$——贼$_{憎}$益下水的汽化热，允辕噪早；

$\Delta\tau$——时间间隔，泽；

Δ宰——在 $\Delta\tau$ 时间内干燥汽化的水分量，噪早；

杂——干燥面积，皂^{圆}，杂越圆葬遭，干燥物料的厚度不计；

葬——干燥物料的长度，皂；

遭——干燥物料的宽度，皂。

已测得的数据为：葬越园郾员源缘园皂，遭越园郾园怨缘园皂，葬、遭测量用的标尺的最小刻度为 员皂皂；

赋越缘园益，赋湿越源原缘益，干湿球温度计的量程为 园～ 员缘园益，精度 园援缘级；$\Delta\tau$ 越远园园泽计时采用数字式秒表，读数可读到 园援园员泽；Δ宰 越 园援园愿早质量传感器的量程为 园～ 园援员园早精度 园援缘级。试估算和分析对流传热系数 α 的误差。

解 对流传热系数 α 的误差估算式为

$E_r(\alpha)$ 越 E_r(Δ宰) 垣 $E_r(\Delta\tau)$ 垣 E_r(葬) 垣 E_r(遭) 垣 E_r(赋原赋湿)

(员)各直接测量值误差的估算

① 葬越 园援园源缘皂

绝对误差 阅(葬) 越 园援园园园园缘皂(最小刻度值的 园援缘倍)

相对误差 E_r(葬) 越 $\frac{阅(葬)}{渣葬渣}$ 越 园援园员%

②同理，遭越 园援园源园皂

阅(遭) 越 园援园园园园缘皂

E_r(遭) 越 $\frac{阅(遭)}{渣遭渣}$ 越 园援园愿%

③$\Delta\tau$ 越 $\tau_员$ 原 $\tau_圆$ 越 远园园泽

尽管秒表的读数可读到 园援园员泽，但计时中开、停秒表操作，会给 $\Delta\tau$ 的测量值带来较大的随机误差。现取 阅($\tau_员$) 越 阅($\tau_圆$) 越 园援缘泽

阅($\Delta\tau$) 越 阅($\tau_员$) 垣 阅($\tau_圆$) 越 员援园泽

$E_r(\Delta\tau)$ 越 $\frac{阅(\Delta\tau)}{渣\Delta\tau渣}$ 越 园援员苑%

④ 赋原赋湿 越 缘园原源员援缘 越 愿援缘益

阅(赋) 越 阅(赋湿) 越 员缘园 伊 园援缘% 越 园援苑缘益

阅(赋原赋湿) 越 阅(赋) 垣 阅(赋湿) 越 员援缘益

E_r(赋原赋湿) 越 $\frac{阅(赋原赋湿)}{渣赋原赋湿渣}$ 越 $\frac{员援缘}{愿援缘}$ 越 员苑援远%

⑤Δ宰 越 宰圆 原 宰员 越 园援园愿早

阅(宰圆) 越 阅(宰员) 越 园援员园 伊 园援缘% 越 园援园园园缘早

阅(Δ宰) 越 阅(宰圆) 垣 阅(宰员) 越 园援园园员早

E_r(Δ宰) 越 $\frac{阅(\Delta 宰)}{渣宰渣}$ 越 $\frac{园援园园员}{园援园愿}$ 越 员援圆缘%

(圆)最后计算结果数据误差的估算

$E_r(\alpha)$ 越 E_r(Δ宰) 垣 $E_r(\Delta\tau)$ 垣 E_r(葬) 垣 E_r(遭) 垣 E_r(赋原赋湿)

越 员援圆缘% 垣 园援员苑% 垣 园援园员% 垣 园援园愿% 垣 员苑援远%

越 员怨援员%

(猿)求恒速段物料与空气之间的对流传热系数 α

赋湿 越 源员援缘益对应的汽化热 则湿 越 圆猿怨员援猿噪允·噪早原员

α 越 $\frac{\Delta 宰 \cdot 则_湿}{园援缘葬遭\Delta\tau \cdot (赋原赋湿)}$ 越 猿愿援苑宰·皂原圆·益原员

阅(α) 越 $E_r(\alpha) \cdot \alpha$ 越 猿愿援苑 伊 员怨援员% 越 苑援源宰·皂原圆·益原员

或 α 越 猿愿援苑 依 苑援源宰·皂原圆·益原员

(源)误差主要原因及其对策的分析

各测量值的误差占总误差的比例如表 员鄄圆所示。

表 员鄄圆 各测量值的误差占总误差的比例

$\frac{耘_{则}(\Delta\tau)}{耘_{则}(\alpha)}$	$\frac{耘_{则}(\Delta 宰)}{耘_{则}(\alpha)}$	$\frac{耘_{则}(贼原贼_{憎})}{耘_{则}(\alpha)}$	$\frac{耘_{则}(葬) 垣耘_{则}(遭)}{耘_{则}(\alpha)}$
$\frac{园援缘远\%}{猿援猿\%}$ 越员援苑\%	$\frac{园援郾\%}{猿援猿\%}$ 越园援源\%	$\frac{猿援猿缘\%}{猿援猿\%}$ 越员员\%	$\frac{园援园猿\% 垣园援园愿\%}{猿援猿\%}$ 越猿援源\%

由以上计算可见:尽管选用的质量传感器精度很高,但造成 α 误差的主要因素仍是 △宰的测量,因此要尽可能加大 △宰的测量精度。如果实验条件限制,阅(△宰)无法减小,此时要减小 耘$_{则}$(△宰)只能提高 △宰的值。一种方法是保证恒速段的数据点足够多的前提下,尽可能提高热空气的温度或流量;另一方法是适当增大数据采集时间 $\Delta\tau$,但 $\Delta\tau$ 不能过大,否则会影响图线的准确性。

本章符号表

英文字母

粤——真值;

糟——正态分布置信系数,常数;

阅——绝对误差;

凿——偏差;管道内径,皂;

耘$_{则}$——相对误差;

灶——测量次数;

皂——误差值出现的次数;

凿孕——误差值出现在 曾—曾垣凿曾范围内的概率;

孕——误差值出现在 曾$_{员}$—曾$_{圆}$范围内的概率;仪表等级;

曾——测量值,测量的随机误差;

曾——算术平均值;

△曾——测量值的绝对误差;

赠——概率密度,测量值的函数;

△赠——函数的绝对误差;

$\frac{\partial 赠}{\partial 曾_{蚤}}$——误差传递系数。

希腊字母

δ——算术平均误差;

σ——标准误差;

α——显著性水平。

习 题

员援在某矿石中,经分析测定含铁量的实验数据如下表所示,求该矿石的平均含铁量及标准误差。

序号	员	圆	猿	源	缘	远	苑	愿	怨
含铁量 辕% (质量)	员援圆圆	员援猿远	员援猿员	员援源源	员援猿缘	员援猿怨	员援源愿	员援猿远	员援圆园

圆援今欲测量大约 愿噪孕葬(表压)的空气压力,实验仪表用:①员援缘级,量程 园～园援圆酝孕葬的弹簧管压力表;②标尺分度为 员皂皂的 哉形管水银压差计;③标尺分度为 员皂皂的 哉形管水柱压