

# 工程力学与结构

韩庆华 谷岩 编著

## 内容简介

本教材分两篇共 15 章,主要讲述工程力学及工程结构的基本原理与设计方法,内容有:静力平衡、平面体系的几何组成分析、静定结构内力分析、应力与强度、压杆稳定、静定结构位移计算、超静定结构的受力分析、荷载分类及荷载效应组合、钢筋混凝土结构的一般概念、受弯构件的正截面受弯承载力、受弯构件的斜截面受剪承载力、受压构件的正截面承载力、受拉构件的正截面承载力、受扭构件的承载力计算、钢结构的材料、钢结构的连接、轴心受力构件、受弯构件。

本书可作为建筑装饰及工程造价专业“工程力学与结构”课程的教材,也可供从事结构设计、施工的技术人员参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

工程力学与结构 杨庆华,谷岩编著 天津:天津大学出版社, 2003.12  
I ①I ②II ③III ④IV ⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳㉑㉒㉓㉔㉕㉖㉗㉘㉙㉚㉛㉜㉝㉞㉟㊱㊲㊳㊴㊵㊶㊷㊸㊹㊺

I ①I ②II ③III ④IV ⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳㉑㉒㉓㉔㉕㉖㉗㉘㉙㉚㉛㉜㉝㉞㉟㊱㊲㊳㊴㊵㊶㊷㊸㊹㊺  
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 12345 号

出版发行 天津大学出版社

出版人 杨风和

地址 天津市卫津路 94 号天津大学内(邮编:300072)

电话 发行部:022-27403607 邮购部:022-27403608

印刷 天津市宝坻区第二印刷厂

经销 全国各地新华书店

开本 16 开

印张 16

字数 300 千字

版次 2003 年 12 月第 1 版

印次 2003 年 12 月第 1 次

印数 1-5000

定价 16.00 元

# 前 言

本教材主要讲述工程力学及工程结构的基本原理与设计方法，分两篇共 15 章。其中工程力学部分涵盖了理论力学、材料力学及结构力学的基本内容，工程结构部分主要包括钢筋混凝土结构及钢结构的基本原理与设计方法。本教材在编写时参考了《混凝土结构设计规范》(GB 50010-2010)及《钢结构设计规范》(GB 50017-2003)。本教材是学习力学与结构专业课的基础。

本教材的编写人员有丰富的教学经验，教材内容融入了长期积累的教学实践经验。本教材由韩庆华、谷岩编著，具体分工如下：韩庆华编写第 1 章、第 2 章、第 3 章、第 4 章、第 5 章、第 6 章、第 7 章、第 8 章，谷岩编写第 9 章、第 10 章、第 11 章、第 12 章、第 13 章、第 14 章、第 15 章。

本书可作为建筑装饰、建筑学及工程造价专业“工程力学与结构”课程的教材，也可供从事结构设计、施工的技术人员参考。

限于编者的时间及水平有限，教材中难免有不妥或疏漏之处，敬请读者批评指正。

编者  
2012 年 9 月

# 目 录

第一篇 工程力学.....	员
第 员章 静力平衡.....	员
员员 静力学基本概念与物体受力分析 .....	员
员圆 力矩与力偶 .....	愿
员猿 力系平衡 .....	员园
员源 重心和形心 .....	员源
习题 .....	员怨
第 圆章 平面体系的几何组成分析 .....	圆
圆圆 结构计算简图 .....	圆
圆圆 基本概念 .....	圆猿
圆猿 几何不变体系的组成规则 .....	圆苑
习题 .....	圆愿
第 猿章 静定结构内力分析 .....	猿
猿员 结构内力 .....	猿
猿圆 静定结构内力分析 .....	猿猿
猿猿 结构内力图 .....	猿源
习题 .....	猿缘
第 源章 应力与强度 .....	缘
源源 截面几何特性 .....	缘
源圆 正应力 .....	源
源猿 剪应力 .....	源
源源 强度条件 .....	源
习题 .....	源
第 缘章 压杆稳定 .....	苑
缘员 平衡状态与失稳 .....	苑
缘圆 临界荷载 .....	苑
缘猿 临界应力 .....	苑
缘源 压杆稳定的实用计算方法 .....	苑
习题 .....	苑
第 远章 静定结构位移计算 .....	愿
远员 概述 .....	愿
远圆 积分法求梁的位移 .....	愿
远猿 虚功原理及其在位移计算中的应用 .....	愿
远源 图乘法 .....	愿
习题 .....	愿

第 7 章 超静定结构的受力分析 .....	7-1
7-1 超静定结构的概念 .....	7-1
7-2 力法计算超静定结构 .....	7-15
7-3 超静定结构的位移计算与内力图的校核 .....	7-20
7-4 位移法计算超静定结构 .....	7-26
习题 .....	7-29
第二篇 工程结构 .....	8-1
第 8 章 荷载分类及荷载效应组合 .....	8-1
8-1 荷载分类 .....	8-1
8-2 荷载效应组合 .....	8-15
第 9 章 钢筋混凝土结构的一般概念 .....	9-1
9-1 混凝土结构的定义与分类 .....	9-1
9-2 钢筋混凝土结构的优缺点 .....	9-1
9-3 钢筋混凝土结构材料的物理力学性能 .....	9-1
9-4 混凝土与钢筋的黏结及锚固 .....	9-15
思考题 .....	9-15
第 10 章 受弯构件的正截面受弯承载力 .....	10-1
10-1 受弯构件的一般构造要求 .....	10-1
10-2 正截面受弯构件的三种破坏形态 .....	10-5
10-3 正截面受弯承载力计算原理 .....	10-15
10-4 单筋矩形截面受弯构件正截面受弯承载力计算 .....	10-15
10-5 双筋矩形截面受弯构件正截面受弯承载力计算 .....	10-20
习题 .....	10-22
第 11 章 受弯构件的斜截面受剪承载力 .....	11-1
11-1 概述 .....	11-1
11-2 斜截面受剪破坏形态 .....	11-5
11-3 斜截面受剪承载力计算 .....	11-15
11-4 构造措施 .....	11-20
习题 .....	11-25
第 12 章 受压构件的正截面承载力 .....	12-1
12-1 受压构件的一般构造要求 .....	12-1
12-2 轴心受压构件正截面受压承载力计算 .....	12-15
12-3 偏心受压构件正截面受压破坏形态 .....	12-20
12-4 矩形截面偏心受压构件正截面受压承载力计算 .....	12-25
习题 .....	12-29
第 13 章 受拉构件的正截面承载力 .....	13-1
13-1 轴心受拉构件正截面受拉承载力计算 .....	13-1
13-2 偏心受拉构件正截面受拉承载力计算 .....	13-1
习题 .....	13-5

第 5 章 受扭构件的承载力计算 .....	5-1
5.1 概述 .....	5-1
5.2 纯扭构件的承载力 .....	5-2
5.3 钢筋混凝土矩形截面弯剪扭构件的承载力 .....	5-3
5.4 构造措施 .....	5-5
习题 .....	5-6
第 6 章 钢结构的材料 .....	6-1
6.1 钢结构对材料的要求 .....	6-1
6.2 钢材的破坏形式 .....	6-2
6.3 钢材的主要性能 .....	6-3
6.4 各种因素对钢材主要性能的影响 .....	6-4
6.5 钢的种类和钢材的规格 .....	6-5
习题 .....	6-6
第 7 章 钢结构的连接 .....	7-1
7.1 钢结构的连接方法和特点 .....	7-1
7.2 焊缝和焊接连接的形式 .....	7-2
7.3 焊缝缺陷和质量检验 .....	7-3
7.4 角焊缝的构造要求和计算 .....	7-4
7.5 对接焊缝的构造要求 .....	7-5
7.6 螺栓和铆钉连接的排列和构造要求 .....	7-6
7.7 普通螺栓连接的工作性能和计算 .....	7-7
7.8 高强度螺栓连接的工作性能和计算 .....	7-8
习题 .....	7-9
第 8 章 轴心受力构件 .....	8-1
8.1 概述 .....	8-1
8.2 轴心受力构件的强度和刚度 .....	8-2
8.3 轴心受压构件的整体稳定 .....	8-3
8.4 轴心受压构件的局部稳定 .....	8-4
8.5 实腹式轴心受压构件的截面设计 .....	8-5
8.6 轴心受压柱的柱头和柱脚 .....	8-6
习题 .....	8-7
第 9 章 受弯构件 .....	9-1
9.1 梁的类型和应用 .....	9-1
9.2 梁的强度和刚度 .....	9-2
9.3 梁的整体稳定 .....	9-3
9.4 型钢梁的设计 .....	9-4
9.5 组合梁的设计 .....	9-5
习题 .....	9-6
附录 .....	9-7
参考文献 .....	9-8

# 第一篇 工程力学

## 第 1 章 静力平衡

### 1.1 静力学基本概念与物体受力分析

静力学的主要任务是研究物体在力系作用下的平衡规律及其应用。

力系是指作用于物体上的一群力。

静力学中的“平衡”通常是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动。例如房屋、桥梁、匀速提升的电梯等,都是处于平衡状态。因此平衡是物体运动的一种特殊形式。

静力学中要研究的基本问题有以下三方面。

(1) 物体的受力分析

物体的受力分析是分析物体共受几个力以及每个力的作用线位置、大小和方向。

(2) 力系的等效替换

力系的等效替换是将作用在物体上的一个力系用另一个与它等效的力系来代替,这两个力系互为等效力系。如果用一个简单力系等效地替换一个复杂力系,则称为力系的简化。

(3) 力系的平衡条件

力系的平衡条件是研究物体平衡时作用在它上面的力系必须满足的条件。

力系平衡问题的研究在工程实践中有广泛的应用,在建筑结构的设计与施工中都需要这方面的知识。例如,设计一个结构,首先进行静力分析,运用平衡条件计算所受到的力,然后根据材料的性质,考虑选择什么材料以及确定截面的大小。此外,静力学所涉及的一些力的基本性质和力所遵循的某些规律、静力分析的一般方法与步骤,又是研究材料力学、结构力学的基础。

### 1.2 静力学的基本概念

1.2.1 刚体

所谓刚体是指在外力作用下,其内部任意两点之间的距离始终保持不变的物体。这是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下,都会产生不同程度的变形。当物体的变形很小时,变形对研究物体的平衡问题不起主要作用,可以略去不计,这时可以把物体抽象为刚体,从而使问题的研究大为简化。

1.2.2 变形固体

当研究的问题与物体的变形密切相关,如果不考虑变形就得不到问题的正确解答时,就必须考虑物体的变形。此时,将物体视为理想变形固体,即将一般变形固体的材料性质加以理想化,作出以下假设。

(1) 连续性假设

连续性假设,即认为物体的材料结构是密实的,物体内部材料无空隙地连续分布。

**(圆)均匀性假设**

均匀性假设,即认为材料的力学性质是均匀的,从物体上任取或大或小的一部分,材料的力学性质均相同。

**(猿)各向同性假设**

各向同性假设,即认为材料的力学性质是各向同性的,材料沿不同的方向具有相同的力学性质。有些材料沿不同方向的力学性质是不同的,称为各向异性材料。本教材中仅研究各向同性材料。

按照连续、均匀、各向同性假设而理想化了的一般变形固体称为理想变形固体。采用理想变形固体模型不但使理论分析和计算得到简化,而且在大多数情况下,其所得结果的精度能满足工程的要求。

在研究强度、刚度、稳定性以及超静定结构时,即使在小变形情况下,变形因素也是不可忽略的重要因素。因此,研究这些问题时,需将物体视为理想变形固体,应用理想变形固体模型。

**獠力**

力是物体间的相互作用,这种作用使物体的机械运动状态发生变化。

力的概念是从劳动中产生的。人们在生活和生产中,由于肌肉紧张收缩的感觉,逐渐产生了对力的感性认识。随着生产的发展,又逐渐认识到,物体的机械运动状态发生变化,是由于其他物体对该物体施加力的结果。这些力,有的是接触作用,例如机车牵引车厢的拉力、放在梁上的设备使梁发生弯曲等;也有的是“场”对物体的作用,例如地球引力场对于物体产生的重力。尽管物体间相互作用力的来源和物理本质不同,但是它们对物体作用的结果都是使物体的运动状态或者形状发生改变,可以将它们概括起来加以抽象,从而形成“力”的概念。

实践表明,力对物体的作用效果决定于三个要素。

**(员)力的大小**

力的大小表明物体间相互作用的强弱程度。在国际单位制中,力的度量单位是 曩(牛顿)或 曩(千牛顿)。

**(圆)力的方向**

力的作用效果与力的方向有关。

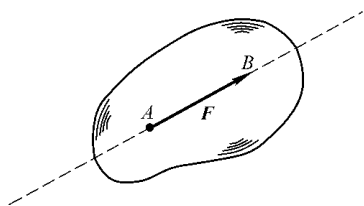
**(猿)力的作用点**

图 曩

力的作用点表示物体相互作用的位置。实际上物体相互作用位置具有一定的面积。当作用面积较大时,就形成分布力,例如水坝所受的水压力、屋顶所受的积雪压力等。当力的作用面积很小时,就可以近似地看成作用在一个点上,这种力称为集中力,这个点称为力的作用点。

力这种既有大小又有方向的物理量称为矢量,可以用一根带箭头的线段来表示。如图 曩所示,矢量的长度 曩按一定的比例尺表示力的大小;矢量的方向表示力的方向;矢量的始端(曩点)表示力的作用点;矢量 曩所沿的直线表示力的作用线。规定用黑体字母 曩表示力,用普通字母 曩表示力的大小。

**曩 静力学公理**

力的基本性质由静力学公理所概括。这些公理是人们在长期的生产和生活实践中,经过

反复观察和实验总结出来,又经过实践的检验证明它们符合客观实际的普遍规律。

**公理 1.1 二力平衡条件** 作用在同一刚体上的两个力,使刚体平衡的充分和必要条件是这两个力大小相等,方向相反,作用在同一条直线上,如图 1.1 所示。

这个公理说明了作用于刚体上的最简单的力系平衡时必须满足的条件。但是对于非刚体,这个条件是不充分的,例如图 1.2 所示的柔绳的两端受到一对等值反向的拉力作用可以平衡,而受两个等值反向的压力作用就不能平衡。

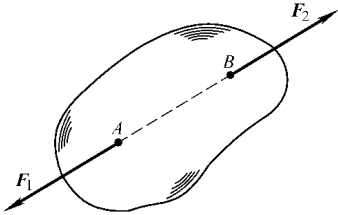


图 1.1

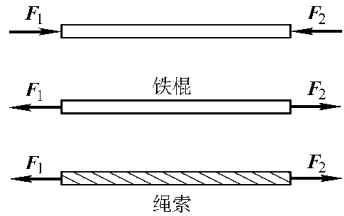


图 1.2

**公理 1.2 加减平衡力系公理** 在作用于刚体上的任意力系中,增加或减少任一平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。也就是说,如果两个力系只相差一个或几个平衡力系,那么它们对刚体的作用是相同的,也可以等效替换。这个公理对于研究力系的简化问题很重要。

由这个公理可以得到以下推论:作用于刚体上的力可以沿其作用线移动到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用。这个推论称为力的可移性原理。

**证明:** 设有力  $F$  作用在刚体上的  $A$  点(图 1.3a),根据加减平衡力系公理,可在力的作用线上任取一点  $B$ ,并加上两个相互平衡的力  $F_1$  和  $F_2$ ,使  $F_1 = F$ ,  $F_2 = -F$ ,如图 1.3b 所示。由于力  $F$  和  $F_2$  也是一个平衡力系,可以去掉,只剩下一个力  $F_1$ ,如图 1.3c 所示。这样就把原来作用于  $A$  点的力沿其作用线转移到  $B$  点,而没有改变力对刚体的作用。

由此可见,对于刚体来说,力的作用点可以用力的作用线来代替。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向及作用线。这样,作用在刚体上的力矢便成为滑动矢量。

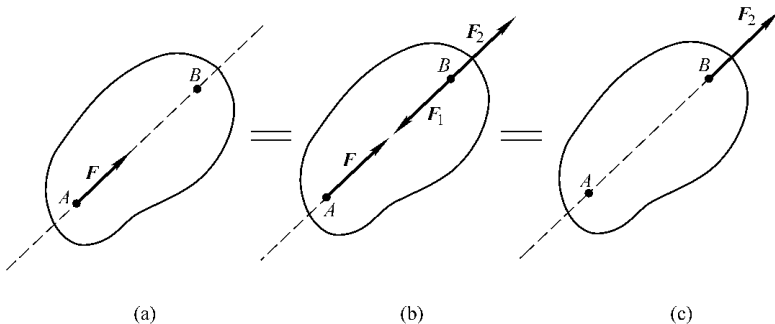


图 1.3

**公理 1.3 力的平行四边形法则** 作用在物体上同一点的两个力,可以合成一个合力。合力的作用点仍在该点,合力的大小和方向由以这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定,如图 1.4 所示。

力的平行四边形法则是力系合成或者简化的基础。

由力的平行四边形法则可以得到三力平衡汇交定理:作用于刚体上的三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交

点。

证明 如图 1-10 所示,在刚体的  $A, B, C$  三点上,分别作用三个相互平衡的力  $F_1, F_2, F_3$ 。根据力的可移性,将力  $F_1, F_2$  移到汇交点  $O$ ,然后根据力的平行四边形法则,得合力  $F_{12}$ ,则力  $F_{12}$  应与力  $F_3$  平衡。由于两个力平衡必须共线,所以力  $F_3$  必定与力  $F_1$  和  $F_2$  共面,且通过  $F_1$  与  $F_2$  的交点  $O$ 。

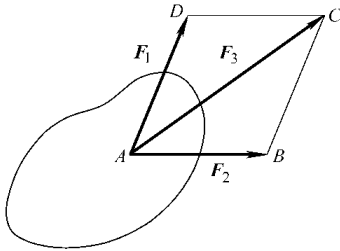


图 1-10

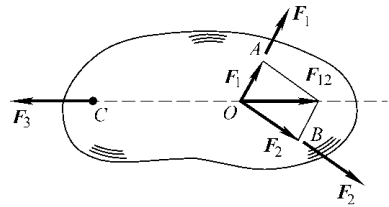


图 1-11

必须指出,三力平衡汇交定理给出的是不平行的三个力平衡的必要条件,而非充分条件。

公理 1-1 作用和反作用定律 作用力与反作用力总是同时存在的,两个力的大小相等、方向相反、沿同一直线,分别作用在两个相互作用的物体上。

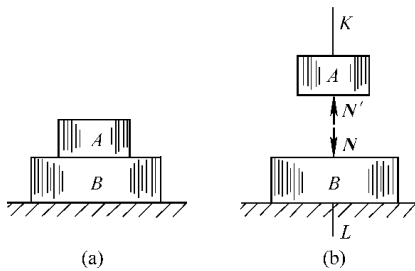


图 1-12

这个定律说明了物体间相互作用力的关系,表明作用力与反作用力总是成对出现的。例如图 1-12 中物体  $A$  放置在物体  $B$  上,  $N$  是物体  $A$  对物体  $B$  的作用力,作用在物体  $B$  上,  $N'$  是物体  $B$  对物体  $A$  的反作用力,作用在物体  $A$  上。  $N$  和  $N'$  是作用力和反作用力关系,即大小相等、方向相反,沿同一直线。如图 1-13 所示。

要特别注意,不能把作用与反作用定律与二力平衡条件混淆起来。作用力与反作用力是分别作用在相互作

用的两个物体上的,所以它们不能互相平衡。

### 1-1-1 支座和支座反力

#### 1-1-1-1 约束

约束是物体之间的相互限制,它是一种力的作用,是通过约束物体对被约束物体所施加的力来体现的。物体受到约束,对它施加的力称为约束反力,约束反力的方向通常与所限制的位移方向相反。

#### 1-1-1-2 支座

任何建筑结构或构件只有安置在一定的支承物上,才能承受荷载的作用。在工程上常常通过支座将构件支承在基础或另一静止的构件上。支座对构件就是一种约束,支座对它所支承的构件的约束反力也叫支座反力。支座的构造是多种多样的,其具体情况也是比较复杂的,只有加以简化,归纳成几个类型,才便于分析计算。建筑结构的支座通常分为柔性支座、可动铰支座、固定铰支座和固定支座四类。

(圆柔性支座

绳索、链条、皮带等柔性物体都可以简化为柔性支座。这种支座的特点是只能限制物体沿柔索伸长方向的运动,因此其支座反力的作用线沿柔索中心线,方向背离被张拉的物体,即拉力。如图 1-15 为柔绳张拉重物,显然绳子的拉力  $T_A$  与物体的重力  $W$  大小相等、方向相反。

(圆可动铰支座

在屋架、桥梁和其他工程结构上经常采用可动铰支座与下部支承结构相连,如图 1-16 所示,构件与支座用销钉连接,支座可沿支承面移动。这种支座只能约束构件沿垂直于支承面方向的移动,而不能阻止构件绕销钉的转动和沿支承面方向的移动。所以它的支座反力的作用点就是约束与被约束物体的接触点,约束反力通过销钉的中心,垂直于支承面,方向可能指向构件,也可能背离构件,要视主动力情况而定。

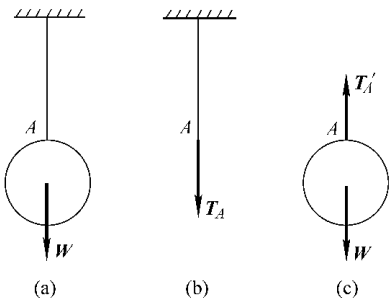


图 1-15

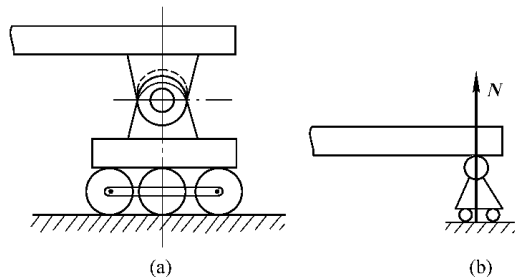


图 1-16

(圆固定铰支座

图 1-17 为固定铰支座的示意图。构件与支座用光滑的圆柱形铰链连接,构件不能产生沿任何方向的移动,但可以绕销钉转动。固定铰支座的支座反力作用于接触点,在垂直于销钉轴线的平面内,用两个正交分力  $F_x$  和  $F_y$  再来表示(图 1-17(b)),两分力的大小和指向待定。

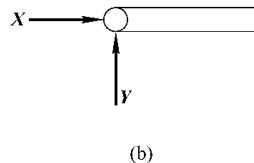
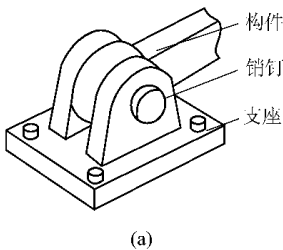


图 1-17

在实际建筑结构中,这种理想的支座是不多见的,通常把不能产生移动、只能产生微小转动的支座视为固定铰支座。例如图 1-18 是一榀屋架,它的端部支撑在柱子上,并将预埋在屋架和柱子上的两块钢板焊接在一起,它可以阻止屋架的移动,但因焊缝的长度有限,对屋架转动的限制作用很小,因此,把这种装置也视为固定铰支座。

(圆固定支座

通常把构件的嵌固端看作固定支座(图 1-19),构件在嵌固端既不能沿任何方向移动,也不能转动。固定支座除了产生水平和竖直方向的支座反力  $F_x$  和  $F_y$  外,还有一个力偶  $M$  (力偶

将在第 5 章讨论)。这种支座简图如图 5-10 所示,其支座反力如图 5-11 所示。

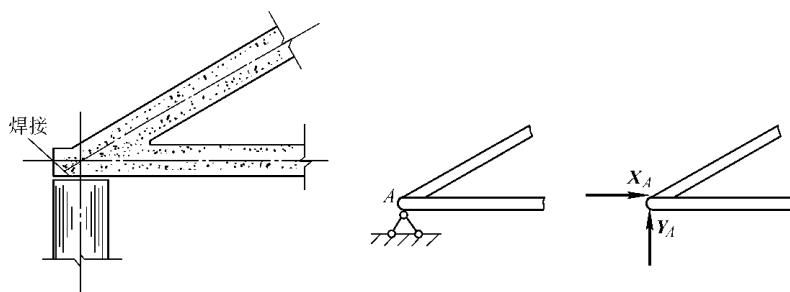


图 5-10

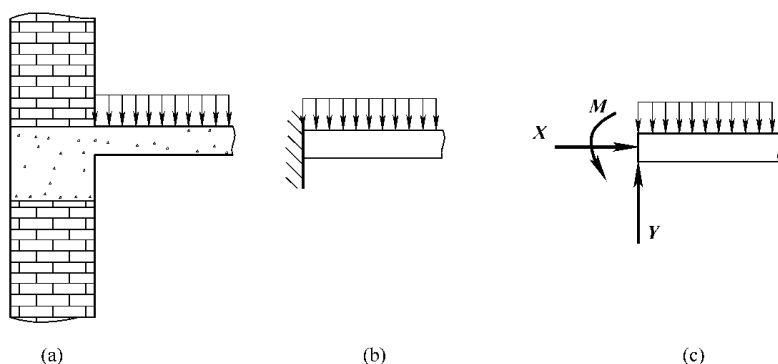


图 5-11

### 5.1 物体的受力和受力图

在求解工程力学问题时,一般首先需要根据问题的已知条件,选择一个或几个构件作为研究对象,分析构件受到哪些力的作用,每个力的作用位置和作用方向,然后应用平衡条件求解,这个分析过程称为物体的受力分析。

为了清晰地表示物体的受力情况,需要将研究对象从周围的物体中分离出来,单独画出它的简图,这个分离出来的研究对象称为隔离体。然后在简图上画出研究对象所受的全部作用力,该图称为物体的受力图。

画物体受力图的基本步骤如下。

- ①取隔离体。将研究对象从与其联系的周围物体中分离出来,单独画出。
- ②画主动力。画出作用于研究对象上的全部主动力。
- ③画支座反力。根据支座类型画出作用于研究对象上的全部支座反力。

正确画出构件的受力图,是分析、解决静力问题的基础。画物体受力图时应注意以下几点。

①必须明确研究对象。根据研究问题的性质、范围,选取一定的研究对象,它可以是一个物体,也可以是若干物体组成的一个系统。

②确定研究对象所受力的数目。作用于研究对象上的主动力和支座反力应全部画出,不能遗漏。

③正确画出支座反力。支座反力的方向和作用线应根据支座的类型和性质确定。

④当几个构件相互接触时,它们之间的相互作用关系应按作用和反作用定律来分析。

【例 1-1】 建筑结构解除支座后的受力图(图 1-1)。

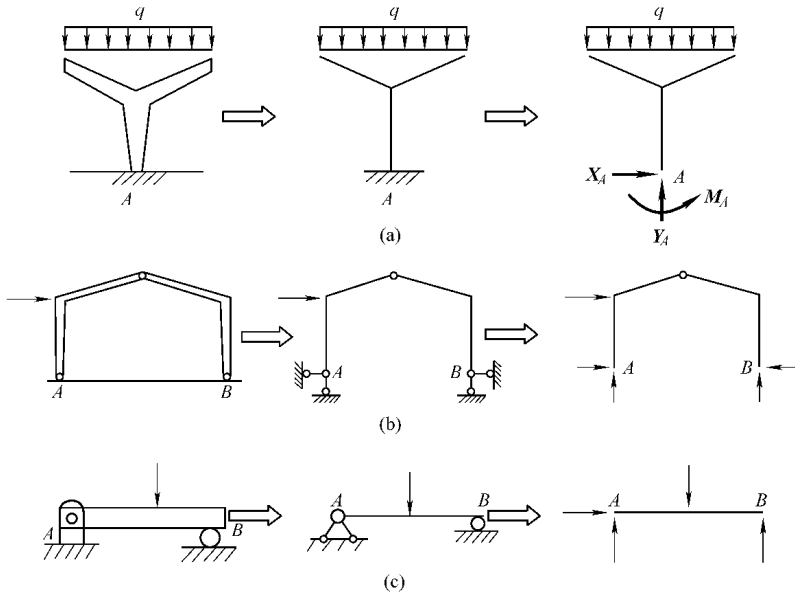


图 1-1

【例 1-2】 试分别画出图 1-2 所示梁中 A、B 两点的受力图。梁的自重不计。

解: (1) 取 AB 梁为研究对象。主动力为均布荷载, 铰端为固定端, 支座反力为  $X_A$ 、 $Y_A$ 、 $M_A$ , 力的指向和力偶的转向假定; B 端为铰支座, 支座反力为  $X_B$ 、 $Y_B$ , 指向假定, 图 1-2(a) 为 AB 梁的受力图。

(2) 取 BC 梁为研究对象。主动力为均布荷载, B 端为铰支座, 支座反力为  $X_B$ 、 $Y_B$ , 分别与  $X_A$ 、 $Y_A$  互为作用力与反作用力关系, 指向与  $X_A$ 、 $Y_A$  相反; C 端为滚轴支座, 支座反力为  $Y_C$ , 垂直于支承面, 指向假定。图 1-2(b) 为 BC 梁的受力图。

【例 1-3】 图 1-3 所示的三角形托架中, 节点 A 处为固定铰支座, B 处为铰链连接。不计各杆的自重以及各处的摩擦。试画出杆件 AB 和 BC 及整体的受力图。

解: (1) 取斜杆 BC 为研究对象。杆的两端都是铰连接, 其受到的反力应当是通过铰中心、方向未定的未知力。但杆 BC 只受  $R_B$  与  $R_C$  这两个力的作用而且处于平衡状态, 由二力平衡条件可知  $R_B$  与  $R_C$  大小相等, 方向相反, 作用线沿两铰中心的连线, 指向可先任意假定。本题中从主动力分析, 杆 BC 受压, 因此  $R_B$  与  $R_C$  的作用线沿两铰中心连线指向杆件。BC 杆受力图如图 1-3(a) 所示。

(2) 取水平杆 AB 为研究对象。其上的作用力有主动力  $q$  反力  $R_B$ 、 $R_C$  和  $Y_A$ , 其中  $R_B$

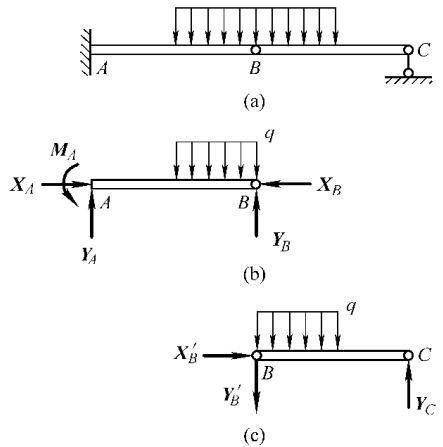


图 1-2

与砸是作用力与反作用力关系。尊杆的受力图如图 愿缘槽所示。

(猿取整体为研究对象。只考虑整体外部对它的作用力,受力图如图 愿缘凿所示。

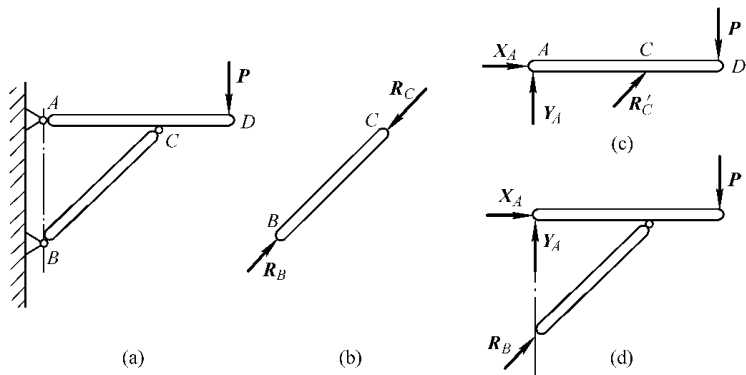


图 愿缘

### 愿圆 力矩与力偶

#### 愿圆愿 力矩

##### 愿圆愿愿 力矩的概念

以扳手拧螺帽为例来说明力使物体产生的转动效应。从图 愿圆愿可以看出,加在扳手上的力孕使扳手带动螺帽绕中心韵转动。力孕越大,转动越快;力的作用线离转动中心越远,转动也越快;如果力的作用线与力的作用点到转动中心韵点的连线不垂直,则转动的效果就差;当力的作用线通过转动中心韵时,无论力孕多大也不能转动螺帽,只有当力的作用线垂直于转动中心与力的作用点的连线时,转动效果最好。此外,当力的大小和作用线不变而指向相反时,将使物体向相反的方向转动。

由此可见,力使物体绕某点转动的效果,与力的大小成正比,与转动中心到力的作用线的垂直距离凿也成正比。这个垂直距离称为力臂,转动中心称为力矩中心。因此在平面问题中,力矩的定义为:力矩是一个代数量,它的绝对值等于力的大小与力臂的乘积,并且规定力使物体绕力矩中心逆时针方向转动时为正,反之为负。

力孕对点韵的力矩以记号 酝韵(孕)或 酝韵表示,计算公式为

$$酝韵(孕) = 孕 \cdot 凿 \tag{愿圆愿}$$

在国际单位制中,力矩的单位是 晕皂(牛顿·米)。

力矩在下列情况下等于零:①力等于零,②力的作用线通过力矩中心,即力臂等于零。

【例 愿圆愿 分别计算图 愿圆愿中 孕A、孕B对 韵点的力矩。

解:从图 愿圆愿可知,孕A、孕B对 韵点的力臂分别是 澡和 造,故

$$酝韵(孕A) = 孕A \cdot 澡 > 0, 酝韵(孕B) = 孕B \cdot 造 < 0$$

$$酝韵(孕A) > 0, 酝韵(孕B) < 0$$

##### 愿圆愿愿 合力矩定理

定理:平面汇交力系的合力对于平面内任一点的矩等于所有各力对于该点的矩的代数和。

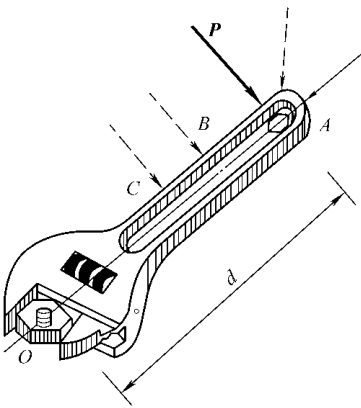


图 员圆苑

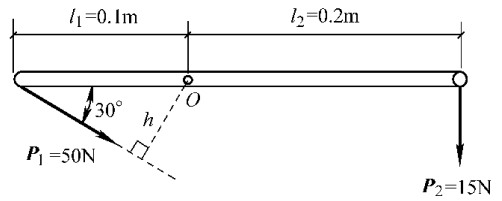


图 员圆苑

即

$$M_O(P) = \sum_{i=1}^n M_O(P_i) \quad (1)$$

【例 员圆】 已知力  $P$  的作用点  $A$  的坐标为  $(x, y)$ ，如图 员圆所示。试求力  $P$  对坐标原点  $O$  的力矩。

解：由于本题中力臂没有明确给出，利用合力矩定理计算本题非常方便。将力  $P$  沿坐标轴分解为两个分力  $P_x, P_y$ ，则

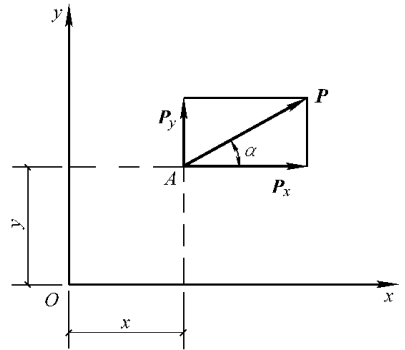


图 员圆

$$M_O(P) = M_O(P_x) + M_O(P_y)$$

$$= x \cdot P_y - y \cdot P_x$$

$$= x \cdot P \sin \alpha - y \cdot P \cos \alpha$$

### 力偶

#### 力偶的概念

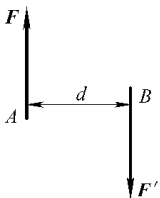


图 员圆

平面内一对等值、反向且不在同一直线上的平行力称为力偶，如图 员圆所示。组成力偶的两个力之间的垂直距离称为力偶臂。

力偶不能合成一个力，或者用一个力来等效替换，因此力和力偶是静力学的两个基本要素。

由实践经验知道，力偶的转动效应不仅与两个力的大小有关，而且还与力偶臂的大小有关。与力矩类似，用力偶臂的乘积并用正负号来度量力偶对物体的转动效应，称为力偶矩，用  $M$  表示。

一般规定：力偶用一带箭头的弧线表示，箭头表示转向。使物体逆时针方向转动时，力偶矩为正；反之为负。所以力偶矩是代数量，即

$$M = F \cdot d \quad (2)$$

力偶矩的单位与力矩的单位相同，常用  $N \cdot m$  表示。

#### 力偶的性质

性质 员 在同一平面内的两个力偶，如果力偶矩大小相等、转向相同，则两力偶彼此等效。

性质 圆 任一力偶可在其作用面内任意转移，而不改变它对刚体的转动效应。因此力偶

对刚体的转动效应与它在作用面内的位置无关。

性质猿 在力偶矩大小和转向不变的条件下,可以同时改变力偶中的力的大小和力偶臂的长短,而不改变它对刚体的转动效应。

因此,力偶中力的大小和力臂的长短都不是力偶的特征量,只有力偶矩是力偶作用的惟一量度。

### 猿防和力偶的合成

图 猿防 表示建筑结构计算中某柱的横截面上受到一个力 晕及力偶矩 酝的作用。图 猿防 表示在原来力和力偶作用的平面内加上两个合力偶矩为零的力偶,其一为 酝乙酝乙越酝,另一个用一对等值、反向的力组成,晕乙越晕乙。显然图 猿防 并不改变图 猿防 的受力状况。在图 猿防 中,酝乙 酝抵消,向上的力 晕与向下的力 晕抵消,故有图 猿防 所示的形式。也就是说,图 猿防 与图 猿防 可以互相转化。

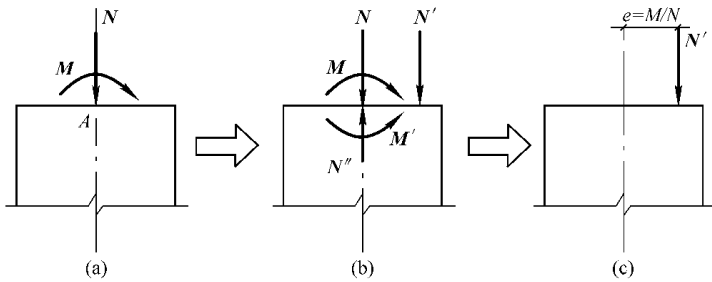


图 猿防 力和力偶的合成

在对建筑结构进行力学分析时,往往得到如图 猿防 所示的结果,而在对柱的横截面进行强度计算时,往往使用图 猿防 所示的形式。显然,它们本质上是相同的。

另一方面,由图 猿防 与图 猿防 效果相同的结论,可以把任一个力 晕向指定点 粤平移,其附加条件是要增加一个力偶矩 酝,这对研究平面任意力系平衡是很有用的。

## 猿猿 力系平衡

### 猿猿 力对坐标轴的投影

为了能够用代数方法进行力学计算,需要引入力在坐标轴上投影的概念。

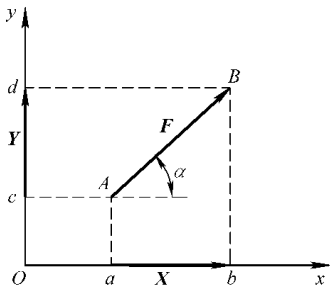


图 猿防

如图 猿防 所示,设力 云作用在物体上 粤点处,用 粤月表示。通过力 云所在平面的任意点 韵作直角坐标系 曾赠 从力 云的起点 粤及终点 月分别作垂直于 曾轴的垂线,得垂足 葬和 遭并在 曾轴上得线段 葬遭线段 葬遭的长度加以正负号称为力 云在 曾轴上的投影,用 载表示。同样方法也可以确定力 云在 赠轴上的投影为线段 糟,用 再表示。并且规定:从投影的起点到终点的指向与坐标轴正方向一致时,投影取正号;从投影的起点到终点的指向与坐标轴正方向相反时,投影取负号。

从图 猿防 中的几何关系得出投影的计算公式为

$$\left. \begin{aligned} & \text{载} > \text{再} > \text{再} \\ & \text{再} > \text{再} > \text{再} \end{aligned} \right\} \quad (\text{图})$$

式中： $\alpha$  ——力云与曾轴所夹的锐角。

如果力云在曾轴和赠轴上的投影载和再已知，则由图 1-10 中的几何关系，可用下式确定力云的大小和方向

$$\left. \begin{aligned} & \text{云} > \sqrt{\text{载}^2 + \text{再}^2} \\ & \text{再} > \frac{\text{再}}{\text{载}} \end{aligned} \right\} \quad (\text{图})$$

需要指出的是，当力云与曾轴（或赠轴）平行时，云的投影再（或载）为零；载（或再）的值与云的绝对值相等，正负按上述规定的符号规则确定。

### 1.3 力系平衡

#### 1.3.1 平面汇交力系的平衡方程

平面汇交力系指平面内各力的作用线或其延长线全部交于同一点的力系。

一般以平面力系的汇交点为坐标原点建立二维曾、赠直角坐标系，将各力向坐标轴投影。若该力系是平衡的，则其合力应为零。因此平面汇交力系平衡的充分必要条件是：力系中所有各力在两个坐标轴上投影的代数和均等于零，即

$$\left. \begin{aligned} & \sum \text{载} > 0 \\ & \sum \text{再} > 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{图})$$

【例 1-1】 图 1-11 所示支架粤悦在铰悦处受有图 1-11 的铅垂荷载作用，不计支架重量，求这两杆所受的力。粤、月两铰在同一铅垂线上， $\angle \text{粤悦月} = 45^\circ$

解：以铰悦为隔离体。铰悦受三个力作用：大小等于图 1-11 的铅垂荷载和粤悦、月悦两杆对它的反力。因架重不计，这两杆都是二力杆，所以它们对铰悦的反力杂<sub>粤</sub>和杂<sub>月</sub>都沿各自两端铰链中心的连线。设这两杆都受拉力，画铰悦的受力图，如图 1-12 所示。取图示的坐标轴，列出下面的两个平衡方程

$$\left. \begin{aligned} & \sum \text{载} > 0 \quad \text{杂}_{\text{粤}} \cos \alpha - \text{原} > 0 \\ & \sum \text{再} > 0 \quad \text{杂}_{\text{月}} \sin \alpha - \text{原} > 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{图})$$

由图 1-12 可知

$$\left. \begin{aligned} & \text{悦} > \sqrt{\text{原}^2 + \text{原}^2} > \text{原} > 0 \\ & \text{月} > \sqrt{\text{原}^2 + \text{原}^2} > \text{原} > 0 \end{aligned} \right\}$$

所以

$$\left. \begin{aligned} & \text{再}_{\alpha} > \frac{\text{原}}{\cos \alpha} > \frac{\text{原}}{\cos 45^\circ} > \frac{\text{原}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} > \sqrt{2} \text{原} \\ & \text{载}_{\alpha} > \frac{\text{原}}{\sin \alpha} > \frac{\text{原}}{\sin 45^\circ} > \frac{\text{原}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} > \sqrt{2} \text{原} \\ & \text{再}_{\beta} > \frac{\text{原}}{\sin \beta} > \frac{\text{原}}{\sin 45^\circ} > \frac{\text{原}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} > \sqrt{2} \text{原} \\ & \text{载}_{\beta} > \frac{\text{原}}{\cos \beta} > \frac{\text{原}}{\cos 45^\circ} > \frac{\text{原}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} > \sqrt{2} \text{原} \end{aligned} \right\} \quad (\text{图})$$