

21 世纪高等职业技术教育规划教材——土木工程类

工 程 力 学

(下册)

胡拔香 主编

李兆亭 主审

西南交通大学出版社

· 成 都 ·

前 言

本书依据《高职高专教育土建类专业力学课程教学基本要求》编写,是高职高专力学系列课程教学内容及课程体系改革的成果。全书力求体现高职高专教育培养高等技术应用性人才的特点,精选静力学、材料力学和结构力学的有关内容,使之融会贯通,内容精炼,重点突出,应用性强。

本书计划需要 140 学时,根据专业需要,带 * 号的内容可以适当取舍。

全书分上、下两册,参加教材下册编写的人员有:陕西铁路工程职业技术学院袁光英、宋世良(第九章)、张华兵(第十章)、丁广炜(第十一章)、胡拔香(第十二、十四、十五章),合肥铁路工程学校陈赛红(第十三章)。全书由胡拔香主编,李兆亭(陕西铁路工程职业技术学院)主审。

本书在编写过程中,得到了诸多同事的大力支持,在此谨表谢意!

由于编者水平有限,加之时间仓促,本教材难免有不妥之处,敬请同行和读者在使用过程中提出宝贵意见,以便进一步修订。

编者

2006.9

目 录

第九章 压杆稳定.....	(1)
9.1 压杆稳定的概念	(1)
9.2 细长压杆的临界力公式——欧拉公式	(3)
9.3 中长杆的临界应力计算	(7)
9.4 压杆的稳定计算	(8)
9.5 提高压杆稳定性的措施.....	(12)
学习指导	(13)
学习要求	(14)
思考题	(14)
习 题	(14)
第十章 平面体系的几何组成分析	(16)
10.1 概 述	(16)
10.2 几何不变体系的简单组成规则	(19)
10.3 平面体系的几何组成分析	(22)
学习指导	(24)
学习要求	(24)
思考题	(24)
习 题	(24)
第十一章 静定结构的受力分析	(26)
11.1 概 述	(26)
11.2 多跨静定梁	(27)
11.3 静定平面刚架	(31)
11.4 静定平面桁架	(35)
* 11.5 三铰拱	(40)
11.6 静定结构特性	(45)
学习指导	(45)
学习要求	(46)
思考题	(46)
习 题	(46)

第十二章 结构位移计算及刚度校核	(49)
12.1 概 述	(49)
12.2 梁的位移计算和刚度校核	(50)
12.3 梁的合理截面	(58)
12.4 静定结构的位移	(59)
12.5 荷载作用下静定结构的位移计算	(62)
* 12.6 支座移动引起的结构位移	(67)
12.7 弹性结构的互等定理	(68)
学习指导	(69)
学习要求	(69)
思考题	(69)
习 题	(70)
第十三章 超静定结构分析	(72)
13.1 概 述	(72)
13.2 力 法	(72)
13.3 结构对称性的利用	(81)
13.4 位移法	(88)
13.5 超静定结构的特性	(94)
学习指导	(94)
学习要求	(94)
思考题	(95)
习 题	(95)
第十四章 影响线及其应用	(97)
14.1 影响线的概念	(97)
14.2 单跨静定梁的影响线	(97)
14.3 最不利荷载位置	(102)
14.4 简支梁的绝对最大弯矩和内力包络图	(106)
学习指导	(109)
学习要求	(109)
思考题	(110)
习 题	(110)
* 第十五章 梁的极限荷载	(113)
15.1 基本概念	(113)
15.2 极限荷载的计算	(116)
学习指导	(120)

学习要求.....	(120)
思考题.....	(120)
习 题.....	(121)
部分习题答案.....	(122)
参考文献.....	(124)

第九章 压杆稳定

9.1 压杆稳定的概念

一、稳定性问题的提出

1. 简单的实验

取两根截面相同而高度不同的松木条(图 9.1), $A=30\text{ mm}\times 5\text{ mm}$, 一杆长为 20 mm, 另一杆长为 1 000 mm。若松木的强度极限 $\sigma_b=30\text{ MPa}$, 按强度考虑, 两杆的极限承载力均应为 $P=\sigma_b\times A=4.5\text{ kN}$ 。但是, 当我们给两杆缓慢施加压力时会发现: 长杆(图 9.1(b)) 在加到远小于 4.5 kN 时, 杆件便发生弯曲, 当力再加大时, 弯曲迅速加大, 杆随即折断; 而短杆(图 9.1(a)) 受力接近 4.5 kN, 且在破坏前一直保持着直线形状。显然, 长杆的破坏不是强度不足造成的。

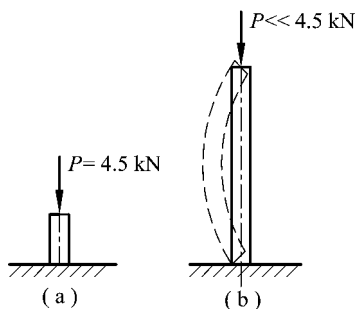


图 9.1

2. 典型工程案例

在工程史上, 1925 年, 苏联莫兹尔桥, 以及有些国家发生的一些重大工程事故, 都是由于结构中某根受压杆在满足强度条件的情况下, 突然发生弯曲, 从而引起整个结构毁坏造成的。

3. 丧失稳定

工程事故引起了人们的高度关注。人们做了大量的工作来研究杆的受压破坏问题。经研究, 长杆在远远小于杆件极限承载力的压力作用下发生破坏, 就其性质而言, 与杆件的强度无关。这种长杆由于丧失了保持直线形状的稳定而造成的破坏称为丧失稳定。因此, 对细长压杆进行稳定性计算就显得尤为重

要。

二、平衡状态的稳定性

1. 简单的演示——刚体平衡状态的稳定性

为了形象说明细长压杆“丧失稳定”的实质，现以图 9.2 所示的小球在三种约束条件下的平衡状态的稳定性做比拟。小球在 A、B、C 三个位置都可以保持平衡，但这些平衡状态抵抗干扰的能力不同。图 9.2(a) 所示小球受到干扰后，经过摆动，能回到原来的平衡位置，继续保持平衡。小球在 A 处的平衡状态就称为稳定的平衡状态。图 9.2(b) 所示小球受到干扰后，会脱离原来的位置，再也不能回到原来的平衡位置。小球在 B 处的平衡状态就称为不稳定的平衡状态。图 9.2(c) 所示小球受到干扰后，小球既不能回到原处，也不会继续滚动，而是在新的位置保持了新的平衡。小球在 C 处的平衡状态就称为随遇平衡状态。同样的事实纵向看，小球的平衡状态从“稳定”的变到不“不稳定”的，与约束从凹变到凸有关，其间的分界线是平面，小球在 C 处的随遇平衡状态已经具有不稳定平衡状态的特点，是不稳定平衡状态的开始，故又称为临界状态。

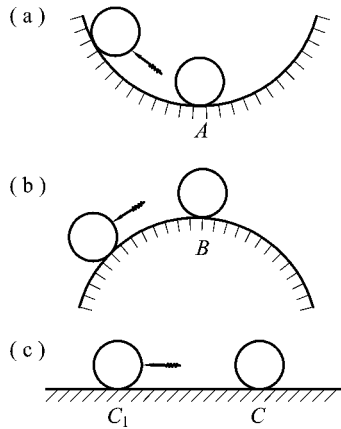


图 9.2

2. 弹性体平衡状态的稳定性——中心受压直杆的稳定性分析

为了弄清弹性体的稳定性，以中心受压杆的稳定性分析为例。对于中心受压直杆(图 9.3) 受轴向力 P 作用时，假想地在杆上施加以横向干扰力 Q (图 9.3(a))，若轴向力不大时 (图 9.3(b))，那么撤去干扰力后，杆的轴线将恢复其原有的直线形状；当压力逐渐增大到一定的限界值时 (图 9.3(c))，撤去干扰力后，杆的轴线将保持弯曲的形状，而不可能恢复其原有的直线形状；当压力超过限界值时 (图 9.3(d))，撤去干扰力后，杆的轴线的弯曲形状会继续增大，直至弯曲折断。显然，当压力 P 不超过某一限界值时，压杆在直线形状下的平衡是稳定平衡，而当压力 P 增大到该限界值时，压杆在直线形状下的平衡

就转化为不稳定平衡，中心受压直杆所能承受压力的限界值习惯上称为“临界压力”，或简称为“临界力”。用 P_{cr} 表示，所谓“临界状态”，就是压杆在直轴线形状下的平衡由稳定转化为不稳定的这一特定状态。中心受压直杆在临界力作用下

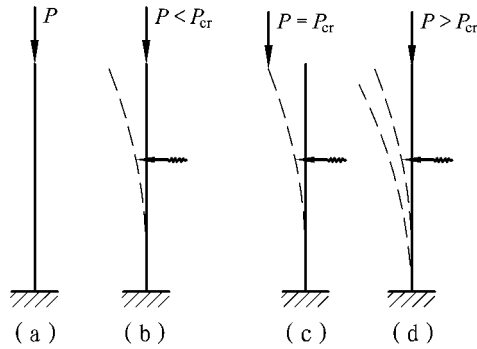


图 9.3

下，其直轴线形状下的平衡丧失稳定性，称为“失稳”。

工程实际中的受压杆件（房柱、桥墩），由于种种原因不可能达到理想的中心受压直杆状态。材料的不均匀、制造的误差、加力的偏差等不可避免的因素的影响都相当于一种“干扰力”。当压杆上的荷载达到临界力 P_{cr} 时，在这些不可避免的干扰力作用下，杆件就会发生“失稳”破坏。因此，压杆稳定性计算的关键是确定各种条件下压杆的临界力。

9.2 细长压杆的临界力公式——欧拉公式

一、两端铰支压杆的临界力

图 9.4 为两端受压杆件，人们经过对不同长度 (l)、不同截面 (I)、不同材料 (E) 的压杆在内力不超过材料的比例极限时发生失稳的临界力 P_{cr} 进行研究得

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (9.1)$$

式中 π ——圆周率；
 E ——材料的弹性模量；
 I ——杆件截面对形心主轴的惯性矩。
 l ——杆件长度；

当杆端在各方向的约束情况相同时，压杆总是在抗弯刚度最小的纵向平面内失稳，所以 (9.1) 式中的惯性矩应

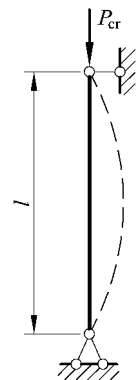


图 9.4

取截面最小的形心惯性矩 I_{\min} 。

瑞士科学家欧拉(L. Euler) 早在 18 世纪, 就对理想细长压杆在弹性范围的稳定性进行了研究。从理论上证明了(9.1) 式是正确的, 因此(9.1) 式又称为计算临界力的欧拉公式。

二、杆端支承对临界力的影响

工程上常见的杆端支承形式主要有四种, 如图 9.5 所示, 欧拉进一步研究得出各种支承情况下的临界力。如一端固定, 一端自由的杆件, 这种支承形式下压杆的临界力, 只要在(9.1) 式中以 $2l$ 代替 l 即可

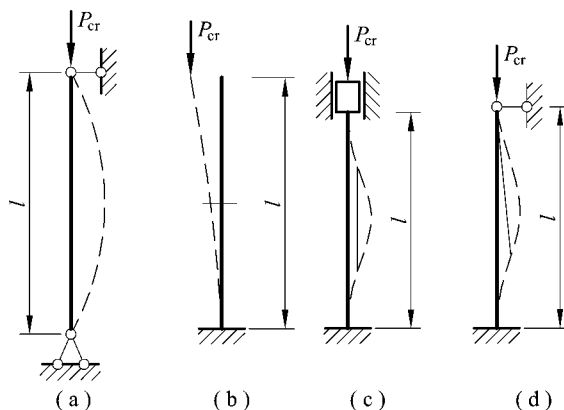


图 9.5

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} \quad (\text{a})$$

同理, 可得两端固定支承的临界力为

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(0.5l)^2} \quad (\text{b})$$

一端固定, 一端铰支压杆的临界力为

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(0.7l)^2} \quad (\text{c})$$

式(a), (b), (c) 和(9.1) 可归纳为统一的表达式

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} \quad (9.2)$$

式中 μl 称为压杆计算长度, μ 称为长度系数, 几种不同杆端支承的各 μ 值列于表 9.1 中, μ 反映了杆端支承情况对临界力的影响。

表 9.1 各种杆端支承压杆的长度系数图 μ

杆端支承情况				
临界力 P_{cr}	$\frac{\pi^2 EI}{l^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{(2l)^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{(0.5l)^2}$	$\frac{\pi^2 EI}{(0.7l)^2}$
计算长度	l	$2l$	$0.5l$	$0.7l$
长度系数 μ	1	2	0.5	0.7

例 9.1 图 9.6 所示轴心受压杆，截面面积为 $10 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ 。已知其为细长杆，弹性模量 $E=200 \text{ GPa}$ ，试计算其临界力。

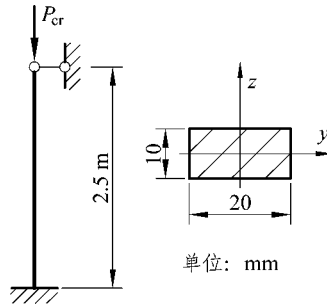


图 9.6

解 由杆件的约束形式可知

$$\mu = 0.7$$

$$I_{\min} = I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{20 \times 10^3}{12} = 1.67 \times 10^3 \text{ mm}^4$$

临界力

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3 \times 1.67 \times 10^3}{(0.7 \times 2.5 \times 10^3)^2} = 1\,076.2 \text{ N} = 1.076 \text{ kN}$$

三、临界应力和柔度

在临界力的作用下，细长压杆横截面上的平均应力叫做压杆的临界应力，用 σ_{cr} 表示。若压杆的横截面面积为 A ，则临界应力为

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2 \cdot A}$$

由式 $\frac{I}{A} = i^2$ 可知

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(\mu l)^2} \cdot i^2 = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i}\right)^2}$$

$$\text{令} \quad \lambda = \frac{\mu l}{i} \quad (9.3)$$

于是临界应力的公式为

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (9.4)$$

λ 称为压杆的柔度或长细比，它综合反映了压杆的长度、支承情况、截面形状与尺寸等因素，是一个无量纲的量。

四、欧拉公式的适用范围

欧拉公式是在材料服从胡克定律的条件下导出的。因此，压杆的临界力只适用于应力小于比例极限的情况。其条件可表示为

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_p$$

若用柔度来表示，则欧拉公式的适用范围为

$$\lambda \geq \lambda_p = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_p}} \quad (9.5)$$

式中， λ_p 为 $\sigma_{cr} = \sigma_p$ 时的柔度值。

工程中把 $\lambda \geq \lambda_p$ 的压杆称为细长杆(或大柔度杆)，只有细长杆才能应用欧拉公式计算压杆的临界力和临界应力。

λ_p 的大小与材料的力学性能有关，不同材料的 λ_p 值不同。如 Q235 钢，若取 $E=200 \text{ GPa}$ ， $\sigma_p=200 \text{ MPa}$ ，代入上式可得 $\lambda_p=100$ 。这意味着由 Q235 钢制成的压杆，只有在 $\lambda \geq 100$ 时才可以应用欧拉公式。

例 9.2 有一长 $l=4.5 \text{ m}$ 的压杆，截面为 20a 工字钢，一端固定，一端铰支，材料为 Q235 钢， $E=2 \times 10^5 \text{ MPa}$ ，如图 9.7 所示。试计算压杆的临界力和临界应力。

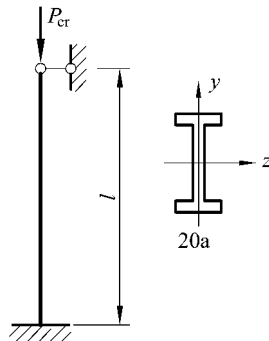


图 9.7

解 (1) 计算 λ 。压杆一端固定，一端铰支， $\mu=0.7$ 。 I_y 、 I_z 为形心主惯性矩， $I_{\min}=I_y$ 。查型钢表得

$$i_y = 2.12 \text{ cm}, I_y = 158 \text{ cm}^4, A = 35.6 \text{ cm}^2$$

$$\text{故 } \lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{0.7 \times 4.500}{21.2} = 148.6 > \lambda_p = 100$$

压杆为细长杆。

(2) 计算 P_{cr}

$$P_{\text{cr}} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 \times 2.1 \times 10^5 \times 158 \times 10^4}{(0.7 \times 4.5 \times 10^3)^2} = 330.04 \times 10^3 \text{ N} = 330.04 \text{ kN}$$

(3) 计算 σ_{cr}

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{P_{\text{cr}}}{A} = \frac{330.04 \times 10^3}{35.6 \times 10^2} = 92.7 \text{ MPa}$$

例 9.3 一中心受压木柱，长 $l=8 \text{ m}$ ，矩形截面 $b \times h=120 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ ，柱的支承情况是：在最大刚度平面内弯曲时(中心轴为 y 轴) 两端铰支，如图 9.8(a) 所示；在最小刚度平面内弯曲时(中心轴为 z 轴)，两端固定，如图 9.8(b) 所示。木材的弹性模量 $E=10 \text{ GPa}$ ， $\lambda_p=110$ ，试求木柱的临界应力和临界力。

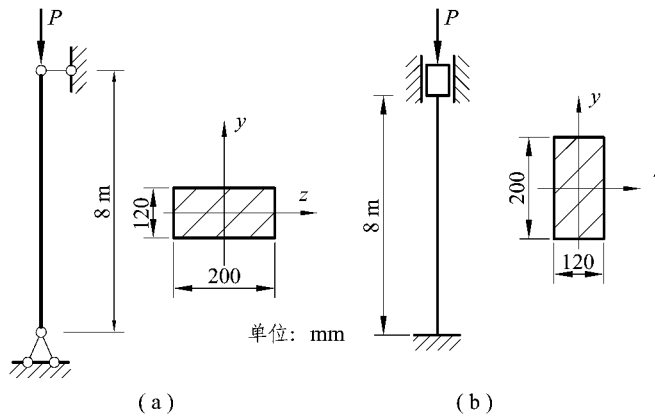


图 9.8

解 (1) 计算最大刚度平面内的柔度

$$i_y = \frac{h}{\sqrt{12}} = \frac{200}{\sqrt{12}} = 57.7 \text{ mm}$$

在此平面内，柱子两端为铰支， $\mu=1$

$$\lambda_y = \frac{\mu l}{i_y} = \frac{1 \times 8 \times 10^3}{57.7} = 139$$

(2) 计算最小刚度平面的柔度

$$i_z = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{120}{\sqrt{12}} = 34.6 \text{ mm}$$

在此平面内，柱子两端固定，所以 $\mu=0.5$

$$\lambda_z = \frac{\mu l}{i_z} = \frac{0.5 \times 8 \times 10^3}{34.6} = 115.6$$

(3) 讨论。计算结果表明，木柱的最大刚度平面内柔度 λ_y 比最小刚度平面内柔度 λ_z 大，故木柱将在最大刚度平面内失稳。

(4) 计算临界应力和临界力。因 $\lambda_y=139>110$ ，木柱为细长杆，可用欧拉公式。

临界应力为

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_y^2} = \frac{\pi^2 \times 10 \times 10^3}{139^2} = 5.10 \text{ MP}$$

临界力为

$$P_{cr} = A \cdot \sigma_{cr} = 120 \times 200 \times 5.1 = 122.4 \times 10^3 \text{ N} = 122.4 \text{ kN}$$

9.3 中长杆的临界应力计算

当压杆的柔度 λ 小于 λ_p 而大于 λ_s 时，称为中长杆或中柔度杆，此类压杆的材料处于弹性变形阶段，不能应用欧拉公式。对于这类压杆目前大都采用以实验为基础的经验公式进行计算。

我国有关规范的经验公式为

$$\sigma_{cr} = \sigma_s - k\lambda^2 \quad (9.6)$$

式中 σ_s ——材料的屈服极限；

k ——与材料有关的常数，从有关规范中查出。

如 Q235 钢， $\sigma_s=240 \text{ MPa}$ ， $E=210 \text{ GPa}$ ，其经验公式为

$$\sigma_{cr} = 240 - 0.0068\lambda^2 \text{ MPa}$$

类似地，16Mn 钢的经验公式为

$$\sigma_{cr} = 250 - 0.014\lambda^2 \text{ MPa}$$

对于柔度 $\lambda \leq \lambda_s$ 的压杆，称为短粗杆或小柔度杆，其 $\sigma_{cr} = \sigma_s$ 或 $\sigma_{cr} = \sigma_b$ 。

9.4 压杆的稳定计算

一、稳定条件

要使压杆不丧失稳定，应使作用在杆上的压力 P 不超过压杆的临界力。在工程中为了保证压杆具有足够的稳定性，通常必须考虑一定的安全储备，因此压杆的稳定条件为

$$P \leq \frac{P_{cr}}{n_{st}} \quad (9.7)$$

式中 P ——实际作用在压杆上的压力；
 P_{cr} ——压杆的临界力；
 n_{st} ——稳定安全系数。

稳定安全系数通常大于强度安全系数，因为与强度安全系数相比，还应考虑实际压杆存在的制造误差，微小初弯曲等因素。

由(9.7)可知

$$\sigma = \frac{P}{A} \leq \frac{P_{cr}}{A \cdot n_{st}} = \frac{\sigma_{cr}}{n_{st}}$$

即

$$\sigma = \frac{P}{A} \leq [\sigma_{st}] \quad (9.8)$$

由于临界力 σ_{cr} 和稳定安全因数 n_{st} 都随压杆的柔度 λ 变化，所以 $[\sigma_{st}]$ 也是一个随 λ 变化的量。

二、折减系数法

通常在压杆稳定计算中将变化的稳定许用应力 $[\sigma_{cr}]$ 用强度许用应力 $[\sigma]$ 关系式来表达

$$\frac{\sigma_{cr}}{n_{st}} = [\sigma_{cr}] = \varphi[\sigma]$$

由该式可知

$$\varphi = \frac{\sigma_{cr}}{n_{st} \cdot [\sigma]}$$

式中 $[\sigma]$ ——强度计算时的许用应力；

φ ——折减系数 ($0 \leq \varphi \leq 1$)。

φ 是一个随 λ 与 E 变化的量，表 9.2 是几种材料的折减系数，计算时可查用。

表 9.2 压杆的折减系数 φ

λ	φ			λ	φ		
	Q235 钢	16Mn	木材		Q235 钢	16Mn	木材
0	1.000	1.000	1.000	110	0.536	0.384	0.248
10	0.995	0.993	0.971	120	0.466	0.325	0.208
20	0.981	0.973	0.932	130	0.401	0.279	0.178
30	0.958	0.940	0.883	140	0.349	0.242	0.153
40	0.927	0.895	0.822	150	0.306	0.213	0.133
50	0.888	0.840	0.751	160	0.272	0.188	0.117
60	0.842	0.776	0.668	170	0.243	0.168	0.104
70	0.789	0.705	0.575	180	0.218	0.151	0.093

λ	φ			λ	φ		
	Q235 钢	16Mn	木材		Q235 钢	16Mn	木材
80	0.731	0.627	0.470	190	0.197	0.136	0.083
90	0.669	0.546	0.370	200	0.180	0.124	0.075
100	0.604	0.462	0.300				

压杆的稳定条件可用折减系数 φ 与强度许用应力来表示

$$\sigma = \frac{P}{A} \leq \varphi[\sigma] \quad (9.9)$$

此式即为压杆需满足的稳定条件，从形式上可理解为压杆在强度破坏之前便丧失稳定，故由降低强度的许用应力来保证压杆的安全。

三、稳定计算

应用(9.9)式的稳定条件，可对压杆进行三种稳定方面的计算。

1. 稳定校核

按照压杆给定的支承情况确定 μ 值，然后由已知截面的形状和尺寸计算面积 A 、惯性矩 I 、惯性半径 i 及柔度 λ ，由 λ 查表 9.2 得出 φ 值，最后验算是否满足 $\sigma = \frac{P}{A} \leq \varphi[\sigma]$ 这一稳定条件。

2. 确定许用荷载

根据压杆的支承情况、截面形状和尺寸，依次确定 μ 、 A 、 I 、 i 、 λ 各值。然后根据材料和 λ 值，由表 9.2 查出 φ ，最后按稳定条件计算许用荷载

$$[P] = A[\sigma] \cdot \varphi$$

3. 选择截面

稳定条件经变换后可得

$$A \geq \frac{P}{\varphi[\sigma]}$$

上式表明，要计算 A ，先要查知 φ ，但 φ 与 λ 有关， λ 与 i 有关， i 与 A 有关，当 A 未求得之前， φ 值也不能查出。一般采用试算法。

例 9.4 如图 9.9 所示轴心受压杆截面形式，材料许用应力 $[\sigma] = 10 \text{ MPa}$ ，试校核其稳定性。

解 (1) 计算截面工作应力

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{150 \times 10^3}{120 \times 240} = 4.86 \text{ MPa}$$

(2) 计算折减应力：

惯性半径

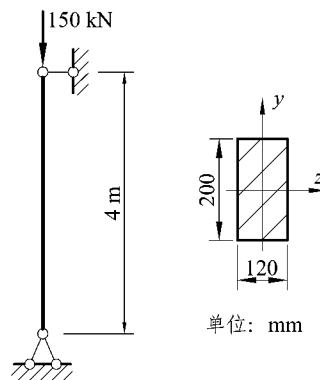


图 9.9

$$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{240 \times 120^3}{12 \times 120 \times 240}} = 34.64 \text{ mm}$$

则最大柔度

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{1 \times 4 \times 10^3}{34.64} = 115.5$$

查表 9.2 有

$$\lambda_1 = 110, \varphi_1 = 0.248$$

$$\lambda_2 = 120, \varphi_2 = 0.208$$

用直线插入法求 $\lambda=115.5$ 时的 φ

$$\varphi = 0.248 - \frac{0.248 - 0.208}{120 - 110} \times (115.5 - 110) = 0.226$$

所以

$$\varphi[\sigma] = 0.226 \times 10 \text{ MPa} = 2.26 \text{ MPa}$$

(3) 比较。由于 $\sigma = 4.86 \text{ MPa} > \varphi[\sigma] = 2.26 \text{ MPa}$ ，故木柱不满足稳定条件。

例 9.5 两端固定的钢杆，材料许用应力 $[\sigma] = 150 \text{ MPa}$ ，试求该压杆的许用荷载 $[P]$ (图 9.10)。

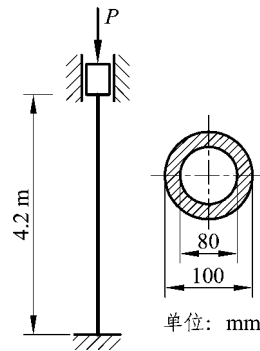


图 9.10

解 由于截面为圆环，所以 $I_x = I_y = I_{\min}$ ，则

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4)}{\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)}} = \frac{1}{4} \sqrt{D^2 + d^2} = \frac{1}{4} \sqrt{100^2 + 80^2} = 32.02 \text{ mm}$$

钢柱两端固定， $\mu=0.5$ ，其柔度为

$$\lambda = \frac{\mu l}{i} = \frac{0.5 \times 4.5 \times 10^3}{32.02} = 70.3$$

查表 9.2 得：当 $\lambda = 70$ 时， $\varphi = 0.789$ ；当 $\lambda = 80$ 时， $\varphi = 0.731$ 。

用直线插入法求 $\lambda = 70.3$ 时的 φ

$$\varphi = 0.789 - \frac{70.3 - 70}{80 - 70}(0.789 - 0.731) = 0.787$$

所以许用荷载为

$$\begin{aligned}[P] &= A \cdot [\sigma] \cdot \varphi = \frac{\pi}{4}(100^2 - 80^2) \times 150 \times 0.787 \\ &= 333\,609.3 \text{ N} = 333.6 \text{ kN}\end{aligned}$$

选择截面试算法步骤为：

(1) 先假设一适当的 φ_1 值(一般取 0.5)，由此可定出截面尺寸 A_1 ；

(2) 按初选的截面尺寸 A_1 ，计算 i 、 λ ，查出 φ'_1 。比较查出的 φ'_1 与假设的 φ_1 ，若两者比较接近，可对所选截面进行稳定校核；

(3) 若 φ'_1 与 φ_1 相差较大，则再按 $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2}$ 计算，直至 φ_n 与 φ'_n 接近为止。

* 例 9.6 一木柱高 $l = 3.5 \text{ m}$ ，截面为圆，两端铰支，承受轴向压力 $P = 75 \text{ kN}$ ，木材许用应力 $[\sigma] = 10 \text{ MPa}$ ，试选择直径 d 。

解 (1) 先设 $\varphi_1 = 0.5$ ，则

$$A_1 = \frac{P}{\varphi_1 [\sigma]} = \frac{75 \times 10^3}{0.5 \times 10} = 15 \times 10^3 \text{ mm}^2$$

于是直径

$$d_1 = \sqrt{\frac{4A_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 15 \times 10^3}{\pi}} = 138 \text{ mm}$$

取 $d_1 = 140 \text{ mm}$ 。

(2) 在所选直径下

$$\begin{aligned}i_1 &= \frac{d_1}{4} = \frac{140}{4} = 35 \text{ mm} \\ \lambda_1 &= \frac{\mu l}{i_1} = \frac{1 \times 3.5 \times 10^3}{35} = 100\end{aligned}$$

查表 9.2 得 $\varphi'_1 = 0.3$ ，这与所设 $\varphi_1 = 0.5$ 差别较大，重新计算。

(3) 设 $\varphi_2 = \frac{\varphi_1 + \varphi'_1}{2} = \frac{0.5 + 0.3}{2} = 0.4$ ，则

$$\begin{aligned}A_2 &= \frac{P}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{75 \times 10^3}{0.4 \times 10} = 18.75 \times 10^3 \text{ mm}^2 \\ d_2 &= \sqrt{\frac{4A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 18.75 \times 10^3}{\pi}} = 154.4 \text{ mm}\end{aligned}$$

取 $d_2 = 160 \text{ mm}$ 。

(4) $i_2 = \frac{d_2}{4} = \frac{160}{4} = 40 \text{ mm}$

$$\lambda_2 = \frac{\mu l}{i_2} = \frac{1 \times 3.5 \times 10^3}{40} = 87.5$$

查表得 $\varphi'_2 = 0.393$ ，与 $\varphi_2 = 0.4$ 很接近。