

工程力学基础 I

# 理论力学

戴泽墩摇编著

 **北京理工大学出版社**

BEIJING INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 简 介

本书是与《工程力学基础 II》(材料力学)配套的一本教材,内容为理论力学部分。全书共有两篇十二章。第一篇为静力学,包括静力学的基本概念,平面力系的简化,平面力系的平衡,空间力系的平衡,物体的重心、质心和形心等五章;第二篇为运动学和动力学,包括点的运动学,刚体的基本运动,点的合成运动,刚体的一般平面运动,动量原理,动能定理,达朗伯原理等七章。

本书可作高等院校教学时用的参考教材。

版权专有 侵权必究

---

图书在版编目(CIP)数据

工程力学基础 I:理论力学 戴泽墩编著 北京:北京理工大学出版社, 2014

ISBN 978-7-302-34111-1

I. ①工... II. ①戴... III. ①工程力学—高等学校—教材 IV. ①O31

中国版本图书馆CIP数据核字(2014)第 151111 号

---

出版发行 北京理工大学出版社

社址 北京市海淀区中关村南大街 5 号

邮编 100071

电话 (010)62270178(营销中心) (010)62279000(发行部)

网 址 <http://www.bitpress.com.cn>

电子邮箱 [bjing@bitpress.com.cn](mailto:bjing@bitpress.com.cn)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 北京圣瑞伦印刷厂

开 本 787 毫米 × 1092 毫米 1/16

印 张 15.5

字 数 380 千字

版 次 2014 年 1 月第 1 版 2014 年 1 月第 1 次印刷

印 数 1~5000 册

责任校对 郑兴玉

定 价 28.00 元

责任印制 刘京凤

---

图书出现印装质量问题,本社负责调换

# 前 言

《工程力学基础》包括理论力学、材料力学两部分内容。为了便于选用,两部分各自成册,同时出版。

本套教材是针对北京理工大学相关专业根据新世纪之教学目标所制订的中、少学时的工程力学教学计划要求而编写的。在编写过程中,作者力求做到理论分析严谨、结论描述简明、应用说明采用实例,以利提高学生分析问题、解决问题的能力。

本教材的理论力学分册由戴泽墩教授编写,材料力学分册由刘耀乙教授编写。他们在编写时主要参考了北京理工学历届使用过的多种自编教材,以及教学实践和教学研讨成果,并参阅了兄弟院校的有关教材和教学经验的交流资料。在此,谨向上述文献资料的作者表示衷心的感谢。

随着我国教学改革不断深化,加之编者水平有限,本书难免存在不足之处,恳盼专家、读者指正。

编 者

二〇〇九年 月于北京

# 目 录

## 第一篇 静力学

第一章 静力学的基本概念 .....	( 圆 )
摇 异 圆 静力和力偶 .....	( 圆 )
摇 异 圆 静力系平衡的基本公理 .....	( 远 )
摇 异 圆 静力系等效的基本性质 .....	( 苑 )
摇 异 圆 约束和约束反力 .....	( 员 )
摇 异 圆 刚体的受力和受力图 .....	( 圆 )
摇 本章内容小结 .....	( 圆 )
摇 习 题 .....	( 圆 )
第二章 静平面力系的简化 .....	( 猿 )
摇 异 圆 静平面基本力系的简化 .....	( 猿 )
摇 异 圆 静平面任意力系的简化 .....	( 猿 )
摇 异 圆 静力在轴上的投影和力系简化的分析计算 .....	( 猿 )
摇 本章内容小结 .....	( 源 )
摇 习 题 .....	( 源 )
第三章 静平面力系的平衡 .....	( 源 )
摇 异 圆 静平面任意力系的平衡条件·平衡方程 .....	( 源 )
摇 异 圆 静平面力系平衡方程的应用举例 .....	( 缘 )
摇 异 圆 静定和静不定问题的概念·刚体系的平衡问题 .....	( 缘 )
摇 异 圆 静平面桁架杆件内力的计算 .....	( 远 )
摇 异 圆 考虑摩擦时的平衡问题 .....	( 苑 )

摇本章内容小结 .....	( 愿原)
摇习摇题 .....	( 愿缘)
第四章摇空间力系的平衡 .....	( 怨远)
摇 异愿阴摇力在空间直角坐标轴上的投影 .....	( 怨远)
摇 异愿圆摇力对直角坐标轴之矩 .....	( 怨愿)
摇 异愿陵摇常见空间约束及其约束力 .....	( 员园员)
摇 异愿原摇空间力系的平衡方程及其应用 .....	( 员园圆)
摇本章内容小结 .....	( 员园愿)
摇习摇题 .....	( 员园园)
第五章摇物体的重心、质心和形心 .....	( 员园源)
摇 异缘阴摇物体的重心 .....	( 员园源)
摇 异缘圆摇物体的质心 .....	( 员园远)
摇 异缘陵摇物体的形心 .....	( 员园远)
摇 异缘原摇匀质物体重心的求法 .....	( 员园苑)
摇本章内容小结 .....	( 员园远)
摇习摇题 .....	( 员园苑)

## 第二篇摇运动学和动力学

第六章摇点的运动学 .....	( 员员起)
摇 异源阴摇描述点的位置的方法·点的运动方程 .....	( 员员起)
摇 异源圆摇位移、速度和加速度 .....	( 员员圆)
摇 异源陵摇由动点的运动方程求解其速度和加速度 .....	( 员员源)
摇本章内容小结 .....	( 员员苑)
摇习摇题 .....	( 员员愿)
第七章摇刚体的基本运动 .....	( 员员猿)
摇 异苑阴摇刚体的平动 .....	( 员员猿)
摇 异苑圆摇刚体的定轴转动 .....	( 员员缘)
摇 异苑陵摇刚体基本运动问题应用举例 .....	( 员员愿)

摇本章内容小结 .....	(员员)
摇习摇题 .....	(员圆)
第八章摇点的合成运动 .....	(员缘)
摇 异震阴摇合成运动的基本概念 .....	(员缘)
摇 异震圆摇点的速度合成定理 .....	(员元)
摇 异震院摇牵连运动为平动时的加速度合成定理 .....	(员员)
* 异震原摇牵连运动具有瞬时转动时的加速度合成定理 .....	(员源)
摇本章内容小结 .....	(员愿)
摇习摇题 .....	(员怨)
第九章摇刚体的一般平面运动 .....	(员愿)
摇 异震阴摇刚体一般平面运动的概念 .....	(员愿)
摇 异震圆摇一般平面运动刚体的运动方程及其运动的分解 .....	(员苑)
摇 异震院摇平面图形上任意两点的速度关系 .....	(员苑)
摇 异震原摇平面图形的速度瞬心及其速度分布规律 .....	(员苑)
摇 异震缘摇平面图形上任意两点的加速度关系 .....	(员圆)
摇本章内容小结 .....	(圆缘)
摇习摇题 .....	(圆元)
第十章摇动量原理 .....	(圆圆)
摇 异震阴摇质点运动微分方程和动量定理 .....	(圆圆)
摇 异震圆摇质点系动量定理及质心运动定理 .....	(圆愿)
摇 异震院摇刚体的转动惯量 .....	(圆缘)
摇 异震原摇动量矩定理·刚体定轴转动微分方程 .....	(圆怨)
摇本章内容小结 .....	(圆愿)
摇习摇题 .....	(圆员)
第十一章摇动能定理 .....	(圆苑)
摇 异震阴摇力的功 .....	(圆苑)
摇 异震圆摇质点和质点系的动能 .....	(圆圆)

摇 异元圆摇动能定理 .....	(圆缘)
摇 本章内容小结 .....	(圆缘)
摇 习摇题 .....	(圆远)
第十二章摇达朗伯原理 .....	(圆缘)
摇 异元圆摇惯性力和达朗伯原理 .....	(圆缘)
摇 异元圆摇刚体惯性力系的简化及其应用举例 .....	(圆愿)
摇 本章内容小结 .....	(圆苑)
摇 习摇题 .....	(圆愿)
参考文献 .....	(圆园)

# 第一篇 静力学

静力学是研究刚体在力系作用下平衡规律的科学。

刚体是指运动过程中不发生变形的物体。它是在研究力对物体作用的外效应时,由实际的物体抽象而来的理想力学模型。

刚体的平衡是指刚体相对于惯性参考系处于静止或作匀速直线平行移动的一种状态。它是刚体运动状态的一种特殊形式。

牛顿力学理论指出,刚体能否处于平衡状态,取决于它所受到的一群力(力系)。能使刚体保持其平衡状态的力系称为平衡力系。要判断一个力系是否为平衡力系,必须先研究力系对刚体作用的总效应。对于一个复杂的力系对刚体作用的总效应,往往可以用一个简单力系对刚体作用的总效应来代替。寻找一个简单力系来等效替代一个复杂力系,称为力系的简化。这样,判断任何一个复杂力系是否为平衡力系,就可根据其简单的等效力系是否为平衡力系来决定。

当然,在分析具体的刚体之平衡时,还应对每个刚体进行受力分析,正确地判断它所受的力系是由哪些力所组成的。

由上所述,静力学主要研究以下三个问题:

- (员) 刚体的受力分析;
- (圆) 力系的等效简化;
- (猿) 力系的平衡条件及其应用。

其中刚体的受力分析及力系的简化还是研究动力学的基础,而整个静力学内容则是学习材料力学、机械原理、机器零件等后续课程的必备知识。静力学的理论和方法在解决许多实际工程技术问题的过程中有着广泛的应用。

# 第一章 静力学的基本概念

## 静力学和力偶

### 静力学和力矢量 · 力对点之矩

#### 力的定义

力是物体对物体的机械作用,其效应是使物体的运动状态发生改变和使物体形状发生变化。

人们通过力对物体作用的效应来认识和判断力的存在。力使物体运动状态发生改变的效应称为力的外效应或运动效应;力使物体形状发生变化的效应称为力的内效应或变形效应。静力学中,把物体抽象为刚体,因此只研究力的外效应。

#### 力的三要素

力对物体作用的效应取决于力的大小、力的方向、力的作用点,它们称为力的三要素。通过力的作用点并与力的方向平行的直线称为力的作用线。实践和理论均说明,力的作用点沿其作用线移动不会改变它对刚体作用的效应。因此,对刚体来说,力的三要素是力的大小、力的方向和力的作用线。或者说,两个力对刚体作用效应相同(等效)的充分必要条件是它们的大小、方向和作用线三要素完全相同。

#### 力矢和力对点之矩

力的大小和力的方向可用矢量表示。力的单位为牛(晕)。

为了表征力的作用线位置,可选定空间某一参考点,然后由力的作用线与点所决定的平面的方位,以及点到作用线之距离即可确定作用线所在的位置。

设力的作用点为,其作用线与点的距离为,点与作

用线决定的平面之法向单位矢量为  $\vec{n}$ ，如图 1-1 所示。力学中，定义力  $\vec{F}$  对点  $O$  之矩为一矢量，它的大小等于力的大小与距离  $d$  之乘积，它的方向与  $\vec{n}$  相同，以符号  $M_O(\vec{F})$  表示，则有

$$M_O(\vec{F}) = Fd$$

(1-1)

不难看出，力  $\vec{F}$  对点  $O$  之矩还可表示为

$$M_O(\vec{F}) = \vec{r} \times \vec{F}$$

(1-2)

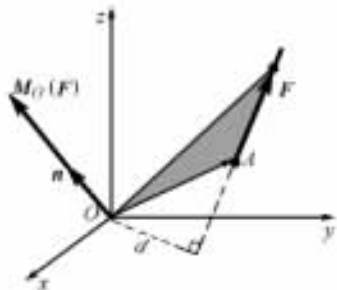


图 1-1

点  $O$  称为矩心，距离  $d$  称为力臂。力对点之矩（简称力矩）的单位是牛·米（ $\text{N}\cdot\text{m}$ ）。

由以上定义可见，力和力对点之矩两个矢量完全确定了力的大小、力的方向和力的作用线三个要素。因此，如两个力的矢量和它们对同一矩心之矩矢分别相等，则两力对刚体的作用完全等效；否则，两力不等效。一个力系的各力之矢量和称为力系的主矢；各力对点  $O$  之矩的矢量和称为力系对点  $O$  之主矩。分别以  $\vec{R}$  和  $\vec{M}_O$  表示力的主矢和对点  $O$  之主矩，则

$$\begin{cases} \vec{R} = \sum \vec{F}_i \\ \vec{M}_O = \sum M_O(\vec{F}_i) \end{cases} \quad (1-3)$$

实践和理论都证明（具体证明，将在以后有关章节中讨论）：力系的主矢和主矩两个矢量完全确定了力系对刚体作用的总效应。两个力系的主矢和对同一点的主矩分别相等，则该两力系等效；两个力系的主矢和对同一点的主矩，至少有一个不等，则两力系不等效。

在讨论力的作用线只限于某一已知平面时，力对该平面内的点之矩矢总是垂直于该平面，因此只需定义力对平面内的点之矩

为一代数量即可。

设力  $F$  作用于平面内的  $A$  点, 其作用线与矩心  $O$  的距离(力臂)为  $d$ , 则力  $F$  对点  $O$  之矩定义为: 力的大小与力臂之乘积并冠以适当的正负号, 以  $M_O(F)$  表示之, 则有

$$M_O(F) = \pm Fd \quad (1.1.1)$$

力对点之矩  $M_O(F)$  可用带箭头的弧线表示, 如图 1.1.1 所示。若表示  $M_O(F)$  的弧线的指向与将  $OA$  按最小转角转至  $F$  方向的转向相同, 如图 1.1.1 所示, 则式(1.1.1)中右端取正号; 反之, 如图 1.1.2 所示, 则式(1.1.1)中右端取负号。

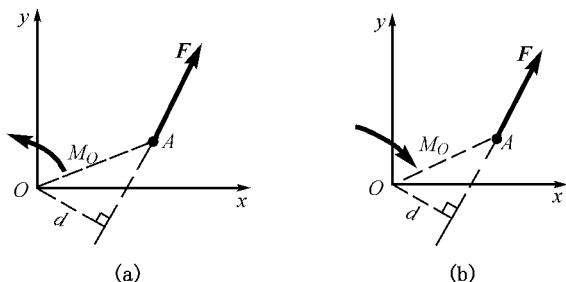


图 1.1.1

## 力的作用与反作用定律

两物体的相互作用力总是同时存在的, 它们的大小相等, 方向相反, 沿同一直线分别作用于两个物体上。这就是力的作用与反作用定律。

## 力偶和力偶矩

### 力偶的定义

等值、反向、不共线的二力所组成的特殊力系(如图 1.1.2 所示)称为力偶。两力所在的平面称为力偶的作用面; 两力间的距离称为力偶的力偶臂。

## 力偶矩

力偶两力作为特殊的力系,具有下列简单的性质:

(员) 力偶两力的矢量和,即力偶的主矢恒等于零;

(圆) 本书只讨论其作用面限于某一已知平面内的力偶。对于这样的力偶,力偶两力对平面上任一点之矩的代数和,即力偶对任一点之主矩都等于力的大小与其力偶臂之乘积并冠以适当的正负号,以  $M_O$  表之,有

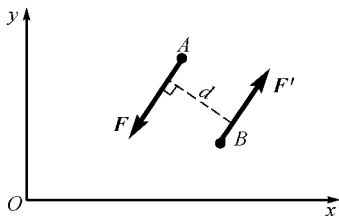


图 员原猿

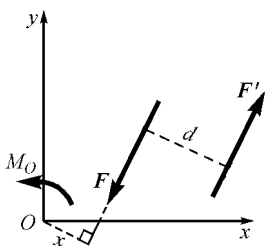
$M_O = Fd$

(员原缘)

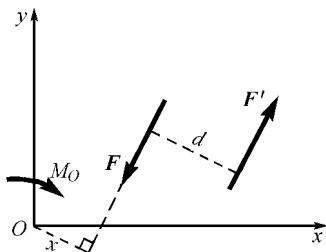
摇摇这一性质可证明如下:

设力偶(云,云)作用面内任一确定点韵至云的距离为曾如图员原原所示。对于图员原原所设主矩  $M_O$  的正转向,并考虑到力偶二力云越云乙则有

$$M_O = Fd = F \sin(\alpha) \cdot d = F \sin(\alpha) \cdot (z \sin(\beta)) = Fz \sin(\alpha) \sin(\beta)$$



(a)



(b)

图 员原原

而对于图员原原所设主矩  $M_O$  的正转向,则有

力偶矩(云) 恒力偶(云) 越云曾原云云曾恒力偶 越原云

因而,式(员原缘)得证。

这一性质说明:力偶的主矩与矩心的选取无关。因此,力学中定义力偶二力对任一点的力矩之代数和,或其中一力的大小与其力偶臂之乘积并冠以适当的正负号为力偶的力偶矩。常以 $M$ (云,云)表示力偶(云,云)的力偶矩,当无需指明力偶的二力时,又常以 $M$ 表之,即

$M = Fd$  (员原四)

其正负号视 $M$ 的正转向设定而定,如图(员原缘)所示。

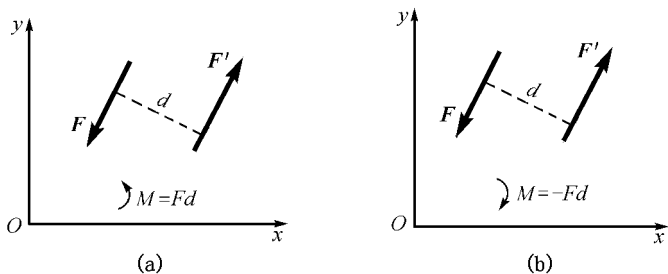


图 员原缘

由于力偶二力的主矢等于零,所以力偶对刚体的作用效应可以证明完全可由力偶的力偶矩来表示之。在(员原四)中,即将证明:两个力偶对刚体的作用等效的充分必要条件是它们的力偶矩相等,而任意两个力偶对刚体作用的总效应则可以用另一力偶来等效替代之,条件是:等效代之的力偶的力偶矩等于二力偶的力偶矩之代数和。

## 第 四 章 力系平衡的基本公理

研究力系的平衡性质是静力学研究的重要内容。本节讨论的

力系平衡的基本公理是进一步研究复杂力系平衡性质的理论基础。

### 二力平衡公理

作用于刚体上的二力使刚体保持平衡的充分必要条件是：该二力的大小相等、方向相反，并作用在同一直线上。这就是二力平衡公理。此公理所述的平衡条件也可描述为二力的主矢和对任一点的主矩同时等于零。

这个公理说明，一个刚体只受两个力作用而处于平衡时，则它们的作用线必与它们的作用点之连线相重合。这种受二力作用而平衡的刚体常称为二力体。

应该指出，上述平衡条件对于非刚体来说，只是必要条件，而非充分条件。

### 加减平衡力系公理

在已知力系作用的刚体上，加上或减去一个平衡力系，不会改变原力系对刚体的作用效果。这就是所谓的加减平衡力系公理。此公理只适用于刚体。

### 刚化原理

如果变形体在某一力系作用下处于平衡，则此变形体可刚化为刚体，其力系必满足其平衡条件。这就是变形体的可刚化原理。这一原理为把刚体平衡条件的理论应用于变形体的平衡问题提供了理论依据。

## 力系等效的基本性质

本节介绍简单力系之间相互等效的基本性质，它们是复杂力系简化的理论基础。

### 力的可传性

作用于刚体的二力，若矢量相等，且其作用线重合，则它们各自对刚体的单独作用效应完全相同。这一性质说明，作用于刚体

的力，其作用点沿其作用线移动，只要不改变其大小和方向，则不会改变它对刚体的作用效应。所以这一性质称为力的可传性。

设某一刚体按图 1-10(a)、(b)、(c) 三种情况分别受力  $(F_1)$ 、 $(F_1, F_2)$  和  $(F_3)$ ，且  $F_1 > F_2 > F_3$ 。其中  $F_1$  和  $F_3$  即为作用线重合、矢量相等的二力。下面我们证明它们对刚体的作用必等效。

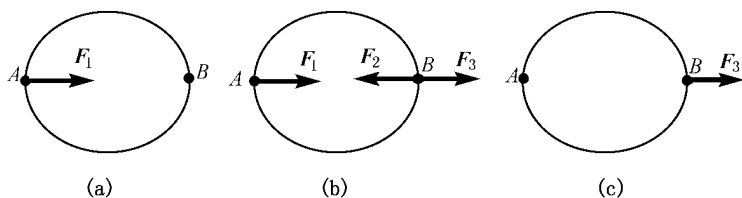


图 1-10

根据二力平衡公理，显然  $(F_1, F_2)$ 、 $(F_1, F_3)$  均为平衡力系。故图 1-10(a) 和 (b) 的受力可视为 (c) 的受力分别减去平衡力系  $(F_1, F_2)$  和  $(F_1, F_3)$  的结果，根据加减平衡力系公理可知，力  $F_1$  和  $F_2$  分别与力系  $(F_1, F_2, F_3)$  等效，所以  $F_1, F_2$  这两个矢量相等、作用线重合的力对刚体的作用完全等效。

正是力的可传性，使力的三要素中力的作用点可由力的作用线而代之。

### 力的平行四边形法则

刚体上其作用线相交的二力  $(F_1, F_2)$  (如图 1-11 所示) 总可以等效于一个力  $F$ ，该力的作用线仍交于二力的交点，其大小和方向由原力  $F_1, F_2$  为邻边构成的平行四边形的对角线所表示，即该力的矢量等于二力的矢量和。

一个力与一个力系等效，则该力称为力系的合力，而力系的各力则称为该力的分力。

力的平行四边形法则说明，刚体上相交的二力  $F_1, F_2$  总存在

一个合力云,且合力的作用线必交于二力的交点,合力的矢量则等于二力的矢量和,即

云越云垣云

摇摇上述合力云与分力云,云满足下述性质:合力云对任一点之矩等于分力云,云分别对同一点之矩的代数和。这一性质对于任何存在合力的力系均成立,常称为合力矩定理。

设合力云与分力云,云分别相交于点粤,如图员原愿所示。其

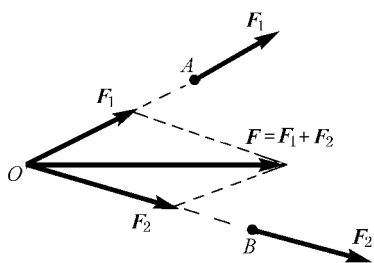


图 员原苑

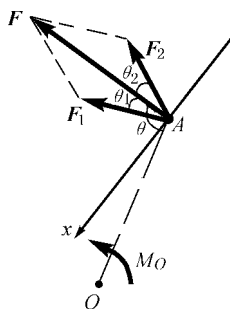


图 员原愿

中  $\theta_1$  和  $\theta_2$  分别为云,云与其合力云的夹角。韵为任一确定的矩心,且韵与云的夹角为  $\theta$ ,由云,云分别在云方向及与其相垂直方向曾轴的投影,不难得出

$$\begin{cases} \text{云精} \cos \theta_1 \text{ 垣云精} \cos \theta_2 \text{ 越云精} \\ \text{云泽} \sin \theta_1 \text{ 原云泽} \sin \theta_2 \text{ 越云泽} \end{cases} \quad (\text{葬})$$

摇摇根据力对点之矩的定义,可得

$$\left. \begin{array}{l} \text{酝}_{\text{韵}}(\text{云}) \text{越}_{\text{韵}} \cdot \overrightarrow{\text{渣}}_{\text{粤}} \text{渣}_{\text{粤}}(\theta \text{原}_{\text{韵}}) \\ \text{摇摇摇} \text{越}_{\text{韵}} \cdot \overrightarrow{\text{渣}}_{\text{粤}} \text{渣}_{\text{粤}}(\theta \text{精}_{\text{韵}} \text{原}_{\text{精}_{\text{韵}}}) \\ \text{酝}_{\text{韵}}(\text{云}) \text{越}_{\text{韵}} \cdot \overrightarrow{\text{渣}}_{\text{粤}} \text{渣}_{\text{粤}}(\theta \text{垣}_{\text{韵}}) \\ \text{摇摇摇} \text{越}_{\text{韵}} \cdot \overrightarrow{\text{渣}}_{\text{粤}} \text{渣}_{\text{粤}}(\theta \text{精}_{\text{韵}} \text{垣}_{\text{精}_{\text{韵}}}) \end{array} \right\}$$

故考虑到关系(葬) 两力矩相加并化简可得

$$\text{酝}_{\text{韵}}(\text{云}) \text{垣}_{\text{韵}} \text{酝}_{\text{韵}}(\text{云}) \text{越}_{\text{韵}} \cdot \overrightarrow{\text{渣}}_{\text{粤}} \text{渣}_{\text{粤}}(\theta)$$

上式右端即为合力云对同一点韵之矩。因此，

$$\text{酝}_{\text{韵}}(\text{云}) \text{越}_{\text{韵}} \text{酝}_{\text{韵}}(\text{云}) \text{垣}_{\text{韵}} \text{酝}_{\text{韵}}(\text{云})$$

合力矩定理得证。

合力矩定理说明：合力与分力的主矢以及对任一点的主矩必分别相等。两力系等效时，其主矢和主矩必相等这一性质具有一般性。

计算一个力的力矩时，若力臂不易求出，可将力分解为两个易于确定其力臂的分力，然后应用合力矩定理计算该力的力矩。下面举例说明。

例 员原员 计算图 员原怨 所示直角杆所受力云对点粤之矩。

解 摇摇把力云分解为图示云<sub>韵</sub>和云<sub>垣</sub>，其中

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{云}_{\text{韵}} \text{越}_{\text{韵}} \text{精}_{\text{韵}} \\ \text{云}_{\text{垣}} \text{越}_{\text{韵}} \text{渣}_{\text{粤}}(\theta) \end{array} \right.$$

摇摇由合力矩定理不难得出

$$\text{酝}_{\text{粤}}(\text{云}) \text{越}_{\text{粤}} \text{酝}_{\text{粤}}(\text{云}_{\text{韵}}) \text{垣}_{\text{粤}} \text{酝}_{\text{粤}}(\text{云}_{\text{垣}})$$

$$\text{越}_{\text{粤}} \text{原}_{\text{粤}} \text{垣}_{\text{粤}} \text{越}_{\text{粤}} \text{渣}_{\text{粤}}(\theta \text{原}_{\text{粤}} \text{精}_{\text{韵}})$$

摇摇此外，根据力的平行四边形法则，还可证明下述三力平衡汇交定理，即：

作用于刚体上的三个力使刚体处于平衡时，若其中二力的作用线相交，则第三力的作用线也必交于同一点，且与此二力必共面。

· 员圆