

高等职业学校教材
工程力学

徐广民 主编
孙利民 主审

中国铁道出版社
2001年·北京

(京)新登字 063 号

内 容 简 介

本书是根据 1999 年教育部制定的高职高专机械类专业力学课程教学基本要求编写的。

本书结合当前高职高专教学改革的需要,贯彻“以专业的应用为目的”、“以必需、够用为度”的原则,精选内容,对传统的课程体系作了一定幅度的调整,并加强了内容间的相互贯通,使教材体现了作者多年来从事力学课程教学内容与体系改革的成果。

全书共分 3 篇 14 章。第 1 篇“刚体静力学”部分包括:刚体静力学基础、力系的简化和平衡。第 2 篇“材料力学”部分包括:材料力学基础、弹性杆横截面上的内力计算、弹性杆件横截面上的应力分析与计算、应力状态分析、弹性杆件的变形与位移计算、弹性杆件的强度和刚度计算、压杆稳定、疲劳强度。第 3 篇“工程运动力学”部分包括:质点的动力分析与计算、基本运动刚体的动力分析与计算、动能定理、点和刚体的复合运动分析。每章后有习题,并附习题答案。

本书可作为高等专科及高等职业技术学院(包括本科少学时成人高校)或重点中等专业学校机械类与近机类各专业工程力学课程的教材。也可供有关技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

工程力学/徐广民主编. —北京:中国铁道出版社,2001. 8

高等职业学校教材

ISBN 7-113-04335-6

. 工... . 徐... . 工程力学 - 高等学校:技术学校 - 教材 . TB12

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 056381 号

书 名:工程力学

作 者:徐广民

出版发行:中国铁道出版社(100054,北京市宣武区右安门西街 8 号)

责任编辑:李丽娟 编辑部电话:(010)63223135

封面设计:李艳阳

印 刷:中国铁道出版社印刷厂

开 本:787 × 1092 1/16 印张:21.25 字数:425 千

版 本:2001 年 9 月第 1 版 2001 年 9 月第 1 次印刷

印 数:1 ~ 6 000 册

书 号:ISBN 7-113-04335-6 0.89

定 价:29.20 元

版权所有 盗印必究

凡购买铁道版的图书,如有缺页、倒页、脱页者,请与本社发行部调换。

联系电话:(010)63545969

前 言

本书由河南省力学学会教育工作委员会依据教育部 1999 年制定的高职高专机械类专业力学课程教学基本要求组织编写的,适合作为高等职业学校、高等专科学校、成人高等学校及本科院校举办的二级职业技术学院和民办高校机械类与近机类专业工程力学课程(120 学时左右)的教学用书。

本书在编写过程中,结合多年来的教学实践并吸收了高职高专学校最新教学改革的成果,以技术应用能力的培养为主线,贯彻理论教学必需、够用的原则,理论推导从简,强化应用,加强与工程实际的联系,按照常规的工程设计思路来编排教学内容,注意培养学生的工程意识和力学素养,力求体现高职高专培养技术应用性专门人才的特色。

本书注重知识更新,尽可能将国内外与力学教学相关的最新知识、成果或经验引入教材,在专业术语、名词的表达上力求规范、统一。这不仅可满足高职高专学生的需要,而且也从一定程度上体现了本教材的先进性和适用性。

参加本书编写的有:郑州铁路职业技术学院刘朝英、刘青、张超平、吴雁平、徐广民,黄河水利职业技术学院李舒瑶、杨慧丽,河南省济源职业技术学院刘泽元,河南省濮阳职业技术学院王亚辉,河南省工程技术学校宋瑞菊,河南省工业职业技术学院石社轩,河南省交通学校张晓华。本书由徐广民任主编,李舒瑶任副主编。全书由徐广民统稿。

本书由郑州大学孙利民教授担任主审,郑州铁路职业技术学院陆善云、董天立也参与了审校工作,他们对书稿提出了许多宝贵意见,特向他们表示衷心的感谢。

限于编者水平有限,且编写时间仓促,缺点和错误在所难免,热诚希望广大读者批评指正。

编者

2001 年 6 月

主要符号表

符号	量的名称	h	高度
A	面积		
a	间距		
a	加速度		
a_a	绝对加速度		
a_e	牵连加速度		
a_r	相对加速度		
a	切向加速度		
a_n	法向加速度		
b	宽度		
C	质心,重心		
D	直径		
d	力偶臂,直径,距离		
E	弹性模量(杨氏模量)		
E_k	动能		
e	偏心距		
f	动摩擦因数		
f_s	静摩擦因数		
F	力		
F_{Ax}, F_{Ay}	A 处铰支座反力		
F_I	达朗贝尔惯性力(惯性力)		
F_N	轴力		
F_P	载荷		
F_{Pcr}	临界载荷		
F_Q	剪力		
F_R	合力,主矢		
F_T	拉力		
F_x, F_y, F_z	力在 x, y, z 方向的投影		
G	重量,切变模量		
g	重力加速度		

符号	量的名称
I	截面二次矩
I_p	截面二次极矩
I_x, I_y, I_z	截面对 x, y, z 轴的二次矩
J	转动惯量
k	弹簧刚度系数
l, L	长度, 跨度
m	质量
M	力偶矩
M_e	外加扭转力偶矩
M_f	滚动阻力偶
M_o	力系对点 O 的主矩
$M_o(F)$	力 F 对点 O 之矩
M_x	扭矩
M, M_x, M_y	弯矩
n	转速, 安全因数
$[n]_{st}$	稳定安全因数
P	功率
p	总应力
q	分布载荷集度
R, r	半径
S_x, S_y	截面对 x, y 轴的一次矩, 静面矩
s	路程, 弧长, 弧坐标
t	时间, 摄氏温度
u	水平位移, 轴向位移
$[u]$	许用轴向位移
v	速度
v_a, v_e, v_r	绝对速度, 牵连速度, 相对 速度
v_d	形状改变比能

符号	量的名称	符号	量的名称
$V_{B A}$	平面图形上点 B 相对基 点 A 的速度	μ	长度系数 泊松比
W	功, 重量, 弯曲截面系数		密度, 曲率半径, 回转半径
W_p	扭转截面系数		角速度
	倾角, 角加速度, 线膨胀系数		正应力
	角	+	拉应力
	梁横截面的转角, 单位长 度相对扭转角	-	压应力
	相对扭转角	b	强度极限
	摩擦角	c	挤压应力
m	切应变	[]	许用应力
	变形、位移	σ_{cr}	临界应力
	厚度, 滚动摩阻系数, 断后 伸长率	e	弹性极限
	线应变	p	比例极限
e	弹性应变	0.2	条件屈服应力
	塑性应变	s	屈服应力
p	机械效率	[]	切应力
	柔度, 长细比		许用切应力
			断面收缩率
		W	挠度

目 录

绪 论.....	1
----------	---

第一篇 刚体静力学

第 1 章 刚体静力学基础.....	7
§ 1 - 1 静力学的基本概念.....	7
§ 1 - 2 力的表示方法	10
§ 1 - 3 力 矩	13
§ 1 - 4 力 偶	17
§ 1 - 5 约束与约束反力	21
§ 1 - 6 分离体和受力图	25
习 题	28
第 2 章 力系的简化与平衡	35
§ 2 - 1 平面力系的简化	36
§ 2 - 2 空间力系的简化	39
§ 2 - 3 平面力系的平衡方程及其应用	40
§ 2 - 4 物体系统的平衡问题	47
§ 2 - 5 空间力系的平衡方程及其应用	55
§ 2 - 6 考虑摩擦时的平衡问题	59
习 题	70

第二篇 材料力学

第 3 章 材料力学基础	81
§ 3 - 1 材料力学的任务	81
§ 3 - 2 弹性体的基本假设	82
§ 3 - 3 杆件变形的基本形式	83
§ 3 - 4 内力 截面法	85
习 题	86
第 4 章 弹性杆件横截面上的内力计算	88

§ 4 - 1 轴向拉伸(压缩)时的内力计算	88
§ 4 - 2 扭转时的内力计算	90
§ 4 - 3 平面弯曲时的内力计算	92
§ 4 - 4 组合变形时的内力计算.....	103
习 题.....	105
第 5 章 弹性杆件横截面上的应力分析与计算.....	110
§ 5 - 1 应力、应变及其相互关系	110
§ 5 - 2 杆件横截面上的正应力分析与计算.....	113
§ 5 - 3 杆件横截面上的切应力分析与计算.....	123
习 题.....	131
第 6 章 应力状态分析.....	136
§ 6 - 1 一点处的应力状态及其分类.....	136
§ 6 - 2 平面应力状态分析.....	138
习 题.....	143
第 7 章 弹性杆件的变形与位移计算.....	144
§ 7 - 1 杆件的轴向拉压变形与位移计算.....	144
§ 7 - 2 梁的弯曲变形与位移计算.....	146
§ 7 - 3 圆轴的扭转变形与位移计算.....	153
§ 7 - 4 简单的静不定问题.....	154
习 题.....	160
第 8 章 弹性杆件的强度和刚度计算.....	164
§ 8 - 1 轴向载荷作用下材料的力学性能.....	164
§ 8 - 2 构件失效的概念与分类.....	170
§ 8 - 3 强度理论.....	170
§ 8 - 4 弹性杆件的强度和刚度计算.....	175
习 题.....	193
第 9 章 压杆稳定.....	202
§ 9 - 1 压杆稳定的概念.....	202
§ 9 - 2 计算临界载荷的欧拉公式.....	203
§ 9 - 3 临界应力 欧拉公式的适用范围.....	205
§ 9 - 4 压杆的稳定计算.....	208
§ 9 - 5 提高压杆稳定性的措施.....	211
习 题.....	212
第 10 章 疲劳强度	215
§ 10 - 1 交变应力及疲劳失效的概念	215

§ 10 - 2 交变应力的有关名词和术语	216
§ 10 - 3 S - N 曲线和材料的疲劳极限	217
§ 10 - 4 影响疲劳极限的因素和构件的疲劳极限	218
习 题.....	224

第三篇 工程运动力学

第 11 章 质点的动力分析与计算	227
§ 11 - 1 点的运动	227
§ 11 - 2 质点的运动微分方程	234
§ 11 - 3 质点的动静法	239
习 题.....	242
第 12 章 基本运动刚体的动力分析与计算	246
§ 12 - 1 刚体的基本运动	246
§ 12 - 2 刚体动力学基础	252
§ 12 - 3 刚体作基本运动时惯性力系的简化	260
习 题.....	267
第 13 章 动能定理	272
§ 13 - 1 功和功率	272
§ 13 - 2 动 能	278
§ 13 - 3 动能定理	279
§ 13 - 4 构件受冲击载荷作用时的应力计算	283
习 题.....	285
第 14 章 点和刚体的复合运动分析	289
§ 14 - 1 点的复合运动 速度合成定理	289
§ 14 - 2 刚体的平面运动	295
习 题.....	303
附 录 A 平面图形的几何性质.....	308
附 录 B 型钢规格表.....	314
附 录 C 习题参考答案	321
参考文献.....	328

绪 论

1. 工程力学的性质和任务

工程力学是研究物体机械运动一般规律以及构件承受载荷能力的一门学科。

按照辩证唯物主义的理解,运动是物质存在的形式,是物质的固有属性,它包括宇宙中发生的一切现象和过程——从简单的位置变化直到人的思维活动。机械运动则是所有运动形式中最简单的一种,是指物体在空间的位置随时间的改变。平衡是机械运动的特殊情况。

本教材讨论的工程力学,主要内容分两大类:一类是研究物体的运动,研究作用在物体上的力和运动之间的关系;另一类是研究物体的变形,研究作用在物体上的力与变形之间的关系。当然,这两类问题并非完全孤立,它们之间有一些交叉。例如当研究运动物体的变形时,必须首先分析运动;又如研究某些运动(冲击)问题时也必须考虑变形。

工程力学涉及众多的力学学科分支与广泛的工程技术学科。作为高等工科院校的一门技术基础课程,工程力学只是其中最基础的部分。它涵盖了原有理论力学和材料力学两门课程的主要经典内容。本教材分为刚体静力学、材料力学和工程运动力学三部分。

刚体静力学的任务是研究刚体在力系作用下的平衡规律。它包括三个方面:物体的受力分析方法;力系的等效与简化;力系的平衡条件与平衡方程。材料力学的任务是研究对杆类构件或零件进行静力学的强度、刚度和稳定性计算的原理。工程运动力学的任务是研究物体运动的几何性质(如轨迹、速度、加速度、角速度与角加速度等),提出对物体进行运动分析的一般方法,并研究物体的受力与其运动状态变化间的关系,同时涉及弹性杆件的动应力分析与失效问题。

2 工程力学的研究对象

自然界与各种工程中涉及机械运动的物体有时是很复杂的,在外力作用下物体的变形和破坏形式也是各不相同的,这就要求我们在分析研究其机械运动时,必须抓住主要因素,忽略一些次要因素的影响,对其进行合理的简化,从而抽象出比较合乎实际的力学模型和失效与设计准则。

当所研究的物体运动范围远远超过其本身的几何尺度时,物体的形状和大小对运动的影响很小,这时可将其抽象为只有质量而无体积的“质点”。由若干相互间有一定联系的质点组成的系统,称为“质点系”。

实际物体在力的作用下都将或多或少地发生变形。但是,对于那些在运动中变形很小,或者虽有变形但不影响其整体运动的物体,变形只是次要因素,因而可以忽略不计,将其简化为“刚体”。但当要研究作用在物体上的力与变形规律时,则不能将其简化为刚体。因为这时变形就成为一个不可忽略的因素,所以必须把物体作为可变形的固体。刚体与变形固体也不是绝对的,例如在变形问题的分析中,当涉及平衡问题时,大部分情形下依然可以沿用刚体模型。

3 工程力学的研究方法

力学的产生和发展过程就是人类对于物体机械运动认识的深化过程。人们通过长期的生活实践、生产实践和科学实验,积累了关于机械运动的丰富材料,经过“去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里的改造制作功夫,造成概念和理论的系统”,又回到实践中去加以检验并指导实践;再从实践中获得的材料,推动理论的进一步发展和完善,逐步总结和归纳形成了物体机械运动的一般规律。在形成工程力学的概念和系统理论的过程中,抽象化和数学演绎这两种方法起着重要的作用。

所谓抽象化就是根据所研究问题的性质和来自实践的大量资料,从具体事物的复杂现象中,找出起决定性作用的主要因素,略去次要的、偶然的因素,深入事物的本质,了解其内部联系,从而可用一个较简单的模型来代替原来具体的事物。例如,在研究物体平衡时,其变形就是次要因素,忽略了这一点,就可将真实物体视为刚体来研究。但是在研究物体的强度及刚度时,变形就成了主要因素,因此只有用变形固体这一力学模型来代表真实物体,才能反映问题的本质。又如,研究自由物体的降落时,略去空气阻力,才得到自由落体的运动规律。列宁曾说过:“当思维从具体的东西上升到抽象的东西时,它不是离开——如果它是正确的……——真理,而是接近真理。物质的抽象,自然规律的抽象,价值的抽象等等,一句话,那一切科学的(正确的、郑重的、不是荒唐的)抽象,都更深刻、更正确、更完全地反映着自然。”在这里,列宁既指出了抽象的重大意义,又告诫我们,抽象必须是“科学的抽象”。如果不顾条件,随意取舍,结果就将是荒谬的。例如,在研究远射程炮弹的运动时,要是像通常研究抛射体的运动那样,忽略炮弹的大小、形状以及空气阻力等因素,结果必将偏离射击目标很远。

将长期实践和实验所积累的感性材料加以分析、综合、抽象、归纳,得到一些基本的概念和定律或原理之后,再在此基础上建立起系统的理论。在这过程中,数学演绎是一种广泛应用的方法。它是以基本概念和定理或原理为基础,经过严密的数学推演,得到一些定理和公式,构成系统的理论。但是,应当注意,数学推演是在经过实践证明其为正确的理论基础上进行的,并且,由此导出的定理或公式,还必须回到实践中去,经过实践检验证明其为正确时才能成立。我们知道,理论力学的许多定理都是以牛顿定理为基础,经过严密的数学推导得到的。这些定律揭示了力学中一些物理量之间的内在联系,并经过实践证明是正确的。但是,我们也知道,这些定理只是相对真理,只在一定的范围内才成立。所以,对数学演绎既要重视,又不可错误地把数学演绎绝对化,

不能把力学理论看做只是数学演绎的结果而忽视实践的作用。

怎样将工程实际问题抽象成为力学问题,然后以已有的力学理论为依据,运用数学工具求得问题的解,是本课程教学的核心内容。

构件的承载能力与所选材料的力学性能有关。材料的力学性能是材料在力的作用下,抵抗变形和破坏所表现出来的性能,它是通过各种试验测定的。另外,对于现有理论还不能解决的某些复杂的工程力学问题,有时要依靠试验方法得以解决。因此,试验方法在工程力学中占有重要的地位。

上述是传统的工程力学研究方法,即理论方法和实验方法。20世纪60年代以来,计算机解题能力大大提高,形成了计算机科学,由于计算机技术的飞速发展和广泛应用,现在又增加了一种计算机分析方法。而且,即使是传统的理论方法和实验方法,也要求助于计算机,在理论研究中,人们可以借助于计算机推导那些复杂的人们难以导出的公式,从而求得复杂的解析解。在实验研究中,计算机不仅可以整理数据、绘制实验曲线、显示图形,而且可以选用最优参数。由此可以看出,由于计算机的不断进步,工程力学的研究方法也需要更新。正如钱学森院士所说的:“今日力学是一门用计算机计算去回答一切宏观的实际科学技术问题的学科,计算方法非常重要;另一个辅助手段是巧妙设计的实验。”

本篇的研究对象是刚体,主要研究刚体受力作用时的平衡规律。具体讨论以下几个问题:

1. 物体的受力分析。即研究物体受到哪些力的作用,弄清每个力的大小、方向、作用点(线)。

2. 力系的等效与简化。将物体所受的复杂力系加以简化,即用一个简单的力或力系等效地替换原来复杂的力系。这个过程称为力系的简化,或称为力系的合成。

3. 力系的平衡条件。作用于物体上的力系必须满足某些条件,物体才会处于平衡状态,这些条件称为平衡条件。

静力学是工程力学的基础部分,在工程实际中有着广泛的应用。它所研究的内容,对于研究物体的运动和变形都有十分重要的意义。因为研究物体的运动和变形时都要分析力系对物体的总的作用效果,都要知道作用在物体上的各种力(包括未知力)的大小、方向及作用点。此外,各种机器零部件和工程结构的设计,也都需要静力学的知识。

第 1 章 刚体静力学基础

§ 1 - 1 静力学的基本概念

1 - 1 - 1 刚体的概念

任何物体受力后都将或多或少地发生变形。但是工程实际中构件的变形通常是非常微小的,在很多情况下,在研究其平衡或运动时,变形只是次要因素,因而可以忽略不计。例如一根梁,当其受力弯曲时,由于变形微小,两支点之间距离(跨度)的变化量也很小,在求支承反力时若考虑小变形的影响,不仅十分复杂,而且没有必要,直接采用刚体模型(认为梁的跨度不变)进行计算,完全能够满足工程需要。

所谓刚体是指在受力情况下保持其几何形状和尺寸不变的物体,亦即受力后任意两点之间的距离保持不变的物体。显然,这只是一种理想化了的模型,实际上并不存在这样的物体。这种抽象简化的方法,虽然在研究许多问题时是必要的,而且也是许可的,但它是有条件的。后面我们将会看到,在研究物体的变形以及与变形有关的截面内力分布时,即使变形很小,也必须考虑物体的变形情况,即把物体视为变形体而不能再看做刚体。

1 - 1 - 2 力的概念

人们在日常生活中经常使用“力”这个词,力的概念是人们在生活和生产实践中,通过长期的观察和分析而逐步形成的。当人们提、举、推、掷物体时,将使该物体从静止开始运动或使其运动状态发生改变,而手臂上肌肉的紧张和收缩使人感到了力的作用。这种作用不仅存在于人与物体之间,而且广泛地存在于物体与物体之间。以这种直接的感觉和对机械运动变化的现象长期观察的结果为基础,经过科学的抽象,于是得到了力的概念。大量事实说明,离开了物体,力就不可能存在。力虽然看不见,但它的作用效应完全可以直接观察,或用仪器测量出来。实际上,人们正是从力的作用效应来认识力本身的。

1. 力的定义

力是物体之间的相互机械作用。这种作用有两种效应——使物体产生运动状态的变化或尺寸及形状的变化,分别称为力的运动效应(外效应)和变形效应(内效应)。力对刚体的作用只有运动效应(包括此效应的特例——平衡)。力的变形效应将在研究变形体的材料力学中讨论。

2 力的三要素

力对物体作用的效应取决于力的大小、方向和作用点三个因素,通常称为力的三要素。在这三个要素中,如果改变其中任何一个,也就改变了力对物体的作用效应。

度量力的大小的单位将随着采用的单位制不同而不同。本书采用国际单位制(SI)。力的单位为牛顿(中文代号为牛,国际代号为 N)或千牛顿(中文代号为千牛,国际代号为 kN)。

力的方向包含方位和指向两个意思,如铅直向下、水平向右等。力的作用点指的是力在物体上的作用位置。一般说来,力的作用位置并不是一个点而是一定的面积,应为分布力。但是,当作用面积很小以至可以忽略不计其大小时,就可抽象为一个点,而认为力集中作用于这一点,这种力则称为集中力。集中力在实际中是不存在的,它是分布力的理想化模型。另一方面,分布力的分布规律一般比较复杂,也需要进行简化。过力的作用点作一直线,使直线的方位代表力的方位,则该直线称为力的作用线。

力既具有大小和方向,而又服从矢量的平行四边形法则,所以力是矢量(也称向量)。

实践经验表明,作用于刚体上的力可沿其作用线任意移动而不致改变其对于刚体的运动效应。例如,用小车运送物品时(图 1-1),不论是在车后 A 点用力推车,还是在车前同一直线上的 B 点用力拉车,对于车的运动而言,其效果都是一样的。力的这种性质称为力的可传性。

图 1-1

由此可见,就力对于刚体的运动效应来说,力的作用点已不再是重要因素了,也就是说,我们只需知道力的作用线,至于作用线上的哪一点是力的作用点,则无关紧要。因此,作用于刚体上的力的三要素又可以说成是:力的大小、方向和作用线。

应当指出的是,力的可传性原理只适用于同一刚体,即只有在研究同一刚体的平衡或运动时才是正确的。

3 力系

作用在物体上的若干个力总称为力系。对同一物体产生相同效应的两个力系互称为等效力系。如果一个力系与单个力等效,则此单个力称为该力系的合力,而力系中的各力则称为该合力的分力。作用于物体上使之保持平衡的力系称为平衡力系。

1-1-3 平衡的概念

我们知道,所谓物体的平衡,工程上一般是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动的状态。

静力学研究物体的平衡问题,实际上就是研究作用于物体上的力系的平衡条件,并利用这些条件解决具体问题。物理课在讲述牛顿第二定理时,已讨论过质点的平衡条件,后面在讨论刚体的平衡问题时还将用到下面两个平衡原理:

(1)二力平衡原理。作用于刚体上的两个力,使刚体处于平衡状态的充分与必要条件是:此两力大小相等、方向相反、作用线沿同一直线(简称等值、反向、共线)。

这个原理揭示了作用于物体上的最简单的力系在平衡时所必须满足的条件,它是静力学中最基本的平衡条件。对同一刚体来说,这个条件既是必要的又是充分的;但对于非同一刚体,这个条件是不充分的。例如,软绳受两个等值、反向、共线的拉力作用可以平衡,而受两个等值、反向、共线的压力作用就不能平衡。

工程上将只受两个力作用而处于平衡状态的物体统称为二力构件(或二力杆)。它们的受力特点是:两个力的方向位在二力作用点的连线上,且等值、反向。

应用二力构件的概念,可以很方便地判定结构中某些构件的受力方向。如图 1 - 2 所示,三铰拱桥中的 BC 部分,当车辆不在该部分上且不计自重时,它只可能在 B、C 两点受力,是一个二力构件,故 B、C 两点的作用力必沿 BC 连线的方向。

图 1 - 2

(2)加减平衡力系原理。在作用于刚体的已知力系中,增加或减去一个平衡力系后所构成的新力系与原力系等效。这是因为平衡力系对刚体的作用总效应等于零,它不会改变刚体的平衡或运动的状态。这个原理常被用来简化某一已知力系,是力系等效代换的基本原理。

与二力平衡原理相同,加减平衡力系原理只适用于同一刚体。对于需要考虑变形的物体,加减任何平衡力系,都将会改变物体的变形或物体内部的受力情况。例如,图 1 - 3(a)所示的杆 AB,在平衡力系(F_1 , F_2)的作用下会产生拉伸变形,如果去掉该平衡力系,则杆就没有变形;若将二力反向后再加到杆端,如图 1 - 3(b)所示,则该杆就要产生压缩变形。拉伸与压缩是两种不同的变形效应。

图 1 - 3

§ 1 - 2 力的表示方法

1 - 2 - 1 几何表示法

力是定位矢量,我们可以用一个有向线段来表示力的三要素,即用线段的长度(按一定的比例尺)表示力的大小,线段的方位和箭头指向表示力的方向,线段的起点或终点表示力的作用点。文字则用粗体字母(如 F)表示(手写时,为了方便,也可在字母上加一横线,如 \underline{F})。并且约定:如用某一粗体字母代表某矢量,则用细斜体的同一字母如 F 代表该矢量的大小(又称矢量的模)。

对同一刚体,由于力具有可传性,用几何方法表示时,可将力矢画在力的作用线上的任一点。

1 - 2 - 2 解析表示法

任何矢量都可用它在某个坐标系上的投影来表示。按数学中有向线段在坐标轴上投影的定义,力 F 在坐标轴上的投影,如图 1 - 4,只要在力矢 F 的起点与终点作两条垂直于坐标轴 Ox 的直线 Aa 与 Bb ,则 a 、 b 分别是起点 A 与终点 B 的垂足,线段 ab 加上“+”号或“-”号就称为力 F 在 x 轴上的投影。以符号 F_x 表示,即

$$F_x = \pm ab$$

投影的正负号同有向线段投影的符号规则完全相同:若从 a 到 b 的方向与 x 轴的正方向一致,则取正号;反之,则取负号。

从图 1 - 4 上可以看出, $ab = AC$ 。因此,设力 F 与 x 轴所夹的锐角为 α ,则

$$\begin{aligned} F_x &= F \cos \alpha \\ F_y &= - F \sin \alpha \end{aligned} \quad (1 - 1)$$

如果将力 F 沿 x 、 y 坐标轴分解,所得分力 F_x 、 F_y 的模与 F 力在同轴上的投影 F_x 、 F_y 的绝对值相等。(只有当采用直角坐标时,才有这种关系。如果 x 与 y 不相垂直,读者试作图证明两分力的大小不等于两投影的绝对值。)但须注意,力的投影是代数量,而力的分力则是矢量。

图 1 - 4

若力 F 在 x 及 y 轴上的投影 F_x 及 F_y 已知,则可确定 F 的大小与方向:

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \quad \tan \alpha = \left| \frac{F_y}{F_x} \right| \quad (1 - 2)$$

式中 α 表示力 F 与 x 轴所夹的锐角, F 的指向由投影 F_x 、 F_y 的正负号确定。