

摇摇摇摇摇

工摇程摇力摇学

丁家荣摇主编

中国建材工业出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

工程力学 丁家荣主编 北京：中国建材工业出版社，
2009

ISBN 978-7-112-11111-1

I 丁... II 丁... III 工程力学 IV 丁

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 11111 号

工程力学

丁家荣主编

出版发行：中国建材工业出版社

地址：北京市西城区车公庄大街 2 号

邮编：100044

经销：全国各地新华书店

印刷：北京鑫正大印刷有限公司

开本：787mm×1092mm 1/16

印张：12

字数：300 千字

版次：2009 年 1 月第 1 版

印次：2009 年 1 月第 1 次

书号：ISBN 978-7-112-11111-1

定价：25.00 元

本社网址：www.cbcip.com.cn

本书如出现印装质量问题，由我社发行部负责调换。联系电话：(010) 68294111

前 摇 摇 言

随着我国社会主义市场经济的建立和完善，建筑业作为我国的支柱产业之一，在国民经济建设中凸现出了它的强大发展势头。近几年来，为适应建筑业快速发展的需要，各施工企业大量引进专业人才，接收了一批又一批的大中专毕业生，使企业的人才结构和数量发生了重大的变化，企业管理人员的整体素质有了较大的提高。但从目前看来，施工企业基层关键岗位管理人才仍显不足，无法满足工程施工的需要。由于他们工作的特殊性，难以集中较长时间组织学习和培训。为此，我们经过调查研究，认真总结了施工企业的特点，本着为企业服务的理念，编印了这本供基层管理人员自学的参考用书。

《工程力学》一书的编写体现了“人文”理念。在编写过程中，根据《工程力学》在施工中的运用特点，精选了《理论力学》、《材料力学》中的重要内容，力求少而精，根据施工企业基层管理人员的实际情况，结合成人教育的特点，避免了繁杂的理论推导过程，着重阐述了公式的物理意义和实际应用，进一步突出了实用性和可学性，尽可能地把抽象的力学概念与感性认识相结合、与建筑施工实际相联系，做到深入浅出，通俗易懂，以便学员能更好地理解和接受。

本书绪论、第一章和第六章由丁家荣编写；第二章由蔡琴芳编写；第三章由王速成编写；第四章由吕晓萍编写；第五章由刘晶晶编写；第七章由卢黎明编写；第八章由吴玉娟编写；第九章由黄向明，罗顺芝编写；第十章由陈卫兰编写；第十一章由陈思编写；第十二章由罗顺芝编写。

由于编者水平所限，难免存在缺点和失误，恳请读者批评指正。

编 摇 者

二〇〇九年 月 日

目 录

绪论.....	员
---------	---

第一篇 静力学

第 1 章 静力学基础.....	圆
1.1 静力学基本概念	圆
1.2 静力学公理	猿
1.3 约束与约束反力	远
1.4 物体的受力分析和受力图	员圆
1.5 小结	猿猿
1.6 思考题	猿猿
1.7 习题	猿源
第 2 章 平面汇交力系	员远
2.1 平面汇交力系实例	员远
2.2 平面汇交力系合成的几何法与平衡的几何条件	员远
2.3 平面汇交力系合成的解析法与平衡的解析条件以及平衡方程的应用	圆圆
2.4 小结	圆缘
2.5 思考题	圆苑
2.6 习题	圆苑
第 3 章 力矩和平面力偶系	圆愿
3.1 力对点之矩	圆愿
3.2 合力矩定理 力矩平衡条件	圆愿
3.3 平行力的合成	猿
3.4 力偶和力偶矩 力偶的等效及其性质	猿圆
3.5 平面力偶系的合成与平衡条件	猿猿
3.6 小结	猿猿
3.7 思考题	猿远
3.8 习题	猿远
第 4 章 平面任意力系	猿愿
4.1 平面任意力系工程实例	猿愿
4.2 力的平移定理	猿怨
4.3 平面任意力系向一点的简化以及简化结果的讨论	源圆
4.4 平面任意力系的平衡条件、平衡方程及其应用	源圆
4.5 平面平行力系的平衡条件及其应用	源源
4.6 物体体系的平衡问题及解题基本方法	源缘

第 1 章 桁架杆件内力的计算方法——节点法和截面法	1
第 2 章 静定和超静定问题的概念	2
小结	3
思考题	3
习题	3
第 3 章 摩擦	4
第 1 节 滑动摩擦	4
第 2 节 摩擦角与自锁	5
第 3 节 考虑摩擦时物体的平衡问题	6
第 4 节 滚动摩擦阻概述	7
小结	8
思考题	8
习题	8

第二篇 材 料 力 学

第 1 章 材料力学基础	1
第 1 节 材料力学的任务	1
第 2 节 变形固体及其基本假设	2
第 3 节 杆件变形的的基本形式	3
第 2 章 拉伸和压缩	4
第 1 节 拉压概念和实例	4
第 2 节 轴向拉(压)杆的内力	5
第 3 节 轴向拉压杆横截面上的正应力	6
第 4 节 拉(压)杆的变形	7
第 5 节 材料在拉伸和压缩时的力学性质	8
第 6 节 拉伸或压缩时的强度计算	9
小结	10
思考题	10
习题	10
第 3 章 剪切和扭转	11
第 1 节 剪切与挤压	11
第 2 节 剪切与挤压实用计算	12
第 3 节 扭转的概念	13
第 4 节 扭转时的内力计算	14
第 5 节 圆轴扭转时的应力与变形	15
小结	16
思考题	16
习题	16

第 怨章 平面图形的几何性质	猿源
第 怨章 概述	猿源
第 怨章 平面图形的静矩和形心位置	猿缘
第 怨章 惯性矩 惯性积 极惯性矩	猿苑
第 怨章 平行移轴定理 组合图形的惯性矩	猿怨
小结	猿
思考题	猿
习题	猿
第 员章 直梁弯曲	猿源
第 员章 弯曲的概念和实例	猿源
第 员章 梁的内力——剪力和弯矩	猿缘
第 员章 剪力图和弯矩图	猿愿
第 员章 剪力、弯矩与分布荷载集度三者间的关系	猿圆
第 员章 用叠加法绘制梁的剪力图和弯矩图	猿源
第 员章 纯弯曲时的正应力	猿缘
第 员章 梁的正应力强度条件以及正应力强度计算	猿苑
第 员章 横截面上的剪应力	猿愿
第 员章 提高梁弯曲强度的途径	猿缘
第 员章 弯曲变形的概念	猿愿
第 员章 梁的挠度与转角	猿怨
第 员章 梁的挠曲线微分方程以及弯曲变形计算	猿怨
第 员章 梁的刚度条件	猿源
小结	猿缘
思考题	猿苑
习题	猿苑
第 员章 组合变形	猿愿
第 员章 强度理论简介	猿愿
第 员章 组合变形的概念	猿
第 员章 斜弯曲	猿
第 员章 拉伸(压缩)与弯曲的组合变形	猿缘
第 员章 偏心压缩	猿怨
小结	猿圆
思考题	猿
习题	猿圆
第 员章 压杆稳定	猿
第 员章 压杆稳定的概念	猿
第 员章 求临界力的欧拉公式	猿源
第 员章 不同支承情况的临界力的欧拉公式	猿缘
第 员章 欧拉公式的适用范围	猿缘

摇摇压杆的稳定校核(简介).....	员愿
摇摇提高压杆稳定性的措施	员园
摇小摇结.....	员员
摇思考题.....	员圆
摇习摇摇题.....	员圆
附录 员摇摇主要字符表	员猿
附录 圆摇摇热轧普通工字钢	员源

绪摇摇论摇摇摇摇摇

摇摇一、工程力学课程的性质、内容和任务

工程力学是一门与工程实际密切联系的技术基础课，也是工程技术人员所必须掌握的理论基础知识之一。工程力学共分两篇，第一篇为静力学，它阐述平面力系和空间力系的简化以及平衡条件。第二篇为材料力学，阐述杆件在拉伸(压缩)、剪切、扭转、弯曲和组合变形等情况下的强度、刚度计算，以及压杆稳定性计算等。通过本课程的学习，应当掌握力学的基本概念、基本理论和研究方法，并且能够对简单构件进行静力分析以及对构件的强度、刚度和稳定进行简单的计算。

摇摇二、工程力学课程的研究对象、研究方法和在工程技术中的作用

静力学研究物体在力系的作用下处于平衡的规律。平衡是物体机械运动的一种特殊状态。机械运动是指物体在空间的位置随时间的改变，它是物体运动最简单的形式。在静力学中所采用的力学模型是刚体。材料力学研究物体在外力作用下的变形和破坏的规律，变形是材料力学的主要研究内容，因此，材料力学中的物体视为变形体。

工程力学的研究方法同其他任何一门科学的研究方法一样，都离不开人类认识的客观规律，即是从实践出发，经过抽象化、综合、归纳、建立一些基本概念、定律或公理，再用数学演绎和逻辑推理而得到定理和结论，然后再通过实践来证实并发展这些理论，从实践到理论，再从理论到实践，通过实践进一步补充和发展理论。

机械运动虽然是最简单的运动形式，然而在自然界和工程技术中却是随时随地可以遇到的。应用工程力学的知识，可以解释很多自然现象，解决许多工程技术问题，例如，工业与民用建筑、房屋、桥梁、道路、水利工程、机械等。力学不仅可以为我们提供设计所必要的基本理论和方法，而且将力学知识及其他有关专业知识结合在一起，可以帮助我们解决工程实际问题，促进科学技术的发展。

摇摇三、学习工程力学的方法

工程力学和其他科学一样，是由生产的需要而得到发展，因此，学习工程力学必须理论联系实际。观察和实验是学习工程力学的基础，要注意将感性认识上升为理性认识。由于工程力学是一门很重要的技术基础课，所以一定要下决心学好该门课程。学习中要以教材为主，牢固掌握基本概念、基本理论和基本运算方法，还要注意掌握和运用合理的假设、准确的概括与抽象以及严密的推理，同时注意课程的系统性和规律性。例如，本课程概念多、公式多、计算多，但是只要注意它们的系统性和规律性，在学习不断总结和对比，举一反三，还是能够正确理解和解决这些问题的。另外，还应注意第一篇与第二篇之间的联系。学习中认真完成一定数量的思考题和练习题，通过练习可以帮助我们加深对基本概念和基本理论的理解，初步做到理论联系实际，以此来提高我们分析问题和解决问题的能力，把这门课程学好。

第一篇摇静摇力摇学

第 员章

静力学基础摇摇摇摇摇摇摇

员 静力学基本概念

一、平衡的概念

静力学是研究物体在力的作用下的平衡规律的科学，同时，也研究力的一般性质及力系简化的规律。

平衡是指物体相对于地球处于静止或作匀速直线运动的状态。例如，地面上的房屋、道路、桥梁、各种建筑物，以及沿轨道作匀速直线运动的火车等，这些都是物体处于平衡状态的实例。

二、力的概念

力的概念是人们在长期的生产劳动中逐步建立起来的。例如，人们在生产实践中，在推、拉、提、掷物体时，由于感到肌肉的紧张和收缩，人们就说人对物体施加了力。后来，随着生产的发展和实践经验的丰富，人们进一步认识到不仅人对物体能产生力的作用，而且物体对物体也能产生力的作用。例如，起重机能将重物垂直起吊，机车能够牵引车辆，行驶在桥上的车辆能使桥梁变弯，空中下落的物体其速度逐渐增加等。人们在对力的感性认识的基础上，经过归纳和科学的抽象，形成了力的概念。即，力是物体间相互的机械作用。这种作用使物体的运动状态发生改变或者使物体产生变形。并且把前者称为力的外效应，后者称为力的内效应。既然力是物体间相互的机械作用，所以力不能脱离实际物体而存在。在分析物体受力情况时，要注意有力必有施力物体。

由实践和经验可知，力对物体的作用效应取决于力的大小、力的方向和力的作用点这三个要素。

力的大小反映了两物体间相互机械作用的强弱程度，在法定计量单位制中(~~杂~~单位)力的单位是牛顿，简称牛(~~晕~~)或千牛(~~噪~~)，员千牛 ~~越~~ ~~元~~ ~~吨~~ ~~牛~~。

力的方向反映了力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向。

力的作用点反映了力在物体上作用的位置，它是物体间机械作用位置的抽象化。

物体相互接触时，力总是分布地作用在一定的长度上、面积上(或体积上)。如果作用的

面积很大,这种力就称为分布力,如水坝上的水压力。如果作用的面积与物体相比很小则可以近似地看成作用在一个点上,这样的力就称为集中力,而此点就称为力的作用点。如,用绳索拉车时,绳索的拉力为一集中力。而在另一些情况下,例如,重力虽然分布在物体的整个体积上,但在研究物体的外效应时,我们可以把它简化为一个作用于物体的重心上的集中力。

力的三要素表明力是一个矢量,因此它可以用一个有方向的线段来表示。即,先确定一定的比例尺,然后用有向线段的长度代表力的大小,线段的方位和指向表示力的方向,线段的起点或终点表示力的作用点。如图 1-1 所示。

图中线段 AB 代表力的大小;起点 A 或终点 B 代表力的作用点;箭头表示力的方向;通过力的作用点沿力的方位的直线 KL 称为力的作用线。

本书中矢量都用大写黑体字母表示,如 \vec{F} ,手写时在字母上加一横线,如 \vec{F} ,而力的大小用不带横线的相应字母 F 表示。

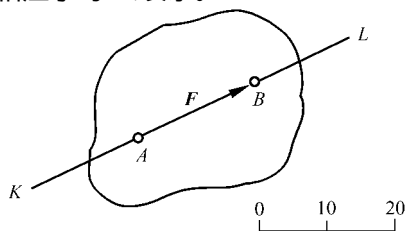


图 1-1

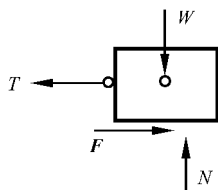


图 1-2

三、力系

力系是指作用在同一物体上的一组力(或一群力),如图 1-2 所示。

图中物体共受到重力 W , 拉力 T , 摩擦力 F 以及法向反力 N 四个力的作用,该四个力就构成一个力系。

若一个力系可用另一个力系来代替,而不改变原力系对物体的作用效应,则这两个力系就称为等效力系或互等力系。若一个力系与一个力等效,则称这个力为该力系的合力,而把该力系中的各力称为这个合力的分力。求合力的过程称为力的合成,反之,将一个力分解为几个力的过程称为力的分解。

四、刚体的概念

刚体是指在任何外力作用下,大小和形状始终保持不变的物体。显然,刚体是一个理想化的力学模型。实际上,任何物体在力的作用下都将产生不同程度的变形。所以,刚体实际上是不存在的。但在工程实际中,由于物体的变形往往很小,并且此变形对所研究的问题的影响又十分微小,则此变形可略去不计,所以可将物体视为刚体,这样可以使问题的研究大大简化。

在静力学中,主要研究物体受力的平衡问题,因此,往往不考虑物体的变形,而将物体视为刚体。

在今后的学习中,静力学中所指的物体(除非特别指明考虑物体的变形外)都可视为刚体。

1.1 静力学公理

静力学公理是人类对自然界中客观规律的认识和总结,它们来自实践,并经实践所验

证，静力学的基本理论均是建立在公理的基础之上。

公理一摇力的平行四边形公理

作用在物体上同一点的两个力，可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点。合力的大小和方向，由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线确定。

如图 员藏葬 所示。设在物体的任意一点(粤点)上作用着力 云员和 云圆，由公理一知，该两力可以合成为一个合力 砸，合力 砸的作用点也在 粤点上，合力的大小和方向则以该两力为邻边所构成的平行四边形的对角线来确定。即

砸越云员垣云圆

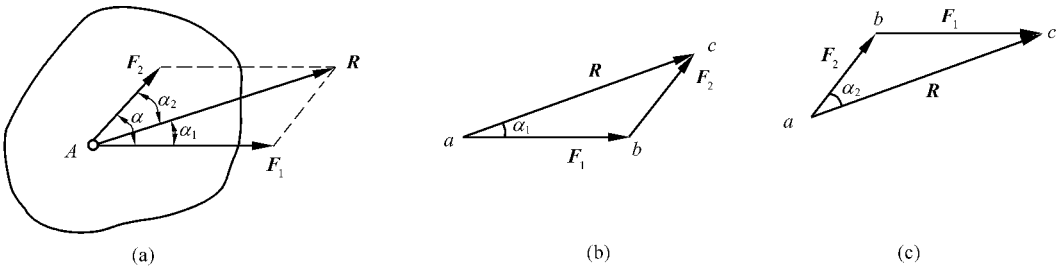


图 员藏

应注意，式中的每一项均包含大小和方向的意义，且合力 砸的作用点仍在 粤点。该式说明合力 砸等于力 云员和 云圆的矢量和，它与代数数和完全不同。

合力的大小和方向可以直接用作图法确定，即先按选定的比例尺作力平行四边形，然后分别量出合力的大小和方向。

由于平行四边形对边平行且相等，所以在作图时不必作出整个平行四边形，而只需画出半个平行四边形就可求出合力的大小和方向。其作法如图 员藏遭 所示。任选一点 葬作矢量 葬越云员，再由 遭点作矢量 遭越云圆，然后连接起点 葬和终点 糟，则矢量 葬即表示合力 砸的大小和方向。此处 葬糟称为力三角形。此种求合力的方法称为力三角形法则。显然，在作力三角形时，力 云员和 云圆的先后次序并不影响合力 砸的大小和方向。如图 员藏糟 所示。

另外，合力的大小和方向也可按几何关系计算求得，如图 员藏葬 所示的合力 砸可由三角形的余弦和正弦定理求得，即：合力 砸的大小为

$$\left. \begin{aligned}
 & \text{合力 砸的大小} \quad \text{砸} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\alpha} \\
 & \text{合力 砸的方位角} \quad \alpha_1 = \arcsin\left(\frac{F_2\sin\alpha}{R}\right) \\
 & \text{合力 砸的方位角} \quad \alpha_2 = \arcsin\left(\frac{F_1\sin\alpha}{R}\right)
 \end{aligned} \right\} \text{ (员藏)}$$

应该指出，力的这一性质无论对于刚体或变形体都是适用的。

公理二摇二力平衡公理

作用在刚体上的两个力，使刚体处于平衡的必要和充分条件是：这两个力的大小相等，方向相反，且在同一直线上。

如图 员源 所示，任意刚体在力 云员，云圆 作用下而保持平衡，则这两个力必然大小相等，方向相反，且作用在同一直线上。

在工程中，通常把只受两个力作用而处于平衡状态的构件称为二力构件。当二力构件是一根直杆时，则称为二力杆。应该指出，二力构件的两个力一定是沿着它们的作用点的连线作用，且大小相等，方向相反。

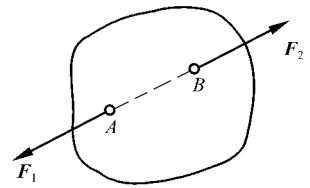


图 1-1 二力构件

二力平衡公理总结了作用于刚体上的最简单的力系平衡时所必须满足的条件。对于刚体，这个条件既是必要条件又是充分条件，而对于变形体这个条件是不充分的。例如，对于柔软的绳索，当其两端分别受到大小相等、方向相反并且共线的两个拉力作用时，可以平衡，而受到等值，反向的压力作用时，绳索就不能平衡。

公理三 加减平衡力系公理

在作用于刚体上的任意力系中，加上或去掉任意一个平衡力系，并不改变原力系对刚体的作用。

根据该公理可以得出以下推论：

推论 力的可传性原理

作用于刚体上某点的力，可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点，而不改变该力对刚体的作用效果。

证明：设有力 F 作用于小车的 A 点，在力 F 的作用线上任取一点 B ，并在 B 点加一平衡力系 F_2 和 F_1 ，令 $F_2 = F$ ， $F_1 = F$ ，如图 1-2 所示。

由公理三知，新的力系 F ， F_2 ， F_1 对刚体的作用与原来的力 F 单独作用的效果相同。由于 F 与 F_2 等值、反向、共线，根据公理二， F 与 F_2 组成一平衡力系，再由公理三知，可以将它们从刚体上取消。于是刚体上就只剩下力 F_1 ，而 F_1 又与力 F 的大小相等，方向相同，这就相当于力 F 沿着它的作用线移到了 B 点。证毕。

由经验知，在 A 点用力 F 推车，与在 B 点用力 F_1 拉车，如图 1-2 (a)、(b)、(c) 所示，当 $F_1 = F$ 时两者的作用效果是相同的。

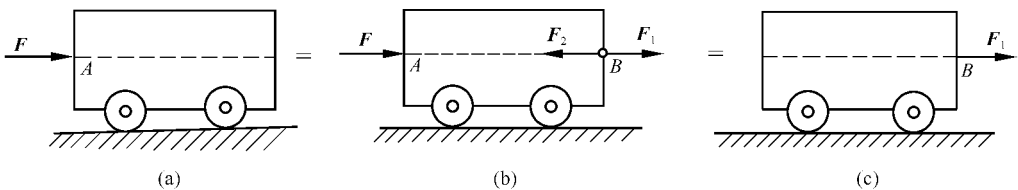


图 1-2 力的可传性原理

应注意，该推论只适用于刚体而不适用于变形体。

公理四 作用力与反作用力公理

两物体间的作用力和反作用力总是同时存在，且两力大小相等，方向相反，沿着同一直线，分别作用在这两个物体上。

这个公理概括了自然界中的物体相互作用的关系。表明两物体间的作用力和反作用力总是成对出现的，且两物体间相互作用的力是互为作用力和反作用力，它们同时存在同时消失。虽然它们的大小相等，方向相反，作用在同一直线上，但不能认为作用力和反作用力相互平衡，组成平衡力系，因为它们分别作用在两个物体上。

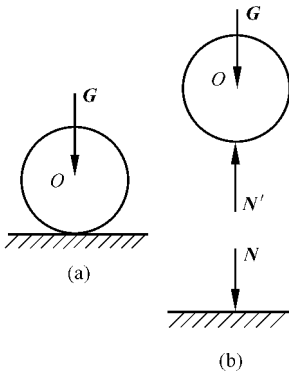


图 1-1

例如，如图 1-1 所示，重为 G 的球放在光滑的桌面上，则球对桌面有一作用力 N ，桌面对球有一反作用力 N' （或者说桌面对球有一作用力 N' ，球对桌面有一反作用力 N ），它们大小相等，方向相反，作用在同一直线上，但它们分别作用在两个物体上，前者作用于桌面上，而后者则作用于球上，因此不能认为它们相互平衡。而对于单独的球来讲，球受到重力 G 和桌面对球的反作用力 N' 的作用，在该两力的作用下球处于平衡状态，该两力才使球处于两力平衡状态。

三力平衡汇交定理：作用于刚体上的三个使其平衡的力，若其中两个力的作用线汇交于一点，则这三力必在同一平面内，且第三个力的作用线通过汇交点。

现证明如下：

如图 1-2 所示，在刚体的 A, B, C 三点上分别作用着 F_1, F_2, F_3 三个力矢，且在力系 (F_1, F_2, F_3) 的作用下，刚体平衡，其中 F_1, F_2 的作用线汇交于一点 O 。根据力的可传性，将力 F_1 和 F_2 的作用点移至汇交点 O 处，然后根据力的平行四边形法则，可得合力矢 R_{12} 。又因力系 (F_1, F_2, F_3) 为平衡力系，则力 F_3 应与 R_{12} 平衡。再根据二力平衡公理，显然 F_3 与 R_{12} 一定共线，所以力 F_3 必与力 F_1 和 F_2 共面，且其作用线通过汇交点 O 。即定理得证。

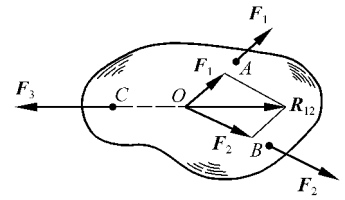


图 1-2

1.2 约束与约束反力

一、基本概念

1.2.1 自由体——一个物体，如果在空间任何方向都能够自由运动，这样的物体就称为自由体。例如，空中自由飞行的飞机、人造卫星等。

1.2.2 非自由体——若一个物体在空间某些方向的运动受到限制，这样的物体，就称为非自由体。例如，放在桌面上的球，桌面限制了球沿铅垂方向向下运动，使之不能自由运动，因此，球就是一个非自由体。

1.2.3 约束——阻碍非自由体运动的物体，力学中称为约束。在上例中，对球来说，桌面限制了球的自由运动，桌面就是球的约束。又如，两端搁置在桥墩上的水平梁，由于桥墩的支持，限制了梁沿铅垂方向向下运动，使梁不致下落，所以对梁来说，桥墩是梁的约束。

1.2.4 约束反力——约束限制着物体的运动，使物体在某些方向的运动成为不可能。当物体沿着约束所能阻碍的方向有运动趋势时，约束就对该物体有力的作用，以阻碍物体的运动。这样，由约束而引起的对物体的作用力称为约束反力，简称反力。

应注意，约束反力的大小一般是未知的，而约束反力的方向总是与约束所能阻碍物体运动的方向相反，约束反力的作用点就在约束与被约束物体的接触点上。

1.2.5 主动力——约束反力阻碍物体的运动，而工程中有些力则促使物体运动或使物体有

运动的趋势。如，重力、水压力、风力、牵引力等。工程中把这些促使物体运动或使物体有运动趋势的力称为主动力，也称为荷载。主动力通常是已知的。

二、工程上常见的约束及约束反力的特性

1. 柔体约束

由绳索等柔软物体构成的约束称为柔体约束。其约束的特性为只能承受拉力，不能承受压力。约束反力的作用点在连接点上，方向沿着柔体，而背离物体，如图 1-1 所示，柔体约束反力通常用字母 T 或 T' 来表示。

2. 光滑面约束

两个相互接触的物体如果接触处很光滑，摩擦力很小可忽略不计，则这种接触面所构成的约束，称为光滑面约束。其约束反力的特性为：约束反力必通过接触点，方向沿光滑面接触点处的公法线并指向被约束的物体。光滑面约束反力通常用字母 N 表示。如图 1-2 所示，在图 (a) 中，放在光滑支承面上的球，支承面只能限制球沿接触点处法线指向支承面的运动，而不能限制球沿接触点处法线离开支承面或沿其他方向的运动。因此，其约束反力只有 N_A 。在图 (b) 中，直杆在 A、B 处分别受光滑水平面和铅垂面的约束，其约束反力分别垂直于水平面和铅垂面，如图中 N_B 、 N_C 。而在 A 处的公法线，应垂直于直杆，因此，其约束反力为图示中 N_A ，其反力方向指向直杆的内部。

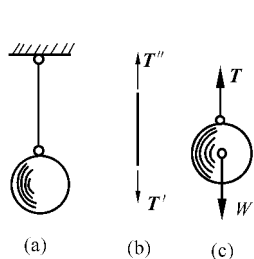


图 1-1

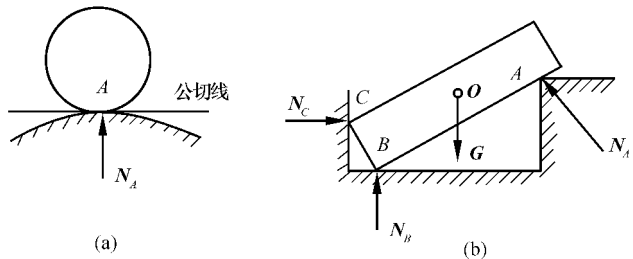


图 1-2

3. 铰链约束

如图 1-3 所示，工程中常用一圆柱形销钉将两个或更多个构件连结在一起，这种连接，称为铰链。由铰链构成的约束，称为铰链约束。

这种约束只能限制被约束物体沿垂直于销钉轴线平面内任意方向的相对移动，但不能限制构件绕销钉的转动和沿其轴线方向的相对移动。其约束反力特性为约束反力作用在构件上的圆孔与销钉的接触点上，且垂直于销钉轴线并通过销钉中心。铰链约束反力常用字母 R 表示，其大小和方向一般都是未知量，铰链约束的力学简图和约束反力的画法如图 1-4 所示。

在铰链约束中，当其中一个构件为固定构件时，这种铰链约束又称为铰链支座约束。铰链支座约束在桥梁、房屋等结构中常用到。

工程中常用的铰链支座约束有两种，一种为固定铰链支座约束，另一种为活动铰链支座约束，图 1-4 为固定铰支座，它是由固定部分和活动部分中间穿以圆柱销钉构成，这样被约束的物体只能绕销钉的轴线转动，而不能产生相对移动。如果销钉与固定部分和活动部分的接触面是完全光滑的，则约束力必通过接触点，并沿接触面的法线。由此可知，约束力的作用线必通过圆孔的中心，如图 1-4 所示。而约束力的方向不能只由约束的性质来决

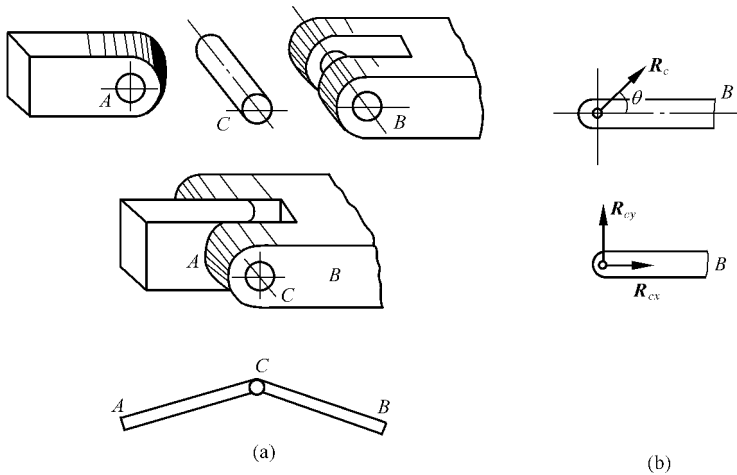


图 1-10

定，而与约束物体所受的其他力有关。因此，固定铰支座的约束反力不仅大小未知，而且作用线的方向也是未知的，它有两个未知量。为了便于计算，通常把它分解为水平分力 R_{cx} 和垂直分力 R_{cy} ，如图 1-10 所示。固定铰链支座的力学简图和约束反力的画法如图 1-11 (a)、(b) 所示。

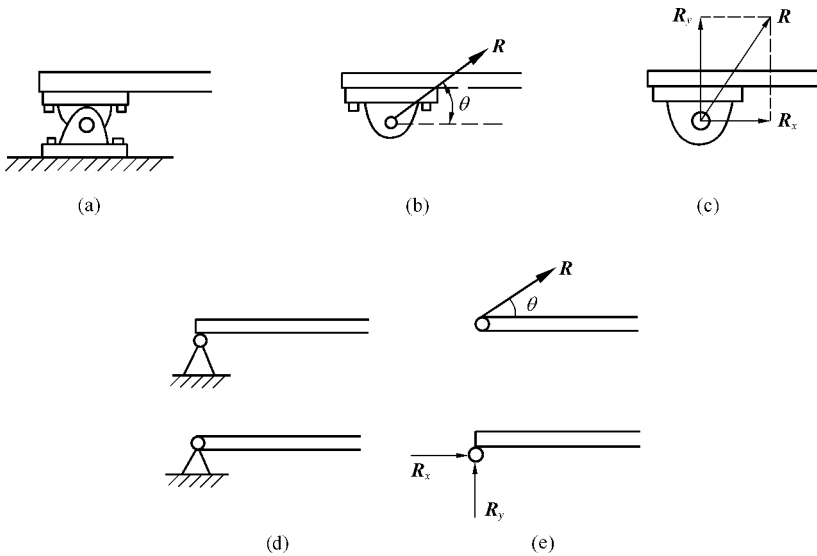


图 1-11

图 1-11 为活动铰链支座约束，它是将铰链支座用几个辊轴支承在水平面上构成的。设各接触处均为光滑面，则这种支座不能阻止被支承构件绕销钉的转动和沿支承面方向的运动，而只能阻止构件上的某点，在垂直于支承面方向向下运动，在附加特殊装置后也能阻止其向上运动。因此，活动铰链支座的约束反力垂直于支承面且通过销钉中心，其大小和指向待定。活动铰链支座的力学简图和约束反力的画法如图 1-12 (a)、(b) 所示。

链杆约束

自重不计的直杆在两端分别用光滑的圆柱形销钉与其他两物体连接起来，即为链杆约

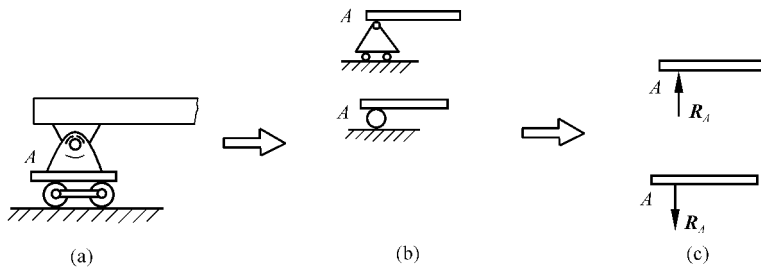


图 1-10

束，如图 1-10 所示。链杆只是在两端分别受到销钉的约束反力作用。设链杆处于平衡状态，根据两力平衡公理可知销钉对链杆的力一定是大小相等，方向相反且沿着链杆的中心线，即链杆为二力杆。作用在链杆上的两力，可能是拉力，也可能是压力，如图 1-11 所示，所以链杆对物体的约束反力沿着链杆的中心线，其大小和指向均未知。链杆约束的力学简图和约束反力的画法如图 1-11 (a)、(b) 所示。

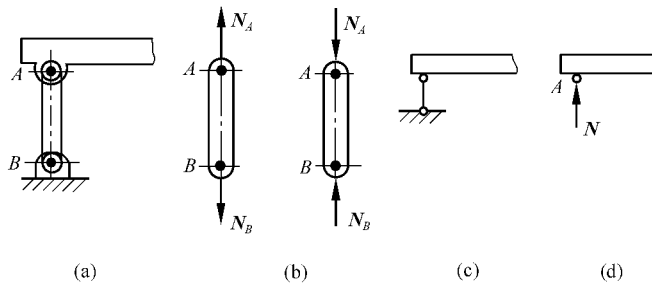


图 1-11

固定端约束

既能限制物体移动，又能限制物体转动的约束，称为固定端约束，亦称为插入端约束。它是工程中一种常见的约束形式，如图 1-12 所示的约束，都构成插入端(固定端)约束。

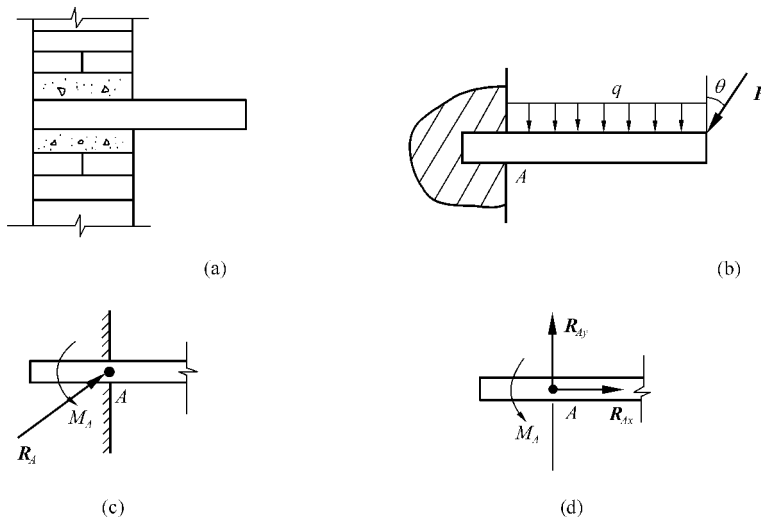


图 1-12

这类约束的特点是连接处具有很大的刚性，不允许构件与约束之间发生任何相对运动（平动或转动）。虽然这类约束的具体形式各式各样，但其约束力都有共同的特点。现以图 1-10 所示的悬臂梁为例进行说明。设梁上受主动力系作用，梁的插入端受到墙的分布的约束力系作用，设主动力系和约束力系都作用在梁的对称平面内，组成一平面任意力系，如图 1-10 所示。应用平面力系简化理论，约束力系可向插入端 O 点简化为一力 R 和一力偶 M ，分别称为约束力和约束力偶，图 1-11 所示。由于 R 方向未知，所以可以用两分力 R_x 和 R_y 来代替，如图 1-12 所示。图 1-12 即代表插入端约束的简化符号图和约束反力的表示法。其中力的指向均为假设。

1-1 物体的受力和受力图

受力分析就是分析作用在被研究的物体上有哪些力，它是解决静力学问题的关键一步。在对物体进行受力分析时，对被研究的物体常用一种图形来简单直观地表达分析的结果，这种表达物体受力情况的图形称为受力图。

在受力图上一般应包括：(1) 研究的对象；(2) 作用在研究对象上所有的力（主动力、约束反力）。

由于受力分析关系到能否正确解决静力学问题，所以能否正确画出受力图是非常重要的。画受力图的步骤如下：

- (1) 选取研究对象（研究对象可以是一个单独的物体，也可以是一个物体系统）；
- (2) 设想解除研究对象上所有的约束，并且单独画出该研究对象；
- (3) 在研究对象上用有向线段表示出所有的主动力和约束反力。

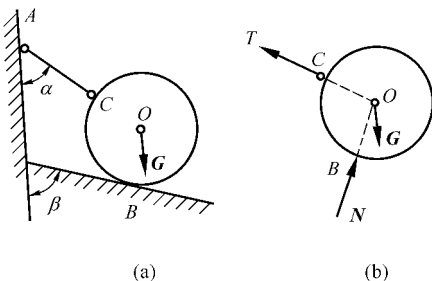
注：在画约束反力时要根据约束的特性来画，而不能凭主观想象，同时还应注意只画其他物体作用于该研究对象上的力，而不能画入该研究对象作用于其他物体上的力。

【例 1-1】重为 G 的球放在光滑的斜面上，并用绳索系于铅直的墙上，如图 1-13 所示。试画出球的受力图。

- 解：(1) 选取球为研究对象；
- (2) 解除约束，单独画出球；
- (3) 在球上画出所有的主动力和约束反力。

此题中，主动力只有重力 G ，约束反力为绳索的柔体约束反力 T 以及光滑接触面约束反力 N ，均应根据约束特性画出约束反力，其受力图如图 1-14 所示。

【例 1-2】梁 AB 自重不计，支承及受力情况如图 1-15 所示。试对梁进行受力分析，并作出梁的受力图。



- 解：(1) 选梁 AB 为研究对象；
 - (2) 解除约束，单独画出梁 AB ；
 - (3) 画出主动力和约束反力。
- 在该题中作用在 AB 梁上的主动力为两个集中力 G 、 T ，约束反力为固定铰链支座 A 和活动铰链支座 B 产生的支座约束反力，均应按约束特性画出，受力图如图 1-16 所示。此处， R_x 、 R_y 、 R_z 其